

108 學年度全國高級中學指定科目第六次模擬考數學乙

(108-E6)



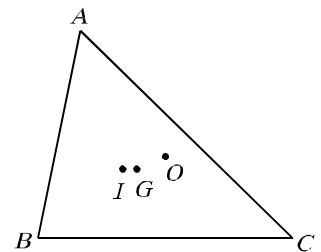
第壹部分：選擇題（占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

- 已知 $x^3 + 8x^2 + 11x + 1 = ax(x+1)(x+2) + bx(x+1) + cx + 1$ ，令二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 與 x 軸的交點為 A 、 B 兩點，試求 \overline{AB} 的長度？(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7
- 甲，乙，丙，丁四個人參加面試，要坐在 6 個排成一列的椅子上等候，四人之間可以有空位，也可以沒有空位，則共有幾種坐法？
(1) 120 種 (2) 240 種 (3) 360 種 (4) 480 種 (5) 600 種
- 科學家貝克勒(Becquerel)於 1896 年 2 月發現鈾礦具有放射性，而其中的「鈾-232」在當今環保單位公布的安全標準為每公斤的土壤中，其含量不可大於 48 貝克。已知放射性物質「鈾-232」的半衰期約 70 年，今環保單位發現農田被「鈾-232」污染，每公斤的土壤中含量達 3072 貝克，試問該土壤至少要經過多少年才會到達安全標準？($\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$) (1) 350 年 (2) 420 年 (3) 490 年 (4) 560 年 (5) 630 年

二、多選題（占 32 分）

- 某次數學模擬考後，老師針對 10 位同學做答題情況調查， x 表示單選題答對題數， y 表示多選題答對題數，10 位同學答對題數以數對 (x_1, y_1) ， \dots ， (x_{10}, y_{10}) 表示。已知 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 40$ ， $\sum_{i=1}^{10} y_i = 30$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 170$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 185$ ， $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 190$ ， L 為 y 對 x 的迴歸直線，試選出正確的選項。
(1) 相關係數為 1 (2) 迴歸直線的斜率為 0.5 (3) $(2, 2)$ 在迴歸直線上
(4) x 的標準差大於 y 的標準差 (5) $\sum_{i=1}^{10} (x - x_i)^2$ 在 $x = 4$ 時有最小值
- 已知實係數多項式 $y = f(x)$ 的圖形通過 $(0, 0)$ ， $(-1, 0)$ ， $(-2, 4)$ 三點，請選出正確的選項。
(1) 滿足條件的 $f(x)$ 只有一個 (2) $f(x)$ 的次數最低為二次
(3) $f(x)$ 除以 $x(x+1)(x+2)$ 的餘式是一次式 (4) $f(1) = 4$
(5) 若 $f(x)$ 為實係數二次多項式，則 $f(2) = 12$
- 如右圖所示， $\triangle ABC$ 三邊長分別為 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 7$ ，其重心、內心、外心分別為 G 、 I 、 O ，請選出正確的選項。
(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI} = 15$ (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = 11$ (3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = \frac{25}{2}$
(4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IG} = 4$ (5) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OG} = -8$
- 已知 A 、 P 、 M 都是二階方陣，滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ ，且 $APA^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $MA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，請選出正確的選項。



$$(1) P^{49} = \begin{bmatrix} -\frac{13}{5} & \frac{12}{5} \\ -\frac{12}{5} & \frac{13}{5} \end{bmatrix} \quad (2) P^{50} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3) M = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} \quad (4) M \text{ 為轉移矩陣}$$

$$(5) \text{ 若機率向量 } X = \begin{bmatrix} p \\ 1-p \end{bmatrix}, 0 \leq p \leq 1, \text{ 且符合 } X = MX, \text{ 則 } X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

三、選填題 (占 24 分)

- A. 有 5 男 2 女參加校內歌唱比賽，依 2 人、2 人、3 人分成三組進行分組初賽，則 2 位女生被安排在同一組的機率為_____。(化為最簡分數)
- B. 本屆選舉執政黨獲得 45 % 的選票，現在黨部為了瞭解選民對執政黨的支持率做了一個調查，希望在 95% 信心水準下，支持率的信賴區間能夠包含 45%。若隨機電話訪問 100 位民眾，則其中回答繼續支持執政黨者至少需要_____位。(請利用下表)

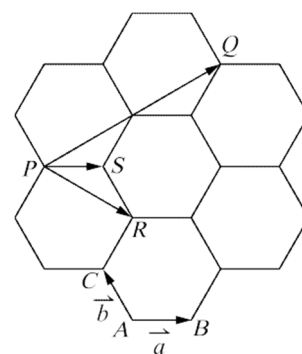
支持率 \hat{p}	0.34	0.35	0.36	0.37	0.38
$2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{100}}$	0.0947	0.0954	0.0960	0.0966	0.0971

- C. 坐標平面上有三個向量 \vec{a} ， \vec{b} ， \vec{c} ，已知 $|\vec{a}|=5$ ， $|\vec{b}|=6$ ， $|\vec{c}|=7$ 且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1, 4)$ ， $2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (6, -3)$ 。若 \vec{a} ， \vec{b} 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta$ 為_____。(化為最簡分數)

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一、右圖的蜂巢圖形是由邊長為 1 的正六邊形連接而成，其中

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \text{ 且 } \overrightarrow{PS} = \alpha \overrightarrow{PQ} + \alpha \overrightarrow{PR}。$$



- (1) 試求 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ 的值。(3 分)
- (2) 試求 $\triangle PQR$ 的面積。(3 分)
- (3) 試求數對 (α, β) 。(3 分)
- (4) 若 \overrightarrow{PR} 在 \overrightarrow{PQ} 上的正射影為 $m\vec{a} + n\vec{b}$ ，試求數對 (m, n) 。
(4 分)

二、真好吃水果行錢老闆賣蘋果、水蜜桃、櫻桃三種水果，每箱零售價為蘋果600元、水蜜桃700元、櫻桃1000元。錢老闆到水果批發市場想買蘋果、水蜜桃、櫻桃回店內零售，而水果批發市場內是整箱為單位販售。根據過去的經驗批發的水果一天可全部賣完，今日錢老闆選定的蘋果批發價為每箱450元，水蜜桃每箱550元，櫻桃每箱800元。而貨車的搬運費為蘋果每箱30元，水蜜桃每箱20元，櫻桃每箱10元。已知三種水果的箱子大小一樣，貨車最多能載25個箱子，錢老闆一共購買25箱水果(不一定三種水果都要購買)且希望貨車一趟就可以載完，並希望水果的採購費用控制在15000元內，搬運工資在650元內。試回答下列問題：

- (1) 試寫出此問題之線性規劃不等式及淨利潤的目標函數。(4分)
- (2) 在坐標平面上畫出可行解區域與頂點，並以斜線標示該區域。(3分)
- (3) 試問錢老闆應該如何分配三種水果的採購數量，方能獲得最大的淨利潤，而此時的最大淨利潤為何？(6分)

RB669 108 學年度全國高級中學指定科目第六次模擬考數學乙(108-E6)
參考答案

選擇題：1. (1) 2. (3) 3. (2) 4. (1)(5) 5. (2)(5) 6. (1)(3) 7. (1)(3)(4)(5)

選填題：A. $\frac{5}{21}$ B. 36 C. $\frac{19}{24}$

非選擇題：一、(1) 3 (2) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (3) $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right)$ (4) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

二、(1)
$$\begin{cases} x+y \leq 25 \\ 7x+5y \geq 100 \\ 2x+y \leq 40 \\ x \geq 0, y \geq 0, x, y \in Z \end{cases}$$
，目標函數 $f(x, y) = 4750 - 70x - 60y$ (2) 略

(3) 蘋果13箱，水蜜桃2箱，櫻桃10箱，最大淨利潤3720元