

# 全國公私立 104 學年度第 5 次數學乙指定科目複習考試



RB586

## 第壹部分：選擇題

### 一、單選題(占 12 分)

- 四邊形  $ABCD$  中，若  $\overline{AB}=2$ ， $\overline{AD}=1$ ， $\angle A=120^\circ$ ， $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ ，則  $\overline{AC}$  為何？  
 (1)  $\sqrt{13}$     (2)  $\sqrt{21}$     (3) 13    (4) 15    (5) 21
- 設  $x、y$  為整數，且  $-3 \leq x \leq 2$ ，若  $2(x-1)-\sqrt{y^2}=-4$ ，試問符合此條件的數對  $(x,y)$  有幾組？  
 (1) 4 組    (2) 5 組    (3) 7 組    (4) 10 組    (5) 13 組

### 二、多選題(占 40 分)

- 已知函數  $f(x)=\begin{cases} 5^x, & x \leq 0 \\ \log_4 x, & x > 0 \end{cases}$ ，又  $x$  的方程式  $f(x)=-x-a$  只有一個實根，則實數  $a$  的可能值為何？  
 (1) -500    (2) -1.5    (3) -1    (4) 0    (5) 500
- 下列敘述哪些正確？  
 (1) 設  $\log x = -3.667$ ，若  $x$  以科學記號表示為  $a \times 10^n$ ， $4 < a < 5$ ， $n = -4$   
 (2) 方程式  $\frac{3^x + 3^{-x}}{2} = -(2x-3)^2$  有實數解  
 (3) 已知  $O、A、B$  為不共線之相異三點，若  $\overrightarrow{OC} = \frac{8}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{5}{3}\overrightarrow{OB}$ ，則  $C$  點在直線  $AB$  上  
 (4) 設  $A、B$  為樣本空間  $S$  的兩事件，若  $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ，則  $\frac{1}{6} \leq P(B) \leq \frac{1}{2}$   
 (5) 承(4)，若  $A、B$  為獨立事件，則  $P(B) = \frac{1}{6}$
- 已知實係數多項式  $f(x) = x^3 + ax^2 - x + 7$ ，則下列敘述哪些正確？  
 (1) 設  $m、n$  皆為整數， $m$  為 1 的因數，且  $n$  為 7 的因數，則  $mx-n$  為  $f(x)$  的因式  
 (2) 已知  $g(x) = 3x^2 - 5$ ，則  $f(x) = g(x)$  的解必至少有一個實根  
 (3) 若  $-7 < a < -\frac{13}{4}$ ，則方程式  $f(x)=0$  在 1 與 2 之間至少存在一實根  
 (4) 若  $a < -7$  時，方程式  $f(x)=0$  必有三實根  
 (5) 若  $a$  是整數且方程式  $f(x)=0$  有三個相異有理根，則  $a$  是 7 的因數
- 設有  $n$  組二維數據  $(x_i, y_i)$ ， $i=1,2,3,\dots,n$ ，若  $y$  對  $x$  的迴歸直線為  $y = -3x + 6$ ，則下列敘述哪些正確？  
 (1) 若  $\sum_{i=1}^n x_i > 0$ ，則  $\sum_{i=1}^n y_i < 0$     (2) 此  $n$  組數據之相關係數必為負數  
 (3) 若  $x$  與  $y$  為完全相關，則相關係數為  $-3$   
 (4) 若將數據  $(x_i, y_i)$  做標準化後得到新的數據  $(x'_i, y'_i)$ ，則  $x'$  和  $y'$  的標準差相等  
 (5) 承(4)，若數據  $(x_i, y_i)$  的相關係數為  $r$ ，數據  $(x'_i, y'_i)$  的相關係數為  $r'$ ，則  $r' = r$
- 已知袋中有大小相同的 3 紅球，2 白球，每次隨機自袋中取一球，取後不放回，直到白球全部取出為止。令隨機變數  $X$  為取球的次數，請選出正確選項。  
 (1)  $X=3$  的機率小於  $\frac{3}{10}$     (2)  $X$  為偶數的機率為  $\frac{2}{5}$

(3) 已知  $X=4$ ，則第 3 球為紅球的條件機率為  $\frac{2}{3}$

(4)  $X$  的期望值大於 2 次 (5)  $X$  的標準差大於 2 次

## 二、選填題(占 24 分)

A. 設珍珠奶茶 1 杯 25 元，紅茶 1 杯 10 元，今有預算上限為 300 元要買珍珠奶茶和紅茶若干杯，設珍珠奶茶的杯數大於或等於紅茶杯數的 2 倍，且至少買了 3 杯紅茶，試問一共有 \_\_\_\_\_ 種買法。

B. 臺南登革熱大流行，醫療主管機關發現如果有感染登革熱就一定可以檢測出來。但是也有 5% 的機率，將沒有染上登革熱的人誤檢為患有登革熱。已知臺南市人口中有 4% 染上登革熱。若某次對臺南市某區域做疫情檢查，該區域共有五萬人接受檢驗，而且張三被告知染上登革熱，求張三確實染上登革熱的機率為 \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

C. 丟擲一顆公正的骰子三次所得點數依序為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，求滿足兩直線  $L_1: \begin{cases} x = 3 - at \\ y = 4 + bt \end{cases}, t \in R$ ，  
 $L_2: \begin{cases} x = -1 + bk \\ y = 5 - 2ck \end{cases}, k \in R$  恰交於一點的情形有 \_\_\_\_\_ 種。

## 第貳部分：非選擇題(占 24 分)

一、爸爸帶小明和小華到兒童樂園玩，給小明一個裝有 2 個 10 元硬幣的錢袋，小華一個裝有 3 個 5 元硬幣的錢袋，但兩個小孩覺得不公平，於是爸爸要他們兩個互相交換硬幣，交換規則為：兩人從自己袋中抽出一枚硬幣互相進行交換稱為 1 次，這樣進行交換多次之後，請問：

- (1) 小明錢袋中金額轉變的轉移矩陣為何？(4 分)
- (2) 進行交換 3 次後，小明的錢袋中有金額 15 元的機率為何？(4 分)
- (3) 若交換次數夠多時，小明錢袋中的期望金額為何？(4 分)

二、有一隻青蛙在數線上往  $x$  軸正向跳躍前進，每一次跳躍為一單位或者兩單位。已知當牠在偶數點時，有  $\frac{3}{4}$  的機率跳動一單位；當牠在奇數點時，有  $\frac{2}{3}$  的機率跳動一單位。假設青蛙從坐標 1 出發。請問：

- (1) 經過三次跳躍後，青蛙停留在坐標 4 的機率為何？(6 分)
- (2) 經過三次跳躍後，青蛙停留在偶數點的機率為何？(6 分)

RB586 (全國公私立 104 學年度第 5 次數學乙指定科目複習考試)

選擇題：1. (1) 2. (3) 3. (1)(2) 4. (3)(4) 5. (2)(3)(4)(5) 6. (2)(4)(5) 7. (1)(2)(3)(4)

選填題：A. 9 B.  $\frac{5}{11}$  C. 210

非選題：一、(1)  $S_1$   $S_2$   $S_3$

$$S_1 \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix} \quad S_1: \text{小明袋中有2個10元}$$

$$S_2 \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad S_2: \text{小明袋中有1個10元,1個5元}$$

$$S_3 \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad S_3: \text{小明袋中有2個5元}$$

$$(2) \frac{23}{36} \quad (3) 14 \text{ 元}$$

$$\text{二、(1) } \frac{1}{3} \quad (2) \frac{109}{216}$$