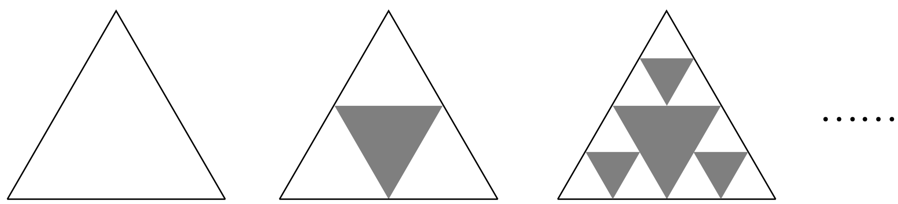
106 學年度全國高級中學指定科目
模擬考數學乙

RB662

第壹部分：選擇題(占 74 分)

一、 單選題(占 18 分)

1. 如下圖規律所示，每個圖的最大三角形均為邊長是 1 的正三角形，第 n+1 圖是將第 n 圖的每個空白三角形均分成 4 個小三角形，並將正中間的三角形塗黑。設 a_1 表示第 1 圖的空白三角形總面積，a_2 表示第 2 圖的空白三角形總面積，……，a_n 表示第 n 圖的空白三角形總面積，若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = k$，則 k 最接近的整數為



第1圖　　第2圖　　第3圖

(1) 0　(2) 1　(3) 2　(4) 3　(5) 無法得知

2. 元太、灰原跟圓子三人參加抽獎活動，已知抽獎箱內有三支有獎籤，獎項為 1000 元禮券一張，其他七支為「銘謝惠顧」，假設每支籤被抽中的機會均等。若依元太、灰原、圓子的順序輪流抽籤且取後不再放回，沒人抽到有獎籤就再依序抽一次，一直抽到有人抽中有獎籤級停止活動，且此人就可以拿走唯一的獎項 1000 元，試問灰原同學的中獎期望值為何？

(1) $\dfrac{250}{3}$ 元　(2) $\dfrac{700}{3}$ 元　(3) 300 元　(4) 325 元　(5) 1000 元

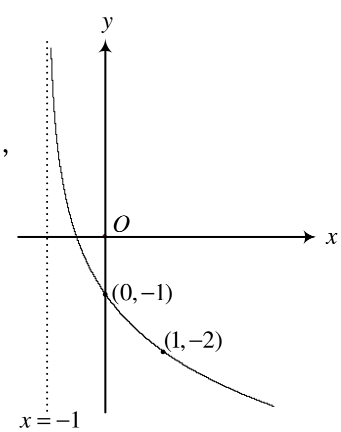
3. 若魔法學院的期末考試中，物理成績(Y)對數學成績(X)的迴歸直線為 $y = 0.8x - 3$，若已知數學的平均成績為 N 分且 $70 < N \le 75$，則物理的平均成績 M 的範圍為何？

(1) $45 < M \le 49$　(2) $49 < M \le 53$　(3) $53 < M \le 57$　(4) $57 < M \le 61$
(5) 條件不足，無法判斷

二、 多選題(占 32 分)

4. 對函數 $f(x) = a - \log_b(x+c)$ 的圖形如右圖所示且 $x = -1$ 為其漸近線，則下列的敘述何者正確？

(1) $a < 0$　(2) $b > 1$　(3) $c = -1$
(4) 方程式 $|\log_b(x+c)| - 1 = x$ 有兩相異實根
(5) $y = \log_b(x+c)$ 與 $y = b^{x+c}$ 的圖形對稱直線 x=y



5. 坐標平面上有 $A(-2,0)$、$B(2,0)$ 與 $P(a,b)$，已知 $\overline{BP}$ 與直線 $\sqrt{3}x + y - 2 = 0$ 相交且 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} \le 0$，滿足這樣條件的點 P 形成區域 Ω，則下列相關的敘述何者正確？

(1) $2a+b$ 的最小值為 $-2\sqrt{5}$　(2) $2a+b$ 的最小值為 2
(3) 在區域 Ω 內(含邊界)有 10 個格子點　(4) 區域 Ω 的面積不大於 10
(5) $(a+1)^2 + (b+1)^2$ 的最大值為 10

6. 下列關於極限與級數的敘述何者正確？

(1) $9.\overline{9} \le 10$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{3^n} = 0$ (3) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2^n+1}{3^n}\right) = 0$ (4) 無窮數列$\left\langle \frac{2^n+1}{3^n} \right\rangle$是收斂數列

(5) 若數列$\langle a_n \rangle$、$\langle b_n \rangle$均為收斂的無窮數列且$a_n < b_n$對任意正整數 n 恆成立，則 $\lim_{n\to\infty} a_n < \lim_{n\to\infty} b_n$ 亦恆成立

7. 已知三次實係數多項式 $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{5}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$，則下列選項何者正確？

(1) 方程式 $f(x) = 0$ 恰有三實根且三根和為 -5 (2) $f(x)$除以 $x-8$ 的餘式為 0

(3) 若方程式 $f(x) = 0$ 的最大實根為α，則方程式$|x-\alpha|+|x-3|=3$有實根

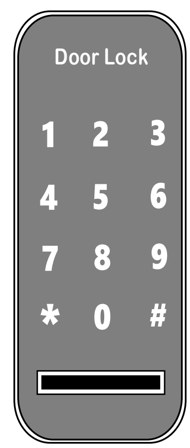
(4) 令 $g(x) = 4f(x) - 3$，則方程式 $g(x) = 0$ 的最大實根介於 1 與 2 之間

(5) 方程式 $f(x) + 0.01 = 0$的最大實根比 5 大

三、**選填題(占 24 分)**

A. 已知坐標平面上有兩點 $A(1,-2)$、$B(6,3)$ 與直線 $L: 3x + 2y - 3 = 0$，另一直線 M 與直線 L 平行且與 $\overline{AB}$ 相交，設直線 M 的 x 截距與 y 截距和為 k，則實數 k 的最大值為____________。

B. 如右圖所示，此圖為小津家中大門的密碼鎖，其數字第一行 1，4，7，第二行為 2，5，8，0，第三行為 3，6，9，設置密碼的方式為：「由 0~9 的數字中任選 6 個即可」。今小津為了方便自己記憶，以其生日 94 年 12 月 30 日的 6 個數字重新編排成密碼，但為使密碼保密度提高，鎖上同一行的數字不相連，如「931024」則不可。
試問小津共有___________種密碼設置法。



C. 根據甲城市居民長久使用 A 系列與 S 系列手機的市場調查，發現 A 系列手機用戶在下年度會有 20%的人改用 S 系列的手機，其他的則會續用。已知 105 年度有 70%的用戶使用 S 系列，106 年度有 52%的用戶使用 A 系列，假設甲城市居民只使用 A 或 S 系列的手機，每人均僅有一支手機且使用手機的總人數不變，請問預計 107 年度會有__________%的用戶使用 S 系列手機。

第貳部分：非選擇題(占 26 分)

一、 已知$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$且$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$，其中 a，b，c，d 均為實數。

(1) 試求序組(a,b,c,d)。(7 分)

(2) 若二次函數$f(x)=ax^2+bx+\dfrac{d}{3}$，試解不等式$f(2^x)>0$。(7 分)

二、 已知坐標平面上 O 為原點且有兩點$A(1,2)$，$B(4,1)$，令集合

$S=\left\{P \mid \overrightarrow{OP}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}\text{且}0\le\alpha\le1\text{且}0\le\beta\le1\text{且}\alpha+\beta\ge1\right\}$。

(1) 試求 S 所圍成的區域面積。(6 分)

(2) 在 S 的區域內(含邊界)，若$2x+3y$的最大值為 M，最小值為 m，則$M+m=$？(6 分)

RB662　106 學年度全國高級中學指定科目模擬考數學乙
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(3)　**2.**(4)　**3.**(3)　**4.**(1)(2)　**5.**(1)(5)　**6.**(1)(3)(4)　**7.**(3)

選填題

A. 20　**B.** 240　**C.** 39.2%

第貳部分：非選擇題

一、(1)　$(-9,6,-14,9)$　(2)　$x<0$

二、(1)　$\frac{7}{2}$　(2) 27