

109 學年度全國高級中學指定科目第五次模擬考數學乙(109-E5)



第壹部分：選擇題（占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

1. 已知實係數三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 滿足 $f(-2) = f(1) = f(3) = 3$ 且 $f(-3) = -21$ ，則方程式 $f(x) = 0$ 有多少實根？
(1) 0個 (2) 1個 (3) 2個 (4) 3個 (5) 無限多個
2. 坐標平面上兩平行直線 L_1 與 L_2 的距離為 8，點 A 在 L_1 上，點 B 為點 A 在 L_2 上的投影點，點 C 在 L_2 上且 $\overline{BC} = 6$ ，則內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的值為下列哪一個選項？
(1) 36 (2) 48 (3) 64 (4) 80 (5) 100
3. 在 2019 新型冠狀病毒肺炎 (COVID-19) 採用的病毒核酸檢測中，由於檢體僅含少量的病毒基因，在實驗室中可透過即時定量聚合酶連鎖反應 (Real-time Quantitative Polymerase Chain Reaction，簡稱 qPCR) 來複製檢體中的 DNA 數量。理想的 qPCR 會以 2 的 n 次方的方式來複製 DNA 數量，由此定義循環數閾值 (Cycle threshold，簡稱 Ct 值) 來診斷患者是否罹病。例如 Ct 值 = 30，則 DNA 數量放大為原來的 2^{30} 倍。根據中央流行疫情指揮中心指示，目前臺灣 Ct 值的標準為 35，Ct 值在 35 以下會被判為陽性。假設 Ct 值 = 35 時，DNA 數量放大為原來的 n 倍，試問 n 的值最接近下列哪一個選項？(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)
(1) 1.05 億 (2) 3.5 億 (3) 10.5 億 (4) 35 億 (5) 350 億

二、多選題（占 32 分）

4. 連續兩天測量同一位病人血壓的舒張壓，測量單位均為毫米汞柱。第一天共量五次，分別為 65、75、95、80、85，五次舒張壓的算術平均數與標準差分別為 μ_1 與 σ_1 ；第二天共量六次，分別為 65、75、95、78、85、 x ，已知六次舒張壓的中位數為 80，算術平均數與標準差分別為 μ_2 與 σ_2 。試選出正確的選項。
(1) 第一天五次舒張壓的中位數為 95 (2) $\mu_1 = 80$ (3) $x = 80$ (4) $\mu_2 = 80$ (5) $\sigma_1 < \sigma_2$
5. 坐標平面上直線 L 的方程式為 $y = kx - (3 - k)$ ，其中 k 為實數。試選出正確的選項。
(1) 無論 k 為何值，直線 L 恆過點 $(-1, -3)$
(2) 若 x 值增加 5 單位，其相對應的 y 值增加 $k + 5$ 單位
(3) 若直線 M 的方程式為 $3x + 4y + 5 = 0$ 且垂直直線 L ，則 $k = -\frac{4}{3}$
(4) 若 L 不通過第一象限，則 $k \leq 0$ (5) 若點 $P(1, 1)$ 、點 $Q(3, 9)$ 在 L 的異側，則 $2 < k < 3$
6. 已知 p 、 q 為實數，二次函數 $y = f(x) = -2x^2 + px + q$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，與 y 軸交於 C 點，且其頂點 D 的坐標為 $(\frac{3}{2}, \frac{11}{2})$ 。試選出正確的選項。
(1) $p + q = -7$ (2) C 點的坐標為 $(0, 1)$ (3) \overline{AB} 的長度為 3 (4) $f(\frac{7}{2}) < 0$
(5) $y = f(x)$ 的圖形與直線 $y = -2x + 9$ 恰交於一點
7. 便利超商舉辦一促銷活動，請每位消費者從摸彩箱中同時取出兩顆彩球，獎金為兩彩球標示金額之和。已知摸彩箱中共有 5 顆球，其中標示 120 元的球有 1 顆，標示 60 元的球有 2 顆，標示 0 元的球有 2 顆。假設每顆球被抽到的機率相等，試選出正確的選項。
(1) 獎金最高為 120 元 (2) 獎金為 60 元的機率為 $\frac{1}{5}$ (3) 獎金為 120 元的機率為 $\frac{3}{10}$

(4)中獎(即獎金不為0元)的機率為 $\frac{4}{5}$ (5)獎金的期望值為96元

三、選填題 (占 24 分)

A. 設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & -\sqrt{a} \\ \sqrt{a} & a \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 其中 $a > 0$, 且 A 的行列式之值為 6, 試問 $A + 2I$ 的行列式之值為_____。

B. 某大學數學系申請入學必須先通過初試後再進行複試。若初試通過率為 $\frac{1}{6}$, 複試通過率為 $\frac{1}{8}$ 。已知小明沒有錄取, 則小明是在複試失敗的機率為_____。(化為最簡分數)

C. 如下圖, 一建商在道路兩側各蓋了三棟大小相同且前門相對的豪宅, 編號為豪宅①至豪宅⑥(其中①與④, ②與⑤, ③與⑥前門分別相對)。今甲、乙、丙三人欲從中各買一棟, 若希望所買的三棟豪宅中任兩棟左右不相鄰且前門不相對, 則符合的買法有_____種。



第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一、某社團於愛心園遊會活動中欲販售蛋包飯、奶茶兩種食物，並響應環保愛地球租用環保餐具盛裝，最後將所得淨利潤全數捐給公益團體。此社團的規劃如下：

蛋包飯：食材成本一份15元，環保餐盒租金一個1元，售出一份淨利潤15元。

奶茶：食材成本一杯10元，環保杯租金一個2元，售出一杯淨利潤20元。

考量社團經費，限制所有食材成本上限為4500元，所有環保餐具租金上限為400元。假設所準備的蛋包飯和奶茶皆可賣完，此社團希望能在食材成本上限和環保餐具租金上限的限制下獲得最大的淨利潤。試回答下列問題。

- (1) 試寫出此問題之線性規劃不等式及目標函數。(4 分)
- (2) 在坐標平面上畫出可行解區域，並以斜線標示該區域。(3 分)
- (3) 此社團應準備蛋包飯多少份、奶茶多少杯才可獲得最大淨利潤？此最大淨利潤為何？(6 分)

二、依據某國人口資料分析，發現其「新生兒人口成長率」有每兩年重複的規律性。以西元2001年為例，新生兒人口成長率 $=\frac{2001\text{年新生兒人口}-2000\text{年新生兒人口}}{2000\text{年新生兒人口}}=-4\%$ ，下表為西元2001年至2010年的「新生兒人口成長率」。

西元年	2001	2002	2003	2004	2005	2006	...	2010
新生兒人口成長率	-4%	8%	-4%	8%	-4%	8%	...	8%

試問：

- (1) 西元2003年相較於西元2000年新生兒人口是增加、減少還是保持不變？並請說明理由。(5 分)
- (2) 假設該國於西元2000年新生兒人口為100,000人，依此規律，請預測在西元哪一年新生兒人口會首次突破150,000人？(8 分)
(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 0.96 \approx -0.0177$ ， $\log 1.08 \approx 0.0334$)

**RB5102 109 學年度全國高級中學指定科目第五次模擬考數學乙
(109-E5) 參考答案**

選擇題：1. (4) 2. (3) 3. (5) 4. (2)(4) 5. (1)(4)(5) 6. (2)(4)(5) 7. (3)(5)

選填題：A. 18 B. $\frac{7}{47}$ C. 12

非選擇題：一、(1) 設準備 x 份蛋包飯與 y 杯奶茶，其中 x 、 y 為非負整數，

$$\text{不等式為 } \begin{cases} 15x+10y \leq 4500 \\ x+2y \leq 400 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 3x+2y \leq 900 \\ x+2y \leq 400 \end{cases}, \text{ 目標函數為 } 15x+20y$$

(2) 略 (3) 蛋包飯 250 份，奶茶 75 杯，最大淨利潤為 5250 元

二、(1) 減少，說明略； (2) 西元 2024 年