

# 臺北區高中 106 學年度第二學期指定科目第二次模擬考數學乙



## 一、單選題 (占 18 分)

1. 試選出有意義的化簡式。

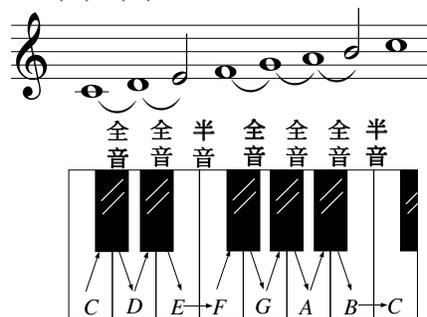
(1)  $\log_3(-2)^6 = 6\log_3(-2)$       (2)  $\begin{vmatrix} 2a & b+e \\ 2c & d+f \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}$

(3) 平面上兩相異向量  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , 若  $\vec{AB} = \vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{BC} = -5\vec{a} + 6\vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{CD} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$ , 則  $\vec{AD} = 4\vec{AB}$

(4) 設  $x \neq 0, -1$ , 且  $\frac{x+2}{x(x+1)} > 0 \Rightarrow x(x+1)(x+2) > 0$

(5) 設  $P(A)$ 、 $P(B)$  分別為事件  $A$ 、 $B$  之機率, 則  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

2. 上音樂課時阿亮老師跟全班同學解釋：音階的結構是採用「十二平均律」, 是由五個「全音」(相當於十個「半音」)和兩個「半音」所組成, 如右圖所示。而以十二平均律所構成的音階, 如中央音的  $C$  到高音的  $C$ , 每高半音皆以相同的音頻遞增, 這十二個半音的頻率是依等比數列  $\{f, f^2, \dots, f^{12}\}$  排列, 其中  $f$  為升高半音的類頻比, 頻率加倍就可以得到高八度的音。若已知右圖中琴鍵上「 $D$ 」的音頻為  $293.6(\text{Hz})$ , 試求右圖中琴鍵上「 $A$ 」的音頻約為多少? (已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 1.49 \approx 0.1732$ ,  $\log 1.5 \approx 0.1761$ )



(1) 400(Hz)    (2) 420(Hz)    (3) 440(Hz)    (4) 460(Hz)    (5) 480(Hz)

3. 我們會用 BMI(Body Mass Index)來衡量自己的身材, 其公式為:  $BMI = \frac{\text{體重}(kg)}{\text{身高}^2(m^2)}$ 。現

在抽樣調查同學, 在剔除極端值後, 將剩下的 100 位同學 BMI 值列表如下。若假設此 100 位同學的平均身高為 160 公分的情形下, 則平均體重為何?

BMI 值	18~20	20~22	22~24	24~26
人數	20	14	42	24

(1) 50kg    (2) 53kg    (3) 57kg    (4) 60kg    (5) 63kg

## 二、多選題 (占 40 分)

4. 設有 100 個數值  $(x_i, y_i)$  的相關統計量:  $\mu_x = 20$ ,  $\mu_y = 30$ ,  $\sum_{i=1}^{100} (x_i - \mu_x)^2 = 100$ ,

$\sum_{i=1}^{100} (y_i - \mu_y)^2 = 400$ ,  $\sum_{i=1}^{100} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y) = 150$ , 其中  $\mu_x$ 、 $\mu_y$  分別為  $x_i$  與  $y_i$  的算術平均數。請選出正確的選項。

(1) 兩變數  $X$  與  $Y$  的相關程度為正相關    (2) 兩變數  $X$  與  $Y$  的相關係數為 0.72

(3) 若就標準差的觀點來看, 變數  $X$  資料間的差異小於變數  $Y$  資料間的差異

(4) 若就資料標準化的觀點來看, 變數  $X$  資料中數值 80, 其標準化分數較變數  $Y$  資料中數值 80 的標準化分數低

(5) 兩變數  $X$  與  $Y$  的最適合直線方程式會過點 (20, 30)

5. 在平面上有三點  $A(0,1)$ ,  $B(2,0)$ ,  $C(4,2)$ , 則下列哪些  $m$  值可使直線  $L: y+1=m(x+1)$  與  $\triangle ABC$  有交點。

- (1)  $\frac{1}{5}$  (2)  $\frac{1}{4}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{1}{2}$  (5) 1

6. 連續投擲一枚均勻的硬幣 5 次，以隨機變數  $X$  表示硬幣出現正面的次數。令  $E(X) = \mu$  為  $X$  的期望值， $\sqrt{\text{Var}(X)} = \sigma$  為  $X$  的標準差。請選出正確的選項。

(1)  $P(X=2) = P(X=3)$  (2)  $P(X=2) = \frac{11}{32}$  (3)  $X$  的期望值為 2

(4)  $X$  的標準差為  $\frac{5}{4}$  (5)  $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = \frac{5}{8}$

7. 在平面坐標上，有兩個向量  $\vec{u} = (a, b)$ ， $\vec{v} = (c, d)$  且  $|\vec{u}| = 2$ ， $|\vec{v}| = 3$ 。若  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  之最大值为  $M_1$ ，最小值为  $m_1$ ，而  $ab + cd$  之最大值为  $M_2$ ，最小值为  $m_2$ 。請選出正確的選項。

(1)  $M_1 = 6$  (2)  $M_2 = \frac{13}{2}$  (3)  $m_1 = -5$  (4)  $m_2 = -\frac{13}{2}$

(5) 若  $\vec{p} = \alpha \vec{u} + \beta \vec{v}$  平分兩不平行向量  $\vec{u}$  和  $\vec{v}$  的夾角，則  $\alpha = \frac{3}{2}\beta$

8. 長期調查學校同學上學使用交通工具狀況：若今日搭捷運上學，則明日有 80% 繼續搭捷運上學，20% 改搭公車；若今日搭公車上學，則明日有 60% 繼續搭公車上學，40% 改搭捷運。而每日上學搭捷運、公車的車資分別為 45 元與 15 元。若有一位同學今日搭捷運上學，請選出正確的選項。

(1) 此同學兩日後仍搭捷運上學的機率為 0.72

(2) 此同學搭捷運上學的機率在某一天會低於搭公車上學的機率

(3) 長期而言，此同學搭捷運上學的機率為  $\frac{2}{3}$

(4) 長期而言，此同學上學所需的交通費用期望值為 40 元

(5) 若此同學在某一星期的五天中至少有一天搭捷運，且至少有一天搭公車上學，且不會連續三天搭捷運上學的情況有 10 種

### 三、選填題 (占 18 分)

A. 小水為了作指考複習，發現酷課雲網站知識點涵蓋影片率為  $\frac{1}{2}$  (即平均每兩個知識點即有一個知識點有影片)，知識點涵蓋試題率為  $\frac{1}{3}$  (即平均每三個知識點即有一個知識點有試題)。今小水想要點擊知識點作複習 (只要有影片或試題均可用來複習)，則在可複習的狀態下，出現影片的機率為\_\_\_\_\_。(設知識點對於影片與試題的涵蓋率為獨立的) (化為最簡分數)

B. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ， $P = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  且  $A = PBP^{-1}$ ，而  $B^5 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

C. 設  $\lim_{n \rightarrow \infty} (7n+3)a_n = 14$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n-1)a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**第貳部分：非選擇題（占 24 分）**

一、將 5 種不同顏色的球任意投入甲，乙，丙 3 個不同的箱子中，假設每球投入每個箱子的機率相同，以隨機變數  $X$  表示空箱的個數，則：

- (1) 請寫出隨機變數  $X$  的機率分布表及畫出機率質量函數圖。(6 分)
- (2) 試求出隨機變數  $X$  的期望值與變異數。(6 分)

二、根據過往學習理論與教學經驗得知：某一課程單元，每花 4 小時利用 3R(AR-VR-MR) 科技教學作課程學習，可以提升「知識理解」指標 10 點與「記憶熟稔度」指標 5 點。而同樣花 4 小時作板書教學的課程學習，可以提升「知識理解」指標 4 點與「記憶熟稔度」指標 6 點。根據過往教學經驗發現要能達成有效學習，必須使「知識理解」指標提升 160 點且「記憶熟稔度」指標議題升 160 點，而綜合指標(「知識理解」與「記憶熟稔度」指標的和)提升 360 點以上。若此一課程要讓學生達成有效的學習，則最少需花費多少小時的教學時間？應如何將此時間分配給 3R 科技教學與板書教學？請在坐標平面上畫圖並列式求解。(12 分)

RB664 臺北區高中 106 學年度第二學期指定科目第二次  
 模擬考數學乙 參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(4) 2.(3) 3.(3) 4.(1)(3)(5) 5.(3)(4)(5) 6.(1)(5) 7.(1)(2)(4)(5)  
 8.(1)(3)

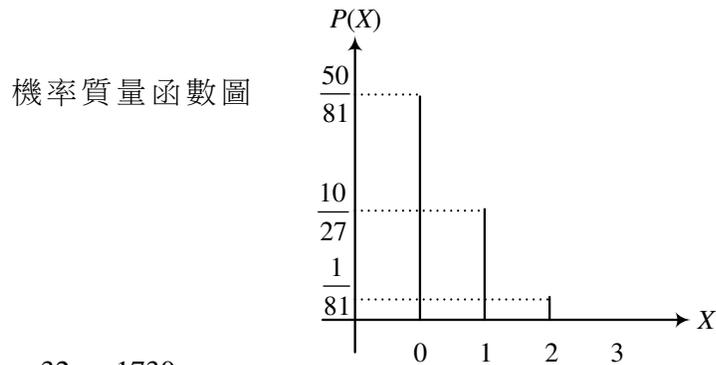
選填題

- A.  $\frac{3}{4}$  B. 32 C. 6

第貳部分：非選擇題

一、(1) 機率分布表

$X$	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{50}{81}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{1}{81}$	0



- (2)  $\frac{32}{81}$ ,  $\frac{1730}{6561}$

二、116 小時，應分配給 3R 科技教學 56 小時，板書教學 60 小時