

108 學年度全國高級中學指定科目第八次(108-E8)

複習考數學乙



RB674

第壹部分：選擇題（占 79 分）

一、單選題（占 18 分）

- 經濟數學中著名的柯布—道格拉斯生產函數 $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ ，其中 Y 為生產量， K 為資本額， L 為勞動量， A 和 α 為常數且 $0 < \alpha < 1$ ，這函數描述資本額與勞動力對生產量的影響，請問下列敘述何者必正確？
 - 若資本額加倍，則生產量亦加倍
 - 若勞動力加倍，則生產量增加為 2^α 倍
 - 若資本額與勞動力各加倍，則生產量加倍
 - 若資本額加倍但勞動力減半，則生產量不變
 - 若資本額與勞動力各增加為 $\lambda (> 0)$ 倍，則生產量為 λ^α 倍
- 連續擲一顆公正骰子，已知前三次都出現么點，則第四次出現么點的機率為何？
 - 0
 - $\frac{1}{6^4}$
 - $\frac{1}{6^3}$
 - $\frac{1}{6}$
 - $\frac{1}{2}$
- 大頭買了新手機，若大頭想要設定一組 4 碼數字當作新手機密碼，且數字 2 不能緊接數字 1 的右邊，如 1215、9122 都是不合，3192、0647 都是合的。試問大頭有幾種設定密碼方式？
 - 9699 種
 - 9700 種
 - 9701 種
 - 9702 種
 - 9703 種

二、多選題（占 40 分）

- 某棒球隊投手張亦擅長兩種球路：滑球、曲球，假設張亦依下列三規則決定投哪種球路：(一)張亦只投兩種球路：滑球、曲球。
 - 若此次張亦投滑球，則下次也是投滑球的機率為 $\frac{2}{3}$ 。
 - 若此次張亦投曲球，則下次也是投曲球的機率為 $\frac{1}{2}$ 。

令 p_n 、 q_n 分別代表張亦第 n 次投球時，投滑球、曲球的機率，將其寫成機率矩陣

$\begin{bmatrix} p_n \\ q_n \end{bmatrix}$ ，並令球路對應的轉移矩陣為 A ，請選出正確選項。

$$(1) A = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2) A^4 \begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_4 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (3) A^5 \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} = A^3 \begin{bmatrix} p_4 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

$$(4) \text{經過長時間後，張亦投出滑球的機率為 } \frac{3}{5} \quad (5) A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

- 頭大汽車公司想要決定汽車售價 x （萬元）使得銷售額 M 最大，由市場調查得汽車售價 x （萬元）與汽車銷售量 y （萬輛）的關係如下：

$$n = 100, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i = 6000, \quad \sum_{i=1}^{100} y_i = 7000, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 480000, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i y_i = 360000。$$

請選出正確的選項。

- 汽車售價 x 的平均值為 60
- 汽車銷售量 y 對汽車售價 x 的迴歸直線為 $L: y = 99 - \frac{1}{2}x$
- 將汽車售價 x 訂為 50 萬元，則預期銷售量 y 為 75 萬輛

(4) 由(銷售額)=(售價) \times (銷售量)，按此迴歸直線估算銷售額 $M = 100x + \frac{1}{2}x^2$

(5) 頭大公司應該訂汽車售價為 100 萬元，其銷售額 M 的最大值為 5000 億元

6. 設 n 為非負整數，定義第 n 個費馬數 $F_n = 2^{(2^n)} + 1$ ，例如： $F_0 = 2^{(2^0)} + 1 = 2^1 + 1$ ，

$F_1 = 2^{(2^1)} + 1 = 2^2 + 1$ ， $F_2 = 2^{(2^2)} + 1 = 2^4 + 1$ 。設正整數 $A = F_0 \times F_1 \times F_2 \times F_3 \times F_4 \times F_5$ 乘開後有 n 位數，最高位數為 a ，試選出正確選項。

(1) $A = F_6 - 2$ (2) $n = 19$ (3) $a = 9$ (4) $F_5 + F_6$ 之和為 20 位數

(5) 將 $\frac{F_6}{F_7}$ 展開後在小數點後第 20 位開始不為零

7. 查詢 A 號、B 號公車時刻表，得知每天 8:00 都有一班公車開至火車站。大頭連續 10 天調查此班公車到火車站時間的誤差。例如：若公車 8:04 到火車站，則比 8:00 晚 4 分鐘，誤差時間記為 +4；若公車 7:56 到火車站，則比 8:00 早 4 分鐘，誤差時間記為 -4；若公車準時 8:00 到火車站，誤差時間記為 0。已知大頭調查結果如右表，試問下列選項哪些正確？

	A 號公車到火車站時間	B 號公車到火車站時間
第一天	8 : 02	8 : 00
第二天	8 : 00	7 : 54
第二天	7 : 59	7 : 52
第四天	8 : 03	8 : 05
第五天	8 : 04	8 : 08
第六天	8 : 01	8 : 00
第七天	7 : 59	8 : 04
第八天	8 : 01	8 : 07
第九天	8 : 00	8 : 00
第十天	8 : 01	8 : 00

(1) 比較兩車準時 8:00 到站的次數，A 號公車較 B 號少

(2) 比較兩車誤差時間的平均數，A 號公車較 B 號小

(3) 比較兩車誤差時間的中位數，A 號公車較 B 號小

(4) 比較兩車誤差時間的標準差，A 號公車較 B 號小

(5) 大頭重新連續 10 天調查 A、B 號公車到火車站時間，結果發現 A 號公車每天到火車站時間都比第一次調查時間（即上表 A 號公車到火車站時間）

提早 1 分鐘到火車站，而 B 號公車也有類似結果，但是提早 2 分鐘到火車站。重新比較新調查兩車誤差時間的標準差，A 號公車較 B 號小

8. 在 U 熊美食外送店，一份訂單的送貨時間（以分鐘為單位）服從常態分布，其平均數為 μ ，標準差為 σ 。已知約有 95% 的送貨時間與 μ 相差不超過 9.4 分鐘，並且約 16% 的送貨時間超過 24.7 分鐘，請選出下列正確選項。

(1) $\sigma = 4.7$ (2) $\mu = 18$ (3) 送貨時間介於 10.6~24.7 分鐘占全部的比例約為 81.5%

(4) 今天生意清淡，訂單大幅減少，則送貨時間就絕不會發生超過 35 分鐘情形

(5) 店長為增加顧客信任感，所以刊出廣告：送貨時間超過 k 分鐘即致贈折價券一張。

假設不同訂單的送貨時間互相獨立。若以每日平均接獲 2000 份訂單為考量基準，且店長希望送出折價券不超過 3 張，則最小整數 k 值要訂為 34

三、選填題（占 21 分）

A. 設無窮數列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 0.\bar{2}$ ， $a_2 = 0.\overline{20}$ ，對於每個自然數 n ，都有 $a_{n+1} = \sqrt{a_n \cdot a_{n+2}}$ ，則

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

B. 等腰梯形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} // \overline{BC}$ 。若 $A(-12, 34)$ ， $B(-5, 10)$ ， $C(19, 42)$ ，則 D 點坐標為_____。

C. 甲、乙兩人比賽桌球，甲每局獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$ ，且各局比賽的結果互不影響，今兩人比賽採取 5 戰 3 勝制（先贏滿 3 局者獲勝），輸者付勝者 81 元。現在比賽 1 局後甲獲勝，如果因故不再繼續比賽，兩人應付對方金額在兩相抵銷後，乙應付給甲_____元才公平。

第貳部分：非選擇題（占 21 分）

一、設 $f(x) = 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 6x + 5$ ：

(1) 若將 $f(x)$ 表為 $a(x + \frac{1}{2})^4 + b(x + \frac{1}{2})^3 + c(x + \frac{1}{2})^2 + d(x + \frac{1}{2}) + e$ ，試求 a, b, c, d, e 之值。(4 分)

(2) 試求 $f(-\frac{1}{2} + \sqrt[3]{3})$ 之值。(3 分)

(3) 試求不等式 $f(x) > 5$ 之解。(4 分)

二、某手機工廠組裝 iPhone 與 Asus 兩款手機，每臺手機的組裝過程包括機殼噴塗與手機零件安裝兩道手續，且各有部門負責。假設該廠的機殼噴塗部門若全噴塗 iPhone 每日可噴塗 45 臺，若全噴塗 Asus 每日可噴塗 60 臺。手機零件安裝部門若全安裝 iPhone 每日可安裝 60 臺，若全安裝 Asus 每日可安裝 40 臺。若組裝一臺 iPhone 可獲利 200 元，組裝一臺 Asus 可獲利 160 元。請問該廠每日組裝 iPhone、Asus 各幾臺方有最大獲利？又最大獲利是多少？(10 分)

**RB674 108 學年度全國高級中學指定科目第八次(108-E8)複習考數學乙
參考答案**

第壹部分：1.(3) 2.(4) 3.(3) 4.(3)(4)(5) 5.(1)(3)(5) 6.(1)(4)(5)
7. (1)(4)(5) 8. (1)(3)

A. $\frac{22}{9}$ B. (-6,42) C. 63

第貳部分：一、(1) $a=16, b=0, c=0, d=-2, e=5$ (2) $46\sqrt[3]{3}+5$ (3) $x < -\frac{1}{2}$ 或 $x > 0$

二、每日組裝 iPhone、Asus 各 30、20 臺時，有最大獲利 9200 元