

全國公私立高級中學 106 學年度指定科目
第六次聯合模擬考(數學乙)



RB661

第壹部分：選擇題(占 74 分)

一、單選題(占 18 分)

1. 函數 $f(x)$ 滿足 $f(-x) = f(x)$ 為偶函數，且函數的圖形對稱 y 軸。請選出下列選項中所列之函數何者為偶函數？

(1) $x^3 - x^2$ (2) $|x| + |x - 10|$ (3) $(x + 2)^2 + 3$ (4) $\frac{1}{x}$ (5) $|x + 10| + |x| + |x - 10|$

2. 坐標平面上滿足方程式 $2\log|x| - \log y = \log_2 3$ 的所有點 (x, y) 所形成的圖形為下列哪個選項？

- (1) 一個點 (2) 一射線 (3) 一個開口向上的拋物線部分圖形
(4) 一個圓 (5) $L_1: 2x - y = 3$ 與 $L_2: 2x + y = 3$ ，但是 $x \neq 0$

3. 老師發給同學每個人一條白色的長條紙(如圖所示)，要求大家必須用紅筆、藍筆或黑筆在紙上塗色，並且規定：

一、每一格只能塗一種顏色(不能不塗色)；

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

二、相鄰兩格不能同色；

三、頭尾(第一格跟第七格)要同色；

四、每種顏色至少要塗兩格。

基於老師的規定，請問金小胖同學有多少塗色的方法？

- (1) 10 (2) 30 (3) 18 (4) 24 (5) 56

二、多選題(占 32 分)

4. 定義 $i = \sqrt{-1}$ 並給定有理係數 n 次多項方程式 $f(x) = 0$ 。若 $\alpha = 1 + \sqrt[3]{5}$ ， $\beta = 2 + 7i$ 均為 $f(x) = 0$ 的根。請選出正確的選項。

- (1) $2 - 7i$ 為 $f(x) = 0$ 的根 (2) $1 - \sqrt[3]{5}$ 為 $f(x) = 0$ 的根 (3) n 可能為 4
(4) n 至少為 5 (5) $x^2 - 4x - 45$ 為 $f(x)$ 的因式

5. 給定平面向量 $\vec{a} = (x, 1)$ 、 $\vec{b} = (4, y)$ ，其中 x 、 y 為實數。請選出正確的選項。

(1) 當 $xy = 8$ 時， $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$ 有最大值 (2) 若 $(x, y) = (4, -1)$ ，則 $\vec{a} \perp \vec{b}$

(3) 若 $(x, y) = (2, 0)$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 45°

(4) 若 $(x, y) = (0, 3)$ ，則 \vec{b} 在 \vec{a} 的正射影長為 3

(5) 若 $x^2 + y^2 = 8$ 的條件下，則 $-2\sqrt{34} \leq \vec{a} \cdot \vec{b} \leq 2\sqrt{34}$

6. 政府欲推行「向前看」專案，在一次民意調查中訪問成年民眾，其中訪問成功者當中有 36% 的民眾支持推行「向前看」專案。在 95% 的信心水準下，抽樣誤差為 2.4%，請選出正確的選項。

(1) 本次抽樣調查所得的 95% 的信賴區間為 $[0.336, 0.384]$

(2) 本次抽樣調查訪問成功者約 1600 人

(3) 本次抽樣調查訪問成功者約有 576 人支持「向前看」專案

(4) 若訪問成功者提高至 2400 人，所得到的信賴區間長度會變長

(5) 由本次抽樣可以肯定全國成年民眾確實有 36% 的民眾支持推行「向前看」專案

附註：95% 的信心水準下的信賴區間公式為 $\left[\hat{p} - 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

7. 某高中全校高三畢業考英文成績資料如表(1)所示，

名稱	類組別	人數	英文成績平均	標準差
社會組	第一類組	80	80	5
自然組	第二類組	80	70	10
	第三類組	40	75	8

若自然組為第二類組與第三類組統稱，請根據上述給定的資料選出正確的選項。

- (1) 自然組英文平均成績為 72 分 (2) 自然組英文標準差高於 8 分
 (3) 全校的英文平均成績為 75 分 (4) 全校的英文標準差高於 7 分
 (5) 全校的英文標準差為 7.6 分

三、選填題(占 24 分)

A. 期末考試小英班上歷史成績平均 80 分，標準差 7 分；地理成績平均 78 分，標準差 t 分(t 值為整數)。已知小英的歷史與地理都考 85 分，而且歷史成績在班上的排名比地理成績要好，則地理成績標準差 t 的最小值為_____。

B. 矩陣 A, B 均為 2 階方陣，若 $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 22 & -17 \\ -9 & 7 \end{bmatrix}$ 且 $B^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ，據此算出

$A = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$ ，則 $p+2q+3r+4s$ 為_____。

C. 有個考眼力遊戲；三個外觀大小相同的杯子分別放在桌子左邊、中間以及右邊的位置，杯口均往下緊貼桌面，其中一個杯子裡面有顆棉花球，另外兩個杯子裡面是空的。任意兩個杯子交換位置稱為一個回合(移動過程中杯口均緊貼住桌面)。現在木栓哥開始玩遊戲，而棉花球是被放中間位置的杯子裡。請問經過五回合之後，棉花球是在中間杯子的機率為_____ (請化為最簡分數)。

第貳部分：非選擇題(占 26 分)

一、有一款 RPG 手遊，目標是建立一個十級城堡。目前小九同學已經擁有一個九級城堡，若要達成目標還需要金幣 120 單位，食物 80 單位，石材 60 單位。小九同學選擇打怪以獲取城堡升級所需的各項資源，表(2)為擊殺每種怪物一隻所能獲得的資源，

表(2)

怪物名稱	金幣	食物	石材
一級布丁	3 單位	4 單位	1 單位
一級加魯拉	4 單位	2 單位	3 單位

若小九同學考慮擊殺怪物總數最少而達成目標且假設擊殺 x 隻一級布丁與 y 隻一級加魯拉。

- (1) 請寫出滿足以上條件且可以建立一個十級城堡的線性規劃限制條件與目標函數。(6 分)
- (2) 畫圖並求可行解區域的所有頂點坐標。(5 分)
- (3) 擊殺怪物總數量最小為多少隻。(3 分)

二、(1) 實係數多項式 $f(x) = a(x-2)(x-3) + b(x-2) + c$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} \cdot 5 + \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} \cdot 7 + \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)} \cdot 11$$

請求出 a, b, c 的值。(6 分)

(2) 矩陣 $\begin{bmatrix} a & b & 1 & 0 \\ c & k & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 經過列運算為 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$ ，請求出 a, b, c 的值。(6 分)

第壹部分：選擇題

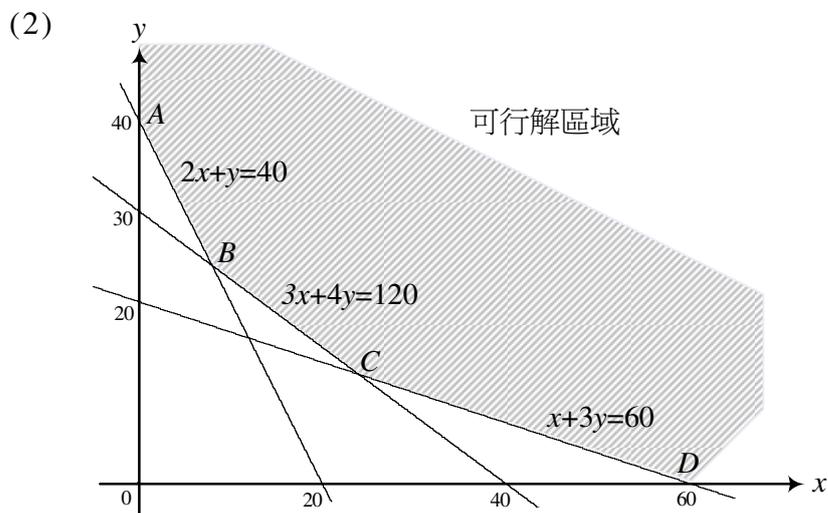
1.(5) 2.(3) 3.(2) 4.(1)(4) 5.(4)(5) 6.(1)(2)(3) 7.(2)(3)(4)

選填題

A. 10 B. 20 C. $\frac{1}{3}$

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\begin{cases} x, y \geq 0, x, y \in Z \\ 3x+4y \geq 120 \\ 4x+2y \geq 80 \\ x+3y \geq 60 \end{cases}$, 目標函數 $w = x+y$ 的最小值



格子點	A(0, 40)	B(8, 24)	C(24, 12)	D(60, 0)
w	40	32	36	60

(3) 擊殺怪物總數量最少 32 隻

二、(1) $a=1, b=4, c=7$ (2) $a=3, b=-2, c=-7$