

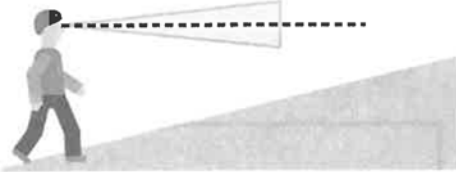
全國公立高中 113 學年度第四次學測模擬考數學 B(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 小雞戴著頭燈於夜晚爬山，如圖(1)。已知頭燈的燈光形成直圓錐狀，其直圓錐的軸與母線夾角為 10° ，若小雞的身高為 160 公分，當他走在坡度為 15° 的上坡路且燈光的軸為水平線時，求燈光在坡面上照亮區域所形成的邊界是哪個圓錐曲線的一部分？



(1)圓 (2)橢圓 (3)拋物線 (4)雙曲線 (5)條件不足，無法判斷 圖(1)

2. 若現在時間為中午 12 點整，經過若干時間後，時鐘上的時針與分針將第一次重疊在一起，試問此時時針與中午 12 點時的時針，所夾之銳角 θ 為多少弧度？

(1) $\frac{1}{7}\pi$ (2) $\frac{1}{6}\pi$ (3) $\frac{2}{11}\pi$ (4) $\frac{2}{9}\pi$ (5) $\frac{1}{5}\pi$

3. 試問當 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ 時，有多少個實數 x 滿足方程式 $\sin 3x = 3 \sin x$ (已知當 $0 < x < \frac{\pi}{6}$ 時，無實數解)。(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 10 個以上

4. 設 x 與 y 的關係式為 $y = 8 \log\left(\frac{x}{3}\right)^2$ ，且當 $x = x_1$ 、 x_2 時，其對應的 y 值分別為 y_1 、 y_2 ，其中 x_1 、 x_2 為正實數，若 $x_2 = 9x_1$ ，則對於 y_1 、 y_2 的關係，試選出正確的選項。

(1) $y_2 = 9y_1$ (2) $y_2 = 8 \log(9y_1)$ (3) $y_2 = 8y_1 - 2 \log 3$
 (4) $y_2 = y_1 + 32 \log 3$ (5) $y_2 = y_1 + 2 \log 3$

5. 臺灣大約位於東經 120 度北緯 24 度，而在同緯度的地球另一側，即西經 60 度北緯 24 度，恰好為有名的百慕達三角。今有半徑 12 公分的地球儀，令 A 點為東經 120 度北緯 24 度、 B 點為西經 60 度北緯 24 度，試問在球面上 A 、 B 點的最短距離為幾公分？

(1) $\frac{44}{5}\pi$ (2) $12\pi \times \cos 24^\circ$ (3) $12\pi \times \sin 24^\circ$ (4) 12π (5) 24π

6. 不等式 $\begin{cases} |x-n| < a \\ |x-n| > b \end{cases}$ ，其中 n 為整數， a 、 b 為正實數且 $a > b$ 。已知此不等式共有 10 個整數解，試求 $a-b$ 的最大值。(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

二、多選題(占 25 分)

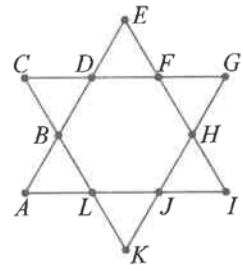
7. 在物理及化學實驗中，常常對實驗數據進行函數變換，以方便觀察資料的關係。表(1)的 X 、 Y 為原始實驗數據，觀察 Y 的數據後，實驗人員以 $Z = \log_2 Y$ 進行函數變換，試選出正確的選項。

表(1)

X	1	2	4	8	10
Y	$\sqrt{2}$	2	4	16	32

- (1) X 、 Y 的相關係數等於 X 、 Z 的相關係數 (2) X 、 Z 為完全正相關
 (3) 令 Y 的標準差為 σ_Y ， Z 的標準差為 σ_Z ，則 $\sigma_Z = \log_2 \sigma_Y$
 (4) X 的標準差 σ_X 為 $2\sqrt{3}$ (5) Z 對 X 的最適直線(迴歸直線)為 $Z = 0.5X$
8. 令三次函數 $f(x) = x^3 - 2ax^2 + 3ax - a$ ，一次函數 $g(x) = b(x-2) + 1$ ，已知 $f(x)$ 的圖形對稱中心的 x 坐標為 2，試選出正確的選項。(1) $a = 3$ (2) $a = -3$ (3) $f(x)$ 的圖形對稱中心的 y 坐標為 -1 (4) 當 $b = 4$ 時，則方程式 $y = f(x) + g(x)$ 的圖形與 x 軸恰有一個交點 (5) 當 $b = 1$ 時，則方程式 $y = f(x) + g(x)$ 的圖形與 x 軸恰有三個交點

9. 六角星又名大衛之星，為猶太教的標示之一，因其對稱的美感，也經常出現在許多圖騰上，甚至在 1 美元鈔票上也能找到它的蹤影。如圖(2)，此六角星的六個稜角是邊長為 1 的正三角形所組成，中間則是邊長為 1 的正六邊形，試選出正確的選項。

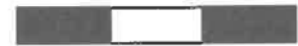


圖(2)

- (1) $\vec{AF} = \vec{AE} + \vec{EF}$ (2) $\vec{AF} = 2\vec{AB} + \vec{AL}$ (3) $\vec{AB} \cdot \vec{AL} = 1$
 (4) $\vec{EF} \cdot \vec{AG} = 0$ (5) $\vec{AF} \cdot \vec{AG} = 10$

10. 康托爾集(Cantor set)為德國數學家格奧爾格·康托爾引入，由於具有許多特殊性質，為高等數學常見的範例。生成規則如下：

第一步驟從線段 $[0,1]$ 去除中間三分之一，留下 $\left[0, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, 1\right]$ ，



圖(3)

即圖(3)。第二步驟再去除所有線段中間三分之一，留下

$\left[0, \frac{1}{9}\right] \cup \left[\frac{2}{9}, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, \frac{7}{9}\right] \cup \left[\frac{8}{9}, 1\right]$ ，即圖(4)。不斷重複以上步驟。令 E_n 為經過 n 次步驟後，其集合中所有線段長的總和，試選出正確的選項。



圖(4)

- (1) 經過 3 次步驟後，共有 8 個線段 (2) 經過 5 次步驟後，每段線段長度為 $\frac{1}{32}$

- (3) E_n 的遞迴關係式為 $\begin{cases} E_1 = \frac{2}{3} \\ E_n = \frac{2}{3} E_{n-1}, \text{ 當 } n \geq 2 \end{cases}$ (4) 當 $n \geq 6$ 時， $E_n < \frac{1}{10}$ ，其中 n 為正整數

- (5) $E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 = \frac{211}{81}$

11. 娛樂節目正進行點燈遊戲，其規則如下：在 4×4 方陣內，每格放入編號 1~16 的燈泡，遊戲開始時所有燈泡皆熄滅，如圖(5)所示。當主持人隨機抽取一個號碼後，該號碼及該號碼之同行或同列燈泡，若原為熄燈狀態則點亮，若原為亮燈狀態則熄滅。舉例來說，當主持人抽中 3 號，則 1、2、3、4、7、11、15 號燈泡即亮燈，如圖(6)所示，維持此狀態下再抽中 8 號，則 5、6、8、12、16 號燈泡即亮燈；4、7 號燈泡即熄滅，如圖(7)所示。遊戲開始時，主持人依序隨機抽取 3 個相異號碼後，試選出正確的選項。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

圖(5)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

圖(6)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

圖(7)

- (1) 若主持人依序抽中 1、10、15，則 9 號燈泡為亮燈狀態 (2) 若主持人依序抽中 5、11、13，則 9 號燈泡為熄滅狀態 (3) 共有 P_3^7 種方法，使得 9 號燈泡在遊戲過程中，先亮燈後又熄滅，最後又亮燈 (4) 共有 $P_1^7 \times C_2^9$ 種方法，使得 9 號燈泡在主持人抽取第 1 個號碼亮燈後，維持亮燈狀態到最後 (5) 共有 1722 種方法數使 9 號燈泡最後為亮燈狀態

三、選填題(占 30 分)

12. 小鴨不小心將藍芽耳機遺失在一片毫無障礙物的草地上，已知藍芽耳機收訊距離為定值，小鴨找出藍芽耳機的方法如下：以出發地為原點，令東方為正 x 軸、北方為正 y 軸，首先確認藍芽耳機在收訊範圍內，接著向東方前進 14 公尺抵達 A 點後，發現在收訊範圍邊界上。由 A 點向北方走則恢復收訊，且從 A 點往北方前進 10 公尺抵達 B 點後，發現在

收訊範圍邊界上。最後由 B 點出發，向西方前進 24 公尺抵達 C 點後，發現在收訊範圍邊界上。以 A 、 B 、 C 三點推算藍芽耳機位置，若藍芽耳機收訊範圍可由不等式

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 \leq m \text{ 來表示，試求數組 } (h, k, m) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

13. 令正四面體 $A-BCD$ 邊長為 6，已知點 E 在 \overline{AB} 上，點 F 在 \overline{AC} 上， $\overline{AE} = \overline{AF} = 2$ ，試求三角形 EFD 的面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ， X 、 Y 為二階方陣滿足 $X + Y = I_2$ ，其中 I_2 為二階單位方陣，已知 $A = 5X - 2Y$ ，試求 $X^{2024} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 投擲一個不公正的硬幣，出現正面的機率為 $\frac{2}{3}$ ，反面的機率為 $\frac{1}{3}$ ，若出現正面，則自 1 到 8 的 8 個自然數中任取 1 數，若出現反面，則自 1 至 11 的 11 個自然數中任取 1 數，若投擲硬幣兩次，取出的數字乘積為奇數的機率 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 便利商店推出年中慶摸摸樂活動，每投 20 元可以玩 1 次，摸彩箱內共有 3 種顏色的球，摸中白球時玩家獲得 0 元，摸中紅球時玩家獲得 20 元，摸中藍球時玩家可獲得 100 元，已知箱子內共有 40 顆球，白球共有 20 顆，若希望讓玩家每玩 10 次，店家期望值可以獲利 60 元，則藍球應擺放 $\underline{\hspace{2cm}}$ 顆。

17. 根據 2022 年國外研究，使用 AI 智慧醫療儀器，協助醫師進行大腸鏡檢查，能夠有效提高瘻肉的偵測率，提前治療有助於降低大腸癌的發生。透過 AI 大腸鏡系統輔助換水大腸鏡檢查，目前瘻肉偵測率(陽性反應)已高達 98%，假陽性誤判率降低至 0.3%，已知 50-69 歲成人，每 30 人就有一人有大腸瘻肉，若從此區間的成人中任選 1 人檢查，經 AI 智慧醫療儀器輔佐檢查呈現陽性，則此人腸道中確實有瘻肉的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ %。(四捨五入至小數以下第二位)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

在臺灣買車，無論進口或是國產車都會發現車價偏高，車價高的原因並非車廠定價過高，而是來自各種稅務的加總，從進口關稅、貨物稅、營業稅等，例如買一輛 2001cc 以上的進口車，需要課上超過六成的稅，相當驚人。

基本上，稅額 = 稅基 × 稅率，稅基為完稅價格。進口汽車之各稅目租稅負擔及稅率如下：

(一) 進口稅 = 關稅完稅價格 × 進口車關稅稅率(17.5%)。

(二) 貨物稅 = (關稅完稅價格 + 進口稅) × 貨物稅稅率(25% 或 30%)

進口車排氣量 2,000cc 以下者為 25%；進口車排氣量 2,001cc 以上者為 30%。

(三) 營業稅 = (關稅完稅價格 + 進口稅 + 貨物稅) × 營業稅稅率(5%)。

(四) 奢侈稅 = (關稅完稅價格 + 進口稅 + 貨物稅 + 營業稅) × 奢侈稅稅率(10%)

僅限奢侈稅完稅價格超過 300 萬元者，而「奢侈稅完稅價格=關稅完稅價格+進口稅+貨物稅+營業稅」。

(五)總計(進口車含稅成本，不含車商利潤)

=關稅完稅價格+進口稅+貨物稅+營業稅+奢侈稅。

為了達成節能減碳目標，鼓勵民眾購買電動車，2025 年 12 月 31 日前購買完全以電能為動力的新電動小客車，依貨物稅條例第 12 條第 4 項規定及財政公告標準，關稅完稅價格在 140 萬元以下之電動車，免徵貨物稅；關稅完稅價格超過 140 萬元者，貨物稅稅率減半徵收。(註：電動車排氣量由馬達馬力換算得來)

18.若欲購買一輛關稅完稅價格為 200 萬元的進口電動車，其排氣量為 2,001cc 以上，試問這輛車要課的貨物稅為何？(單選題，4 分)

- (1)5.25 萬元 (2)35.25 萬元 (3)70.5 萬元 (4)270.25 萬元 (5)305.5 萬元

19.試問一輛關稅完稅價格為 200 萬元的進口電動車，其排氣量為 2,001cc 以上，其含稅成本總計為何？(單選題，4 分) (1)275.25 萬元 (2)283.7625 萬元 (3)312.13875 萬元 (4)320.775 萬元 (5)352.8525 萬元

20.試問欲購買關稅完稅價格同樣為 200 萬元的進口車及進口電動車，其排氣量皆為 2,001cc 以上，兩輛車課完稅後的差額為多少？(非選擇題，7 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\sqrt{10} \approx 3.162$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

RB429 全國公私立高中 113 學年度第四次學測模擬考數學 B(南一)

參考答案

選擇題：1. (2) 2. (3) 3. (2) 4. (4) 5. (1) 6. (5) 7. (2)(4)(5) 8. (1)(3)(4)(5)

9. (1)(2)(4) 10. (1)(3)(4) 11. (3)(5)

選填題：12. (2,5,169) 13. $3\sqrt{3}$ 14. $\frac{1}{7} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 15. $\frac{289}{1089}$ 16. 2 17. 92%

混合題：18. (2) 19. (2) 20. 69.09 萬元整