全國公私立高級中學107學年度指定科目第五次聯合模擬考試

數學乙考科解析

考試日期：108年2月21~22日

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
3	5	2	24	35	245	145	–	2	3	7	9	5	

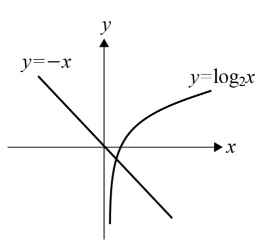
第壹部分：選擇題

一、單選題

1. $\sqrt{(\log 5-1)^2}=|\log 5-1|=|-\log 2|=\log 2$
2. 由除法原理 $f(x)=(x^2-9x+14)Q_1(x)+x+1\Rightarrow f(2)=3$
   $f(x)=(x-2)Q_2(x)+k\Rightarrow f(2)=k$，所以 $k=3$
3. <方法一>
   (1) 1 _ _ _ _ 1，有 $\dfrac{4!}{2!2!}=6$ 個，
   (2) 2 _ _ _ _ 1，有 $\dfrac{4!}{2!}=12$ 個，
   共有 $6+12=18$ 個
   <方法二>
   $\dfrac{5!}{2!2!}-\dfrac{4!}{2!}=18$

二、多選題

4. (1) 兩向量垂直，其內積為0，又 $\overrightarrow{a}$ 的長度為 $\sqrt{3}$，故可取 $\overrightarrow{a}$ 為 $(0,\sqrt{3})$ 或 $(0,-\sqrt{3})$
   (2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=(1,\sqrt{3})$ 或 $(1,-\sqrt{3})$，則 $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=2$，
   $\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(-1,\sqrt{3})$ 或 $(-1,-\sqrt{3})$ 則 $|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=2$
   (3) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 $60°$
   (4) 所圍平行四邊形面積 $=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$
   (5) $(3,3)=p(0,\sqrt{3})+q(1,0)=(q,\sqrt{3}p)\Rightarrow q=3,p=\sqrt{3}$ 或
   $(3,3)=p(0,-\sqrt{3})+q(1,0)=(q,-\sqrt{3}p)\Rightarrow q=3,p=-\sqrt{3}$，
   得 $p=\sqrt{3}$ 或 $p=-\sqrt{3}$
5. 過 $(2,0)$，$(1,-2)$ 的直線為 $\dfrac{y-0}{x-2}=\dfrac{0+2}{2-1}\Rightarrow y=2x-4$
   在此直線之右下方 $\Rightarrow y\le 2x-4$ $\quad\therefore a=2$，$b=-4$
   過 $(-1,0)$，$(1,-2)$ 的直線為 $\dfrac{y-0}{x+1}=\dfrac{0+2}{-1-1}\Rightarrow y=-x-1$
   在此直線之右上方 $\Rightarrow y\ge -x-1$ $\quad\therefore c=-1$，$d=-1$
   (1) $a+b=-2<0$
   (2) $c+d=-2<0$
   (3) $a=2>-4=b$
   (4) $c=-1=d$
   (5) $a+b=-2=c+d$
6. (1) $y=x$ 的圖形恆在 $y=2^x$ 圖形的下方
   (2) $y=2^x$ 的圖形與 $y=\log_2 x$ 的圖形對稱於 $x-y=0$
   (3) $y=\log_2 x$ 的圖形與 $y=\log_2(-x)$ 的圖形對稱於 y 軸
   (4) $y=\log_2 x$ 的圖形向上平移 $\log_2 5$ 單位，可得 $y=\log_2 x+\log_2 5=\log_2(5x)$ 的圖形
   (5) $x+\log_2 x=0\Rightarrow \log_2 x=-x\Rightarrow\begin{cases}y=\log_2 x\\ y=-x\end{cases}$ 的圖形如下



   有一個交點（恰有一個實數解）。

7. (1) 相關係數 $-1\le r\le 1$
   (2) 若全部的數據都落在 $Y=\dfrac{1}{3}X+10$ 上時，代表完全正相關，則 $r=1$
   (3) $X'=\dfrac{1}{100}X$，相關係數不變
   (4) 標準化之後，相關係數不變
   (5) $r\cdot m=r\cdot(r\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X})=r^2\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}\ge 0$

三、選填題

A. k 為負整數，$f(x)=x^3+kx^2+x-2$ 有整係數一次因式 $x-c$，則 $c=\pm1$，±2
   $f(1)=1+k+1-2=0$，$k=0$（不合）
   $f(-1)=-1+k-1-2=0$，$k=4$（不合）
   $f(2)=8+4k+2-2=0$，$k=-2$
   $f(-2)=-8+4k-2-2=0$，$k=3$（不合）
   所以 $k=-2$

B. 若取出為白球時，兩者都說實話的機率為 $\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{15}$
   若取出為黑球時，兩者都說謊話的機率為 $\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{10}$
   所求為 $\dfrac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{15}+\frac{1}{10}}=\dfrac{3}{7}$

C. $\because$ 設 $P(2t-1,t)$，
   由 $\overline{PB}=2\overline{PA}\Rightarrow\sqrt{(2t+8)^2+(t-13)^2}=2\sqrt{(2t-1)^2+(t-1)^2}$
   $\Rightarrow 5t^2+6t+233=4(5t^2-6t+2)$
   $\Rightarrow t^2-2t-15=0$
   $\Rightarrow (t-5)(t+3)=0$
   $\Rightarrow t=5$ 或 $t=-3$（不合）
   $\Rightarrow P(9,5)$

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\begin{bmatrix}3&1&4\\1&0&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}0&1&-5\\1&0&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&3\\0&1&-5\end{bmatrix}$
   $\therefore(x,y)=(3,-5)$（4分）
   (2) $\begin{bmatrix}3&1&4\\1&0&3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}3&1&4\\-5&0&-15\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}3&1&4\\4&3&-3\end{bmatrix}$
   $\therefore$ 原方程式為 $\begin{cases}3x+y=4\\4x+3y=-3\end{cases}$（6分）

二、(1) $p=\dfrac{C^2_2+C^2_2}{C^4_2}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$（4分）
   (2) $P(X=2)=C^4_2(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})^2=\dfrac{8}{27}$（4分）
   (3) $E(X)=np=4\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}$（4分）
   (4) $\sigma=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{4\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{2}$（4分）