



第壹部分：選擇題

一、單選題(占 18 分)

1. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為一個平行四邊形 $ABCD$ 及其內部，其中 $A(1,3)$ ， $B(6,2)$ ， $D(4,9)$ ，其中目標函數 $K = ax + by + 10$ 在點 $(2,5)$ 處有最小值 9。則在相同的條件限制下，新目標函數 $P = 2ax - by - 3$ 的最大值為何？
 (1) 58 (2) 41 (3) 32 (4) 13 (5) 條件不足，無法判斷
2. 近年來，臺灣的紅茶頗受好評，有五種主要產品為：阿薩姆紅茶、紅玉紅茶、紅韻紅茶、蜜香紅茶與日月潭紅茶；購買時以兩罐為一組裝成禮盒，這兩罐產品可以相同，也可以不同。某人想同時買三盒禮盒，這三盒禮盒可以相同，也可以不同，試問他有幾種組合方式？
 (1) 680 種 (2) 455 種 (3) 220 種 (4) 120 種 (5) 45 種
3. 設 $f(x) = \log_2(x+3)$ ，且 $1 < a < b < c$ ，若 $k_1 = \frac{f(a)-2}{a-1}$ ， $k_2 = \frac{f(b)-2}{b-1}$ ， $k_3 = \frac{f(c)-2}{c-1}$ ，則 k_1 ， k_2 ， k_3 三數之大小關係為下列何者？
 (1) $k_1 < k_2 < k_3$ (2) $k_3 < k_2 < k_1$ (3) $k_2 < k_3 < k_1$ (4) $k_3 < k_1 < k_2$ (5) $k_2 < k_1 < k_3$

二、多選題(占 32 分)

4. 四個相異實數 a 、 b 、 c 、 d 滿足 $a = \frac{4}{7}b + \frac{3}{7}c$ 且 $d = \frac{4}{3}a - \frac{1}{3}c$ ，如果將 a 、 b 、 c 、 d 標示在數線上，則下列敘述哪些正確？(1) b 在 a 與 c 之間 (2) $c > b$ (3) d 在 a 與 b 之間 (4) $d > b$ (5) a 到 c 的距離是 a 到 d 的距離的 3 倍
5. 設 A ， B 為樣本空間 S 中的兩事件， A' 代表 A 的餘事件， $P(A)$ 代表 A 發生的機率， $P(A|B)$ 代表在事件 B 發生的條件之下，事件 A 發生的機率。已知 $P(A) = \frac{2}{3}$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ， $P(A \cup B) = \frac{11}{12}$ ，請選出正確的選項。(1) $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ (2) $P(B|A) = \frac{3}{4}$ (3) $P(A'|B') = \frac{3}{8}$ (4) A ， B 為獨立事件 (5) $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(A') \cdot P(B|A')$
6. 將一個二元一次方程組 $\begin{cases} 2x + y = -13 \\ x + 5y = 7 \end{cases}$ 透過高斯消去法來化簡。首先第一步驟，先將第一列方程式與第二列方程式對調後可得 $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 2x + y = -13 \end{cases}$ ；第二步驟，再將第一列方程式乘上 (-2) 倍後加到第二列方程式可得 $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ -9y = -27 \end{cases}$ ，最後再將第二列方程式同除 (-9) 後得到方程組 $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ y = 3 \end{cases}$ 。若將上述三個步驟利用矩陣乘法來表示，即 $A \begin{bmatrix} 2 & 1 & -13 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，其中 A 為二階方陣， $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -13 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ 稱為方程組的增廣矩陣。則 A 可用下列何者來表示？
 (1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{9} \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$
 (4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} \end{bmatrix}$

7. 某校為了解學生對於「可以不穿制服到校」議題的支持度進行抽樣調查，依年級區分，所得結果如下表：

	高一	高二	高三
贊成此議題的比例 \hat{p}	0.4	0.6	0.5
\hat{p} 的標準差 $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$	0.02	0.04	0.05

下列關於本次抽樣調查結果之推論，哪些正確？

- (1) 本次抽樣調查的樣本中，高一學生贊成此議題的人數最少
- (2) 在 95% 的信心水準下，高二學生贊成此議題比例的信賴區間為 [0.56, 0.64]
- (3) 本次抽樣的高三樣本數少於高二樣本數
- (4) 本次抽樣的高一樣本數約為高二樣本數的 4 倍
- (5) 全校學生贊成此議題的比例應在 0.4 到 0.6 之間

二、選填題(占 24 分)

- A. 在坐標平面上，滿足 $A(a, 0)$ ， $B(0, 2)$ ， $C(3\cos\theta, \cos\theta - 1)$ 三點共線， θ ， a 均為實數，且 $\overline{BC} = 5\overline{AC}$ ，則 $a =$ _____。(化為最簡分數)
- B. 設一不透明箱中裝有編 1 號至 6 號的彩球若干個，已知 k 號球占全部數量的比例為 $a + bk$ 。若抽到 k 號球可得 $10k$ 元，且任取一球所得金額的期望值為 45 元，則 $a + b =$ _____。(化為最簡分數)
- C. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(11a + 9b)n^3 + (9a + 11b)n^2 + (a + b)n}{3 + n + 4n^2} = 5$ ，則 $a - b =$ _____。

第貳部分：非選擇題(占 26 分)

- 一、「擲筊」是一種道教信仰問卜的儀式；閩南語稱之為「跋杯」，普遍流傳於華人民間傳統社會。儀式內容是將兩個半月形(通常為木製)且一面平坦、一面圓弧凸出之「筊杯」擲出，若兩筊杯呈現一正一反(即一平一凸)，便稱得到「聖筊」(亦稱為聖杯)，代表向神明祈求或請示的事，獲得應允或認為可行。現今有些廟宇會利用農曆新年或特殊節慶時舉辦「擲筊大賽」，由連續擲得最多次「聖筊」者勝出。假設每個筊杯皆為公正的，即投擲後呈現平坦或凸面的機率皆為 $\frac{1}{2}$ ，試回答下列問題：
- (1) 若以擲筊進行重複試驗，每回合擲筊 2 次，若 2 次皆擲出「聖筊」稱為成功，否則就稱為失敗，總計進行 20 回合。令隨機變數 X 表示成功的回合數，且 X 的期望值 $E(X) = \mu$ ，標準差 $\sigma(X) = \sigma$ ，試求數對 (μ, σ) 。(6 分)
 - (2) 某次「擲筊大賽」，規定參賽者若擲出「聖筊」，則可繼續擲筊，否則就停止擲筊。如不考慮時間因素，試問某參賽者「至少」連續擲出 6 次「聖筊」的機率為何？(5 分)
 - (3) 承(2)，若該次大賽包含立安在內共計有 n 人參賽，規定在比賽中連續投擲出最多次「聖筊」的參賽者獲勝，可獨得頭獎獎金 100 萬元，但若獲勝者不只一人，則由所有獲勝者平分頭獎獎金。已知立安共連續擲出 6 次「聖筊」，則是試問欲使立安「無法獲得 100 萬元獎金」的機率超過 0.9，則 n 至少為多少？($\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$)(5 分)

- 二、 $f(x)$ ， $g(x)$ 皆為實係數多項式且 $f(x)$ 的次數大於 $g(x)$ 的次數，已知 $f(x) + g(x) = x^3$ ，若 $g(x)$ 的係數總和為 1， $x - 2$ 為 $f(x)$ 的因式，且 $2f(x) + g(x)$ 除以 $x + 2$ 的餘式為 28，求 $g(x)$ 。(10 分)

RB587 (臺中區國立高級中學 104 學年度指定科目第二次聯合模擬考數學乙)

選擇題：1. (2) 2. (1) 3. (2) 4. (3)(5) 5. (1)(5) 6. (2)(5) 7. (3)(4)

選填題：A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{1}{42}$ C. -10

非選題：一、(1) $(5, \frac{\sqrt{15}}{2})$ (2) $\frac{1}{64}$ (3) 151

二、 $-2x^2 + 13x - 10$