107 學年度全國高級中學指定科目第二次模擬考數學乙

RB599

第壹部分：選擇題

一、單選題：(18 分)

1. 設 a 、 b 是兩個正實數，已知 $\log a=11.56$ ， $\log b=12.966$ ，試問 b^{10} 大約是 a^{11} 的多少倍？（已知 $\sqrt{10}\approx 3.16$ ）(1)一倍　(2)一百多倍　(3)三百多倍　(4)一千多倍　(5)三千多倍。

2. 設等腰三角形的三邊長為 a 、 b 、 c ，且 a 、 b 、 c 皆為正整數，若 $|a-b-c|+|b-a-c|+|c-a-b|=30$，則滿足條件的等腰三角形中，有幾種不同的形狀？
(1) 4 種　(2) 5 種　(3) 6 種　(4) 7 種　(5) 8 種。

3. 設事件 A 發生的機率為 $P(A)=\frac{1}{3}$ ，事件 B 發生的機率為 $P(B)=\frac{1}{4}$ ；若 A 與 B 為獨立事件，則事件 $A-B$ 發生的機率 $P(A-B)=$？(1) $\frac{1}{12}$　(2) $\frac{1}{6}$　(3) $\frac{1}{4}$　(4) $\frac{1}{3}$　(5) $\frac{1}{2}$ 。

二、多選題：(32 分)

4. 已知二階轉移矩陣 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，且 A 的反方陣為 $A^{-1}=\begin{bmatrix} e & 1 \\ 2 & f \end{bmatrix}$，請問下列哪些選項是正確的？(1) $a+b+c+d=2$　(2) $e=-1$　(3) $f=-2$
(4) $A\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$　(5)若 $A\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 且 $x+y=1$，則 $xy=\frac{2}{9}$ 。

5. 桌上覆蓋了點數1、2、3及4的四張紙牌，玩家僅知道這四種點數各有一張牌，但不知各紙牌的點數，如下所示：

此紙牌遊戲進行方式如下：「甲、乙兩人依序從中隨機各掀開一張紙牌，每張牌被掀開的機率均等，點數較大者得1分；接著再依序從剩下的兩張紙牌中隨機各掀開一張，點數較大者再得1分。」最後甲、乙總得分較多者獲勝，請問下列哪些選項是正確的？
(1)甲選到點數1的機率為 $\frac{1}{2}$　(2)甲選到點數1與2的機率為 $\frac{1}{4}$
(3)若甲知道點數1的紙牌位置且不會故意選它，則甲選到點數1的機率為 $\frac{1}{2}$
(4)若乙知道點數1的紙牌位置且不會故意選它，則甲選到點數1的機率為 $\frac{1}{2}$
(5)若乙知道點數1的紙牌位置且不會故意選它，則乙獲勝的機率為 $\frac{1}{4}$ 。

6. 已知兩變數 X 、 Y 的數據如下：

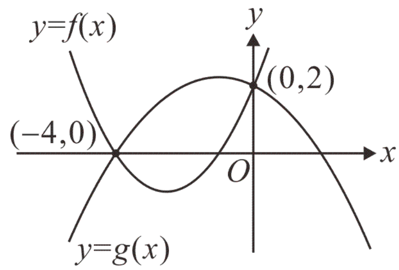
X	1	2	4	a
Y	8	7	b	3

令 X 、 Y 的算術平均數分別為 μ_1 、 μ_2，其標準差分別為 σ_1 、 σ_2， X 與 Y 的相關係數為 $r=-0.5$ ，以最小平方法得 Y 對 X 的迴歸直線為直線 L 。
現在將兩變數的數據互換後如下：

X'	8	7	b	3
Y'	1	2	4	a

令 X' 與 Y' 的相關係數為 r'，以最小平方法得 Y' 對 X' 的迴歸直線仍為直線 L，試問下列哪些選項恆成立？
(1) $r'=-0.5$　(2)直線 L 的斜率小於0　(3) $\sigma_1=\sigma_2$　(4) $\mu_1=\mu_2$　(5) $b=a+11$ 。

7. 已知兩個二次函數 $y=f(x)$ 與 $y=g(x)$ 的圖形恰相交於 $(-4,0)$ 及 $(0,2)$ 兩點，其函數圖形如右所示，若函數 $y=f(x)-g(x)$ 有最小值 -2，則下列哪些選項是正確的？

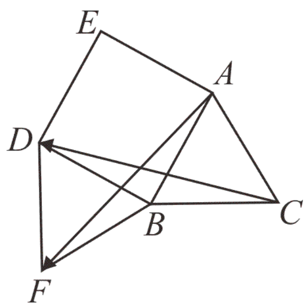


(1)不等式 $f(x)-g(x)>0$ 的解為 $-4<x<0$
(2) $x+4$ 是多項式 $f(x)+g(x)$ 的因式
(3)函數 $y=f(x)-g(x)$ 的圖形是凹口向上的拋物線
(4) $f(-2)=g(-2)-2$
(5)方程式 $f(x)g(x)=0$ 的所有根的乘積大於 0 。

三、選填題：(24 分)

A. 甲、乙、丙、丁、戊、己等六人到速食店點餐，只剩麥香雞、麥香魚、麥香豬等三種套餐可以選擇，且每種套餐都是僅剩 4 份可提供，若每個人選擇一份套餐，且甲、乙不要選擇同一種套餐，則這六個人選擇套餐的方式有________種。

B. 如右圖，有兩個正△ABC、△BDF 及正方形 $ABDE$，若正△ABC 的邊長為 2，則 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CD}=$________。（化為最簡根式）



C. 兩個實係數多項式分別為 $f(x)=x^4+ax^3+6x^2+3x+2$、$g(x)=x^4+x^3+2x^2+bx+1$，$f(x)$ 除以 $\left(x^2+2x+3\right)$ 所得的餘式為 $r(x)$，$g(x)$ 除以 $\left(x^2+2x+3\right)$ 所得的餘式為 $2r(x)$，則數對 $(a,b)=$______。

第貳部分：非選擇題(26 分)

一、設聯立不等式$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 2x-3y+6 \ge 0 \\ x+y-7 \le 0 \end{cases}$的可行解區域為$\Omega$：

(1)請在坐標平面上畫出可行解區域Ω；並求區域Ω的面積。

(2)在上述聯立不等式的限制下，試求目標函數$3x+6y$的最大值。

(3)將上述聯立不等式再加入一個條件後，得新聯立不等式為$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 2x-3y+6 \ge 0 \\ x+y-7 \le 0 \\ x-ky \ge 3 \end{cases}$，在此新聯立不等式的限制下，可使目標函數$3x+6y$有最大值$29$，則實數$k=$？

二、一個袋子內裝有大小相同的m顆紅球和n顆白球（其中m、n為正整數），總球數不超過100顆球，每顆球由袋中被取出的機會均等。每次由袋中取出一球，取後不放回，連續取兩次，設取出紅球的次數為x次，$x=0$、1、2，其得分記為$(6x+5)$分。

(1)若$m=n=5$，求取出一紅球及一白球的機率$P(x=1)=$？

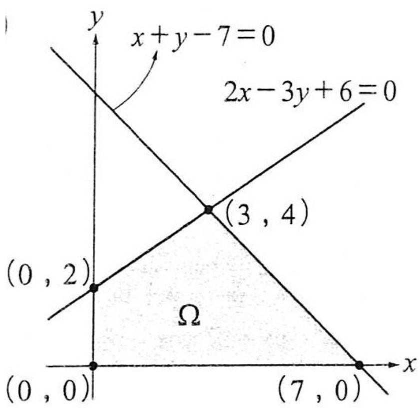
(2)請以m、n表示取得紅球的次數x的期望值$E(x)$。

(3)承(2)，若取球得分的期望值為$E(6x+5)=10$分，則此袋中最多有多少顆球？
（即球$m+n$的最大值）

RB599　**107** 學年度全國高級中學指定科目第二次模擬考數學乙

選擇題：1. (3)　2. (4)　3. (3)　4. (1)(2)(5)　5. (1)　6. (1)(2)(3)(4)　7. (2)(3)(4)

選填題：A. 474　B. $4+2\sqrt{3}$　C. $(3,-5)$

非選擇題：一、(1) 

，17 平方單位　(2) 33　(3) $\frac{1}{2}$

二、(1) $\frac{5}{9}$　(2) $\frac{2m}{m+n}$　(3) 96 顆