

全國公立高中 114 學年度第四次學測模擬考數學 B(南一)

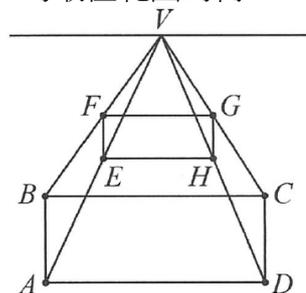
第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 35 分)

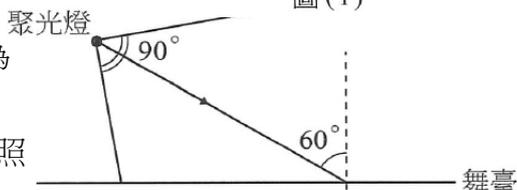
1. 若不等式 $|3x - a| < 4$ 的解集中只有含 1、2、3 三個整數，試問 a 的取值範圍為何？
 (1) $1 < a < 3$ (2) $2 < a < 4$ (3) $3 < a < 5$ (4) $4 < a < 6$ (5) $5 < a < 7$

2. 某人利用單點透視法繪製一個長方體如圖(1)，消失點為 V 點，其中兩稜邊 \overline{AE} 、 \overline{BF} 分別落在直線 $y = 2x - 5$ 、 $y = x + 2$ 上， $A(-2, -9)$ ，且四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $EFGH$ 面積比為 9 : 4，試問 E 點坐標為何？ (1) (1, -3) (2) (2, -1) (3) (3, 1)



圖(1)

3. 已知某一演唱會的聚光燈所照射的光線為直圓錐狀且直圓錐的軸為聚光燈照射的方向，光發散的夾角為 90° ，如圖(2)所示。設該聚光燈照射的方向與垂直於舞臺的直線夾角為 60° ，且舞臺足夠大，試問聚光燈照在舞臺上的光線邊緣為下列哪種圖形的一部份？



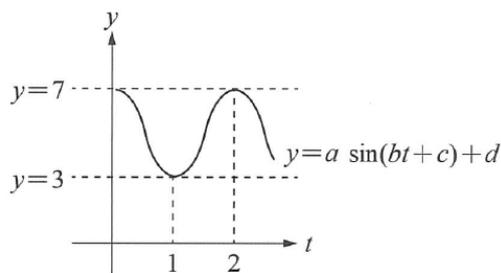
圖(2)

- (1) 圓形 (2) 橢圓 (3) 拋物線 (4) 雙曲線 (5) 兩相交直線

4. 大屋頂環(the Grand Ring)是 2025 年世界博覽會(大阪·關西世博)的一座圓形建築物。作為大阪世博象徵性的建築，高 12 至 22 公尺、寬約 30 公尺，屋頂圓環總周長約為 2 公里，其規模已獲得金氏世界紀錄認證為世界最大規模的木構建築。小明到大阪世博參觀時發現現場有兩根一長一短垂直地面支撐大屋頂環的木樁，已知兩根木樁相距 30 公尺，從短木樁底部看向長木樁頂部的仰角為 35° ，由長木樁底部看向短木樁頂部的仰角為 24° ，試問兩根木樁的長度相差幾公尺？ (1) $30(\sin 35^\circ - \sin 24^\circ)$ (2) $30(\tan 35^\circ - \tan 24^\circ)$

- (3) $30(\cos 24^\circ - \cos 35^\circ)$ (4) $30\left(\frac{1}{\sin 24^\circ} - \frac{1}{\sin 35^\circ}\right)$ (5) $30\left(\frac{1}{\tan 24^\circ} - \frac{1}{\tan 35^\circ}\right)$

5. 單擺實驗中，在僅受到重力與張力的作用下，單擺將不斷的往返擺動，動位能之間相互轉換，呈現力學能守恆的狀態。若某一單擺距離桌面的高度 y (公分)與單擺運動的時間 t (秒)之關係如圖(3)，可用函數表示為 $y = a \sin(bt + c) + d$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 \leq c < 2\pi$



圖(3)

- ，試選出正確的選項。(1) $a=4$ (2) $b=6c$ (3) $d=5$

- (4) 單擺擺動的週期為 1 秒 (5) 在第 6 秒時，單擺距離桌面最近

6. 設 $\vec{a} = (1, 1)$ ， $\vec{b} = (2, 6)$ ，當 $t = x$ 時， $|\vec{a} - \vec{b}|$ 之最小值為 y ，試問下列哪一個選項是最接近 $x+y$ 的整數？ (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9

7. 已知 k 為不等於 0 的整數，且 $-10 \leq k \leq 10$ ，使得不等式組 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4 \\ x + ky \leq k \end{cases}$ 圍成一個三角形的

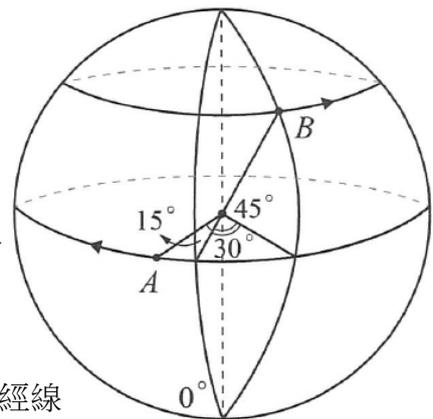
- 區域的 k 有幾個？ (1) 11 個 (2) 12 個 (3) 13 個 (4) 14 個 (5) 15 個

二、多選題(占 25 分)

8. 如圖(4)，假設地球為一半徑 1 單位的球體，有一質點 A 自西經 15° 沿著赤道向西移動，一質點 B 自東經 30° 沿著北緯 45° 緯線向東移動，且兩質點 A 、 B 移動速率相等。試選出正確的選項。

$$\left(\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)$$

- (1) 質點 A 繞赤道一圈與質點 B 繞北緯 45° 緯線一圈所需之時間比為 2:1 (2) 當質點 A 在西經 15° 的赤道上，質點 B 在東經 30° 的北緯 45° 緯線上時，兩質點的球面最短路徑為 $\frac{\pi}{3}$ 單位 (3) 兩質點 A 、 B 第一次同時到達的經線為西經 120° (4) 兩質點 A 、 B 第一次同時到達同一經線時，此時 A 、 B 在球面上的最短路徑必經過北極點 (5) 兩質點



圖(4)

A 、 B 第一次同時到達同一經線時，此時 A 、 B 在球面上的最短路徑為 $\frac{\pi}{4}$ 單位

9. 設 $f(x) = x^3 + 3x + 1$ ，下列關於函數 $y = f(x)$ 的圖形之描述，試選出正確的選項。

- (1) 將 $y = f(x)$ 的圖形向上平移 1 單位後，新的圖形會對稱於原點
 (2) 若點 (a, b) 為 $y = f(x)$ 圖形上一點，則點 $(-a, 1-b)$ 也會在 $y = f(x)$ 圖形上
 (3) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = 3x + 1$
 (4) 直線 $y = 5x + 1$ 與 $y = f(x)$ 的圖形有三個相異交點
 (5) 將 $y = f(x)$ 的圖形適當平移後恰可與 $y = x^3 - 3x^2 + 6x$ 的圖形重合

10. 若將 $a = 2^{70}$ ， $b = 3^{60}$ ， $c = 5^{50}$ ， $d = 6^{40}$ ， $e = 10^{30}$ 等五個數依序乘開後，試選出正確選項。

(1) $a+d$ 的個位數字為 8 (2) $b+c$ 的個位數字為 6 (3) $a+b$ 是一個 28 位數

(4) $a+c$ 是一個 34 位數 (5) a 、 b 、 c 、 d 、 e 等五個數中最小的一個是 22 位數

11. 一個罐子裡裝了 m 顆大藥丸和 n 顆小藥丸，每顆大藥丸恰可平分成兩顆小藥丸，每天從罐子裡取出一顆藥丸，取到小藥丸就直接吃掉，取到大藥丸則先分成兩半(兩顆小藥丸)吃掉其中一半，再把另一半放回罐子，直到把罐子內的藥丸都吃完為止。若以數對 (m, n) 表示罐子裡大小藥丸剩餘的數量，考慮藥罐從第一天開始到吃完所有藥丸為止的所有大小藥丸數量狀況可以得到藥丸數量分布的樹狀圖，例如一開始大小藥丸各一顆：

$(1,1) \begin{cases} (1,0) - (0,1) - (0,0) \\ (0,2) - (0,1) - (0,0) \end{cases}$ ，樹狀圖中每一個大小藥丸數量分布的狀況我們稱之為一個節點

點，如上圖大小藥丸各一顆的節點數為 7，令 $T(m, n)$ 為 m 顆大藥丸、 n 顆小藥丸的節點數。試選出正確的選項。

- (1) $T(0,114) = 115$ (2) 若 $m > 0$ ，則 $T(m,0) = 1 + T(m-1,1)$
 (3) $T(2,0) = 9$ (4) $T(2,1) = 1 + T(1,2) + T(2,0)$ (5) $T(2,2) = 38$

12. 表(1)為某連鎖超商為了解各間分店的營業狀況，因此調查早上 6:00~7:00 的顧客人數，並做成顧客人數的次數分配表，其中 A, B, C, D 為正整數， $5 \leq A \leq 7$ ：(次數(間)為 0 的未列入本表)

表(1)

顧客人數(位)	1	2	3	4	A	8	9	10	12	13	14	15
次數(間)	5	7	2	14	B	C	29	22	D	2	7	5

但資料不齊全，只知道：

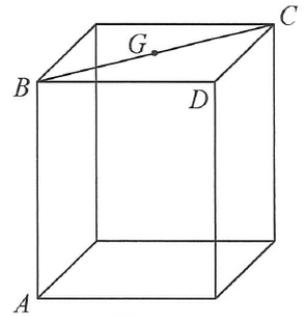
- (一)顧客人數 4 位以上(含 4 位)的分店，其顧客人數平均為 9 位。
 (二)顧客人數 12 位以下(含 12 位)的分店，其顧客人數平均為 8 位。
 (三)顧客人數 8 位以下(含 8 位)的分店共有 80 間。

試選出正確的選項。

- (1)顧客人數 10 位以下(含 10 位)的分店共有 131 間 (2)此連鎖超商的總店數少於 180 間
 (3)以各分店的顧客人數做排序，則第十百分位數的分店顧客人數為 3 位 (4)以各分店的顧客人數做排序，則中位數的分店顧客人數為 9 位 (5)顧客人數為 12 位的次數(間)最多

三、選填題(占 25 分)

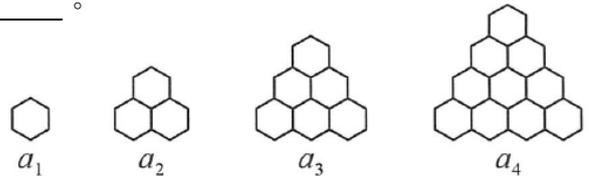
13. 圖(5)是底部為長方形的長方體，已知 A 、 B 、 C 、 D 為其中四個頂點，且 $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{BD}=6$ 、 $\overline{CD}=4$ ， G 為 \overline{BC} 中點，則長方體表面上 A 、 G 兩點之間的最短距離為_____。



圖(5)

14. 小明趁暑假時進行臺灣西部鐵道旅遊，已知小明搭乘的火車由北至南沿途停靠的站點依序為 A_1 、 A_2 、 A_3 、 \dots 、 A_{11} ，小明打算從這十一個站點中選不相鄰的四個站點停留進行深度之旅，其中 A_4 站有小明想買的名產一定要停留，試問小明共有_____種選擇停留站點的方式。
15. 已知坐標平面上有一個半徑為 5 的圓，其圓心為 $O(0,0)$ ，若直線 $PQ: x - \sqrt{3}y + 6 = 0$ 與圓相交於 P 、 Q 兩點，則內積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} =$ _____。

16. 如圖(6)，用長度為 1 的不鏽鋼條圍成如下的蜂巢圖形， a_k 表示第 k 個圖形所用鋼條數目，例如： $a_1 = 6$ ， $a_2 = 15$ ， $a_3 = 27$ ， \dots ，則 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15} =$ _____。



圖(6)

17. 設 P 、 Q 、 R 為二階方陣，已知 $PR = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $QR = \begin{bmatrix} -28 & -37 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$ ，且 $2P + Q = \begin{bmatrix} -6 & -11 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，若 $R = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d =$ _____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

某連鎖速食餐廳與知名卡通聯名推出「買一份套餐即送一盒卡通公仔」的活動，已知此次活動共有四款不同的卡通公仔，且每一盒開出任一款卡通公仔的機會均等。小明到該速食餐廳一次購買了四份套餐，獲得四盒卡通公仔。根據上述，試回答下列問題。

18. 試問小明只開出一種款式卡通公仔的機率為何？(單選題，3 分)

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{16}$ (4) $\frac{1}{32}$ (5) $\frac{1}{64}$

19. 小明在四款卡通公仔中特別想得到其中一款公仔(稱為小明的本命公仔)，若小明開完四盒卡通公仔後恰獲得其中三款公仔，試問小明成功得到本命公仔的機率為何？

(非選擇題，6 分)

20. 試求小明收集到卡通公仔款式種類的期望值。(非選擇題，6 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.6990} \approx 5$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RB431 全國公私立高中 114 學年度第四次學測模擬考數學 B(南一)

參考答案

選擇題：1.(5) 2.(1) 3.(4) 4.(2) 5.(3) 6.(3) 7.(2) 8.(2)(5) 9.(3)(4)(5) 10.(2)(5)
11.(1)(2)(4) 12.(1)(4)

選填題：13. $\sqrt{109}$ 14. 24 15. -7 16. 2400 17. 7

混合題：18.(5) 19. $\frac{3}{4}$ 20. $\frac{175}{64}$