

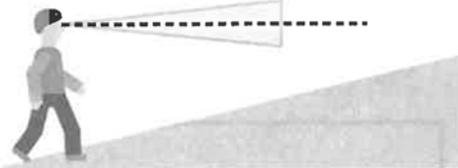
# 全國公立高中 113 學年度第四次學測模擬考數學 B(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



## 一、單選題(占 30 分)

1. 小雞戴著頭燈於夜晚爬山，如圖(1)。已知頭燈的燈光形成直圓錐狀，其直圓錐的軸與母線夾角為  $10^\circ$ ，若小雞的身高為 160 公分，當他走在坡度為  $15^\circ$  的上坡路且燈光的軸為水平線時，求燈光在坡面上照亮區域所形成的邊界是哪個圓錐曲線的一部分？



(1)圓 (2)橢圓 (3)拋物線 (4)雙曲線 (5)條件不足，無法判斷 圖(1)

2. 若現在時間為中午 12 點整，經過若干時間後，時鐘上的時針與分針將第一次重疊在一起，試問此時時針與中午 12 點時的時針，所夾之銳角  $\theta$  為多少弧度？

(1)  $\frac{1}{7}\pi$  (2)  $\frac{1}{6}\pi$  (3)  $\frac{2}{11}\pi$  (4)  $\frac{2}{9}\pi$  (5)  $\frac{1}{5}\pi$

3. 試問當  $-2\pi \leq x \leq 2\pi$  時，有多少個實數  $x$  滿足方程式  $\sin 3x = 3 \sin x$  (已知當  $0 < x < \frac{\pi}{6}$  時，無實數解)。(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 10 個以上

4. 設  $x$  與  $y$  的關係式為  $y = 8 \log\left(\frac{x}{3}\right)^2$ ，且當  $x = x_1$ 、 $x_2$  時，其對應的  $y$  值分別為  $y_1$ 、 $y_2$ ，其中  $x_1$ 、 $x_2$  為正實數，若  $x_2 = 9x_1$ ，則對於  $y_1$ 、 $y_2$  的關係，試選出正確的選項。

(1)  $y_2 = 9y_1$  (2)  $y_2 = 8 \log(9y_1)$  (3)  $y_2 = 8y_1 - 2 \log 3$   
 (4)  $y_2 = y_1 + 32 \log 3$  (5)  $y_2 = y_1 + 2 \log 3$

5. 臺灣大約位於東經 120 度北緯 24 度，而在同緯度的地球另一側，即西經 60 度北緯 24 度，恰好為有名的百慕達三角。今有半徑 12 公分的地球儀，令  $A$  點為東經 120 度北緯 24 度、 $B$  點為西經 60 度北緯 24 度，試問在球面上  $A$ 、 $B$  點的最短距離為幾公分？

(1)  $\frac{44}{5}\pi$  (2)  $12\pi \times \cos 24^\circ$  (3)  $12\pi \times \sin 24^\circ$  (4)  $12\pi$  (5)  $24\pi$

6. 不等式  $\begin{cases} |x-n| < a \\ |x-n| > b \end{cases}$ ，其中  $n$  為整數， $a$ 、 $b$  為正實數且  $a > b$ 。已知此不等式共有 10 個整數解，試求  $a-b$  的最大值。(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

## 二、多選題(占 25 分)

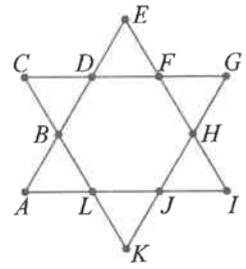
7. 在物理及化學實驗中，常常對實驗數據進行函數變換，以方便觀察資料的關係。表(1)的  $X$ 、 $Y$  為原始實驗數據，觀察  $Y$  的數據後，實驗人員以  $Z = \log_2 Y$  進行函數變換，試選出正確的選項。

表(1)

$X$	1	2	4	8	10
$Y$	$\sqrt{2}$	2	4	16	32

- (1)  $X$ 、 $Y$  的相關係數等於  $X$ 、 $Z$  的相關係數 (2)  $X$ 、 $Z$  為完全正相關  
 (3) 令  $Y$  的標準差為  $\sigma_Y$ ， $Z$  的標準差為  $\sigma_Z$ ，則  $\sigma_Z = \log_2 \sigma_Y$   
 (4)  $X$  的標準差  $\sigma_X$  為  $2\sqrt{3}$  (5)  $Z$  對  $X$  的最適直線(迴歸直線)為  $Z = 0.5X$
8. 令三次函數  $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 3ax - a$ ，一次函數  $g(x) = b(x-2) + 1$ ，已知  $f(x)$  的圖形對稱中心的  $x$  坐標為 2，試選出正確的選項。(1)  $a = 3$  (2)  $a = -3$  (3)  $f(x)$  的圖形對稱中心的  $y$  坐標為  $-1$  (4) 當  $b = 4$  時，則方程式  $y = f(x) + g(x)$  的圖形與  $x$  軸恰有一個交點 (5) 當  $b = 1$  時，則方程式  $y = f(x) + g(x)$  的圖形與  $x$  軸恰有三個交點

9. 六角星又名大衛之星，為猶太教的標示之一，因其對稱的美感，也經常出現在許多圖騰上，甚至在 1 美元鈔票上也能找到它的蹤影。如圖(2)，此六角星的六個稜角是邊長為 1 的正三角形所組成，中間則是邊長為 1 的正六邊形，試選出正確的選項。

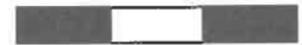


圖(2)

- (1)  $\vec{AF} = \vec{AE} + \vec{EF}$  (2)  $\vec{AF} = 2\vec{AB} + \vec{AL}$  (3)  $\vec{AB} \cdot \vec{AL} = 1$   
 (4)  $\vec{EF} \cdot \vec{AG} = 0$  (5)  $\vec{AF} \cdot \vec{AG} = 10$

10. 康托爾集(Cantor set)為德國數學家格奧爾格·康托爾引入，由於具有許多特殊性質，為高等數學常見的範例。生成規則如下：

第一步驟從線段  $[0,1]$  去除中間三分之一，留下  $\left[0, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, 1\right]$ ，



圖(3)

即圖(3)。第二步驟再去除所有線段中間三分之一，留下

$\left[0, \frac{1}{9}\right] \cup \left[\frac{2}{9}, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, \frac{7}{9}\right] \cup \left[\frac{8}{9}, 1\right]$ ，即圖(4)。不斷重複以上步驟。令  $E_n$  為經過  $n$  次步驟後，其集合中所有線段長的總和，試選出正確的選項。



圖(4)

- (1) 經過 3 次步驟後，共有 8 個線段 (2) 經過 5 次步驟後，每段線段長度為  $\frac{1}{32}$

- (3)  $E_n$  的遞迴關係式為 
$$\begin{cases} E_1 = \frac{2}{3} \\ E_n = \frac{2}{3} E_{n-1}, \text{ 當 } n \geq 2 \end{cases}$$
 (4) 當  $n \geq 6$  時， $E_n < \frac{1}{10}$ ，其中  $n$  為正整數

- (5)  $E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 = \frac{211}{81}$

11. 娛樂節目正進行點燈遊戲，其規則如下：在  $4 \times 4$  方陣內，每格放入編號 1~16 的燈泡，遊戲開始時所有燈泡皆熄滅，如圖(5)所示。當主持人隨機抽取一個號碼後，該號碼及該號碼之同行或同列燈泡，若原為熄燈狀態則點亮，若原為亮燈狀態則熄滅。舉例來說，當主持人抽中 3 號，則 1、2、3、4、7、11、15 號燈泡即亮燈，如圖(6)所示，維持此狀態下再抽中 8 號，則 5、6、8、12、16 號燈泡即亮燈；4、7 號燈泡即熄滅，如圖(7)所示。遊戲開始時，主持人依序隨機抽取 3 個相異號碼後，試選出正確的選項。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

圖(5)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

圖(6)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

圖(7)

- (1) 若主持人依序抽中 1、10、15，則 9 號燈泡為亮燈狀態 (2) 若主持人依序抽中 5、11、13，則 9 號燈泡為熄滅狀態 (3) 共有  $P_3^7$  種方法，使得 9 號燈泡在遊戲過程中，先亮燈後又熄滅，最後又亮燈 (4) 共有  $P_1^7 \times C_2^9$  種方法，使得 9 號燈泡在主持人抽取第 1 個號碼亮燈後，維持亮燈狀態到最後 (5) 共有 1722 種方法數使 9 號燈泡最後為亮燈狀態

### 三、選填題(占 30 分)

12. 小鴨不小心將藍芽耳機遺失在一片毫無障礙物的草地上，已知藍芽耳機收訊距離為定值，小鴨找出藍芽耳機的方法如下：以出發地為原點，令東方為正  $x$  軸、北方為正  $y$  軸，首先確認藍芽耳機在收訊範圍內，接著向東方前進 14 公尺抵達 A 點後，發現在收訊範圍邊界上。由 A 點向北方走則恢復收訊，且從 A 點往北方前進 10 公尺抵達 B 點後，發現在

收訊範圍邊界上。最後由  $B$  點出發，向西方前進 24 公尺抵達  $C$  點後，發現在收訊範圍邊界上。以  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點推算藍芽耳機位置，若藍芽耳機收訊範圍可由不等式

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 \leq m \text{ 來表示，試求數組 } (h, k, m) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

13. 令正四面體  $A-BCD$  邊長為 6，已知點  $E$  在  $\overline{AB}$  上，點  $F$  在  $\overline{AC}$  上， $\overline{AE} = \overline{AF} = 2$ ，試求三角形  $EFD$  的面積 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 設  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ， $X$ 、 $Y$  為二階方陣滿足  $X + Y = I_2$ ，其中  $I_2$  為二階單位方陣，已知  $A = 5X - 2Y$ ，試求  $X^{2024} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 投擲一個不公正的硬幣，出現正面的機率為  $\frac{2}{3}$ ，反面的機率為  $\frac{1}{3}$ ，若出現正面，則自 1 到 8 的 8 個自然數中任取 1 數，若出現反面，則自 1 至 11 的 11 個自然數中任取 1 數，若投擲硬幣兩次，取出的數字乘積為奇數的機率 =  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 便利商店推出年中慶摸摸樂活動，每投 20 元可以玩 1 次，摸彩箱內共有 3 種顏色的球，摸中白球時玩家獲得 0 元，摸中紅球時玩家獲得 20 元，摸中藍球時玩家可獲得 100 元，已知箱子內共有 40 顆球，白球共有 20 顆，若希望讓玩家每玩 10 次，店家期望值可以獲利 60 元，則藍球應擺放  $\underline{\hspace{2cm}}$  顆。

17. 根據 2022 年國外研究，使用 AI 智慧醫療儀器，協助醫師進行大腸鏡檢查，能夠有效提高瘻肉的偵測率，提前治療有助於降低大腸癌的發生。透過 AI 大腸鏡系統輔助換水大腸鏡檢查，目前瘻肉偵測率(陽性反應)已高達 98%，假陽性誤判率降低至 0.3%，已知 50-69 歲成人，每 30 人就有一人有大腸瘻肉，若從此區間的成人中任選 1 人檢查，經 AI 智慧醫療儀器輔佐檢查呈現陽性，則此人腸道中確實有瘻肉的機率為  $\underline{\hspace{2cm}}$  %。(四捨五入至小數以下第二位)

## 第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

### 18-20 題為題組

在臺灣買車，無論進口或是國產車都會發現車價偏高，車價高的原因並非車廠定價過高，而是來自各種稅務的加總，從進口關稅、貨物稅、營業稅等，例如買一輛 2001cc 以上的進口車，需要課上超過六成的稅，相當驚人。

基本上，稅額 = 稅基 × 稅率，稅基為完稅價格。進口汽車之各稅目租稅負擔及稅率如下：

(一) 進口稅 = 關稅完稅價格 × 進口車關稅稅率(17.5%)。

(二) 貨物稅 = (關稅完稅價格 + 進口稅) × 貨物稅稅率(25% 或 30%)

進口車排氣量 2,000cc 以下者為 25%；進口車排氣量 2,001cc 以上者為 30%。

(三) 營業稅 = (關稅完稅價格 + 進口稅 + 貨物稅) × 營業稅稅率(5%)。

(四) 奢侈稅 = (關稅完稅價格 + 進口稅 + 貨物稅 + 營業稅) × 奢侈稅稅率(10%)

僅限奢侈稅完稅價格超過 300 萬元者，而「奢侈稅完稅價格=關稅完稅價格+進口稅+貨物稅+營業稅」。

(五)總計(進口車含稅成本，不含車商利潤)

=關稅完稅價格+進口稅+貨物稅+營業稅+奢侈稅。

為了達成節能減碳目標，鼓勵民眾購買電動車，2025 年 12 月 31 日前購買完全以電能為動力的新電動小客車，依貨物稅條例第 12 條第 4 項規定及財政公告標準，關稅完稅價格在 140 萬元以下之電動車，免徵貨物稅；關稅完稅價格超過 140 萬元者，貨物稅稅率減半徵收。(註：電動車排氣量由馬達馬力換算得來)

18.若欲購買一輛關稅完稅價格為 200 萬元的進口電動車，其排氣量為 2,001cc 以上，試問這輛車要課的貨物稅為何？(單選題，4 分)

- (1)5.25 萬元 (2)35.25 萬元 (3)70.5 萬元 (4)270.25 萬元 (5)305.5 萬元

19.試問一輛關稅完稅價格為 200 萬元的進口電動車，其排氣量為 2,001cc 以上，其含稅成本總計為何？(單選題，4 分) (1)275.25 萬元 (2)283.7625 萬元 (3)312.13875 萬元 (4)320.775 萬元 (5)352.8525 萬元

20.試問欲購買關稅完稅價格同樣為 200 萬元的進口車及進口電動車，其排氣量皆為 2,001cc 以上，兩輛車課完稅後的差額為多少？(非選擇題，7 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\sqrt{10} \approx 3.162$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

## RB429 全國公私立高中 113 學年度第四次學測模擬考數學 B(南一)

### 參考答案

選擇題：1. (2) 2. (3) 3. (2) 4. (4) 5. (1) 6. (5) 7. (2)(4)(5) 8. (1)(3)(4)(5)

9. (1)(2)(4) 10. (1)(3)(4) 11. (3)(5)

選填題：12. (2,5,169) 13.  $3\sqrt{3}$  14.  $\frac{1}{7} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  15.  $\frac{289}{1089}$  16. 2 17. 92%

混合題：18. (2) 19. (2) 20. 69.09 萬元整