

臺中市立高級中等學校105學年度指定科目第四次
聯合模擬考 數學乙



第壹部分：選擇題（共占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

1. 下列哪個 x 不滿足 $|x-1|+|x-2|\geq 3$?

- (1) π (2) $\log_{106} 2017$ (3) C_2^4 (4) $\sqrt{8+\sqrt{3}}$ (5) $-2^{-\frac{1}{2}}$

2. 已知投擲兩枚相同的不公正硬幣 120 次，若出現兩個正面的期望值為 58.8 次。今連續擲此兩枚硬幣兩次，每次均為一正一反的機率最接近下列哪個選項？

- (1) 0.10 (2) 0.12 (3) 0.14 (4) 0.16 (5) 0.18

3. 假設 $f(x)$ 、 $g(x)$ 為兩個相異的二次多項式，其最高次項係數皆為 1。若 $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式和 $g(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式相同； $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式和 $g(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式亦相同。現考慮 $h(x) = f(x) - g(x)$ ，試求 $y = h(x)$ 圖形的 x 截距為何？

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) $\frac{3}{2}$ (4) 0 (5) -2

二、多選題（占 40 分）

4. 丟擲一顆不公正的骰子，點數出現 k 的機率是 P_k ， $k=1,2,\dots,6$ ，且知 $P_1 > P_2$ ，若投擲第一次，出現 3 點，投擲第二次也出現 3 點，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 出現 3 點的機率最高 (2) $P_3 + P_2 < P_1 + P_4 + P_5 + P_6$
(3) 投擲第三次，出現 3 點的機率等於出現 4 點的機率
(4) 第三次出現 3 點且第四次出現 4 點的機率等於第三次出現 4 點且第四次出現 3 點的機率
(5) 投擲第三次及第四次的點數和為 2 的機率大於點數和為 4 的機率

5. 有一地區共有 100 萬名選民，甲為該地區於某次競選中的候選人。在選前十天有 A、B 兩家民調公司同時公布了他們針對此次選舉，甲的民調支持度為：

A 公司：「甲的支持度為四成，在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為正負 2 個百分點。」

B 公司：「甲的支持度為六成，在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為正負 4 個百分點。」

請選出正確的選項。

- (1) 在 95% 信心水準下，B 民調公司的信賴區間比 A 民調公司的信賴區間長。
(2) 此次 A 民調公司所抽的樣本數在 2000 人到 2200 人之間。
(3) 此次 B 民調公司所抽的樣本數在 500 人到 700 人之間。
(4) A 民調公司所做的結果比較可信。 (5) B 民調公司所做的結果比較可信。

6. 幸福指標為衡量經濟與社會進步的主要指標，已漸成為國際新興潮流。根據我國制定的國民幸福指標其中之一，所謂實質薪資乃指「剔除物價變動後之平均薪資」，其算法為

$$\frac{\text{每人每月平均薪資}}{\text{消費者物價指數}} \times 100。$$

表(1)

年	每人每月平均薪資 (元) (A)	消費者物價指數 (2011年=100) (B)	實質薪資 (元) $(\frac{A}{B}) \times 100$
2010	44,359	98.60	44,989
2011	45,508	100.00	45,508
2012	45,589	101.93	44,726
2013	45,664	102.74	44,446
2014	47,300	103.97	45,494
2015	48,490	103.65	46,782

根據表(1)，下列哪些選項是正確的？

- (1)每人每月的平均薪資逐年增加，且增加的比率相同
- (2)消費者物價指數逐年增加
- (3)當每人每月的平均薪資增加，未必代表實質薪資增加
- (4)每人每月的平均薪資增加比率最高的是 2015 年
- (5)實質薪資增加比率最高的是 2015 年

7.平面上有兩向量 $\vec{v} = (a_1, a_2)$ 、 $\vec{u} = (b_1, b_2)$ ，其中 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 四實數互異且皆不為 0。

已知 $\vec{v} // \vec{u}$ 。選出正確的選項。

(1) $(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) = (a_1b_1 + a_2b_2)^2$ (2) $(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2) > (a_1a_2 + b_1b_2)^2$

(3)直線 $a_1x + a_2y = a_2$ 和直線 $b_2x - b_1y = b_1$ 垂直

(4)直線 $a_1x + b_1y = 0$ 和直線 $a_2x + b_2y = a_1$ 平行

(5)若直線 $a_1x + 2y = a_2$ 和直線 $b_1x + 3y = b_2$ 交一點，則交點必在 y 軸上

8.設 a 、 b 均為實數，坐標平面上，點 $A(a, 3a-5)$ 、點 $B(3, 1-3b)$ 及直線 $L: 3x-y+5=0$ 。

請選出正確的選項。

(1)A 點可能在直線 L 上 (2)A 點可能在直線 L 的上方半平面

(3)A 點到直線 L 的距離必小於 B 點到直線 L 的距離

(4)當 B 點在直線 L 的上方半平面時， \overline{AB} 長恆不小於 $\sqrt{10}$

(5)當 A 、 B 為相異兩點時，可以找到 a 、 b 值滿足向量 \overrightarrow{AB} 與直線 L 平行。

三、選填題 (占 18 分)

A.若 $P_n(n, 6n^2 + 9n + 1)$ 為坐標平面上的點，其中 n 為自然數。 P_n 到 x 軸的距離為 a_n ，到 y 軸的距離為

b_n ，且 $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$ ，則極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

B.假設 a 、 b 、 c 均為實數，且 $\begin{bmatrix} a & 1-3b \\ c & b+\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ 為一個轉移矩陣，則 $\log_b a + \log_b 2c$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

C.現有三種飲料 A 、 B 、 C ，每種飲料可選擇是否添加珍珠，其每杯的熱量如表(2)所示。例：1 杯 A 飲料加珍珠，熱量為 $200+50=250$ 大卡。現在某人欲買 2 杯飲料(可點 2 杯相同的飲料)，但熱量總和不超過 400 大卡，則此人有_____種點飲料方式。

表(2)

類別	熱量(大卡/每杯)
A	200
B	120
C	70
珍珠	50

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

一、設整係數多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + 16x$ ， $a < 0$ ，若 $f(x) = 0$ 的解當中有二個相等的根。

(1)試求 a 值。(6 分)

(2)方程式 $f(x) = x - 1$ 在哪些相鄰的整數之間有實根？(6 分)

二、某工廠欲購置甲、乙兩種機器各若干台。已知甲機器每台 700 萬元，每日可生產高級品 60 件、次級品 30 件；乙機器每台 600 萬元，每日可生產高級品 30 件、次級品 90 件。因經費限制，機器的總購置費用不得超過 1 億 3900 萬元。該工廠每日的產量，高級品不得低於 870 件，次級品不得低於 1110 件。高級品每件售價為 180 元，次級品每件售價為 120 元。試問甲、乙兩種機器應各購置幾台，可使每日的總收入最多？(假設生產出來的產品，當日均可售完) (12 分)

RB656 臺中市立高級中等學校 105 學年度指定科目第四次
聯合模擬考數學乙 參考答案

第壹部分：選擇題

1. (2) 2. (5) 3. (3) 4. (4) 5. (1)(3) 6. (3)(5) 7. (1)(3)(4) 8. (4)(5)

選填題

A. 12 B. $\frac{1}{2}$ C. 18

第貳部分：非選擇題

- 一、(1)-8 (2)在(-1,0)、(3,4)、(4,5)之間有實根
二、甲機器購置 7 台，乙機器購置 15 台總收入最多