

臺中市立高級中學 108 學年度指定科目第二次 聯合複習考數學乙



第壹部分：選擇題（占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

1. 已知 a, b 為整數，且 $|x-a| \leq b$ 的整數解有 7 個， $|x-b| \leq a$ 的整數解有 3 個，則 $a+b$ 之值為何？ (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7
2. 小奇、小傑、小酷、小雷、……等共 8 人參加獵人選拔。第一輪選拔方式為兩兩對戰，若小奇、小傑和小雷是朋友，第一輪彼此不對戰，小酷和小奇是上屆冠亞軍，也不在第一輪對戰。試問：第一輪選拔這 8 人對戰組合有幾種？
(1) 48 種 (2) 72 種 (3) 144 種 (4) 216 種 (5) 288 種
3. 在一箱子之中有大小相同的 9 顆球，上面分別寫上 100、200、300、...、900 的號碼，且從各個方向都不能看到箱子的內部。現在甲、乙兩人進行一項遊戲，首先兩人先進行猜拳（剪刀、石頭、布）來決定抽球的次序，贏的人先抽球。兩人依輸贏順序各抽一球，抽出球後不放回，且先抽球的人可以得到抽出球上號碼 3 倍的獎金，後抽球的人可以得到抽出球上號碼 2 倍的獎金，若每顆球被抽到的機率相同，則進行遊戲一次，甲所得獎金之期望值應為多少元？
(1) 500 元 (2) 750 元 (3) 1000 元 (4) 1250 元 (5) 2500 元

二、多選題（占 32 分）

4. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，其中 a, b, c 為實數，則下列敘述哪些正確？
 - (1) 若 $x^2 f(x)$ 除以 $(x-1)$ 餘 3，則 $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 亦餘 3
 - (2) 若 $f(2019) = f(2020) = f(2021) = 1$ ，則 $f(2022) = 1$
 - (3) 若 $c < 0$ ，則 $f(x) = 0$ 必有正實根
 - (4) 若 $f(x) = 0$ 有兩正實根和一負實根，則 $f(x^2) = 0$ 有四個實根
 - (5) 若 $f(2) = 0$ ，且 c 為整數，則 c 必為 2 的倍數
5. 已知 $a = 10^{0.3}$ ， $b = 10^{0.2}$ 則下列敘述哪些正確？
 - (1) $ab > 5$
 - (2) $\sqrt[10]{\frac{1}{10} \times \sqrt[3]{a^8} \times b} = 1$
 - (3) $\log_a b < \log_b a$
 - (4) a^{100} 是 30 位數
 - (5) $a^{110} + b^{100}$ 是 11 的倍數
6. 在某一次數學小考之中，由於全班的平均成績在 58 分和 60 分之間，因此老師決定微調同學們的成績，希望調整後的平均成績能達到 60 分。其做法為：將每位同學的成績無條件進入到十位數，例如 57 分調整為 60 分，81 分調整為 90 分；而原本個位數已經為 0 的成績則不變動。若已知有部分同學成績的個位數不為 0，則下列哪些敘述一定是正確的？
 - (1) 調整之後的平均成績比原來的平均成績高
 - (2) 調整之後的平均成績在 60 分以上
 - (3) 調整之後的全距比原來的全距大
 - (4) 調整之後的標準差比原來的標準差大
 - (5) 設每位同學的原成績為 x 調整之後的成績為 y ，若對每一組 (x, y) ，以最小平方法求它們的最適合直線，則此直線的斜率為正數

7. 設直角三角形 ABC 中， $\angle A = 90^\circ$ ， D 、 E 是斜邊 $\overline{BC}$ 上的兩相異點，且

$2\overline{BD} = \overline{DE} = 2\overline{CE}$ 。若 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 24$ ， $\overline{AB} = x$ ， $\overline{AC} = y$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(1) $x^2 + y^2 = 64$ (2) $\triangle ABC$ 面積的最大值為 32

(3) 無論 x 、 y 的值為何， $\overline{DE}$ 的長度都固定

(4) 設 $\overline{BC}$ 中點為 M ，則 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DE} > -32$ (5) $\triangle ABC$ 周長的最大值為 $8 + 8\sqrt{2}$

三、選填題（占 24 分）

A. 已知二次函數 $f(x)$ 的二次項係數為正。若 $f(1) = f(-3) = 6$ ，且 $f(x) \leq 0$ 的解為 $-2 \leq x \leq k$ ，則 k 之值為_____。

B. 小李每天搭公車上、下班，往返的公車有紅線、綠線共兩條路線可以選擇。若小李每一週上班六天，星期日休息，每天上班隨機由紅線、綠線之中選一條路線乘車，且上、下班搭同一路線的公車回家。則在小李一週的上班日之中，恰好只有一次連續兩天搭乘同一路線公車的機率為_____。（例如：「紅紅綠紅綠紅」符合題意，而「紅紅綠紅綠綠」則不符合題意）（化為最簡分數）

C. 坐標平面上有四條直線 $L_1: 6x + 7y = 13$ 、 $L_2: 6x + 7y = -19$ 、 $L_3: 9x - 2y = 5$ 、 $L_4: 9x - 2y = k$ (其中 $k > 0$)。若在坐標平面上有一點 P 與這四條直線的距離都相同，則 k 的值為_____。

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一、巴東市政府長期追蹤全市市民的經濟狀況，依訂定標準將市民分為高所得和低所得兩種

。長期統計後發現每年由高所得轉為低所得的比率為低所得轉為高所得比率的 $\frac{1}{3}$ ，

設 A 代表此種現象的轉移矩陣，且 A^{-1} (A 的反方陣) 不存在，則：

(1) 試求此轉移矩陣 A 。(6 分)

(2) 承(1)，小湘認為：不論剛開始市民高所得和低所得的人口組成為何，長時間下來高所得人口必為低所得人口的 3 倍。請問小湘的看法合理嗎？請說明理由。(6 分)

二、某班於園遊會時計畫推出 A 、 B 兩種套餐，其中 A 套餐每份成本 30 元，售價 50 元； B 套餐每份成本 25 元，售價 40 元。班上的考量如下：

① 成本預算為 6000 元以下（含 6000 元）。

② 希望能讓兩種套餐都有一定的銷售量，因此 A 套餐至少要賣出 50 份， B 套餐至少要賣出 80 份。

③ 在流程、動線已達最佳化與人員訓練良好、輪班順暢的情形之下，一份 A 套餐從點餐、製作、賣出需時 2 分鐘，一份 B 套餐則需時 1 分鐘。且因受限於場地大小的緣故，同時間只能進行一份套餐的製作。而園遊會的時間為 6 小時，扣除準備工作與善後工作的時間，希望能在 5 小時之內賣完所有套餐。

在所有套餐能完全賣完的前提之下，設 A 、 B 兩種套餐各賣出 x 、 y 份，則：

(1) 請寫出 x 、 y 的所有限制條件，並作出圖形。(8 分)

(2) x 、 y 的值應各為多少，才能使得獲利為最大？且最大獲利為多少元？(6 分)

RB671 臺中市立高級中學 108 學年度指定科目第二次聯合複習考數學乙
參考答案

第壹部分：1.(2) 2.(1) 3.(4) 4.(1)(3)(4) 5.(2)(3)(5) 6.(1)(5) 7.(2)(3)(4)

A. 0 B. $\frac{5}{32}$ C. 37

第貳部分：一、(1) $A = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ 或 $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ (2)合理

二、(1) $\begin{cases} 30x + 25y \leq 6000 \\ x \geq 50, y \geq 80 \\ 2x + y \leq 300 \\ x, y \in N \end{cases}$, 圖略

(2) $(x, y) = (75, 150)$ 時，可得最大獲利 3750 元