# 全國公私立高級中學 107 學年度指定科目第七次聯合模擬考試

## 數學乙考科解析

考試日期：108 年 5 月 7~8 日

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 2 | 235 | 345 | 25 | 145 | 2 | 4 | 1 | 9 | 2 | 4 | 2 |
| 15 | 16 | 17 | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | | | | | | | | | | | |

### 第壹部分：選擇題

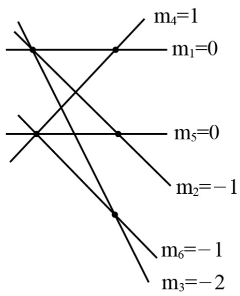
一、單選題

1. $\begin{bmatrix}1 & -1 & a & 8\\0 & 5 & -3 & b\\0 & 1 & c & -7\end{bmatrix}\to\cdots\cdots\to\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 4\\0 & 1 & 0 & 3\\0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$ 表示

$\begin{cases}x-y+az=8\\0x+5y-3z=b\\0x+y+cz=-7\end{cases}$ 之解為 $\begin{cases}x=4\\y=3\\z=1\end{cases}$ 代回方程式

可得 $a=7$，$b=12$，$c=-10$

故 $a+b+c=9$，故選(4)

2. 


$\therefore m_1+m_2+m_3+m_4+m_5+m_6=-3$

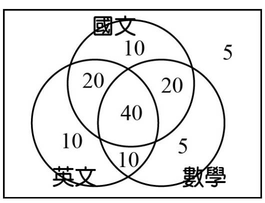
故選(1)

3. $\log_{0.5}x+\log_{0.5}y=\log_{0.5}xy$，又 $\frac{x+2y}{2}\ge\sqrt{2xy}\Rightarrow xy\le 8$

$\Rightarrow \log_{0.5}xy\geqq\log_{0.5}8=\log_{2^{-1}}2^3=-3$，有最小值$-3$，故選(2)

二、多選題

4. (1) 如圖




三科皆不及格的人數比例 $\frac{5}{120}=\frac{1}{24}<\frac{1}{20}$

(2) P(國)$\times$P(英)$=\frac{90}{120}\times\frac{80}{120}=\frac{60}{120}=$P(國$\cap$英)$\Rightarrow$獨立

(3) P(英)$\times$P(數)$=\frac{80}{120}\times\frac{75}{120}=\frac{50}{120}=$P(英$\cap$數)$\Rightarrow$獨立

(4) P(國)$\times$P(數)$=\frac{90}{120}\times\frac{75}{120}\neq\frac{60}{120}=$P(國$\cap$數)$\Rightarrow$不獨立

(5) 作僅國文及格有 10 人，僅英文及格有 10 人，僅數學及格有 5 人，所求為 $\frac{5}{10+10+5}=\frac{1}{5}$ 故選(2)(3)(5)

5. (1) $\mu_M=10\times\frac{\mu_X-\mu_X}{\sigma_X}+50=50$，同理 $\mu_N=50$，$\therefore\ \mu_M=\mu_N$

(2) $\sigma_M=\sigma_X\times\frac{10}{\sigma_X}=10=\sigma_N$，同理 $\sigma_N=10$，$\therefore\ \sigma_M=\sigma_N$

(3) $M_1-M_2=\left(10\times\frac{X_1-\mu_X}{\sigma_X}+50\right)-\left(10\times\frac{X_2-\mu_X}{\sigma_X}+50\right)=10\times\frac{X_1-X_2}{\sigma_X}>0$，

因此若 $X_1>X_2$ 則 $M_1>M_2$

(4) 由(3)知：數學 T 分數的排序與原始成績的排序相同，因此命題正確。

(5) 因 $\frac{10}{\sigma_X}$、$\frac{10}{\sigma_Y}$ 皆為正數，因此相關係數 $r_{M,N}=r_{X,Y}$。

故選(3)(4)(5)

6. (1) 此次調查，男性民眾的樣本中有 40％同意明年經濟會好轉，但全體男性民眾則不得而知。

(2) 95％信心水準之下，$[\,0.36\,,\,0.44\,]=[\,0.4-2\sigma\,,\,0.4+2\sigma\,]$

$\Rightarrow$ 標準差 $\sigma=0.02$

(3) 若男性、女性受訪人數分別為 $n_1$，$n_2$，則

$2\sqrt{\frac{0.4\times0.6}{n_1}}=0.04\Rightarrow n_1=600$

$2\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{n_2}}=0.02\Rightarrow n_2=2400$

$\Rightarrow n_1+n_2=3000$

(4) 合併男性與女性後，$\hat{p}=\frac{600\times0.4+2400\times0.6}{600+2400}=0.56$

(5) 合併男性與女性後，標準差

$\sqrt{\frac{0.56\times0.44}{3000}}=\frac{1}{100}\sqrt{\frac{56\times44}{3000}}=\frac{1}{100}\sqrt{\frac{2464}{3000}}<\frac{1}{100}=0.01$

故選(2)(5)

7. (1) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1})=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1}}=0$，

$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2})=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n-2}}=0$

$\Rightarrow$相等

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-2n+3}{n^2+2n-3}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-\frac{2}{n}+\frac{3}{n^2}}{1+\frac{2}{n}-\frac{3}{n^2}}=1$，

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-2n+3n^2}{1+2n-3n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}-\frac{2}{n}+3}{\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n}-3}=-1\Rightarrow$不相等

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[(\frac{1}{2})^n+(\frac{2}{3})^n\right]=\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{2})^n+\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{2}{3})^n=0+0=0$，

$\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})^n=\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{7}{6})^n$ 不存在$\Rightarrow$不相等

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[(\frac{1}{2})^n-(\frac{2}{3})^n\right]=\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{2})^n-\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{2}{3})^n=0-0=0$，

$\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{2}-\frac{2}{3})^n=\lim\limits_{n\to\infty}(-\frac{1}{6})^n=0\Rightarrow$相等

(5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sum\limits_{k=1}^{n}(\frac{1}{2})^k-\sum\limits_{k=1}^{n}(\frac{1}{3})^k\right]=\sum\limits_{k=1}^{\infty}(\frac{1}{2})^k-\sum\limits_{k=1}^{\infty}(\frac{1}{3})^k$

$$=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}，$$

$$\lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^{k}\right]=\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^{k}=\frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{1}{6}}=\frac{1}{5}$$

$\Rightarrow\ \frac{1}{2}>\frac{1}{5}$ 正確

故選(1)(4)(5)

## 三、選填題

A. 因爲 1, 2 , 3 皆爲 $f(x)=0$ 的根且 $\deg f(x)=4$，領導係數 1，
可設 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-k)$
$\Rightarrow f(0)+f(4)=6k+6(4-k)=24$

B. $\boxed{\text{C E}}$ABD 排列後，再將 F 排進去$\Rightarrow (4!\times 2!)\times 4=192$

C. 收到第 6 次 mail 的人有 $51200\times\frac{1}{32}=1600$ 個，此時有 800 人匯款（獲得第 6 場訊息），其中 400 人預測正確，接著有 200 人匯款（獲得第 7 場訊息），其中 100 人預測正確，接著有 50 人匯款（獲得第 8 場訊息）。
期望值爲 $800\times 40+200\times 40+50\times 40=42000$ (美元)

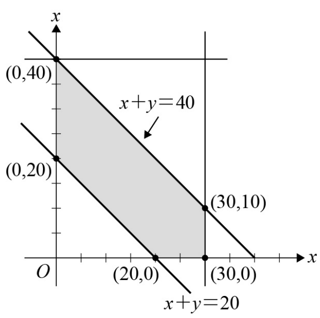
## 第貳部分：非選擇題

一、如解析

【詳解】

因甲門市運送 $x$ 輛汽車到 A 廠，乙門市運送 $y$ 輛汽車到 A 廠，所以甲門市運送$(30-x)$輛汽車到 B 廠，乙門市運送$(40-y)$輛汽車到 B 廠，

限制條件爲 $\begin{cases}0\leqq x\leqq 30\\ 0\leqq y\leqq 40\\ x+y\leqq 40\\ (30-x)+(40-y)\leqq 50\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0\leqq x\leqq 30\\ 0\leqq y\leqq 40\\ x+y\leqq 40\\ x+y\geqq 20\end{cases}$




目標函數爲

$100x+140y+120(30-x)+150(40-y)=9600-20x-10y$

將可行解區域的頂點代入目標函數爲

| $(x, y)$ | (20,0) | (30,0) | (30,10) | (0,40) | (0,20) |
|---|---|---|---|---|---|
| $9600-20x-10y$ | 9200 | 9000 | 8900 | 9200 | 9400 |

因此 $x=30$，$y=10$ 的時候，總運送費用 8900 元爲最低

答：$x=30$，$y=10$ 的時候，總運送費用 8900 元爲最低

（限制條件、圖形、目標函數、求解答案各占 3 分）

二、(1) 6 (2) 16 (3) $x=\frac{5}{6}, y=\frac{4}{9}$ 中

【詳解】

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos 60^\circ=4\times 3\times\frac{1}{2}=6$ (4 分)

(2) $\overline{AP}$ 爲直徑，因此 $\angle ABP=90^\circ\Rightarrow\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=\left|\overrightarrow{AB}\right|^2=16$ (4 分)

(3) $\begin{cases}\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=x\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+y\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}=x\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+y\left|\overrightarrow{AC}\right|^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}16=16x+6y\\ 9=6x+9y\end{cases}$ (3 分)

解聯立得 $x=\frac{5}{6}, y=\frac{4}{9}$ (3 分)