

北北基高級中等學校 114 學年度學測模擬考數學 B(114-E4)

第壹部分：選擇題(占 85 分)

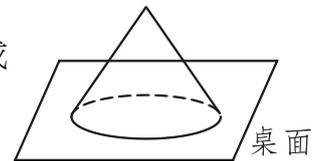


一、單選題(占 30 分)

- 小陽回到家看到弟弟的遊戲區放置了 3 顆彈珠，小陽發現若以第 1 顆彈珠在坐標平面上的位置為 $(0, 0)$ ，則第 2 顆彈珠的位置為 $(2, 1)$ ，第 3 顆彈珠的位置為 $(8, 2)$ 。小陽學校的數學老師最近正在教對數函數，他發現這 3 顆彈珠的位置剛好有一個對數函數的圖形通過，請問該對數函數可能為下列哪一個選項？
(1) $y = \log(x+1)$ (2) $y = \log_2 x$
(3) $y = \log_2(x+1)$ (4) $y = \log_3 x$ (5) $y = \log_3(x+1)$
- 已知實係數多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 分別除以 $(x-2)$ 、 $(x-1)$ 、 $(x+1)$ 、 $(x+2)$ 的餘式依序為 1、2、3、4，試求 $3b+8d$ 之值為何？
(1) 4 (2) 8 (3) 12 (4) 16 (5) 20
- 某液晶面板由紅、綠、藍三種顏色的 LED 燈泡組成。已知各色燈泡亮燈的循環規律如下，並在同一時間各自開始做下述循環：
紅燈：「亮 3 秒，再暗 2 秒」，
綠燈：「亮 4 秒，再暗 3 秒」，
藍燈：「亮 5 秒，再暗 5 秒」，
若在某一時刻三種顏色的燈泡同時由亮轉暗，並設各燈泡亮、暗切換的時間極短可被忽略，則至少再過幾秒才能看到三種顏色的燈泡皆為亮燈？
(1) 15 秒 (2) 16 秒 (3) 17 秒
(4) 18 秒 (5) 19 秒
- 設 A 為 2×3 階矩陣，且 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ 。若 $[0 \ 1] A = [a \ b \ c]$ ，試求 $a-b+c$ 之值為何？
(1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 0 (5) -1
- 平面上有三條直線，分別為 $L_1: 3x+4y+3=0$ 、 $L_2: 3x+4y=0$ 、 $L_3: 3x+4y-7=0$ 。已知直線 L_2 通過圓 Γ 的圓心，且 L_1 和圓 Γ 相切。設 P 為圓 Γ 上一動點，若 P 點到 L_3 距離的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $2M+m$ 之值為何？
(1) 3 (2) $\frac{18}{5}$ (3) 4 (4) $\frac{24}{5}$ (5) 6
- 某地球儀為半徑 R 公分之球體，今有一螞蟻從此地球儀的北極點出發，沿著 0 度經線往南爬行。已知螞蟻抵達北緯 60 度時所經過的弧線之長度為 $\frac{10\pi}{3}$ 公分，試問此地球儀北緯 60 度的緯線一圈長度為多少公分？
(1) 10π 公分 (2) $10\sqrt{3}\pi$ 公分 (3) 20π 公分
(4) $20\sqrt{3}\pi$ 公分 (5) 30π 公分

二、多選題(占 30 分)

- 小林將一個直圓錐形狀的蛋糕平放在桌面上，如右圖，並用刀子切此蛋糕一次，在切的過程中，小林切的方向只有「垂直桌面」或「平行桌面」兩種方向，則其切面輪廓可能是什麼圖形？



- (1) 等腰三角形 (2) 圓形 (3) 橢圓形 (4) (不考慮底面的一線段) 拋物線的一部分 (5) (不考慮底面的一線段) 雙曲線的一部分
- 一等差數列 $\{a_n\}$ 的公差為正數，且前 n 項的和 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，則下列哪些敘述是正確的？
(1) $S_{300} = 3 \times S_{100}$ (2) $S_{200} > S_{100}$ (3) $S_{100} + S_{300} = 2 \times S_{200}$
(4) $S_{400} - S_{200} > S_{300} - S_{100}$ (5) $S_{300} - S_{100} = 20 \times (S_{205} - S_{195})$

9. 數線上有相異五點 A 、 B 、 C 、 D 、 E ，其所代表的數分別為 a 、 b 、 c 、 d 、 e ，已知 $\log a = 9$ ， $\log b = 9.301$ ， $\log c = 10$ ， $\log d = 10.301$ ， $\log e = 11$ 。今數線上有一質點在早上 8 點整由原點 O 等速在數線的正向出發，已知此質點在 9 分鐘後(8:09)抵達 A 點。試問下列哪些敘述是正確的？(1)當天此質點大約在 8:18 時抵達 B 點 (2)當天此質點大約在 9:30 時抵達 C 點 (3)當天此質點在中午 12:00 前就可抵達 D 點 (4)當天此質點直到午夜 24:00 仍然未抵達 E 點 (5)當天此質點「從原點 O 到 A 點所花費時間」與「從原點 O 到 E 點所花費時間」的比值為 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$

10. 給定一個實係數三次多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ 。已知 $a < 0$ ， $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-2, 0)$ ，且 $y = f(x)$ 和 x 軸有三個相異交點，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 圖形在對稱中心附近的局部近似(一次近似)圖形為一條斜率為正的直線
 (2) $b > 0$ (3) $c < 0$ (4) $y = f(x)$ 圖形必和 x 軸的正向恰有一個交點
 (5) $y = f(-x) - 8$ 圖形的對稱中心為 $(2, 4)$

11. 佳佳布行老闆到日本批發 100 種不同花色的棉布，其布長 X (碼)與價格 Y (日圓)

的資料如右表。現在為了提供給臺灣拼布同好做購買參考，將單位分別轉換為英尺(1 碼 = 3 英尺)與臺幣(1 日圓 = 0.25 新臺幣(元))。現將這 100 筆數據繪製成散布圖，

	布長 X (碼)	價格 Y (日圓)
平均數	50	2300
標準差	3	5

若布長(X)與價格(Y)的相關係數為 $r = 0.9$ ，價格(Y)對布長(X)的迴歸直線(最適直線)為 L ，其斜率為 m ；而單位轉換後布長(X')與價格(Y')的相關係數為 r' ，價格(Y')對布長(X')的迴歸直線(最適直線)為 L' ，其斜率為 m' ，則下列選項哪些正確？

- (1)布長(X)與價格(Y)呈現正相關 (2) $m = 1.5$ (3) $r' < r$ (4) $m' < m$
 (5)直線 L' 必通過點 $(150, 575)$

12. 桌上有 7 張卡片分別寫有 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7，今大寶、二寶和小寶從中同時各自抽走 1 張(三人所取的卡片皆不同)。設每張卡片被抽到的機會均等，試選出正確的選項。

- (1)三張卡片數字和為偶數的機率為 $\frac{19}{35}$ (2)三張卡片數字積為偶數的機率為 $\frac{18}{35}$

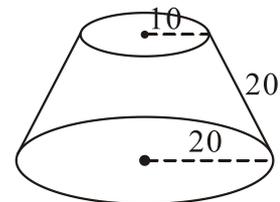
- (3)三張卡片數字為等差數列的機率為 $\frac{9}{35}$ (4)三張卡片數字中，大寶所持卡片大於二寶

與小寶卡片數字的機率為 $\frac{1}{6}$ (5)已知大寶抽到數字為 3 的卡片，則二寶所持卡片數字大

於小寶數字的機率為 $\frac{1}{2}$

三、選填題(占 25 分)

13. 直圓錐被截去一部分形成右圖，做為運動會時供閱兵站立的平臺。已知此平臺上圓的半徑為 10 英寸，下圓的半徑為 20 英寸，則其總表面積(上圓 + 下圓 + 側面)為 _____ 平方英寸。



14. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等比數列，已知 $a_1 > 0$ ， $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = -15$ ，且 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + |a_4| = 45$ ，試求 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 =$ _____。

15. 排球比賽由甲、乙兩支隊伍各派 6 名球員上場，當球由甲隊發球員將球發到乙隊場地中時(不考慮界外)，乙隊中的 6 人必須在球不落地的情況下，透過最多 3 次擊球將排球打回到甲隊的場地，且乙隊的同一位球員不得連續擊球兩次。試問甲隊發球後，乙隊將球打回甲隊場地前(假設乙隊沒有漏接，且能正確地打回到甲隊場地)，乙隊球員擊球的全部過程有_____種可能。

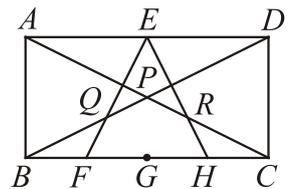
16. 平面上有不共線三點 A 、 B 、 C ，已知 D 在 $\angle CAB$ 的內角平分線上，且 $\cos \angle CAB = \frac{4}{5}$ ， $\overline{AC} = 10$ ，若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$ ，試求 $\overline{CD} =$ _____。(化為最簡分數)

17. 設 a 、 b 為正整數，且 $a < b < 10$ ，當 $\frac{9a^2 + b^2}{3ab}$ 為最小值時， $2a + b$ 的所有可能之值的總和為_____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

已知 $ABCD$ 是一個面積為 72 平方單位的矩形，且 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 。若 E 點為 \overline{AD} 的中點， F 、 G 、 H 為 \overline{BC} 上的四等分點，連接 \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於 P ， \overline{BD} 與 \overline{EF} 交於 Q ， \overline{AC} 與 \overline{EH} 交於 R 。若 G 點為坐標平面上的原點， C 點和 E 點分別在坐標平面上 x 軸和 y 軸的正向上，試回答下列問題。



18. 試求 Q 、 R 兩點的坐標。(非選擇題，5 分)

19. 試求 $\cos \angle FQP$ 、 $\cos \angle QPR$ 之值。(非選擇題，6 分)

20. 試求五邊形 $FHRPQ$ 的面積為下列哪個選項？(單選題，4 分)
 (1) 8 平方單位 (2) 10 平方單位 (3) 12 平方單位
 (4) 14 平方單位 (5) 16 平方單位

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.6990} \approx 5$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RB432 北北基高級中等學校 114 學年度學測模擬考數學 B(114-E4)

參考答案

選擇題：1.(5) 2.(5) 3.(3) 4.(2) 5.(4) 6.(3) 7.(1)(2)(5) 8.(4)(5) 9.(1)(2)(3)
10.(1)(4) 11.(1)(2)(4)(5) 12.(1)(3)(5)

選填題：13. 1100π 14. 765 15. 186 16. $\frac{10}{3}$ 17. 30

混合題：18. $Q(-2,2), R(2,2)$ 19. $\cos \angle FQP = -\frac{4}{5}, \cos \angle QPR = -\frac{3}{5}$ 20. (3)