

臺北區 112 學年度第一學期第一次學測模擬考數學 B(112-B1)

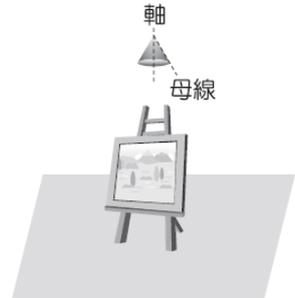
第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 假設 a 為整數，在數線上滿足 $|x-1| < a$ 的區間中恰有三個整數，則 a 的值為下列哪一個選項？(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

2. 某燈具的燈罩設計為直圓錐面，其軸與母線的夾角為 30° 。將此光源設置在天花板，使得光線照射到地面上，其光線邊緣為一個圓形。今將學生的畫作立在一面與地面夾角 80° 的展示板上，並將展示板置於光線的正下方，則展示板上呈現的光線邊緣可能為下列哪一個選項的一部分？



- (1) 圓形 (2) 拋物線 (3) 長短軸不相等的橢圓
(4) 雙曲線 (5) 直線

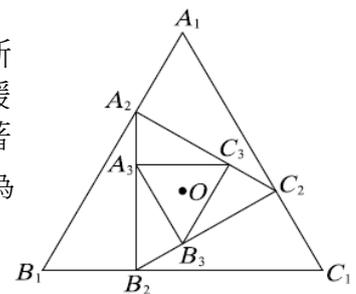
3. 有一架飛機欲從位置是北緯 60 度、東經 30 度的俄羅斯聖彼德堡飛到位置是北緯 60 度、西經 150 度的美國 阿拉斯加，已知航空公司規劃的行駛路線為球面上的最短距離，若飛行高度不計，試求飛機總飛行距離最接近下列哪一個選項？(地球半徑約為 6371 公里)

- (1) 6700 公里 (2) 10000 公里 (3) 13300 公里 (4) 14400 公里 (5) 17300 公里

4. 設實係數多項式函數 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ，已知 $y = f(x)$ 的圖形在 $x=0$ 附近會近似於一直線 $y = 5x + 2$ ，且其圖形的對稱中心為 $(1, 3)$ ，則 $f(x)$ 在 $x = -1$ 附近的一次近似為下列哪一個選項？(1) $y = -x$ (2) $y = -x + 2$ (3) $y = 13x - 24$ (4) $y = 23x - 11$ (5) $y = 23x + 12$

5. 設 A 、 B 、 C 為三個相異的二階非零方陣，且滿足 $AB = AC$ ，則矩陣 A 不可能是下列哪一個選項？(1) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} \sin 60^\circ & \cos 120^\circ \\ \sin 240^\circ & \cos 300^\circ \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 2^2 & 2^8 \\ 2^{-1} & 2^5 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} \log 2 & \log 3 \\ \log 4 & \log 9 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} \log_2 3 & \log_8 9 \\ \log_3 2 & \log_9 8 \end{bmatrix}$

6. 禪繞畫是一種全新的繪畫方式，主要概念是在設定好的空間內，運用不斷重複的基本圖形來創作出美麗的圖案。也在這樣不斷重複的繪製圖形時，人腦可以很容易達到深度的專注，同時舒緩壓力，所以禪繞畫也被稱作是「頭腦瑜伽」。今天一學生依照著禪繞畫的原理，將一邊長為 $\sqrt{3}$ 的正三角形 $A_1B_1C_1$ ，以外心 O 為旋轉中心，逆時針旋轉 30 度並將邊長縮小為 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍(即



$\angle A_1OA_2 = 30^\circ$ ， $\overline{A_2B_2} = 1$)，使新的正三角形 $A_2B_2C_2$ 能內接於原三角形 $A_1B_1C_1$ 內。以此模式操作，作出正三角形 $A_3B_3C_3$ 。則線段 A_1A_3 的長度為下列哪一個選項？(1) $\frac{2}{3}$

- (2) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (4) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (5) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

二、多選題(占 30 分)

7. 已知某班級共有 30 位學生，包含 20 位男同學及 10 位女同學，老師安排座位如右圖，其中第 1、2、3、4 行全部是男同學，第 5、6 行全部是女同學，灰色區塊是有近視的同學。試選出正確的選項。(1)若老師隨機派三位出公差，其中至少要有一名男生和一名女生，則其選法有 5600 種

	第 1 行	第 2 行	第 3 行	第 4 行	第 5 行	第 6 行
一						
二						
三						
四						
五						

(2)若老師隨機派兩位出公差，則此兩位同學都有近視的機率為 $\frac{26}{145}$

(3)若老師隨機派一位出公差，在已知該生是女同學的條件下，則她有近視的機率為 $\frac{1}{2}$

(4)若老師隨機派一位出公差，在已知該生有近視的條件下，則該生是女同學的機率為 $\frac{5}{13}$

(5)若老師隨機派一位出公差，設 A 表該生為女同學的事件， G 表該生有近視的事件，則 A 、 G 兩事件獨立

8. 下列哪些選項是正確的？

(1)兩函數 $y=2\sin x+1$ 與 $y=\frac{1}{2}\sin x$ 的週期相同 (2)函數 $y=1+2\sin 2x$ 的最大值為 3，最小值為 -1 (3)將函數 $y=\sin x$ 的圖形向左平移 π 單位，會與 $y=\sin(x-\pi)$ 的圖形重合 (4)函數 $y=\sin 2x$ 的圖形對稱於直線 $x=\frac{\pi}{2}$ (5)函數 $y=\sin(x-\frac{\pi}{2})$ 的圖形對稱於點 $(-\frac{\pi}{2},0)$

9. 觀察下列四組數據，試選出正確的選項。

$X: x_1=1, x_2=2, x_3=3, \dots, x_{20}=20$ $Y: y_1=101, y_2=102, y_3=103, \dots, y_{20}=120$

$Z: z_1=110, z_2=120, z_3=130, \dots, z_{20}=300$

$W: w_1=219, w_2=227, w_3=235, \dots, w_{20}=371$

(1) X 的標準差小於 Y 的標準差 (2) Z 的標準差大於 W 的標準差

(3) X 和 Y 的相關係數等於 X 和 Z 的相關係數 (4) Z 的第 3 四分位數等於 W 的第 1 四分位數

(5)將 4 從 X 中移除後， X 的第 13 百分位數會改變

10. 將一列 7 個小方格中最左邊的黑棋向右移動到最右邊的小方格，每次移動 1 格或 2 格，共有 m 種移動方法。假如選擇每一種移動方法的機會均等，且移動次數 n 次的機率為 P_n ，「移動次數」的期望值為 E



次，試選出正確的選項。(1) $m=13$ (2) $P_3=\frac{2}{13}$ (3) $P_4=\frac{5}{13}$ (4) $P_4 < P_5$ (5) $E=\frac{58}{13}$

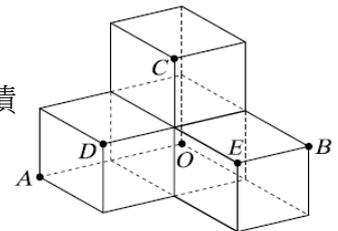
11. 坐標平面上圓 $C: x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 及一直線 $L: 4x - 3y + 12 = 0$ 。若直線 L 與 x 軸、 y 軸所圍成三角形區域(內部含邊界)為 S ，試選出正確的選項。

(1)圓 C 的圓心坐標為 $(1, -1)$ (2)圓 C 的面積為 4π (3)圓 C 與直線 L 所截弦長為 $\sqrt{3}$

(4)與直線 L 、 x 軸和 y 軸皆相切的所有圓中，半徑最小為 1

(5)區域 S 有 11 個格子點(x, y 坐標皆為整數的點)

12. 利用邊長為 1 公分的正立方體小積木進行模型堆疊，已知此模型是第一層用一塊積木，第二層用三塊積木所堆疊而成的立體模型，如右圖，試選出正確的選項。(1)此立體模型的表面積



為 18 平方公分 (2) \overline{AB} 長度等於 3 公分

(3)此模型上恰有 2 個頂點到 A 點的距離為 3 公分

(4)若將此模型翻轉，將頂點 C 、 D 、 E 置於桌面上，則頂點 O 到桌面的距離為 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(5)從 A 點沿模型表面走到 B 點的最短距離小於 3.5 公分

三、選填題(占 25 分)

13. 設 x, y 為兩正實數，且滿足 $x^2y^3 = \sqrt[3]{10000}$ 及 $2\log x^3y = 1$ ，則 $\log y =$ _____。
(化為最簡分數)

14. 已知一數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = a_{n-1} + 2n, n \geq 2 \end{cases}$ ，則 $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}$ 的值為_____。

15. 某天七堂課(上午四堂，下午三堂)，其中國文、英文、數學、歷史、地理、體育、自主學習各一節，若體育課不排第一節及數學課必排上午，則此天課表共有_____種排法。

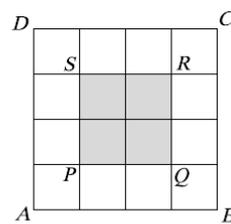
16. 某實係數多項式 $f(x)$ ，以 $x(x-1)$ 除之，其餘式為 $ax+3$ ；以 $x(x+1)$ 除之，其餘式為 $-3x+b$ ；以 x^2-1 除之，其餘式為 $-2x+4$ 。已知另一個實係數多項式 $g(x) = ax^2 + bx + c$ 且 $x+1$ 為 $g(x)$ 的因式，則 $c =$ _____。

17. 坐標平面上有一方程式為 $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$ 的透明圓形障礙物，有一獵物從坐標 $A(-6,0)$ 往 $\vec{v} = (-3,4)$ 的方向直線奔跑，若位於坐標 $B(4,0)$ 的獵人用雷射槍避開圓形障礙物於 C 點射擊到此獵物，則 \overline{AC} 的最小值為_____。

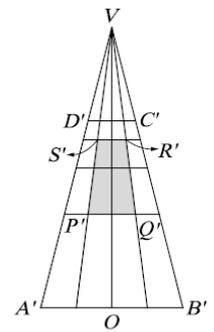
第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

如圖(一)之正方形農田是由 16 個小正方形組成，有一畫家利用單點透視法的概念，將圖(一)之農田畫入畫布如圖(二)，其中 V 為消失點， A' 、 B' 、 C' 、 D' 、 P' 、 Q' 、 R' 、 S' 分別對應圖(一)的點 A 、 B 、 C 、 D 、 P 、 Q 、 R 、 S 。已知線段 $A'B'$ 長為 12， V 到線段 $C'D'$ 、線段 $A'B'$ 的距離分別為 8、24，直線 OV 為線段 $A'B'$ 的中垂線。根據上述資料，試回答下列問題：



圖(一)



圖(二)

18. 如圖(二)，若以 O 為原點，設點 $B'(6,0)$ ， $V(0,24)$ ，則下列哪一個選項為直線 $B'D'$ 的方程式？(單選題，4 分)

(1) $y = -x + 6$ (2) $y = -2x + 12$ (3) $y = \frac{-4}{3}x + 8$ (4) $y = \frac{-4}{5}x + \frac{24}{5}$

(5) $y = \frac{-8}{5}x + \frac{48}{5}$

19. 承第 18. 題，試求出圖(二)中，點 S' 的坐標。(非選擇題，4 分)

20. 試求出圖(二)中，鋪色田地 $P'Q'R'S'$ 的面積。(非選擇題，7 分)

**RB427 臺北區 112 學年度第一學期第一次學測模擬考
數學 B(112-B1)**

參考答案

選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (1) 4. (5) 5. (5) 6. (4) 7. (2)(3)(4) 8. (1)(2)(3)(5) 9. (2)(3)(4)
10. (1)(5) 11. (2)(4)(5) 12. (1)(2)(3)(4)

選填題：13. $\frac{3}{7}$ 14. 400 15. 2520 16. 4 17. 10

混合題：18. (2) 19. $(-\frac{6}{5}, \frac{72}{5})$ 20. $\frac{512}{25}$