

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13-1	13-2	14-1
2	4	5	2	1	3	3	145	1245	345	234	145	1	9	2
14-2	14-3	15-1	15-2	15-3	16-1	16-2	16-3	17-1	17-2	17-3	18-1	18-2	18-3	18-4
1	5	2	1	9	5	6	6	1	9	2	3	0	5	2
19	20													

第壹部分、選擇(填)題

一、單選題

1. 分針移動繞的速率為時針 12 倍，

$$6:00 \sim 6:50 \text{ 分針繞 } \frac{10}{12} \times 2\pi = \frac{5\pi}{3}, \text{ 時針繞 } \frac{5\pi}{3} \times \frac{1}{12} = \frac{5\pi}{36}$$

$$\Rightarrow \text{時針指在 } \frac{5\pi}{36} + \pi = \frac{41\pi}{36} \text{ 弧度}$$

$$\Rightarrow \text{應繞回 } \frac{7}{12} \times 2\pi - \frac{41\pi}{36} = \frac{\pi}{36}$$

故選(2)。

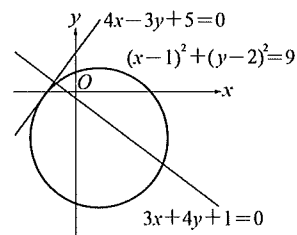
2.  $\Gamma$ 、 $L_1$  交於兩點：

$$d(O, L_1) = \frac{|3 \times 1 + 4 \times (-2) + 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} < r = 3,$$

$\Gamma$ 、 $L_2$  交於一點(相切)：

$$d(O, L_2) = \frac{|4 \times 1 - 3 \times (-2) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = r = 3,$$

$L_1$ 、 $L_2$  垂直交於一點，共有 4 個交點。



故選(4)。

3.  $a = 2.2\overline{37} = 2.23737\cdots > \sqrt{5} = 2.236\cdots \Rightarrow a > \sqrt{5}$ ,

$$a - \frac{a+5}{a+1} = \frac{a^2-5}{a+1} > 0 \Rightarrow a > \frac{a+5}{a+1},$$

$$\frac{a+5}{a+1} - \sqrt{5} = \frac{a+5-\sqrt{5}a-\sqrt{5}}{a+1} = \frac{a(1-\sqrt{5})+\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{a+1} = \frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-a)}{a+1} < 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} > \frac{a+5}{a+1}.$$

故選(5)。

4.  $\log a_i + \log a_j = \log(a_i a_j) = \log\left\{2^9 \left(\frac{25}{2}\right)^{i-1} \times 2^9 \left(\frac{25}{2}\right)^{j-1}\right\}$

$$= \log(2^{20-(i+j)} 5^{2(i+j)-4}) \in N$$

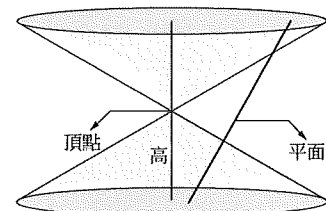
$$\Rightarrow 20 - (i+j) = 2(i+j) - 4 \Rightarrow i+j = 8$$

$$\Rightarrow (i, j) = (1, 7), (2, 6), (3, 5), \text{ 共 3 組。}$$

故選(2)。

5. 母線最大夾角  $> 90^\circ$ ，平面  $E$  必與上下兩圓錐相交  $\Rightarrow$  雙曲線。

故選(1)。



6. 每人期望值  $= 1000 - 50000 \times 0.6 = -29000 = -2.9$  萬元，共損失  $1000 \text{ 萬} \times 2.9 \text{ 萬元} = 2900$  億元。故選(3)

$$7. (3): \vec{OP} \cdot \vec{OB} = \vec{OP} \text{ 在 } \vec{OB} \text{ 投影長} \times |\vec{OB}| \leq \vec{OC} \text{ 在 } \vec{OB} \text{ 投影長} \times |\vec{OB}| = \frac{5}{2} \times 2 = 5.$$

故選(3)。

二、多選題

8.  $x^2 + 2x - 2 < 0 \Rightarrow -1 - \sqrt{3} < x < -1 + \sqrt{3}$

(1)  $\circ: (-x^2 + 2x - 2023)$  恆負， $x^2 + 2x - 2 < 0$  相同。

(2)  $\times: (3x + 2023)(x^2 + 2x - 2) < 0$

$$\Rightarrow x < \frac{-2023}{3} \text{ 或 } -1 - \sqrt{3} < x < -1 + \sqrt{3}.$$

(3)  $\times: (\log_{10} x + 2023)$  中， $x > 0$ 。

(4)  $\circ: |x+1| < \sqrt{3} \Rightarrow -1 - \sqrt{3} < x < -1 + \sqrt{3}$ ，相同。

(5)  $\circ: 2^x + 2^{-x} \geq 2 \Rightarrow 2^x + 2^{-x} - \sqrt{3}$  恆正，相同。

故選(1)(4)(5)。

9.  $\overline{PQ} = \overline{QR}$ 、 $Q(-1, -3)$  為  $y=f(x)$  對稱中心

$$\Rightarrow f(x) = a(x+1)^3 + c(x+1) - 3,$$

$$f(x) - g(x) = a(x+1)^3 + (c-2)(x+1) \text{ 有三個相異實根} \Rightarrow a(c-2) < 0.$$

(1)  $\circ: b=0$ 。

(2)  $\circ: f(x)$  除以  $(x+1)$  的餘式為  $-3$ 。

(3)  $\times: y=f(x)-g(x)=a(x+1)^3+(c-2)(x+1)$  的圖形對稱中心為  $(-1, 0)$ 。

(4)  $\circ: a < 0 \Rightarrow c > 2$ ,

$$y=f(x) - \frac{1}{2}(x+1) + 3 = a(x+1)^3 + (c - \frac{1}{2})(x+1)$$

$$\Rightarrow a(c - \frac{1}{2}) < 0 \text{ 必有 3 個交點。}$$

(5)  $\circ: a < 0$ ,

$$y=f(x) + \frac{1}{2}(x+1) + 3 = a(x+1)^3 + (c + \frac{1}{2})(x+1)$$

$$\text{有 3 個交點，則 } a(c + \frac{1}{2}) < 0 \Rightarrow c > -\frac{1}{2}.$$

故選(1)(2)(4)(5)。

10. (1)  $\times$ : 總成績甲最高分為  $F$ ，但在總成績乙排第三。

(2)  $\times$ : 總成績乙的平均值為兩個  $z$  分數平均值和為 0。

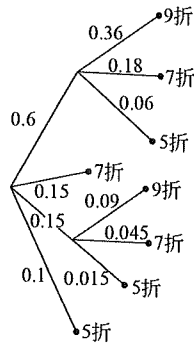
(3)  $\circ$ : 總成績甲的平均值為兩個原始成績平均值和為 132。

(4)  $\circ$ : 總成績乙的標準差：兩個  $z$  分數平均值只有  $B$  為  $-1.08$ ，其餘絕對值小於 1， $\frac{\text{平方和}}{6} < 1$ 。

(5)  $\circ$ : 口試成績  $Z$  分數與筆試成績  $Z$  分數明顯看出相乘總和  $< 0$ 。

故選(3)(4)(5)。

11. (1)  $\times$  :  $0.6+0.15=0.75$ 。  
 (2)  $\circ$  :  $0.18+0.15+0.045=0.375$ 。  
 (3)  $\circ$  :  $\frac{0.06+0.015}{0.75} = \frac{1}{10}$ 。  
 (4)  $\circ$  :  $\frac{0.1}{0.06+0.015+0.1} = \frac{4}{7}$ 。  
 (5)  $\times$  :  $(0.36+0.09)\times 900$   
 $+ (0.18+0.15+0.045)\times 700$   
 $+ (0.06+0.015+0.1)\times 500$   
 $= 755$ 。



故選(2)(3)(4)。

12.  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & a+k \\ a+2k & a+3k \end{bmatrix} \Rightarrow \det(A) = 2k^2 \neq 0$ 。

(1)  $\circ$  :  $\det(A) \neq 0$  必有反矩陣。

(2)  $\times$  :  $AB = \begin{bmatrix} 4a+3k & 6a+4k \\ 4a+11k & 6a+16k \end{bmatrix}$ 。

(3)  $\times$  :  $AB = \begin{bmatrix} 2a+k & 2a+k \\ 2a+5k & 2a+5k \end{bmatrix}$ 。

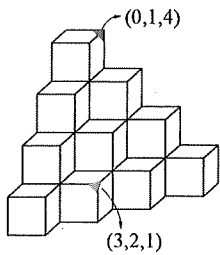
(4)  $\circ$  :  $AB = \begin{bmatrix} 2a-k & 2a+k \\ 2a+3k & 2a+5k \end{bmatrix} \Rightarrow$  公差  $= 2k$ 。

(5)  $\circ$  :  $AB = \begin{bmatrix} 3a-2k & 3a+k \\ 3a+4k & 3a+7k \end{bmatrix} \Rightarrow$  公差  $= 3k$ 。

故選(1)(4)(5)。

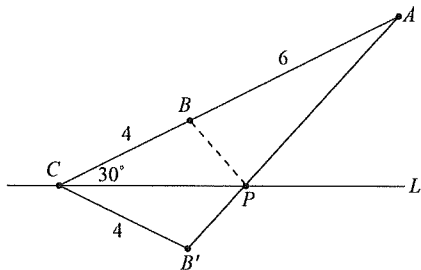
### 三、選填題

13. 將三個方向前、右、上分別定為  $x$ 、 $y$ 、 $z$  軸，  
 其中一個示意圖如下  $\Rightarrow$  藍  $(3, 2, 1)$ 、綠  $(0, 1, 4)$   
 $\Rightarrow$  兩點距離  $= \sqrt{19}$ 。



14.  $P(a, \log_2(16a))$ 、 $Q(16a, \log_2(16a))$ 、 $R(a, \log_2 a)$   
 $\Rightarrow \frac{\log_2(16a) - \log_2 a}{16a - a} = 2 = \frac{4}{15a} \Rightarrow a = \frac{2}{15}$ 。

15.  $B$  對  $L$  取對稱點  $B'$ ，連  $AB'$  長即為所求：  
 $\overline{AB'}^2 = 10^2 + 4^2 - 2 \times 10 \times 4 \times \cos 60^\circ = 76$ 。  
 所以  $\overline{AB'} = 2\sqrt{19}$ 。



16. 乘積除以 8 所得餘數為 3：

$(8k+1)(8k+3)(8k+5)(8k+7) \Rightarrow 2 \times 2 \cdot 1 \times 1$  種情形，  
 機率為  $\frac{4+1}{C_2^{12}} = \frac{5}{66}$ 。

17. Case1：正中間交接線：左側  $40 \times 20$  有  $x$  片、 $50 \times 20$  有  $y$  片  
 $\Rightarrow 40x + 50y = 400$  有  $(x, y) = (10, 0)$ 、 $(5, 4)$ 、 $(0, 8)$   
 三種，每一種各有  $\frac{10!}{10!}$ 、 $\frac{9!}{5!4!}$ 、 $\frac{8!}{8!}$ ，  
 共  $1 + 126 + 1 = 128$  種圖案。

Case2：正中間為  $40 \times 20$ ：

左側  $40 \times 20$  有  $x$  片、 $50 \times 20$  有  $y$  片  
 $\Rightarrow 40x + 50y = (800 - 40) \div 2 = 380$   
 有  $(x, y) = (7, 2)$ 、 $(2, 6)$  兩種，  
 每一種各有  $\frac{9!}{7!2!}$ 、 $\frac{8!}{2!6!}$ ，  
 共  $36 + 28 = 64$  個圖案。

Case3：正中間為  $50 \times 20$ ：

左側  $40 \times 20$  有  $x$  片、 $50 \times 20$  有  $y$  片  
 $\Rightarrow 40x + 50y = (800 - 50) \div 2 = 375$  沒有整數解。  
 共 192 個圖案。

### 第貳部分、混合題或非選擇題

18.  $\overrightarrow{CG} : y = \frac{8}{15}x + 36$ 、 $\overrightarrow{BF} : y = -\frac{4}{5}x + 76$   
 $\Rightarrow P(30, 52)$ 。

19.  $\langle$ 法一 $\rangle$

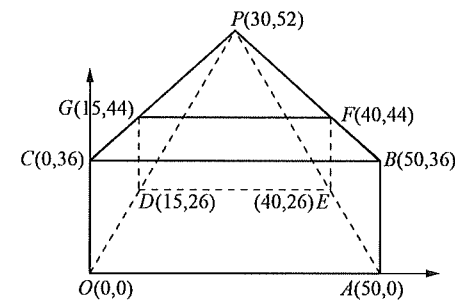
$\overline{CO} \parallel \overline{GD}$ 、 $\overline{OA} \parallel \overline{DE}$   
 $\Rightarrow \overline{OA} : \overline{DE} = \overline{PO} : \overline{PD} = \overline{OC} : \overline{DG}$   
 $\Rightarrow \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{GD}}{\overline{DE}} = \frac{36}{50}$ 。(3分)

$\overline{GD} = \frac{36}{50} \times 25 = 18 \Rightarrow D(15, 26)$ 、 $E(40, 26)$ 。(2分)

$\langle$ 法二 $\rangle$

求  $\overrightarrow{PO}$ 、 $\overrightarrow{PA}$  方程式： $y = \frac{26}{15}x$ 、 $y = -\frac{13}{5}x + 130$  (3分)

$\Rightarrow D(15, 26)$ 、 $E(40, 26)$ 。(2分)。



20. (如有說明  $\overrightarrow{CF}$ 、 $\overrightarrow{BG}$  交點找法：頂部長方形中心點在

$\overline{CF}$ 、 $\overline{BG}$  上， $\overrightarrow{CF}$ 、 $\overrightarrow{BG}$  即為所求  $\Rightarrow$  可以給 3 分)

$\overrightarrow{CF}$ 、 $\overrightarrow{BG}$  分別為  $y = \frac{1}{5}x + 36$ 、 $y = -\frac{8}{35}x + \frac{332}{7}$  (4分)，

交於點  $(\frac{80}{3}, \frac{124}{3})$ 。(2分)