

全國公立高中 112 學年度第四次學測模擬考(數 B)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 35 分)

1. 英國倫敦西敏宮大笨鐘(Big Ben)每天需要工人調整時間。某一天路過民眾於下午 6:50 經過大笨鐘，分針指在 50 分位置，但時針恰指向數字「7」，工人正在調整時間，請問應該告訴工人將時針以逆時針方向調整多少弧度才可調整到正確的指針位置？

- (1) $\frac{\pi}{40}$ (2) $\frac{\pi}{36}$ (3) $\frac{\pi}{30}$ (4) $\frac{\pi}{27}$ (5) $\frac{\pi}{24}$

2. 平面直角坐標中有三個方程式圖形： $\Gamma: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ 、 $L_1: 3x+4y+1=0$ 、 $L_2: 4x-3y+5=0$ ，則以上三個圖形，會出現幾個相異交點？

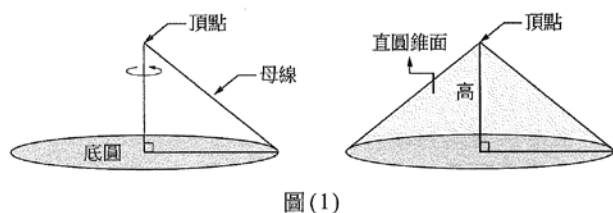
- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

3. 設 $a = 2.23\bar{7}$ ，則下列哪一組不等式關係正確？ (1) $\sqrt{5} > a > \frac{a+5}{a+1}$ (2) $\frac{a+5}{a+1} > a > \sqrt{5}$

- (3) $\frac{a+5}{a+1} > \sqrt{5} > a$ (4) $a > \frac{a+5}{a+1} > \sqrt{5}$ (5) $a > \sqrt{5} > \frac{a+5}{a+1}$

4. 等比數列 $\{a_n\}$ 共 10 項，其中首項 $a_1 = 2^9$ 、公比 $r = \frac{25}{2}$ 。從該數列中取相異兩項 a 、 b ，其中 $a < b$ ，則滿足 $\log_{10} a + \log_{10} b$ 為正整數取法有幾種？(1)1 (2)3 (3)5 (4)8 (5)10

5. 如圖(1)，有一個直角三角形繞其中一條直角邊旋轉一周所得到的立體圖形，稱為圓錐，而這個直角三角形的斜邊稱為圓錐的母線，而直圓錐面為斜邊圍繞的痕跡，另一股所圍繞的圓形稱為底面，頂點到底面所在平面的距離稱為圓錐的高。已知直角



圖(1)

三角形母線長為 10 單位、圓錐錐高為 6 單位，今有一個平面 E 與母線垂直且交底圓於一弦，則該平面 E 與直圓錐面的截痕為下列何者？(圖形僅參考，請依照所給定數值推論)

- (1) 雙曲線的一部分 (2) 橢圓的一部分 (3) 拋物線的一部分 (4) 圓的一部分
(5) 交於一點的兩條線段

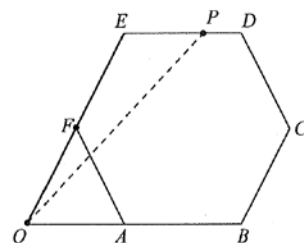
6. 西元 2022 年年初，臺灣當時是舉世公認新冠肺炎防疫模範，各保險公司依照年初政府提供數字估算，進而推出一年的防疫保險，每人先投保新台幣 1,000 元的防疫險，一年內如果確診可以向保險公司領新台幣 50,000 元保險金。但後來至 2022 年底時，整年內全國的確診率為 60%。假設該年年初全國有 1,000 萬未確診的人投保防疫保險，依照以上敘述，推估保險公司該年損失新台幣共多少金額？

- (1) 2700 億元 (2) 2800 億元 (3) 2900 億元 (4) 3000 億元 (5) 3100 億元

7. 邊長為 1 單位的正六邊形 $ABCDEF$ 中， \vec{AB} 、 \vec{EF} 交於 O 點， P 點

在六邊形 $ABCDEF$ 的邊上移動(如圖(2))，則 $\vec{OP} \cdot \vec{OB}$ 最大值為何？

- (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) $\frac{25}{4}$ (5) $\frac{27}{4}$



圖(2)

二、多選題(占 25 分)

8. 下列哪些不等式的實數解與 $x^2 + 2x - 2 < 0$ 相同，試選出正確的選項。

- (1) $(-x^2 + 2x - 2023)(x^2 + 2x - 2) > 0$ (2) $(3x + 2023)(x^2 + 2x - 2) < 0$
(3) $(\log_{10} x + 2023)(x^2 + 2x - 2) < 0$ (4) $|x+1| < \sqrt{3}$ (5) $(2^x + 2^{-x} - \sqrt{3})(x^2 + 2x - 2) < 0$

9. 三次多項式 $f(x) = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 及一次多項式 $g(x) = 2(x+1) - 3$ ，兩多項式圖形 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ 交於 P 、 Q 、 R 相異三點，已知 $\overline{PQ} = \overline{QR}$ 且 $Q(-1, -3)$ ，試選出正確的選項。(1) $b = 0$ (2) $f(x)$ 除以 $(x+1)$ 的餘式為 -3 (3) $y = f(x) - g(x)$ 的圖形對稱中心為 Q 點 (4) 若 $a < 0$ ，則圖形 $y = f(x) - \frac{1}{2}(x+1) + 3$ 與 x 軸必有 3 個相異交點 (5) 若 $a < 0$ ，且圖形 $y = f(x) + \frac{1}{2}(x+1) + 3$ 與 x 軸有 3 個相異交點，則 $c > \frac{-1}{2}$

10. H 大學數學系有 6 位參加 112 年大學特殊選才，該系採用口試及筆試錄取。成績經統計如表(1)，但因兩種分數落差很大，因而有兩種方案供裁決錄取：
甲方案：總成績甲 = 口試成績與筆試成績總和，以較高成績錄取 2 位優秀學生。
乙方案：總成績乙 = 口試成績 Z 分數與筆試成績 Z 分數總和，以較高成績錄取 2 位優秀學生。

表(1)

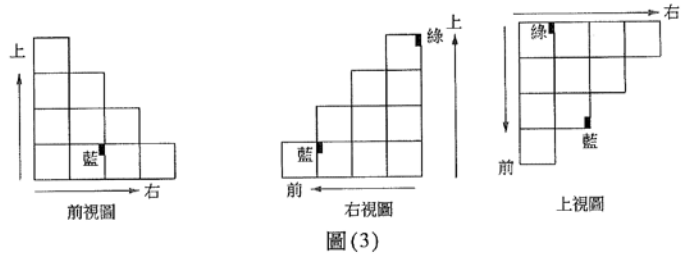
| 分類 \ 學生 | A | B | C | D | E | F | 平均 | 標準差 |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----|----------|
| 口試成績 | 80 | 73 | 74 | 77 | 70 | 70 | 74 | 3.605551 |
| 筆試成績 | 48 | 51 | 54 | 60 | 66 | 69 | 58 | 7.681146 |
| 口試成績 Z 分數近似值 | 1.664101 | -0.27735 | 0 | 0.83205 | -1.1094 | -1.1094 | 0 | 1 |
| 筆試成績 Z 分數近似值 | -1.30189 | -0.91132 | -0.52076 | 0.260378 | 1.041511 | 1.432078 | 0 | 1 |

試選出正確的選項。(備註： Z 分數 = $\frac{\text{原始分數} - \text{平均值}}{\text{標準差}}$)

- (1) 無論甲案或乙案，總成績甲獲得最高分一定錄取 (2) 總成績乙的平均值為 1
(3) 總成績甲的平均值為 132 (4) 總成績乙的標準差小於 1
(5) 口試成績 Z 分數與筆試成績 Z 分數兩者為負相關
11. 某連鎖超商為了慶祝成立第 800 家分店，推出了摸彩折扣方案，只要消費滿百元可以有打折摸彩優惠：摸彩箱內放有打五折(折扣 50%)球 3 顆、打七折(折扣 30%)球 9 顆及打九折(折扣 10%)球 18 顆，消費滿百元可以從摸彩箱內選擇一球，如果滿意則不再摸彩並以所取球折扣優惠；如果不滿意可以放回再取一球，所得折扣以第二球折扣數優惠。已知每球被取出的機率相同，且經觀察摸彩第一球得打五折不會再摸彩第二球、摸彩第一球的打九折一定會再摸彩第二球、摸彩第一球得打七折有五成機率會再摸彩第二球。今天小南消費 1000 元，正準備參加摸彩優惠，試選出正確的選項。
(1) 摸彩第二球的機率小於 0.7 (2) 最終打七折的機率大於 0.35 (3) 若小南摸彩第二球，則得到打五折的機率為 0.1 (4) 若小南摸彩得打五折，則只摸彩第一球的機率大於 0.5 (5) 小南付錢金額期望值小於 750 元
12. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 的位元 a 、 b 、 c 、 d 為等差數列且公差不為 0， B 為二階方陣且 $AB = P = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ ，若 p 、 q 、 r 、 s 也是等差數列且公差也不為 0，則下列那些選項正確？
(1) A 必有反矩陣 (2) B 可以是 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (3) B 可以是 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (4) B 可以是 $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 。
(5) B 可以是 $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

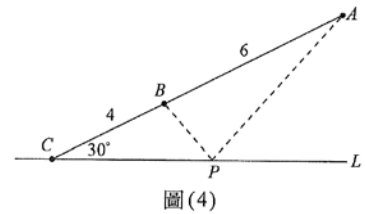
三、選填題(占 25 分)

13. 將多個邊長為 1 公分的白色小正立方體堆積成立體結構，其中有一個小立方體頂點附近區域沾上藍色、另一個小立方體頂點附近沾上綠色，其三視圖如圖(3)，其中前、右、上三種方向箭頭均具有相同位置(如前視圖與上視圖的右箭頭為相同位置)。在三視圖中藍色及綠色有可能看到，也可能被擋住看不到。試問立體結構中藍色、綠色之兩頂點的距離為_____公分。(化成最簡根式)



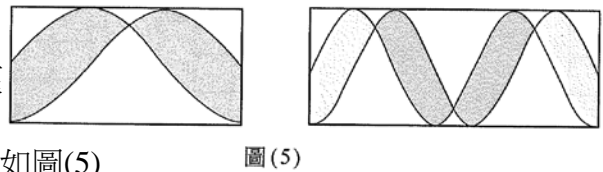
14. 平面直角坐標中， $\Gamma_1: y = \log_2(16x)$ 函數圖形上有一點 P ，過 P 點做水平與鉛垂直線分別交 $\Gamma_2: y = \log_2 x$ 於 Q 、 R 兩點，已知 \overleftrightarrow{QR} 的斜率為 2，則 P 點的 x 坐標為_____。(化成最簡分數)

15. 如圖(4)，平面上 \overleftrightarrow{AB} 與 L 交於一點 C 且 B 於 A 、 C 之間，已知兩直線夾的銳夾角為 30° 且 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 4$ 。 P 為 L 上的動點，則 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 線段長度和最小值為_____。(化成最簡根式)



16. 有編號 1 到 12 的球各一粒，每個球被取出的機會相等。某人從中一次取兩顆球，並將兩顆球上的號碼數字相乘，則將乘積除以 8 所得餘數為 3 的機率為_____。(化成最簡分數)

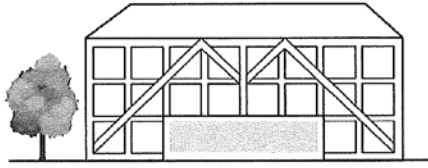
17. 有一棟兩層樓建築，正面的寬度為 8 公尺，想要在建築正面外牆一樓和二樓之間設置一條水平橫式 $800 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ 的磁磚腰帶以區隔一、二樓，磁磚腰帶由以下兩種規格磁磚連結貼合而成，且這兩種磁磚的形均為對稱(如圖(5))， $40 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ 、 $50 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ 兩種規格磁磚，不能有空隙)，且為了美觀，該磁磚腰帶鋪設一定要左右對稱，則該磁磚腰帶會有_____種圖案呈現。



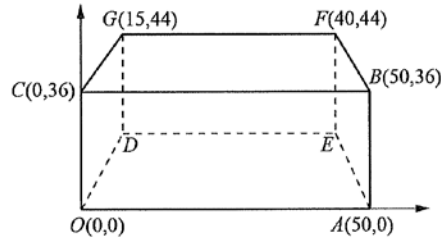
第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

一座長方體體育館模型如圖(6)，若將其樑、柱用單點透視法以平面建立直角坐標，建置後如圖(7)，其中正面 $OABC$ 、背面 $DEFG$ 均為長方形，側邊為 \overrightarrow{CG} 、 \overrightarrow{BF} 、 \overrightarrow{OD} 、 \overrightarrow{AE} ， $O(0,0)$ 、 $A(50,0)$ 、 $B(50,36)$ 、 $C(0,36)$ 、 $F(40,44)$ 、 $G(15,44)$ 。



圖(6)



圖(7)

18. 試問該坐標平面符合單點透視法中的消失點 P ，則消失點 P 的坐標為_____。
(選填題，4分)
19. 已知 $OABC$ ， $DEFG$ 均為長方形，試求 D 、 E 坐標。(非選擇題，5分)
20. 在模型中缺少避雷針設計，於是在模型頂部長方形中心點位置擺設避雷針，求避雷針在坐標平面中相對應坐標為何？(非選擇題，6分)

RB426 全國公私立高中 112 學年度第四次學測模擬考(數 B)

參考答案

- 選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (5) 4. (2) 5. (1) 6. (3) 7. (3) 8. (1)(4)(5) 9. (1)(2)(4)(5)
10. (3)(4)(5) 11. (2)(3)(4) 12. (1)(4)(5)
- 選填題：13. $\sqrt{19}$ 14. $\frac{2}{15}$ 15. $2\sqrt{19}$ 16. $\frac{5}{66}$ 17. 192
- 混合題：18. $P(30,52)$ 19. $D(15,26)$ 、 $E(40,26)$ 20. $(\frac{80}{3}, \frac{124}{3})$