

全國公私立高級中學 105 學年度指定科目
第五次聯合模擬考(數學乙)



RB590

第壹部分：選擇題(佔 76 分)

一、單選題(占 12 分)

- 1.() 下列 5 組資料(每組各有 10 筆)的標準差分別為 σ_A , σ_B , σ_C , σ_D , σ_E , 試問這五個數(標準差)的中位數為下列哪一個選項?
 $A: 1, 1, 1, 1, 1, 10, 10, 10, 10, 10$ $B: 1, 1, 1, 1, 1, 5, 5, 5, 5, 5$
 $C: 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6$ $D: 2, 2, 2, 2, 2, 20, 20, 20, 20, 20$
 $E: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$
 (1) σ_A (2) σ_B (3) σ_C (4) σ_D (5) σ_E
- 2.() 經濟不景氣, 各種年金制度可能會破產的聲音沸沸揚揚, 導致小老百姓人心惶惶。有先見之明的小 P , 於七年前就著手規劃退休生活, 並擬定一項投資計畫, 藉以增加財富。已知小 P 在初期投入 100 萬元的本金, 而表(1)為各年度期末結算時的帳面價值。請問小 P 這七年來投資計畫的年平均成長率最接近下列哪一個數值?
 (1)6.5% (2)6% (3)5.5% (4)5% (5)4%

表(1)

| 時間 | 年度結算(萬元) | 差價(萬元) | 年成長率 |
|---------|----------|--------|--------|
| 期初 | 100 | | |
| 第 1 年期末 | 90 | -10 | -10.0% |
| 第 2 年期末 | 80 | -10 | -11.1% |
| 第 3 年期末 | 100 | 20 | 25.0% |
| 第 4 年期末 | 130 | 30 | 30.0% |
| 第 5 年期末 | 120 | -10 | -7.7% |
| 第 6 年期末 | 130 | 10 | 8.3% |
| 第 7 年期末 | 140 | 10 | 7.7% |

| log | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 |

二、多選題(占 32 分)

- 3.() 下列方程式中, 請選出恰有一個實數解的選項。
 (1) $|x-3|+|x+1|=4$ (2) $|x-3|+|x+1|\geq 10$ (3) $x^3-2x^2-3x+4=0$
 (4) $2^x=|x|$ (5) $\log|x|=x$
- 4.() 坐標平面上有兩向量 $\vec{u}=(4,2)$, $\vec{v}=(-1,2)$ 。請問下列哪些向量與 $\vec{u}+\vec{v}$ 的內積為正數?
 (1) $\vec{u}-\vec{v}$ (2) $\vec{u}-2\vec{v}$ (3) $2\vec{u}-\vec{v}$ (4) $\vec{u}-4\vec{v}$ (5) $-\vec{u}+3\vec{v}$
- 5.() 冬季來臨, 流感疫情有加溫趨勢, 衛福部鼓勵老人、中學以下的青少及孩童施打流感疫苗。為了知道國人對流感疫情相關知識的瞭解情形(簡稱為「瞭解率」), 特別委託某一研究機構對甲、乙兩城市居民做問卷調查, 結果在 95%信心水準之下, 甲、乙兩城市「瞭解率」

的信賴區間分別為 $[0.56, 0.64]$ 、 $[0.60, 0.68]$ 。根據以上敘述請選出正確的選項。

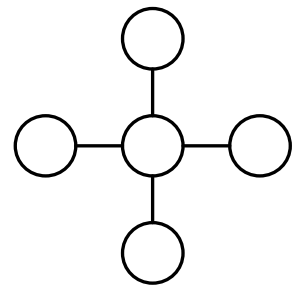
- (1)甲城市全體民眾有 60%瞭解流感疫情
- (2)甲城市的受訪民眾比乙城市的受訪民眾多
- (3)若在乙地以同樣方式進行多次民調，所得「瞭解率」有 95%的機會落在區間 $[0.60, 0.68]$
- (4)若甲地增加受訪民眾，則求出的信賴區間長度縮短
- (5)若再做一次民調，並將受訪民眾設定為 1200 人，則不論「瞭解率」是多少，在 95% 信心水準之下，都可使抽樣誤差不超過 3%

6.() 已知 a, b, c, d, e, f 為小於 10 的相異正整數，其中矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ ，請選出正確的選項。

- (1)矩陣 A 有超過 10000 種不同的可能
- (2)若 a, b, c 為奇數且 d, e, f 為偶數，則矩陣 A 有 3600 種不同的可能
- (3)若 $a < b < c$ 且 $d < e < f$ ，則矩陣 A 有 1680 種不同的可能
- (4)若 $a < b < c < d < e < f$ ，則矩陣 A 有 504 種不同的可能
- (5)若 $a=3$ 是矩陣 A 中最小的元，則矩陣 A 有 720 種不同的可能

三、選填題(占 32 分)

A. 從 1、3、4、5、7、9 這六個數字任選相異五個填入圖(1)空格中，則橫的三個數字和等於直的三個數字和之機率為_____。(化成最簡分數)



圖(1)

B. 已知 $\begin{bmatrix} x & \frac{2}{5} \\ y & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} x & \log_{27} 2 \\ \log_8 9 & y \end{bmatrix}$ 為兩方陣，其中 $\begin{bmatrix} x & \frac{2}{5} \\ y & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$ 為轉移矩陣，而 $\begin{bmatrix} x & \log_{27} 2 \\ \log_8 9 & y \end{bmatrix}$ 的反方陣不存在，且 $x > y$ ，求 $x =$ _____。(化成最簡分數)

C. 設 a, b 為整數， $f(x) = 6x^3 + ax^2 + bx - 2$ ，若 $f(x) = 0$ 有三個相異的有理根，且滿足下列二個條件：

- (1) 最小的根比 -1 小
- (2) 三根中有二根互為倒數

則 $a + b =$ _____。

D. 設直線 $y - 3 = \frac{-3}{4}(x - \alpha)$ 與兩軸交於 A、B 兩點，已知線段 \overline{AB} 的中點坐標為 $(\alpha, 3)$ ，求線段 \overline{AB} 的長為_____。

第貳部分：非選擇題(佔 24 分)

一、有一地主想在鬧區興建一停車場，已知該空地扣除通道後有 1260 平方公尺土地可使用，其中每輛汽車停車位需 14 平方公尺，一小時可收 40 元；每輛機車停車位需 2 平方公尺，一小時可收 5 元。另又要符合政府的汽機車位平衡政策，汽車車位數不得高於機車車位數的 2 倍，也不得低於 $\frac{1}{2}$ 倍。

設汽車車位 x 個，機車車位 y 個：

- (1) 除 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ，請寫出 x 、 y 必須滿足的不等式組。(3 分)
- (2) 地主要建汽車車位、機車車位各幾個可得最大利潤(一小時)?(7 分)
- (3) 最大利潤(一小時)多少元?(2 分)

二、箱中有編號分別為 1, 2, ..., 9 的九顆球。隨機抽取一球，記錄球的編號後將球放回，再隨機抽取一球，然後將這兩球的編號相乘。如果取出的二球編號乘積與事先設定的乘積(稱為目標乘積)差距小於或等於 1，則稱為成功事件。(例如：目標乘積為 10，二球編號分別為 3、3 或 2、5 皆為成功事件，但是 2、6 或 3、4 皆為失敗事件)。如果是成功事件且兩球編號乘積恰等於目標乘積，可獲得獎金 1000 元，如果是成功事件且與目標乘積差距為 1，可獲得獎金 400 元，失敗事件則無法獲得獎金。現在海綿寶寶、派大星與珊迪一起參與這個遊戲，且目標乘積分別設為 15、9 與 6，請問：

- (1) 誰的成功率最高？最高的成功率為多少？(6 分)
- (2) 誰的獎金期望值最大？獎金期望值最大的為多少？(6 分)

RB590 全國公私立高級中學 105 學年度指定科目

第五次聯合模擬考(數學乙) 參考答案

第壹部分：選擇題

1.(5) 2.(4) 3.(4)(5) 4.(1)(2)(3) 5.(2)(5) 6.(1)(3)(5)

選填題

A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 14 D. 10

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\begin{cases} 14x + 2y \leq 1260 \\ 2x - y \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \end{cases}$ (2) 汽車車位 84 個，機車車位 42 個 (3) 3570 元

二、(1) 派大星， $\frac{1}{9}$ (2) 姍迪， $\frac{5600}{81}$ 元