

112 年學科能力第六次模擬測驗數學 B(112-W6)

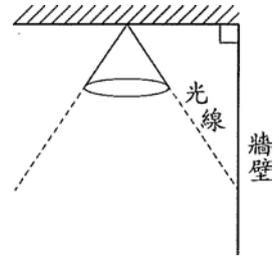
第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 35 分)

1. 下列七個數值： $\frac{-987}{13}$ ， $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{48}}$ ， $\sqrt{17-\sqrt{168}}$ ， $0.9\overline{87}$ ， $\frac{\pi}{3}$ ， $\sin\frac{7\pi}{6}$ ， $\log_2\sqrt{32}$ ，有幾個無理數？(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

2. 如右圖，天花板上裝有直圓錐罩的頂燈，當它朝正下方發光時，此時與天花板垂直的牆壁上被照亮區域的邊界截痕，是下列哪一種圖形的一部分？(1) 直線 (2) 圓 (3) 拋物線 (4) 橢圓 (5) 雙曲線。



3. 已知 $1 < x < 100$ ，則函數 $y = \sin x$ 的圖形與 x 軸有幾個交點？(1) 29 (2) 30 (3) 31 (4) 32 (5) 33

4. 某生物科技業業績持續成長，為激勵員工，公司高層於年初訂定一年後業績翻倍的目標。今有 A、B、C 三計畫，各季業績預定成長率如下表，

	A 計畫	B 計畫	C 計畫
第一季	20%	10%	50%
第二季	20%	10%	10%
第三季	20%	10%	10%
第四季	20%	50%	10%

請問 A、B、C 三計畫中哪個計畫可以達到一年後業績翻倍的目標？

(1) 僅有 A (2) 僅有 B (3) 僅有 C (4) 僅有 B、C (5) A、B、C

5. 日本的與那國島是最接近台灣的日本島嶼。為促進觀光，旅遊業者打算開發台灣蘇澳港到與那國島的遊艇直航旅程。已知蘇澳港位於北緯 24 度，東經 121.5 度；與那國島位於北緯 24 度，東經 122.6 度。假設地球是一個球體，半徑為 6400 公里，則遊艇從蘇澳港沿著北緯 24 度航線航行到與那國島的距離最接近下列哪一個選項？

(1) 100 公里 (2) 110 公里 (3) 120 公里 (4) 130 公里 (5) 140 公里

6. 下圖黑色部分是照相機鏡頭的遮光片，白色部分是光圈，用來控制鏡頭透光量的多寡，



在實務上可將光圈的形狀視為圓形。任兩個相鄰光圈之間，右邊光圈的透光量(面積)都是左邊光圈透光量的一半，當光圈直徑為 $\frac{1}{n}$ 時，將光圈值記為 n 。若

最左邊的光圈直徑為 1，則下列哪一個選項的值最接近最右邊相機鏡頭的光圈值？

($\sqrt{2} \approx 1.4$) (1) 2.8 (2) 4 (3) 4.8 (4) 5.6 (5) 6.4

7. 傳統認為換算狗年齡為人類年紀，只要乘以 7 即可。但加州大學聖地亞哥分校醫學院研究團隊發現，並非這麼簡單。這項研究採集約 100 隻拉布拉多幼犬及成犬的基因資料，研究結果顯示，狗年齡不直接等於人類年紀的 7 倍。研究結果發現，如果用 x 表示狗的年齡， y 代表人類年紀，則狗年齡 x 和人類年紀 y 的關係可大約以 $y = a \log x + b$ 來表示。若已知 3 歲的狗約相當於人類 48 歲，12 歲的狗約為人類的 72 歲，則一隻 8 歲的狗大約是人類多少歲？(1) 58 (2) 60 (3) 62 (4) 65 (5) 68

二、多選題(占 25 分)

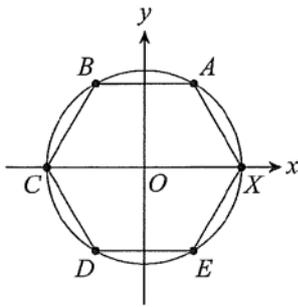
8. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 49 \\ 51 \end{bmatrix}$ ，矩陣 $B = [51 \ 49]$ ，試選出正確的選項。

- (1) AB 是 2×2 矩陣 (2) BA 不可乘 (3) 矩陣 AB 的各元中最大的數大於 2500
 (4) 矩陣 AB 的第一列和第二列成比例 (5) 矩陣 AB 的乘法反方陣不存在

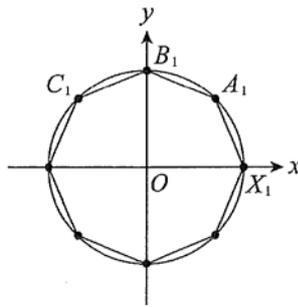
9. 為了解某大學女生的身高和體重的關係，抽樣調查了校內 100 位女生的身高 x (單位：公分)與體重 y (單位：公斤)，得到這 100 位女生的身高算術平均數為 158 公分。以 σ_x 表示這 100 位女生的身高標準差， σ_y 表示這 100 位女生的體重標準差，用最小平方法所求得體重對身高的迴歸直線方程式為 $y = 0.85x - 80.7$ 。試選出正確的選項。

- (1) x 與 y 必為正相關 (2) 這 100 位女生的體重算術平均數為 53.6 公斤
 (3) $\sigma_y = 0.85 \times \sigma_x$ (4) 若該大學女生身高增加 1 公分，可推論其體重約增加 0.85 公斤
 (5) 若該大學某女生身高為 158 公分，則其體重必為 53.6 公斤

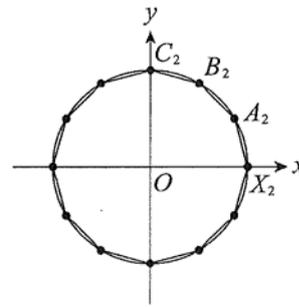
10. 向量內積可以應用在圖形辨識。下圖(一)的正六邊形 $XABCDE$ 是內建圖形，圖(二)的正八邊形和圖(三)的正十二邊形是要比對的特徵圖形，三個圖形都內接於半徑為 1 的圓 O 上。



圖(一)



圖(二)



圖(三)

比對程序如下：

①算出內建圖形的內積值 $c = \vec{OX} \cdot \vec{OA} + \vec{OX} \cdot \vec{OB} + \vec{OX} \cdot \vec{OC}$

②算出圖(二)特徵圖形的內積值 $i_1 = \vec{OX}_1 \cdot \vec{OA}_1 + \vec{OX}_1 \cdot \vec{OB}_1 + \vec{OX}_1 \cdot \vec{OC}_1$

算出圖(三)特徵圖形的內積值 $i_2 = \vec{OX}_2 \cdot \vec{OA}_2 + \vec{OX}_2 \cdot \vec{OB}_2 + \vec{OX}_2 \cdot \vec{OC}_2$

③計算 $|c - i_1|$ 和 $|c - i_2|$ 。計算後所得到的值越小代表差異量越小，也就是兩圖形相似度越高 試選出正確的選項。

- (1) 三個正多邊形面積比較，圖(三) > 圖(二) > 圖(一) (2) $c > 0$ (3) $i_1 > 0$
 (4) $i_2 > 0$ (5) 圖(二)和圖(一)的相似度超過圖(三)和圖(一)的相似度

11. 下列關於方程式 $|x+4| + |x-8| = k$ 的敘述，試選出正確的選項。

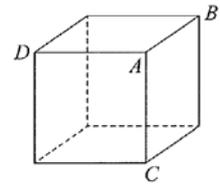
- (1) 當 $k = 3\pi$ 時，方程式有解 (2) 當 $k = 4\pi$ 時，方程式有解 (3) 當 $k = 5\pi$ 時，方程式有 2 個實數解 (4) 使得方程式有解的所有 k 值的最小值為 13 (5) 設 k 為 1 到 100 的正整數，則使得方程式有解的 k 值共有 88 個

12. 關於三次函數 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ ，試選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 圖形的對稱中心坐標為 (0,1) (2) $f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = 1$
 (3) $y = f(x)$ 的圖形在 $x = 1$ 處的一次近似直線會通過原點
 (4) 當 $x < 0$ 時， $f(x) > 0$ 恆成立 (5) $y = f(x)$ 的圖形和 x 軸至少有 1 個交點。

三、選填題(占 25 分)

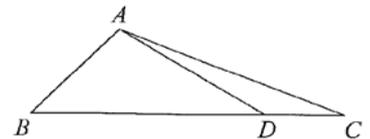
13. 在右圖的正立方體中，已知其個邊長為 $\sqrt{3}$ ，則 $\triangle BCD$ 的面積為_____。(化為最簡分數)



14. 某電子零件製造商擬出售 10 個電子零件，可能完全售出或完全被退回。其驗貨方式為「任意選取 2 個電子零件檢查，若檢查到有故障，則整批退回，否則即被接受。」已知每一電子零件成本為 700 元，售價為 990 元，且知此批電子零件中有 1 個是故障的。若整批被退回，則此製造商將損失全部成本，請問此製造商獲利的期望值為_____元。

15. 大數據資料顯示，每 100 個男生中有 5 個色盲者，而每 10000 個女生中有 25 個色盲者。今某城市針對 3000 個男生、2000 個女生進行色盲檢查後，若在所發現的所有色盲之中任選 1 人，則此人是男生的機率為_____元。(化為最簡分數)

16. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 45^\circ$ ， $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ，在 \overline{BC} 邊上取一點 D ，使得 $\cos \angle ADC = -\frac{4}{5}$ ，則 $\overline{AD} =$ _____。(化為最簡根式)



17. 圓 $(x-1)^2 + y^2 = 4$ 的圓心坐標為 O ，直線 $x + ky + 1 = 0$ 與此圓交於 P 、 Q 兩點，則滿足 $\triangle POQ$ 的面積等於 $\frac{8}{5}$ 之最小 k 值為_____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

小英參加三燈獎歌唱比賽初賽，共有甲、乙、丙、丁、戊五位評審，評審評分認為唱得好給 3 顆燈，普通給 2 顆燈，不好給 1 顆燈，且每位評審必須在唱得好、普通、不好三個等級中給予一種評分，總燈數至少達到 12 顆才能晉級複賽。根據上述，試回答下列問題。

18. 五位評審給參賽者的總燈數有多少種可能？(單選題，3 分)
 (1) 9 (2) 10 (3) 11 (4) 12 (5) 13

19. 試選出正確的選項。(多選題，5 分)

- (1) 小英的總燈數可能為 10 顆燈 (2) 小英的總燈數不可能為 14 顆燈
 (3) 至少有 2 位評審給 3 顆燈，小英才能晉級複賽
 (4) 五位評審所有評分的方式共有 125 種 (5) 甲評審堅持不給參賽者 3 顆燈，乙評審堅持不給參賽者 1 顆燈，則五位評審的所有可能評分方式共有 108 種

20. 如果小英得到的總燈數有 8 顆燈，則五位評審給的燈數有多少種可能方式？
 (非選擇題，7 分)

RB428 112 年學科能力第六次模擬測驗數學 B(112-W6)

參考答案

選擇題：1. (3) 2. (5) 3. (3) 4. (1) 5. (2) 6. (4) 7. (4) 8. (1)(3)(4)(5) 9. (1)(2)(4)
10. (1)(4)(5) 11. (2)(3) 12. (3)(4)(5)

選填題：13. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 14. 920 15. $\frac{30}{31}$ 16. $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ 17. -2

混合題：18. (3) 19. (1)(3)(5) 20. 30