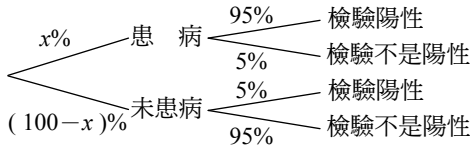


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	3	345	235	245	145	8	9	-	1	1	2	5	1

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 設全國民眾真正有新冠肺炎的比例為 $x\%$



$$x\% \times 95\% + (100-x)\% \times 5\% = 14\% \Rightarrow x = 10$$

所以 2300 萬 $\times 10\% = 230$ 萬，
故選(2)。

2. $|x-1| + |x-k|$ 可視為數線上 x 到 1 的距離與 x 到 k 的距離之和。

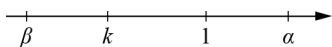
①若 $k > 1$ ，觀察圖形可知，

$$\Rightarrow \frac{1+k}{2} = \frac{\alpha+\beta}{2} \text{ 且 } \alpha-\beta \text{ 恰為 } x \text{ 到 } 1 \text{ 的距離與 } x \text{ 到 } k \text{ 的距離之和，所以 } k=2，\text{ 又 } d(\alpha, k) = d(1, \beta)，\text{ 所以 } \alpha-\beta=4$$

$$\Rightarrow \text{所求為 } 2+4=6。$$



②若 $k < 1$ ，同理可得 $\frac{1+k}{2} = \frac{\alpha+\beta}{2} \Rightarrow k=2$ (矛盾)。



故選(4)。

3. 分為以下二種情形討論：

①主菜選排骨或雞排 $\Rightarrow P_1^2 \times P_1^2 \times (P_3^4 - P_1^2) \times 3! = 48。$

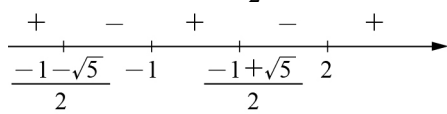
②主菜選三杯雞 $\Rightarrow P_1^2 \times P_1^1 \times (P_3^5 - P_1^3) \times 3! = 84。$

由①②可知，總共有 132 種，故選(3)。

二、多選題

4. (1) \times : $(x-2)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2。$

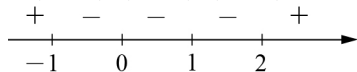
(2) \times : $x^2+x-1=0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$



$$x < \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ 或 } -1 < x < \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ 或 } x > 2。$$

(3) \circ : 因為 $x^2+x+1 > 0$ ，所以 $(x-2)(x+1) > 0 \Rightarrow x > 2$ 或 $x < -1。$

(4) \circ : $x^2(x-1)^4(x-2)^3(x+1) > 0$



$$\Rightarrow x > 2 \text{ 或 } x < -1。$$

(5) \circ : $\frac{x+1}{x-2} > 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) > 0 \Rightarrow x > 2$ 或 $x < -1。$

故選(3)(4)(5)。

5. 因為 A, B, C 三事件獨立，

所以 A, B, C 兩兩獨立且 $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$

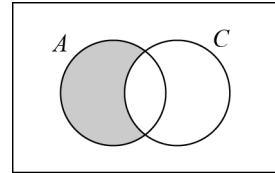
(1) \times : 因為 A, B 獨立，所以 $P(A|B) = P(A)。$

(2) \circ : 因為 B, C 獨立，所以 B 與 C' 也獨立

$$\Rightarrow P(B \cap C') = P(B) \times P(C')。$$

(3) \circ : 如下圖，

$$P(A-C) = P(A) - P(A \cap C) = P(A) - P(A) \times P(C) = P(A) \times (1 - P(C)) = P(A) \times P(C')。$$



(4) \times : $P((A \cap B \cap C)') = P(A' \cup B' \cup C') \neq P(A') \times P(B') \times P(C')。$

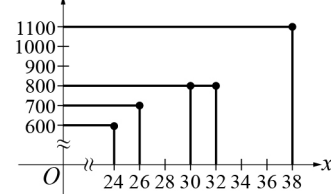
(5) \circ : 左式：
$$\frac{n(A \cap B \cap C) \times n(S)}{n(S) \times n(S)} = P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)。$$

右式：
$$\frac{n(A) \times n(B \cap C)}{n(S) \times n(S)} = P(A) \times P(B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)。$$

$$\text{所以 } n(A \cap B \cap C) \times n(S) = n(A) \times n(B \cap C)。$$

故選(2)(3)(5)。

6. (1) \times :



因為沒有共線，所以 $r \neq 1。$

(2) \circ : $\mu_x = 30, \mu_y = 800。$

x	24	26	30	32	38	
y	600	700	800	800	1100	
$x - \mu_x$	-6	-4	0	2	8	
$y - \mu_y$	-200	-100	0	0	300	總和
$(x - \mu_x)(y - \mu_y)$	1200	400	0	0	2400	4000
$(x - \mu_x)^2$	36	16	0	4	64	120
$(y - \mu_y)^2$	40000	10000	0	0	90000	140000

$$\Rightarrow r = \frac{4000}{\sqrt{120} \sqrt{140000}} = \frac{10}{\sqrt{105}} \approx 0.98。$$

(3) \times : 迴歸直線必通過 $(30, 800)$ 且斜率為 $\frac{4000}{120} = \frac{100}{3}$

(4) \circ : 迴歸直線為 $y - 800 = \frac{100}{3}(x - 30)$

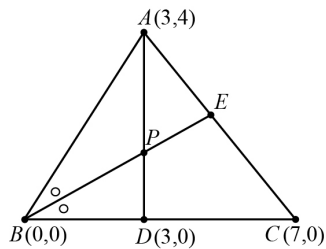
$$\Rightarrow y = \frac{100}{3}x - 200。$$

$$x = 33 \text{ 代入迴歸直線 } y = 1100 - 200 = 900。$$

(5) \circ : $m' = r \times \frac{\sigma_y'}{\sigma_x'} = r \times \frac{1.2\sigma_y}{\sigma_x} = 1.2m = 1.2 \times \frac{100}{3} = 40。$

故選(2)(4)(5)。

7. 將 $\triangle ABC$ 置於坐標平面上，
可得 $B(0,0)$ ， $A(3,4)$ ，
 $C(7,0)$ 。



- (1) \circ : $\overrightarrow{BC} = (7, 0)$ 。
 (2) \times : 因為 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，
可知 $D(3, 0)$ ，
則 \overline{BP} 在 \overline{BC} 上的
正射影為 $\overline{BD} = (3, 0)$ 。
 (3) \times : 因為 \overline{BE} 平分 $\angle ABC$ ，由角平分線性質可知
 $\overline{CE} : \overline{EA} = \overline{BC} : \overline{BA} = 7 : 5$ 。
 (4) \circ : 因為 \overline{BE} 平分 $\angle B$ ，由角平分線性質可知
 $\overline{AP} : \overline{PD} = \overline{BA} : \overline{BD} = 5 : 3$ 。
 (5) \circ : $\overline{AP} = \frac{5}{8} \overline{AD} = \frac{5}{8} \left(\frac{4}{7} \overline{AB} + \frac{3}{7} \overline{AC} \right)$
 $= \frac{5}{14} \overline{AB} + \frac{15}{56} \overline{AC}$ 。

故選(1)(4)(5)。

三、選填題

A. 設長期而言，設定鬧鐘的機率為 P

$$\begin{bmatrix} 0.9 & 0.8 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ 1-P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ 1-P \end{bmatrix}$$

$$0.9P + 0.8(1-P) = P$$

$$0.9P = 0.8, P = \frac{8}{9}$$

B. 因為 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 且 $y = a^x$
和 $y = \log_a x$ 圖形對稱 $y = x$ ，
所以直線 AB 的斜率為 -1 。
故方程式為 $y = -x + k$ ，
即 $x + y - k = 0$

$$\Rightarrow 6\sqrt{2} = \frac{|k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

得 $k = 12$ 。

故數對 $(m, k) = (-1, 12)$ 。

C. 咖啡 $\text{pH} = -\log [\text{H}^+] = 5$ ， $[\text{H}^+] = 10^{-5}$ 。
牛奶 $\text{pH}' = -\log [\text{H}^+]' = 6$ ， $[\text{H}^+]' = 10^{-6}$ 。

$$\text{混合後的氫離子濃度為 } \frac{10^{-5} \times 0.4 + 10^{-6} \times 0.1}{0.5} = 8.2 \times 10^{-6}$$

$$\text{pH 值} = -\log(8.2 \times 10^{-6}) = 6 - \log 8.2 \approx 6 - 0.9 = 5.1$$

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\frac{1}{2}$ ；(2) 24 張；(3) $[0.625, 0.875]$ 。

【詳解】

$$(1) P(\text{得到電影票}) = P(3 \text{ 正}) + P(2 \text{ 正 } 1 \text{ 反}) \quad (\text{各 } 2 \text{ 分，共 } 4 \text{ 分})$$

$$= \frac{1}{2^3} + \frac{C_2^3}{2^3} = \frac{1}{2} \quad (1 \text{ 分})$$

$$(2) 48 \times \frac{1}{2} = 24 \text{ 張，}$$

所以預期應發出 24 張。(3 分)

$$(3) \hat{p} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4} = 0.75 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4} \times \frac{1}{4}}{48}} = \frac{1}{16} = 0.0625 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\Rightarrow [0.75 - 2 \times 0.0625, 0.75 + 2 \times 0.0625]$$

$$= [0.625, 0.875] \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{二、(1) } \begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 12 \\ 50x + 30y \leq 400 \end{cases}, \text{ 目標函數 } 400x + 300y;$$

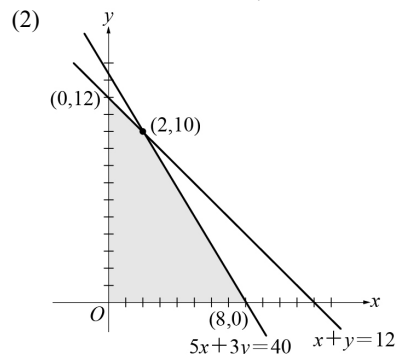
(2) 略；

(3) 羽毛球 2 小時、飛輪車 10 小時；消耗卡路里最大值为 3800。

【詳解】

$$(1) \text{ 條件不等式 } \begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 12 \\ 50x + 30y \leq 400 \end{cases} \quad (3 \text{ 分})$$

目標函數 $400x + 300y$ 。(1 分)



(4 分，方程式對，沒畫出可行解區域只得 2 分)

$$(3) \begin{array}{c|c|c|c|c} (x, y) & (0, 0) & (8, 0) & (0, 12) & (2, 10) \\ \hline 400x + 300y & 0 & 3200 & 3600 & 3800 \end{array} \quad (4 \text{ 分})$$

賴老師應打 2 小時羽毛球、騎 10 小時飛輪車。(1 分)
消耗卡路里的最大值为 3800。(1 分)