

全國公私立 107 學年度指定科目第 7 次聯合模擬考試數學乙

第壹部分：選擇題



一、單選題：(18 分)

1. 小瑜利用矩陣的列運算在紙上解一個三元一次聯立方程組，如下：

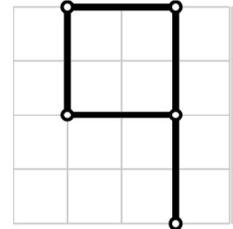
$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & a & 8 \\ 0 & 5 & -3 & b \\ 0 & 1 & c & -7 \end{bmatrix} \rightarrow \dots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

矩陣中的數字 a, b, c 之和 $a+b+c$ 為下列哪一個選項？

- (1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11

2. 將五根相同的木棒在坐標平面上依鉛直或水平方向排列成為數字 9(如圖(1))，將其中五個頂點兩兩連成一直線。若不考慮無斜率(鉛直線)的情形，將所有「有斜率之直線」的斜率相加，其和為下列哪一個選項？

- (1) -3 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 3



圖(1)

3. 設 x, y 均為正數，且 $x+2y=8$ ，則下列關於 $\log_{0.5} x + \log_{0.5} y$ 的敘述何者正確？(1) 有最大值 3 (2) 有最小值 -3 (3) 有最大值 5
(4) 有最小值 -5 (5) 最大值與最小值的和為 0

二、多選題：(32 分)

4. 某校第一類組共 120 人，上次月考中國文、英文、數學及格人數各有 90 人、80 人、75 人。國文與英文皆及格有 60 人；國文與數學皆及格有 60 人；英文與數學皆及格有 50 人。三科皆及格的有 40 人，請選出正確的選項。

- (1) 國文、英文、數學三科皆不及格的人數比例超過 $\frac{1}{20}$
 (2) 任取一人，其國文及格與英文及格兩事件為獨立事件
 (3) 任取一人，其英文及格與數學及格兩事件為獨立事件
 (4) 任取一人，其國文及格與數學及格兩事件為獨立事件
 (5) 任取一人，若他僅有一科及格，則此科目為數學的機率為 $\frac{1}{5}$

5. 某高中數理資優班成班考試，所有考生數學原始成績(X)的平均分數 μ_X ，標準差 σ_X ；自然原始成績(Y)的平均分數 μ_Y ，標準差 σ_Y 。今以下列方式調整：數學 T 分數 $M = 10 \times \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} + 50$ ，其平均分數 μ_M ，標準差 σ_M ；自然 T 分數 $N = 10 \times \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y} + 50$ ，其平均分數 μ_N ，標準差 σ_N 。請選出正確的選項。

- (1) 若 $\mu_X > \mu_Y$ ，則 $\mu_M > \mu_N$ 。 (2) 若 $\sigma_X > \sigma_Y$ ，則 $\sigma_M > \sigma_N$ 。
 (3) 有甲、乙兩考生，若甲的數學原始成績比乙高，則甲的數學 T 分數也會比乙高。
 (4) 若丙考生的數學原始成績為所有考生的中位數，則丙考生的數學 T 分數亦為所有考生的中位數。
 (5) X, Y 的相關係數 = M, N 的相關係數。

6. 某民調中心抽樣調查臺灣民眾是否同意明年經濟會好轉，結果如下：在 95% 信心水準之下，男性民眾與女性民眾同意之比例的信賴區間分別為 $[0.36, 0.44]$ 、 $[0.58, 0.62]$ ，請選出正確的選項。

- (1) 臺灣全體男性民眾當中，有 40% 的人同意明年經濟會好轉

(2) 男性民眾此次抽樣同意之比例 \hat{p} 的標準差 $\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.02$

(3) 民調中心總共抽樣 1500 人

(4) 不區分性別情況下，此次抽樣同意之比例為 0.5

(5) 不區分性別情況下，此次抽樣同意之比例的標準差小於 0.01

7. 請選出正確的選項。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2})$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 3}{n^2 + 2n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n + 3n^2}{1 + 2n - 3n^2}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{2}{3}\right)^n \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)^n$ (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{2}{3}\right)^n \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^n$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k - \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{3}\right)^k \right] > \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^k \right]$

三、選填題：(24 分)

A. 設四次多項式 $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ，已知 $f(1) = f(2) = f(3) = 0$ ，則 $f(0) + f(4) =$ _____。

B. 阿文、小友、阿燦、小燕、阿偉、小瑜共六人排成一列，但阿偉要跟阿燦相鄰且不願跟小瑜相鄰，則滿足阿偉需求的排列方法有_____種。

C. 「如果連續收到 5 場球隊獲勝的預告信都準確命中，你會相信第 6 場嗎？」。有詐騙集團發了 51200 封 mail 給世界各地參與過世足比賽投注的觀眾，信中強調他們團隊有辦法得知八強賽後的 8 場比賽之獲勝隊(每一場必分勝負)，其中 25600 封告知第一場甲隊獲勝，另 25600 封告知乙隊獲勝；等比賽結束，針對獲勝隊的 mail 再重施故技：其中 12800 封告知第二場甲隊獲勝，另 12800 封告知乙隊獲勝，依此方式進行(只發信給上一場準確者)，等到發第 6 次 mail 時，附上匯款帳號，要求收信者必須 2 小時內匯出 40 美元才能獲得第 6 場比賽獲勝隊的訊息；依照過去經驗，「每次」收到付款訊息的人當中有一半的人會匯出 40 美元，詐騙集團再針對所有匯款者故技重施(不匯款就放棄了)：一半告知甲隊獲勝，另一半告知乙隊獲勝；比賽後故技重施，接著只發 mail 給有匯款且預測正確者，附上匯款帳號，要求收信者必須 2 小時內匯出 40 美元才能獲得第 7 場比賽獲勝隊的訊息，……，如此進行至發出第 8 場比賽獲勝隊的訊息為止；請問詐騙金額的期望值為_____美元。

第貳部分：非選擇題(26 分)

一、某汽車經銷商有甲、乙兩門市，因 T 牌汽車發生瑕疵需召回更換零件。今甲門市召回 30 輛汽車，乙門市召回 40 輛汽車，需運送到 A 廠或 B 廠更換零件。已知 A 廠庫存 40 組零件，B 廠庫存 50 組零件，每輛汽車運送費用如表(1)。若經銷商決定由甲門市運送 x 輛汽車到 A 廠，由乙門市運送 y 輛汽車到 A 廠，試利用線性規劃決定 x, y 的值使總運送費用最低。

(需有：限制條件、可行解圖形、目標函數、求解答案，占 12 分)

表(1)

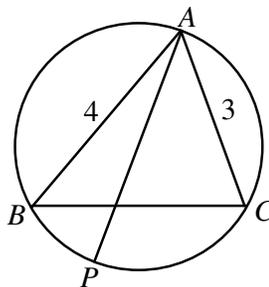
	A 廠	B 廠
甲門市	100 元	120 元
乙門市	140 元	150 元

二、如圖(2)， $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 3$ ， \overline{AP} 為 $\triangle ABC$ 外接圓的直徑。

(1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 之值。(4 分)

(2) 求 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 之值。(4 分)

(3) 若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，試求 x, y 之值。(6 分)



圖(2)

RB667 全國公私立 107 學年度指定科目第 7 次聯合模擬考試數學乙

選擇題：1. (4) 2. (1) 3. (2) 4. (2)(3)(5) 5. (3)(4)(5) 6. (2)(5) 7. (1)(4)(5)

選填題：A. 24 B. 192 C. 42000

非選擇題：一、限制條件、可行解圖形、目標函數(略)

$x = 30$ ， $y = 10$ 的時候，總運送費用 8900 元為最低

二、(1) 6 (2) 16 (3) $x = \frac{5}{6}$ ， $y = \frac{4}{9}$