數學 B 考科詳解

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
(5)	(5)	(3)	(2)	(4)	(3)	(1)(2)(5)
8.	9.	10.	11.	12.		
(4)(5)	(1)(2)(3)	(1)(4)	(1)(2)(4)(5)	(1)(3)(5)		

第壹部分、選擇（填）題

一、單選題

1. (5)

出處：第三冊〈按比例成長模型〉

目標：學生能在提供的平面坐標系與對數函數圖形資料中，識別函數走勢與關鍵坐標

解析：觀察選項可令此對數函數為 $y=\log_a(x+b)$

將 $(0,0)$、$(2,1)$ 及 $(8,2)$ 三點分別代入得

$$\begin{cases}0=\log_a b\\1=\log_a(2+b)\\2=\log_a(8+b)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^0=b=1\\a^1=2+b\\a^2=8+b\end{cases}$$

可得 $\begin{cases}a=3\\b=1\end{cases}$

則該對數函數為 $y=\log_3(x+1)$

故選(5)。

2. (5)

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：由餘式定理出發，觀察係數後討論出答案

解析：由餘式定理可知，

$$\begin{cases}f(2)=8a+4b+2c+d=1\cdots\cdots①\\f(1)=a+b+c+d=2\cdots\cdots②\\f(-1)=-a+b-c+d=3\cdots\cdots③\\f(-2)=-8a+4b-2c+d=4\cdots\cdots④\end{cases}$$

觀察係數後討論：

由①＋④、②＋③得 $\begin{cases}8b+2d=5\\2b+2d=5\end{cases}$

$\Rightarrow(b,d)=\left(0,\dfrac{5}{2}\right)$

則 $3b+8d=3\times0+8\times\dfrac{5}{2}=20$

故選(5)。

3. (3)

出處：第一冊〈數與式〉、第三冊〈正弦函數與週期性現象〉

目標：能操作並觀察多重週期性現象

解析：觀察循環規律，各色燈泡的循環規律亦可視為：

紅燈：「暗 2 秒，再亮 3 秒」，週期為 5 秒

綠燈：「暗 3 秒，再亮 4 秒」，週期為 7 秒

藍燈：「暗 5 秒，再亮 5 秒」，週期為 10 秒

設 t_0 為三種顏色的燈泡同時由亮轉暗的時刻，第 t 秒內各色燈泡的狀態如下表，其中╳表暗燈，○表亮燈

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
紅燈	╳	╳	○	○	○	╳	╳	○	○	○
綠燈	╳	╳	╳	○	○	○	○	╳	╳	╳
藍燈	╳	╳	╳	╳	╳	○	○	○	○	○

t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
紅燈	╳	╳	○	○	○	╳	╳	○	○	○
綠燈	○	○	○	○	╳	╳	╳	○	○	○
藍燈	╳	╳	╳	╳	╳	○	○	○	○	○

依表格可知

當 $t=1$，即 $[t_0,t_0+1]$ 時，紅、綠、藍燈皆為暗燈

當 $t=2$，即 $[t_0+1,t_0+2]$ 時，紅、綠、藍燈皆為暗燈

當 $t=3$，即 $[t_0+2,t_0+3]$ 時，紅燈為亮燈，綠、藍燈皆為暗燈

⋮

當 $t=17$，即 $[t_0+16,t_0+17]$ 時，紅、綠燈皆為暗燈，藍燈為亮燈

當 $t=18$，即 $[t_0+17,t_0+18]$ 時，紅、綠、藍燈皆為亮燈

得最小值為 17，即至少再過 17 秒

故選(3)。

4. (2)

出處：第四冊〈矩陣與資料表格〉

目標：透過矩陣乘法與線性運算技巧，於題目中已知矩陣等式條件下，分析並推導出未知列向量，學會以矩陣表示線性關係，並透過矩陣運算驗證結果正確性

解析：由乘法反方陣可知，

$$A=\begin{bmatrix}1&2\\-1&1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}1&3&0\\5&6&9\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{1\times1-2\times(-1)}\begin{bmatrix}1&-2\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&3&0\\5&6&9\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}1\times1+(-2)\times5&1\times3+(-2)\times6&1\times0+(-2)\times9\\1\times1+1\times5&1\times3+1\times6&1\times0+1\times9\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-3&-3&-6\\2&3&3\end{bmatrix}$$

則 $[0\quad1]A=[0\quad1]\begin{bmatrix}-3&-3&-6\\2&3&3\end{bmatrix}$

$=[2\quad3\quad3]$

可知 $a=2$，$b=3$，$c=3$

則 $a-b+c=2-3+3=2$

故選(2)。

〔另解〕

由題意可知，$[1\quad2]A=[1\quad3\quad0]$、

$[-1\quad1]A=[5\quad6\quad9]$

則由矩陣基本運算可知

$([1\quad2]+[-1\quad1])A=[1\quad3\quad0]+[5\quad6\quad9]$

$\Rightarrow[0\quad3]A=[6\quad9\quad9]$

$\Rightarrow[0\quad1]A=[2\quad3\quad3]$

可知 $a=2$，$b=3$，$c=3$

則 $a-b+c=2-3+3=2$

故選(2)。

5. (4)

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：藉由直線平行概念，讓學生找出圓的半徑，進而計算點到直線的最近與最遠距離

解析：已知 L_2 通過圓心，且 L_1 和圓 Γ 相切

則 $d(L_1, L_2)=\dfrac{3}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{3}{5}$ 為圓 Γ 的半徑 r

又 $d(L_2, L_3)=\dfrac{7}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{7}{5}$

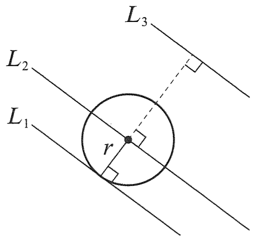
如右圖，則 P 點到 L_3 距離的

最大值 $M=\dfrac{7}{5}+\dfrac{3}{5}=2$，

最小值 $m=\dfrac{7}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{4}{5}$

則 $2M+m=2\times2+\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{5}$

故選(4)。

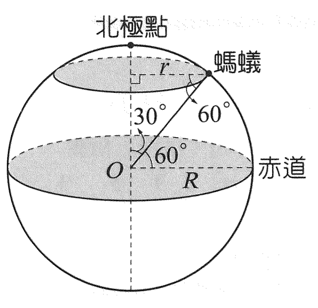


6. (3)

出處：第四冊〈空間概念與空間坐標系〉

目標：運用球面幾何與半徑計算公式，分析空間中點與球心、經緯點間的距離關係，須具備空間思維與三維圖形理解能力

解析：此地球儀的半徑為 R，設北緯 60 度的緯線半徑為 r，如下圖



由題意知弧長 $s=R\theta=R\times\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{10\pi}{3}\Rightarrow R=20$

可得此地球儀的半徑 $R=20$ 公分

而北緯 60 度的緯線半徑 $r=R\cos\dfrac{\pi}{3}=20\times\dfrac{1}{2}=10$ 公分

因此，此地球儀北緯 60 度的緯線一圈長度為

$10\times2\pi=20\pi$ 公分

故選(3)。

二、多選題

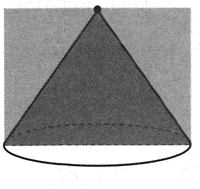
7. (1)(2)(5)

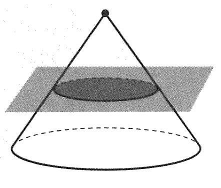
出處：第四冊〈圓錐曲線的認識與應用〉

目標：針對圓錐曲線的性質與截面的方向進行討論

解析：(1) ○：若截面通過直圓錐上方的點且垂直桌面，則會呈現等腰三角形，如圖(一)

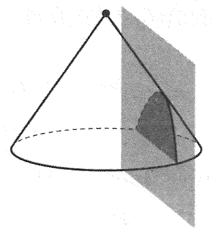
(2) ○：若截面不通過直圓錐上方的點且平行桌面，則會呈現圓形，如圖(二)


圖(一)


圖(二)

(3)(4) ╳：因為截面需要平行或垂直桌面，故不可能發生

(5) ○：若截面不通過直圓錐上方的點且垂直桌面，則會呈現雙曲線的一部分，如圖(三)


圖(三)

故選(1)(2)(5)。

8. (4)(5)

出處：第二冊〈數列與級數〉

目標：運用等差數列的定義與級數和公式

解析：(1) ╳：已知〈a_n〉為等差數列，且公差 $d>0$

故 $S_{300}=\dfrac{(2a_1+299d)\times300}{2}$

$3\times S_{100}=3\times\dfrac{(2a_1+99d)\times100}{2}=\dfrac{(2a_1+99d)\times300}{2}$

所以 $S_{300}\neq3\times S_{100}$

(2) ╳：舉反例：若 $a_1=-300$，$d=1$，則

$S_{200}=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{200}$

$=(-300)+(-299)+\cdots\cdots+(-201)$

$+\cdots\cdots+(-101)$

$S_{100}=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{100}$

$=(-300)+(-299)+\cdots\cdots+(-201)$

則 $S_{100}>S_{200}$

(3) ╳：$S_{100}+S_{300}$

$=\dfrac{(2a_1+99d)\times100}{2}+\dfrac{(2a_1+299d)\times300}{2}$

$=400a_1+49800d$

$2\times S_{200}=2\times\dfrac{(2a_1+199d)\times200}{2}$

$=400a_1+39800d$

所以 $S_{100}+S_{300}\neq2\times S_{200}$

(4) ○：$S_{400}-S_{200}=a_{201}+a_{202}+\cdots\cdots+a_{400}$

$=\dfrac{(2a_1+599d)\times200}{2}$

$=200a_1+59900d$

$S_{300}-S_{100}=a_{101}+a_{102}+\cdots\cdots+a_{300}$

$=\dfrac{(2a_1+399d)\times200}{2}$

$=200a_1+39900d$

又 $d>0$，所以 $S_{400}-S_{200}>S_{300}-S_{100}$

(5) ○：$S_{205}-S_{195}=a_{196}+a_{197}+\cdots\cdots+a_{205}$

$=\dfrac{(2a_1+399d)\times10}{2}$

$\Rightarrow 20\times(S_{205}-S_{195})=20\times\dfrac{(2a_1+399d)\times10}{2}$

$=200a_1+39900d$

承(4)，所以 $S_{300}-S_{100}=20\times(S_{205}-S_{195})$

故選(4)(5)。

9. (1)(2)(3)

出處：第一冊〈指數、對數〉

目標：透過對數值與時間的對應，判斷在對數時間下的增長速度

解析：$a=10^9$，$b=10^{9.301}=10^{0.301}\times10^9\approx2\times10^9$，

$c=10^{10}$，$d=10^{10.301}=10^{0.301}\times10^{10}\approx2\times10^{10}$，$e=10^{11}$，

由題意知此質點每 9 分鐘可走 10^9 單位

(1)○：$\overline{AB}=|b-a|\approx2\times10^9-10^9=10^9$

因此從 A 點出發，再 9 分鐘 (約 8：18) 可抵達 B 點

(2)○：$\overline{AC}=|c-a|=10^{10}-10^9=10^9\times(10-1)=9\times10^9$

因此從 A 點出發，再 $9\times9=81$ 分鐘 (約 9：30) 可抵達 C 點

(3)○：$\overline{AD}=|d-a|\approx2\times10^{10}-10^9=10^9\times(20-1)$

$=19\times10^9$

因此從 A 點出發，大約再 $19\times9=171$ 分鐘 (約 11：00) 可抵達 D 點

(4)╳：$\overline{AE}=|e-a|=10^{11}-10^9=10^9\times(100-1)$

$=99\times10^9$

因此從 A 點出發，再 $99\times9=891$ 分鐘 (約 23：00) 可抵達 E 點

(5)╳：已知從原點 O 到 A 點所花費時間為 9 分鐘

由(4)可知從原點 O 到 E 點所花費時間為

$9+891=900$ 分鐘

故「從原點 O 到 A 點所花費時間」與「從原點 O 到 E 點所花費時間」的比值為 $\dfrac{9}{900}=\dfrac{1}{100}$

故選(1)(2)(3)。

10. (1)(4)

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：分析三次多項式函數的對稱性特徵 (中心對稱)，結合係數與圖形變化關係，判斷圖像是否符合指定特性

解析：(1)○：$\because y=f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-2,0)$

$\therefore$ 令 $f(x)=a(x+2)^3+p(x+2)$ ……………(＊)

因 $y=f(x)$ 圖形通過 $(0,4)$，代入(＊)得

$f(0)=a(0+2)^3+p(0+2)=8a+2p=4>0$

又 $a<0$，可知 $p>0$

故 $y=f(x)$ 圖形在對稱中心附近會近似

$y=p(x+2)$，

即一條斜率 $p>0$ 的直線

(2)(3)╳：$f(x)=a(x+2)^3+p(x+2)$

$=ax^3+6ax^2+(12a+p)x+(8a+2p)$

$=ax^3+bx^2+cx+4$

$\Rightarrow b=6a<0$，$c=12a+p$

又 $8a+2p=4\Rightarrow p=2-4a$，

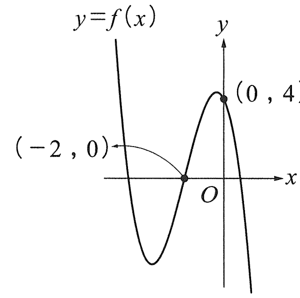
可得 $c=12a+p=8a+2$

若 $a>-\dfrac{1}{4}$，則 $c>0$

因此 c 不一定為負

(4)○：因 $y=f(x)$ 圖形通過 $(0,4)$，且對稱中心為 $(-2,0)$

又 $a<0$，由下圖可知 $y=f(x)$ 圖形必和 x 軸的正向恰有一個交點



(5)╳：$f(-x)=a(-x+2)^3+p(-x+2)$

$=-a(x-2)^3-p(x-2)$

可得 $y=f(-x)-8=-a(x-2)^3-p(x-2)-8$

$=A(x-2)^3+P(x-2)-8$

圖形的對稱中心為 $(2,-8)$

故選(1)(4)。

11. (1)(2)(4)(5)

出處：第二冊〈數據分析〉

目標：能在統計資料展示中，識別不同單位轉換對迴歸直線 (最適直線) 方程式與相關係數的影響，以及資料標準化處理後的變化

解析：由題意知 $X'=3X$，$Y'=0.25Y$

(1)○：$r=0.9>0$，呈現正相關

(2)○：$m=r\times\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}=\dfrac{9}{10}\times\dfrac{5}{3}=\dfrac{3}{2}=1.5$

(3)╳：$r'=r=0.9$

(4)○：設單位轉算後的標準差分別為 $\sigma_{X'}$、$\sigma_{Y'}$

則 $\sigma_{X'}=3\sigma_X$，$\sigma_{Y'}=0.25\,\sigma_Y$

故 $m'=r'\times\dfrac{\sigma_{Y'}}{\sigma_{X'}}=r\times\dfrac{0.25\,\sigma_Y}{3\sigma_X}=\dfrac{1}{12}m<m$

(5)○：設單位轉算後的平均數分別為 $\mu_{X'}$、$\mu_{Y'}$，則

$\mu_{X'}=3\mu_X=3\times50=150$，

$\mu_{Y'}=0.25\mu_Y=0.25\times2300=575$

則直線 L' 必通過 $(\mu_{X'},\mu_{Y'})=(150,575)$

故選(1)(2)(4)(5)。

12. (1)(3)(5)

出處：第二冊〈排列組合與機率〉、第四冊〈機率〉

目標：學生將能根據排列組合與機率的基本定義與公式，分析簡單事件中可能情況的排列數、組合數，並計算事件發生的機率

解析：三人任取 3 張不同卡片的方法數為 $C^7_3\times3!$

(1)○：三張卡片數字和為偶數的情況分為「抽到卡片為 3 張偶數」或「抽到卡片為 2 張奇數、1 張偶數」

故三張卡片數字和為偶數的機率為

「抽到卡片為 3 張偶數的機率」＋「抽到卡片為 2 張奇數、1 張偶數的機率」

$=\dfrac{C^3_3\times3!+C^4_2C^3_1\times3!}{C^7_3\times3!}=\dfrac{19}{35}$

(2)╳：三張卡片數字積為偶數的機率為

1－「抽到卡片為 3 張奇數的機率」

$=1-\dfrac{C^4_3\times3!}{C^7_3\times3!}=\dfrac{31}{35}$

(3) ○：由於卡片數字為 1 到 7

則三張卡片數字為等差數列可分為

「公差為 1」、「公差為 2」、「公差為 3」

公差為 1 有 (1 , 2 , 3)，(2 , 3 , 4)，(3 , 4 , 5)，(4 , 5 , 6)，(5 , 6 , 7) 以上 5 種方法

公差為 2 有 (1 , 3 , 5)，(2 , 4 , 6)，(3 , 5 , 7) 以上 3 種方法

公差為 3 有 (1 , 4 , 7) 以上 1 種方法

綜合以上討論，共有 5＋3＋1＝9 種方法

則三張卡片數字為等差數列的機率為

$$\frac{9\times 3!}{C_3^7\times 3!}=\frac{9}{35}$$

(4) ╳：大寶所持卡片數字大於二寶與小寶卡片數字代表取的三張卡片中，數字最大的一定由大寶拿到，另外兩張則任意分給二寶與小寶

其方法數為 $C_3^7\times C_1^1\times 2!$

則大寶所持卡片數字大於二寶與小寶卡片數字的機率為 $\dfrac{C_3^7\times C_1^1\times 2!}{C_3^7\times 3!}=\dfrac{1}{3}$

(5) ○：假設大寶抽到 3 號卡片的事件為 A，二寶所持卡片數字大於小寶卡片數字的事件為 B，則「已知大寶抽到 3 號卡片，則二寶所持卡片數字大於小寶卡片數字」的機率為

$$P(B\mid A)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{C_2^6\times C_1^1}{C_2^6\times 2!}=\frac{1}{2}$$

故選(1)(3)(5)。

三、選填題

13. 1100π

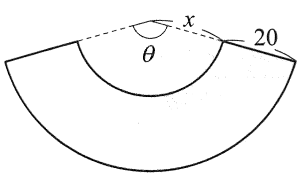
出處：第三冊〈正弦函數與週期性現象〉

目標：應用圓柱體與圓錐體的表面積計算公式，結合給定參數 (高度、底半徑等)，求出複合模型的總表面積

解析：上圓的圓周為 20π 英寸，表面積為 100π 平方英寸

下圓的圓周為 40π 英寸，表面積為 400π 平方英寸

側面展開為圓環扇形，如下示意圖



令其圓心角為 θ，虛線長為 x 英寸

則 $\begin{cases}x\theta=20\pi\\(x+20)\theta=40\pi\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\theta=\pi\\x=20\end{cases}$

因此側面的圓環扇形面積為

$\frac{1}{2}(40^2-20^2)\pi=600\pi$ 平方英寸

故總表面積為 $100\pi+400\pi+600\pi=1100\pi$ 平方英寸。

14. 765

出處：第二冊〈數列與級數〉

目標：運用等比級數進行平方和的計算

解析：令此等比數列的公比為 r，將條件改寫成

$$\begin{cases}a_1+a_1r+a_1r^2+a_1r^3=-15\\|a_1|+|a_1r|+|a_1r^2|+|a_1r^3|=45\end{cases}$$

$\because a_1>0\quad\therefore r<0$

$$\Rightarrow\begin{cases}a_1+a_1r+a_1r^2+a_1r^3=-15\cdots\cdots①\\a_1-a_1r+a_1r^2-a_1r^3=45\cdots\cdots②\end{cases}$$

利用①＋②與①－②整理後可得

$$\begin{cases}2a_1+2a_1r^2=30\cdots\cdots③\\2a_1r+2a_1r^3=-60\cdots\cdots④\end{cases}$$

由 $\frac{④}{③}$ 可得 $r=-2$，故 $a_1=3$

綜合以上，$a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2$

$=3^2+(-6)^2+12^2+(-24)^2=765$。

15. 186

出處：第二冊〈排列組合與機率〉

目標：使用排列計數原則，計算符合條件的排列總數

解析：Case1：擊球一次，共有 6 種可能

Case2：擊球兩次，共有 6x5＝30 種可能

Case3：擊球三次，共有 6x5x5＝150 種可能

綜合以上討論，共有 6＋30＋150＝186 種可能。

16. $\frac{10}{3}$

出處：第三冊〈平面向量與應用〉

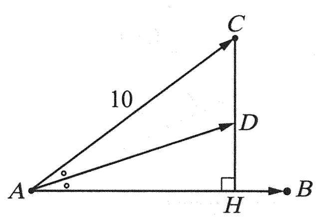
目標：能知道內積的性質，並利用三角比的邊長關係計算

解析：假設由 C 點作垂線交 $\overleftrightarrow{AB}$ 於 H 點

且由題目知 D 在 $\angle CAB$ 的內角平分線上，且

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$

故 D 點在 $\overline{CH}$ 上，如下圖



則 $\overline{AH}=\overline{AC}\times\cos\angle CAB=10\times\frac{4}{5}=8$，

$\overline{CH}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AH}^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

由內角平分線性質可知，

$\overline{CD}:\overline{DH}=\overline{AC}:\overline{AH}=10:8$

故 $\overline{CD}=6\times\frac{10}{10+8}=\frac{60}{18}=\frac{10}{3}$。

17. 30

出處：第一冊〈數與式〉

目標：利用算幾不等式之概念推導出 a，b 的最小值發生在等號成立之下，進而得到 $2a+b$ 之可能值

解析：$\dfrac{9a^2+b^2}{3ab}=\dfrac{3a}{b}+\dfrac{b}{3a}\ge 2\sqrt{\dfrac{3a}{b}\times\dfrac{b}{3a}}=2$

可知等號成立時即為其最小值

故 $\frac{3a}{b}=\frac{b}{3a}=1\Rightarrow b=3a$，

此時數對 $(a , b)=(t , 3t)$，t 為正整數

已知 $a<b<10$，且 a，b 為正整數

所有可能數對 $(a , b)=(1 , 3)$，$(2 , 6)$，$(3 , 9)$

則 $2a+b$ 的所有可能之值為 5，10，15

以上 3 種可能之值的總和為 5＋10＋15＝30。

第貳部分、混合題或非選擇題

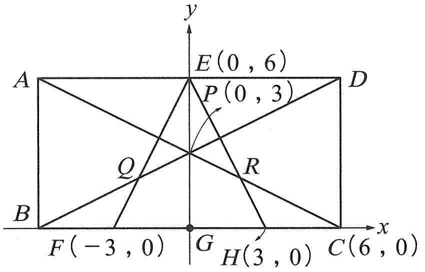
18. $Q(-2,2)$，$R(2,2)$

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：建立坐標後，以直線對稱性探討

解析：$ABCD$ 是一個面積為 72 平方單位的矩形

且 $\overline{AD}=2\overline{AB}$，可知 $\overline{AB}=6$，$\overline{AD}=12$



建立坐標系，令 $G(0,0)$，$C(6,0)$，$E(0,6)$

則 $H(3,0)$，$P(0,3)$

得 $\overleftrightarrow{AC}$：$x+2y=6$ 且 $\overleftrightarrow{EH}$：$2x+y=6$

$\because R$ 點為 $\overleftrightarrow{AC}$ 和 $\overleftrightarrow{EH}$ 的交點

$\therefore \begin{cases} x+2y=6 \\ 2x+y=6 \end{cases}$，解得 $x=2$，$y=2$

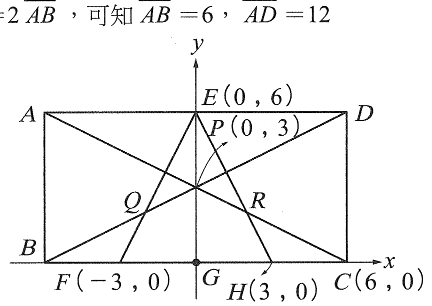
即 R 點坐標為 $(2,2)$

由對稱性知：Q 點坐標為 $(-2,2)$。

◎評分原則

$ABCD$ 是一個面積為 72 平方單位的矩形

且 $\overline{AD}=2\overline{AB}$，可知 $\overline{AB}=6$，$\overline{AD}=12$



建立坐標系，令 $G(0,0)$，$C(6,0)$，$E(0,6)$

則 $H(3,0)$，$P(0,3)$　(2 分)

得 $\overleftrightarrow{AC}$：$x+2y=6$ 且 $\overleftrightarrow{EH}$：$2x+y=6$　(1 分)

$\because R$ 點為 $\overleftrightarrow{AC}$ 和 $\overleftrightarrow{EH}$ 的交點

$\therefore \begin{cases} x+2y=6 \\ 2x+y=6 \end{cases}$，解得 $x=2$，$y=2$

即 R 點坐標為 $(2,2)$　(1 分)

由對稱性知：Q 點坐標為 $(-2,2)$。　(1 分)

19. $\cos\angle FQP=-\frac{4}{5}$，$\cos\angle QPR=-\frac{3}{5}$

出處：第三冊〈平面向量與應用〉

目標：建立坐標後，以向量內積定義進行討論

解析：承 18.，

$\overrightarrow{QF}=(-1,-2)$，$\overrightarrow{QP}=(2,1)$

得 $\cos\angle FQP=\dfrac{\overrightarrow{QF}\cdot\overrightarrow{QP}}{|\overrightarrow{QF}||\overrightarrow{QP}|}=\dfrac{-2-2}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{4}{5}$

又 $\overrightarrow{PQ}=(-2,-1)$，$\overrightarrow{PR}=(2,-1)$

得 $\cos\angle QPR=\dfrac{\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}}{|\overrightarrow{PQ}||\overrightarrow{PR}|}=\dfrac{-4+1}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{3}{5}$。

◎評分原則

承 18.，

$\overrightarrow{QF}=(-1,-2)$，$\overrightarrow{QP}=(2,1)$

得 $\cos\angle FQP=\dfrac{\overrightarrow{QF}\cdot\overrightarrow{QP}}{|\overrightarrow{QF}||\overrightarrow{QP}|}=\dfrac{-2-2}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{4}{5}$　(3 分)

又 $\overrightarrow{PQ}=(-2,-1)$，$\overrightarrow{PR}=(2,-1)$

得 $\cos\angle QPR=\dfrac{\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}}{|\overrightarrow{PQ}||\overrightarrow{PR}|}=\dfrac{-4+1}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{3}{5}$。　(3 分)

20. (3)

出處：第二冊〈三角比〉

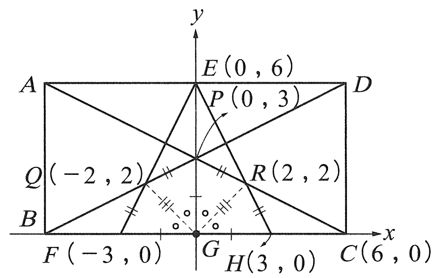
目標：以多個三角形面積計算進行探討

解析：在△GFQ、△GPQ、△GPR、△GHR 中

$\because \overline{GF}=\overline{GP}=\overline{GH}=3$，

$\overline{FQ}=\overline{PQ}=\overline{PR}=\overline{RH}=\sqrt{5}$，

$\overline{GQ}=\overline{GR}=2\sqrt{2}$



$\therefore$△$GFQ\cong$△$GPQ\cong$△$GPR\cong$△GHR (SSS 全等性質)

得 $\angle FGQ=\angle PGQ=\angle PGR=\angle HGR=45^\circ$

故五邊形 $FHRPQ$ 面積

$=$△GFQ 面積$+$△GPQ 面積$+$△GPR 面積

$+$△GHR 面積

$=4\times$△GFQ 面積

$=4\times\frac{1}{2}\times\overline{GF}\times\overline{GQ}\times\sin 45^\circ$

$=4\times\frac{1}{2}\times3\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=12$ 平方單位

故選(3)。

〔另解〕

由對稱性可知，所求為

$2\times$四邊形 $GHRP$ 面積

$=2($△GHR 面積$+$△GPR 面積$)$

$=2\left(\frac{1}{2}\times3\times2+\frac{1}{2}\times3\times2\right)=12$ 平方單位

故選(3)。