

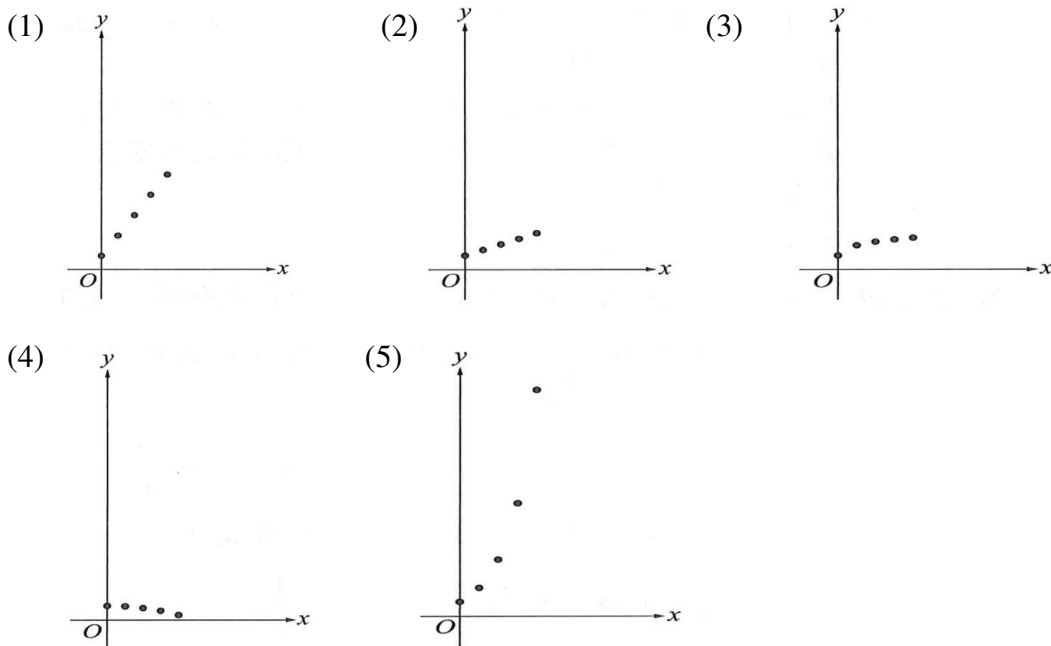
109 學年度全國高級中學指定科目第八次模擬考數學乙(109-E8)



第壹部分：選擇題（占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

1. 每年高三畢業生都會在當年的暑假返校擔任輔導班長，協助學校高一新生訓練的活動。輔導班長郁馨為了讓班上同學能快速的互相認識，打算利用一張海報紙來製作姓名卡，首先將一張海報紙裁剪成一半，把裁剪後的兩張重疊一起再裁剪成一半就可得到四張，再將四張重疊一起繼續裁半，以此類推。設此張海報紙裁半的次數為 x ，而得到的張數為 $f(x)$ ，試問函數 $f(x)$ 的圖形最接近下列何者？



2. 設 a, b 皆為正整數，已知多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ 除以 $x+1$ 的餘式為 -2 ，若方程式 $f(x) = 0$ 恰有一有理根，則 $a+b$ 之值為下列何者？
 (1) 3 (2) 5 (3) 15 (4) 19 (5) 29
3. 泰黎統計了自己過去一年當中，每次段考前練習數學題目的題數 x (單位：題)，以及該次數學段考的分數 y (單位：分)，其統計結果如下表：

題數 x (題)	120	240	200	300	320	380
分數 y (分)	30	55	40	65	60	68

若由 y 對 x 的迴歸直線(最適直線)方程式推測，當泰黎在段考前練習了 260 題的數學題目，則該次數學段考的分數約為多少分？

- (1) 50 分 (2) 53 分 (3) 58 分 (4) 60 分 (5) 62 分

二、多選題（占 24 分）

4. 設 a, b, c, d 為實數，已知 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $a+b+c+d=3$ (2) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (4) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

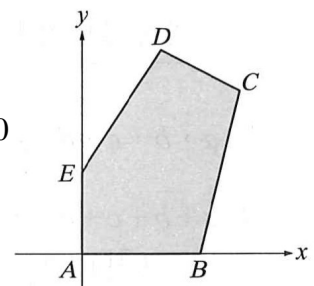
5. 某數學軟體操作面板上的 $\boxed{\log}$ 鍵就是常用對數的符號，可利用該鍵計算出 $\log w$ (w 為正數) 的值。例如：在面板上依序輸入 $10 \rightarrow \boxed{\log}$ ，可得 1。設 a, b 均為正整數，已知在該數學軟體操作面板上依序輸入 $a \rightarrow \boxed{\log}$ ，可得 b ；依序輸入 $b \rightarrow \boxed{\log}$ ，可得 3，請選出正確的選項。

- (1) $10^{\log b} = 3$ (2) b 為 3 位數 (3) \sqrt{a} 為 32 位數
 (4) $\frac{\log a}{\log b}$ 的整數部分為 3 位數 (5) $\frac{3a}{b}$ 為 998 位數

6. 如右圖，已知不等式組 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x - 2y + 4 \geq 0 \\ 4x + ay - 12 \leq 0 \\ x + 2y - 12 \leq 0 \end{cases}$ 的可行解區域為五邊形

$ABCDE$ 及其內部。若目標函數 $mx + y$ (其中 m 為正實數) 的最大值只發生在點 $C(4, 4)$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $a < 0$ (2) m 之值可能為 $\frac{1}{3}$ (3) 目標函數 $mx + y$ 的最小值為 0
 (4) 目標函數 $8mx - y$ 的最大值只發生在 B 點
 (5) 目標函數 $8mx - y$ 的最小值只發生在 D 點



三、選填題 (占 32 分)

A. 已知麥克、古柏、帕森為某公司的三位電腦工程師，其中麥克與古柏的年所得分別為 172 萬與 180 萬，若帕森與麥克年所得差額的 3 倍不大於帕森與古柏年所得的差額，則帕森的年所得最多為_____萬。

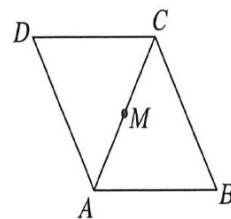
B. 就讀小學一年級的鑫蕾最近正在學習國字，老師觀察發現鑫蕾看到「士」與「土」兩字均讀作「尸丿」；看到「紹」、「結」、「給」三字均讀作「ㄣ一ㄝ」；看到「夫」、「天」、「夭」、「大」四字均讀作「去一弓」。假設老師從「士」、「土」、「紹」、「結」、「給」、「夫」、「天」、「夭」、「大」九字中隨機選出一字測驗鑫蕾，若在鑫蕾將此字讀錯的條件下，此字為「夫」的機率為_____。(化成最簡分數)

C. 設 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 是一公比為 r 的無窮等比數列，若 $a_1 = 2$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_4 + a_5 + \dots + a_n) = a_3$ ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 =$ _____。(化為最簡分數)

D. 在指考前，擔任試務組長的紀綱，負責安排今年全校高三參加委託模擬考公司所舉辦的四次模擬考相關事項，已知每次模擬考都有甲、乙、丙、丁四間模擬考公司可供選擇參加，若四次模擬考中至少要安排參加三間不同模擬考公司，且根據過去的經驗得知甲模擬考公司每次舉辦的考試，都有數萬人參加，所以四次模擬考中至少要有一次是選擇甲模擬考公司，則依據上述的原則，紀綱安排今年全校高三的四次模擬考共有_____種不同的公司選擇方案。

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一、如右圖，在平行四邊形 $ABCD$ 中，已知 M 為 \overline{AC} 中點， $\overline{AB} = 6$



$\angle BAD = 120^\circ$ ，且 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = -10$ ，試回答下列問題：

(1) 設 $\overrightarrow{BM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD}$ ，試求 a, b 之值。(2 分)

(2) 試求 \overline{AD} 之值。(5 分)

(3) 試求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 之值。(2 分)

(4) 試求 \overline{BM} 之值。(4 分)

二、某電商行銷企劃人員大津，每次提出一個新的行銷專案必須經過公司三位主管的評估，至少要有兩位主管評估通過才能執行，而每位主管評估通過的機率均為 0.25，且每位主管評估通過與否互不影響。已知每次提出一個新的行銷專案的人事成本為 1.6 萬元，當此行銷專案評估未通過而無法執行時，則需賠 1.6 萬元(人事成本)，而當此行銷專案評估通過並執行後，扣除人事成本的 1.6 萬元，仍有 0.6 的機率可獲利 600 萬元，0.4 的機率可獲利 500 萬元。近期為了因應雙 11 購物熱潮的到來，大津特別提出一個新的行銷專案，試回答下列問題：

(1) 試求此行銷專案同時遭三位主管評估否決的機率。(3 分)

(2) 試求此行銷專案可執行的機率。(4 分)

(3) 試求此行銷專案獲利的期望值。(6 分)

**RB678 109 學年度全國高級中學指定科目第八次模擬考數學乙
(109-E8) 參考答案**

選擇題：1. (5) 2. (3) 3. (2) 4. (2)(4)(5) 5. (4)(5) 6. (1)(3)

選填題：A. 174 B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{16}{3}$ D. 132

非選擇題：一、(1) $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$ (2) 4 (3) -12 (4) $\sqrt{19}$

二、(1) $\frac{27}{64}$ (2) $\frac{5}{32}$ (3) 86.15 萬元