

108 學年度全國高級中學指定科目第五次模擬考數學乙(108-E5)



第壹部分：選擇題（占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

1. 過點 $(0, 3)$ 對圓 $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ 做兩切線，若兩直線夾角為 θ ，則 $\sin \theta = ?$

- (1) $\frac{15}{17}$ (2) $\frac{8}{17}$ (3) $\frac{8}{15}$ (4) $-\frac{15}{8}$ (5) $\frac{1}{3}$ 。

2. 若 $\begin{bmatrix} a & 2b & 3c \\ b & 2c & 3a \\ c & 2a & 3b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 20 \\ -2 \end{bmatrix}$ ，則 $[1 \ 2 \ 3] \begin{bmatrix} a & 2b & 3c \\ b & 2c & 3a \\ c & 2a & 3b \end{bmatrix} = ?$

- (1) $[8 \ 16 \ 6]$ (2) $[8 \ 20 \ -2]$ (3) $\begin{bmatrix} 8 \\ 20 \\ -2 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 8 \\ 16 \\ 6 \end{bmatrix}$ (5) 無法計算。

3. 若 $f(x) = \left(\log_2 \frac{x}{16}\right)(\log_2 2x)$ ，下列哪個值最小？

- (1) $f(1)$ (2) $f(2)$ (3) $f(3)$ (4) $f(4)$ (5) $f(5)$ 。

二、多選題（占 32 分）

4. 關於指數函數與對數函數的相關敘述，則下列敘述何者正確？

- (1) 若點 (a, b) 在圖形 $y = \log x$ 的圖形上，則 $\left(b-1, \frac{a}{10}\right)$ 會在圖形上 $y=10$ 上
 (2) 若 $y = f(x) = \log_a x$ 滿足 $2f(x_1 + x_2) > f(x_1) + f(x_2) + \log_a 4$ (x_1, x_2 為相異的正實數)，則 $0 < a < 1$
 (3) 若 $\log 25.1 = a$ 、 $\log 2.52 = b$ ，則 $\log 2.513 = \frac{7}{10}a + \frac{3}{10}b$
 (4) 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ 且 $392^{100} = a.bc \times 10^n$ (表示三位有效數字的科學記號)，則 $a+n = 260$
 (5) 若實數 x 滿足 $x \log_2 a = 1$ ，則 $a^{2x} + a^x + a^{-x} > 6$

5. 若 $f(x)$ 、 $g(x)$ 均為實係數多項式，且滿足 $f(x) = g(x) + \frac{(x-2)(x-3)}{3} + 2x(x-2) - x(x-3)$

已知 $g(0) = 2$ ， $g(3) = 6$ 且 $g(x)$ 的次數不大於 2 次，則下列敘述何者正確？

- (1) 多項式 $f(x)$ 的次數恆為 2 次 (2) 若 $g(x)$ 為一次多項式函數， $f(x) = 0$ 沒有「有理根」
 (3) $f(x)$ 除以 $(x-3)$ 的餘式為 6 (4) $f(x)$ 除以 $x(x-3)$ 的餘式為 $3x+4$
 (5) $f(x) = g(x)$ 有兩相異實根

6. 近年東勢產銷班的橘子產量 X (百公斤) 與每公斤的賣價 Y (元) 的數據如下：

X	24	30	26	35	40	37
Y	28	22	25	20	17	20

若產量 X (百公斤) 與賣價 Y (元) 相關係數為 r ，產量 X (百公斤) 的標準差為 σ_1 ，賣價 Y (元) 標準差為 σ_2 ，用最小平方法得到 Y 對 X 的迴歸直線 $L: y = mx + k$ 。今天若將產量單位改成

Z (公噸)，且 1 公噸 = 1000 公斤， σ_3 是 Z (公噸)的標準差， Y 對 Z 的迴歸直線 $M: y = ax + b$ ，則下列敘述何者正確？(1) $\sigma_1 < \sigma_2$ (2) $\sigma_3 < \sigma_1$ (3) $m < -0.5$ (4) $a > m$
(5)若產量為 4.5 公噸，賣價約略介於 $18 \sim 20$ 元

7. 因為現在超跑滿街跑，為了避免疏失碰撞超跑而面臨巨額賠償金的狀況，保險公司推出針對汽車的「超額責任險」，根據保險公司的資料分析發現投保汽車險的保戶中，加保「超額責任險」保戶隔年會再續保的比例為 70% ；未加保但隔年會加保的比例為 30% (含第一次投保汽車險且會加保超額責任險)。每年的理賠紀錄統計可以得知，加保「超額責任險」的保戶中有 3% 會有理賠狀況且明年都會再續保，「超額責任險」的保費一年是 600 元，若加保的第一年沒有理賠，隔年加保的保費可以打 9 折，假設保險公司每年汽車險投保的人數固定，則下列敘述何者正確？
- (1) 若第一年有 45% 的保戶投保「超額責任險」，第二年度「超額責任險」的保戶超過 45%
 - (2) 若第一年有 45% 的保戶投保「超額責任險」，第三年度「超額責任險」的保戶會比第二年度「超額責任險」的保戶多超過 1%
 - (3) 若第一年有 45% 的保戶投保「超額責任險」，第二年至少有 10% 的保戶會用原價 600 元加保「超額責任險」
 - (4) 不論第一年有多少保戶投保「超額責任險」，第二年開始，每年投保「超額責任險」的保戶會逐年增加
 - (5) 超級業務員誇口說，按這樣的模式，有一年會讓「超額責任險」的保戶超過九成

三、選填題 (占 24 分)

A. 滿足不等式 $x + 2y \leq 30$ 的正整數解中，滿足 $x - y \geq 2$ 的有 _____ 組。

B. 學校合作社的午餐餐色講究色香味俱全，主餐的部分有麵、飯和麵包 3 種，副餐有竹筴魚、炸豬排、咖哩牛肉和三杯雞肉 4 種，另有黃色蔬菜 2 種(玉米和黃甜椒)，綠色蔬菜 3 種(青花椰菜、空心菜和芥菜)。每個便當都會有一個主餐和一個副餐再加兩樣不同的青菜。但因為配色的關係，主餐如果是麵就不會配咖哩牛肉也不會選黃色蔬菜；因為味道的關係，主餐麵包不搭配竹筴魚，其他可以任意搭配，則合作社每天會有 _____ 種便當。

C. 樂樂百貨舉辦週年慶活動，活動分成兩個階段，第一階段要付費參加「骰子樂活動」，每次活動費為 200 元，「骰子樂活動」方式為丟擲 2 個大正立方體的骰子，骰子點數為 1 到 6 點。如果第一次丟擲兩個骰子，得到點數和為 3 的倍數就可以免費參加第二階段的「抽抽樂活動」；如果第一次沒有丟到點數和為 3 的倍數，可以有第二次機會；如果第二次再沒有丟到 3 的倍數，則要重新付費才能再玩。
第二階段的「抽抽樂活動」，抽獎箱內有 3 顆不同顏色的球，每顆球都有其代表的獎項，

紅球為 1000 元禮券，白球為 500 元禮券，黑球為 200 元禮券。曉華今天要付費參加此活動一次，試問參加這活動的期望值為_____元。(四捨五入取到整數位)

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一、若 $O(0,0)$ ， $A(2,1)$ ， $B(1,6)$ ，若 $\vec{OP} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$ ，其中 $-1 \leq m \leq 1$ ， $0 \leq n \leq \frac{1}{2}$ 且 $m+n \leq 1$ ，

試求：

- (1) 請在直角坐標上畫出 P 點所在的區域(請標示出其區域邊界及端點)。(4 分)
- (2) 請計算 P 點所在的區域面積。(4 分)
- (3) 若圓 $C: x^2 + y^2 + 2x + k = 0$ 為能夠涵蓋 P 點所在區域最小的圓，其 k 值為何？(5 分)

二、適逢年假，貨運繁忙，根據貨運公司以往的統計，每天的貨運量至少達 60 噸，貨運公司有分大小兩種貨運車，已知大車有 12 輛且每次每輛最多可以載貨 5 噸，小車有 10 輛且每次每輛最多可以載貨 3 噸，為了行車安全，貨運公司每天可以調度的貨車司機有 15 人，每位司機最多出車一次，每次出車，司機含油資的成本大車要 1000 元，小車要 550 元，試求每天要如何派車可以達到最小成本，並求最小成本。(假設大車派 x 輛，小車派 y 輛)

- (1) 列出滿足的不等式。(3 分)
- (2) 列出目標函數 $P(x, y)$ 。(2 分)
- (3) 畫出可行解區域。(3 分)
- (4) 列出可能的派車方式並求出最佳解。(5 分)

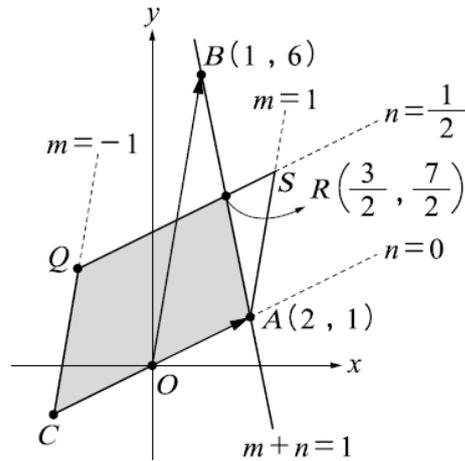
**RB5101 108 學年度全國高級中學指定科目第五次模擬考數學乙
(108-E5) 參考答案**

選擇題：1. (2) 2. (1) 3. (3) 4. (1)(5) 5. (2) 6. (2)(3) 7. (1)(2)(3)

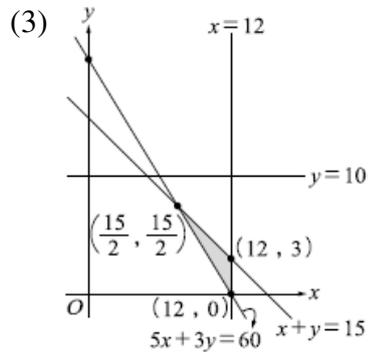
選填題：A. 126 B. 79 C. 115

非選擇題：一、(1)

(2) $\frac{77}{8}$ (3) $-\frac{35}{2}$



二、(1)
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 5x + 3y \geq 60 \\ x + y \leq 15 \end{cases}, x, y \text{ 為非負整數}; (2) P(x, y) = 1000x + 550y$$



(4) 可能的派車方式為

- $y=0, x=12$
- $y=1, x=12$
- $y=2, x=11 \sim 12$
- $y=3, x=11 \sim 12$
- $y=4, x=10 \sim 11$
- $y=5, x=9 \sim 10$
- $y=6, x=9$
- $y=7, x=8$

大車派 9 輛，小車派 5 輛，此時有最低成本為 11750 元