

# 臺北區 112 學年度第一學期第一次學測模擬考數學 B(112-B1)

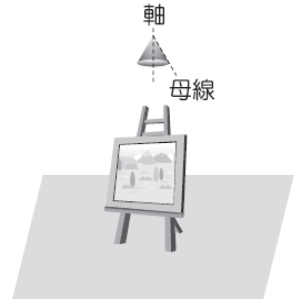
第壹部分：選擇題(占 85 分)



## 一、單選題(占 30 分)

1. 假設  $a$  為整數，在數線上滿足  $|x-1| < a$  的區間中恰有三個整數，則  $a$  的值為下列哪一個選項？(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

2. 某燈具的燈罩設計為直圓錐面，其軸與母線的夾角為  $30^\circ$ 。將此光源設置在天花板，使得光線照射到地面上，其光線邊緣為一個圓形。今將學生的畫作立在一面與地面夾角  $80^\circ$  的展示板上，並將展示板置於光線的正下方，則展示板上呈現的光線邊緣可能為下列哪一個選項的一部分？



- (1) 圓形 (2) 拋物線 (3) 長短軸不相等的橢圓  
(4) 雙曲線 (5) 直線

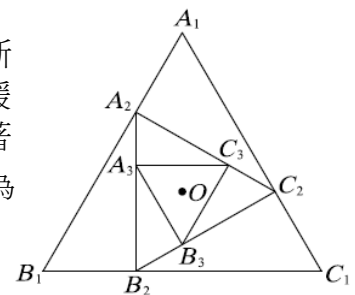
3. 有一架飛機欲從位置是北緯 60 度、東經 30 度的俄羅斯聖彼德堡飛到位置是北緯 60 度、西經 150 度的美國 阿拉斯加，已知航空公司規劃的行駛路線為球面上的最短距離，若飛行高度不計，試求飛機總飛行距離最接近下列哪一個選項？(地球半徑約為 6371 公里)

- (1) 6700 公里 (2) 10000 公里 (3) 13300 公里 (4) 14400 公里 (5) 17300 公里

4. 設實係數多項式函數  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ，已知  $y = f(x)$  的圖形在  $x=0$  附近會近似於一直線  $y = 5x + 2$ ，且其圖形的對稱中心為  $(1, 3)$ ，則  $f(x)$  在  $x = -1$  附近的一次近似為下列哪一個選項？(1)  $y = -x$  (2)  $y = -x + 2$  (3)  $y = 13x - 24$  (4)  $y = 23x - 11$  (5)  $y = 23x + 12$

5. 設  $A$ 、 $B$ 、 $C$  為三個相異的二階非零方陣，且滿足  $AB = AC$ ，則矩陣  $A$  不可能是下列哪一個選項？(1)  $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} \sin 60^\circ & \cos 120^\circ \\ \sin 240^\circ & \cos 300^\circ \end{bmatrix}$  (3)  $\begin{bmatrix} 2^2 & 2^8 \\ 2^{-1} & 2^5 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} \log 2 & \log 3 \\ \log 4 & \log 9 \end{bmatrix}$  (5)  $\begin{bmatrix} \log_2 3 & \log_8 9 \\ \log_3 2 & \log_9 8 \end{bmatrix}$

6. 禪繞畫是一種全新的繪畫方式，主要概念是在設定好的空間內，運用不斷重複的基本圖形來創作出美麗的圖案。也在這樣不斷重複的繪製圖形時，人腦可以很容易達到深度的專注，同時舒緩壓力，所以禪繞畫也被稱作是「頭腦瑜伽」。今天一學生依照著禪繞畫的原理，將一邊長為  $\sqrt{3}$  的正三角形  $A_1B_1C_1$ ，以外心  $O$  為旋轉中心，逆時針旋轉  $30$  度並將邊長縮小為  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  倍(即



$\angle A_1OA_2 = 30^\circ$ ， $\overline{A_2B_2} = 1$ )，使新的正三角形  $A_2B_2C_2$  能內接於原三角形  $A_1B_1C_1$  內。以此模式操作，作出正三角形  $A_3B_3C_3$ 。則線段  $A_1A_3$  的長度為下列哪一個選項？(1)  $\frac{2}{3}$

- (2)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  (3)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  (4)  $\frac{\sqrt{7}}{3}$  (5)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

## 二、多選題(占 30 分)

7. 已知某班級共有 30 位學生，包含 20 位男同學及 10 位女同學，老師安排座位如右圖，其中第 1、2、3、4 行全部是男同學，第 5、6 行全部是女同學，灰色區塊是有近視的同學。試選出正確的選項。(1)若老師隨機派三位出公差，其中至少要有一名男生和一名女生，則其選法有 5600 種

	第 1 行	第 2 行	第 3 行	第 4 行	第 5 行	第 6 行
一						
二						
三						
四						
五						

(2)若老師隨機派兩位出公差，則此兩位同學都有近視的機率為 $\frac{26}{145}$

(3)若老師隨機派一位出公差，在已知該生是女同學的條件下，則她有近視的機率為 $\frac{1}{2}$

(4)若老師隨機派一位出公差，在已知該生有近視的條件下，則該生是女同學的機率為 $\frac{5}{13}$

(5)若老師隨機派一位出公差，設  $A$  表該生為女同學的事件， $G$  表該生有近視的事件，則  $A$ 、 $G$  兩事件獨立

8. 下列哪些選項是正確的？

(1)兩函數  $y=2\sin x+1$  與  $y=\frac{1}{2}\sin x$  的週期相同 (2)函數  $y=1+2\sin 2x$  的最大值為 3，最小值為  $-1$  (3)將函數  $y=\sin x$  的圖形向左平移  $\pi$  單位，會與  $y=\sin(x-\pi)$  的圖形重合 (4)函數  $y=\sin 2x$  的圖形對稱於直線  $x=\frac{\pi}{2}$  (5)函數  $y=\sin(x-\frac{\pi}{2})$  的圖形對稱於點 $(-\frac{\pi}{2},0)$

9. 觀察下列四組數據，試選出正確的選項。

$X: x_1=1, x_2=2, x_3=3, \dots, x_{20}=20$   $Y: y_1=101, y_2=102, y_3=103, \dots, y_{20}=120$

$Z: z_1=110, z_2=120, z_3=130, \dots, z_{20}=300$

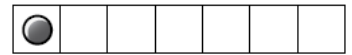
$W: w_1=219, w_2=227, w_3=235, \dots, w_{20}=371$

(1) $X$  的標準差小於  $Y$  的標準差 (2) $Z$  的標準差大於  $W$  的標準差

(3) $X$  和  $Y$  的相關係數等於  $X$  和  $Z$  的相關係數 (4) $Z$  的第 3 四分位數等於  $W$  的第 1 四分位數

(5)將 4 從  $X$  中移除後， $X$  的第 13 百分位數會改變

10. 將一列 7 個小方格中最左邊的黑棋向右移動到最右邊的小方格，每次移動 1 格或 2 格，共有  $m$  種移動方法。假如選擇每一種移動方法的機會均等，且移動次數  $n$  次的機率為  $P_n$ ，「移動次數」的期望值為  $E$



次，試選出正確的選項。(1)  $m=13$  (2)  $P_3=\frac{2}{13}$  (3)  $P_4=\frac{5}{13}$  (4)  $P_4 < P_5$  (5)  $E=\frac{58}{13}$

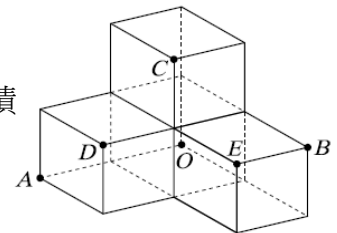
11. 坐標平面上圓  $C: x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$  及一直線  $L: 4x - 3y + 12 = 0$ 。若直線  $L$  與  $x$  軸、 $y$  軸所圍成三角形區域(內部含邊界)為  $S$ ，試選出正確的選項。

(1)圓  $C$  的圓心坐標為  $(1, -1)$  (2)圓  $C$  的面積為  $4\pi$  (3)圓  $C$  與直線  $L$  所截弦長為  $\sqrt{3}$

(4)與直線  $L$ 、 $x$  軸和  $y$  軸皆相切的所有圓中，半徑最小為 1

(5)區域  $S$  有 11 個格子點( $x, y$  坐標皆為整數的點)

12. 利用邊長為 1 公分的正立方體小積木進行模型堆疊，已知此模型是第一層用一塊積木，第二層用三塊積木所堆疊而成的立體模型，如右圖，試選出正確的選項。(1)此立體模型的表面積



為 18 平方公分 (2)  $\overline{AB}$  長度等於 3 公分

(3)此模型上恰有 2 個頂點到  $A$  點的距離為 3 公分

(4)若將此模型翻轉，將頂點  $C$ 、 $D$ 、 $E$  置於桌面上，則頂點  $O$  到桌面的距離為  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(5)從  $A$  點沿模型表面走到  $B$  點的最短距離小於 3.5 公分

### 三、選填題(占 25 分)

13. 設  $x, y$  為兩正實數，且滿足  $x^2y^3 = \sqrt[3]{10000}$  及  $2\log x^3y = 1$ ，則  $\log y =$  \_\_\_\_\_。  
(化為最簡分數)

14. 已知一數列  $\langle a_n \rangle$  的遞迴關係式為  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 2n, n \geq 2 \end{cases}$ ，則  $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}$  的值為\_\_\_\_\_。

15. 某天七堂課(上午四堂，下午三堂)，其中國文、英文、數學、歷史、地理、體育、自主學習各一節，若體育課不排第一節及數學課必排上午，則此天課表共有\_\_\_\_\_種排法。

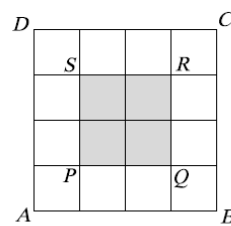
16. 某實係數多項式  $f(x)$ ，以  $x(x-1)$  除之，其餘式為  $ax+3$ ；以  $x(x+1)$  除之，其餘式為  $-3x+b$ ；以  $x^2-1$  除之，其餘式為  $-2x+4$ 。已知另一個實係數多項式  $g(x) = ax^2 + bx + c$  且  $x+1$  為  $g(x)$  的因式，則  $c =$  \_\_\_\_\_。

17. 坐標平面上有一方程式為  $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$  的透明圓形障礙物，有一獵物從坐標  $A(-6,0)$  往  $\vec{v} = (-3,4)$  的方向直線奔跑，若位於坐標  $B(4,0)$  的獵人用雷射槍避開圓形障礙物於  $C$  點射擊到此獵物，則  $\overline{AC}$  的最小值為\_\_\_\_\_。

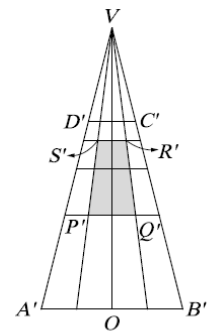
### 第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

#### 18-20 題為題組

如圖(一)之正方形農田是由 16 個小正方形組成，有一畫家利用單點透視法的概念，將圖(一)之農田畫入畫布如圖(二)，其中  $V$  為消失點， $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ 、 $P'$ 、 $Q'$ 、 $R'$ 、 $S'$  分別對應圖(一)的點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ 。已知線段  $A'B'$  長為 12， $V$  到線段  $C'D'$ 、線段  $A'B'$  的距離分別為 8、24，直線  $OV$  為線段  $A'B'$  的中垂線。根據上述資料，試回答下列問題：



圖(一)



圖(二)

18. 如圖(二)，若以  $O$  為原點，設點  $B'(6,0)$ ， $V(0,24)$ ，則下列哪一個選項為直線  $B'D'$  的方程式？(單選題，4 分)

(1)  $y = -x + 6$  (2)  $y = -2x + 12$  (3)  $y = \frac{-4}{3}x + 8$  (4)  $y = \frac{-4}{5}x + \frac{24}{5}$

(5)  $y = \frac{-8}{5}x + \frac{48}{5}$

19. 承第 18. 題，試求出圖(二)中，點  $S'$  的坐標。(非選擇題，4 分)

20. 試求出圖(二)中，鋪色田地  $P'Q'R'S'$  的面積。(非選擇題，7 分)

**RB427 臺北區 112 學年度第一學期第一次學測模擬考  
數學 B(112-B1)**

**參考答案**

選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (1) 4. (5) 5. (5) 6. (4) 7. (2)(3)(4) 8. (1)(2)(3)(5) 9. (2)(3)(4)  
10. (1)(5) 11. (2)(4)(5) 12. (1)(2)(3)(4)

選填題：13.  $\frac{3}{7}$  14. 400 15. 2520 16. 4 17. 10

混合題：18. (2) 19.  $(-\frac{6}{5}, \frac{72}{5})$  20.  $\frac{512}{25}$