

113 學年度全國高級中學分科測驗數學乙(113-E6)

第壹部分：選擇題(占 75 分)



一、單選題(占 25 分)

1. 使用某品牌的工程計算機計算常用對數 $\log x$ 時需先按一正數 x ，再按一次「log」鍵。若今先按一正數 x ，再連續按兩次「log」鍵後，出現了數字 2025，則此正數 x 的位數為下列哪一個選項？ (1) $10^{2025} + 1$ (2) 10^{2025} (3) $10^{10^{2025}}$ (4) $10^{2024} + 1$ (5) 2025
2. 設複數平面上的原點為 O ，複數 z_1 、 z_2 在複數平面上對應的點分別為 P 、 Q ，且 $|z_1| = 3$ ， $|z_2| = 4$ ， $|z_1 - z_2| = 5$ ，則 $\triangle OPQ$ 的面積為下列哪一個選項？ (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7
3. 冰箱裡面有 10 杯牛奶，4 杯豆漿和若干杯米漿。今任意取一杯出來，且取到每一杯的機會相同。若取到米漿的機率為 $\frac{1}{x}$ ，其中 x 為正整數，則 x 的最大值為下列哪一個選項？ (1) 16 (2) 15 (3) 14 (4) 8 (5) 3
4. 假設 $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 為 n 階方陣，其中每一元 $a_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{當 } i < j \\ 0, & \text{當 } i = j \\ -2, & \text{當 } i > j \end{cases}$ ，若方陣 A 中所有元的標準差為 $\frac{4\sqrt{6}}{5}$ ，試問 n 的值為下列何者？ (1) 5 (2) 6 (3) 16 (4) 25 (5) 36
5. 已知在坐標平面上有兩個圖形分別為 $x^2 + y^2 = k^2$ 與 $y = x^2 + k$ ，若兩圖形在坐標平面上恰有 3 個相異交點，試問 k 的範圍為下列何者？ (1) $k = \frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{4} < k < \frac{1}{2}$ (3) $k = -\frac{1}{2}$ (4) $k < -\frac{1}{2}$ (5) $-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}$

二、多選題(占 32 分)

6. 設實係數方程式 $x^2 - 4x + p = 0$ 之兩根為 x_1 ， x_2 ，實係數方程式 $x^2 - 4x + q = 0$ 之兩根為 x_3 ， x_4 。已知此四根形成一個首項為 $\frac{1}{2}$ ，公差為 d 的等差數列，試選出下列正確的選項。 (1) $p > 0$ (2) $d > 0$ (3) $p + q > 6$ (4) $|p - q| = 2$ (5) $pq = \frac{105}{4}$
7. 某次考試因班上分數太低，老師決定依線性函數方式加分，加分後老師發現分數仍偏低，於是決定依照第一次加分方式再調整一次分數。假設每位同學原始分數為 x_i 分，經第一次調整後分數為 y_i 分，第二次調整後每位同學從 y_i 分提高為 z_i 分，即 $y_i = ax_i + b$ ， $z_i = ay_i + b$ ，其中 a ， b 為實數。已知經兩次調整分數後，全班每位同學的分數皆有提高，且無人超過 100 分。若經兩次調整後，小劉從原來的 16 分提高為 46 分，小賴從原來的 40 分提高為 52 分。請根據上述之條件，試選出正確的選項。
(1) x_i 與 y_i 的相關係數大於 y_i 與 z_i 的相關係數 (2) 小劉第一次調整後的分數為 36 分
(3) x_i 標準差為 z_i 標準差的 4 倍 (4) 若小林的分數因兩次的調整而提高 9 分，則小林的原始分數為 44 分 (5) 若 z_i 平均分數是 x_i 平均分數的 2 倍，則 x_i 的平均分數為 24 分

8. 設 $ABCDEF$ 為一個六邊形，其中各內角相等，已知 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF} = 1$ 且 $\overline{BC} = \overline{DE} = \overline{AF} = x$ ，若 $\triangle ACE$ 的面積是此六邊形面積的 $\frac{7}{10}$ ，試選出正確的選項。
- (1) 此六邊形可能為正六邊形 (2) x 的所有可能值之和為 6 (3) 當 $x < 1$ 時， $\triangle ACE$ 的面積為 $\frac{21\sqrt{3} + 14\sqrt{6}}{4}$ (4) 當 $x > 1$ 時， $\triangle ACE$ 的面積為 $\frac{21\sqrt{3} - 14\sqrt{6}}{4}$ (5) 設 $x < 1$ 時，此六邊形的面積為 a ；設 $x > 1$ 時，此六邊形的面積為 b ，則 $a < b$
9. 在坐標平面上，有棋盤道路連接各格子點。設點 A 坐標為 $(-4, -3)$ ，點 B 坐標為 $(2, 3)$ ，若由點 A 出發走捷徑到達點 B ，且走捷徑只能向右(\rightarrow)或向上走(\uparrow)。試選出正確的選項。(x, y 坐標皆為整數的點稱為格子點)
- (1) 若由點 A 出發走捷徑到達點 B ，則有 $\frac{12!}{6! \times 6!}$ 種走法 (2) 若由點 A 出發走捷徑到達點 B ，且途中需經過原點 $O(0,0)$ ，則有 $C_4^7 \times C_3^5$ 種走法 (3) 若由點 A 出發走捷徑到達點 B ，且途中必經過第二象限，則有 462 種走法 (4) 若由點 A 出發走捷徑到達點 B ，且途中不經過第二象限，則有 462 種走法 (5) 若由點 A 出發走捷徑到達點 B ，且途中共轉三次彎的情形下，則有 72 種走法

三、選填題(占 18 分)

10. 已知 A, B 皆為二階方陣，滿足 $A^2 - 4AB = O$ ，其中 O 為零矩陣。若 A, B 的乘法反方陣 A^{-1}, B^{-1} 皆存在， $A^{-1} + B^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 20 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，試求實數 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(化為最簡分數)
11. 坐標平面上，已知有一基地在原點 $O(0,0)$ 的位置，今從基地出動兩臺偵查車，其中一臺偵查車沿著直線 $2x - y = 0$ 前進，而另一臺偵查車沿著直線 $2x + 5y = 0$ 前進。兩車人員分別在偵查途中的停留點 Q_1, Q_2 發現有一可疑建築物 P (其中 Q_1 在直線 $2x - y = 0$ 上， Q_2 在直線 $2x + 5y = 0$ 上)。此時兩車偵查人員為了確定此在同一坐標平面上建築物 P 的坐標，從點 Q_1 偵測得向量 $\overrightarrow{Q_1P} = (27, 10)$ ，再從點 Q_2 偵測得向量 $\overrightarrow{Q_2P} = (20, 20)$ 。試求此建築物 P 與基地的距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 單位。
12. 設空間坐標系中第一卦限有一正三角形 ABC ，其中 C 點在 xy 平面上。今將 A, B 兩點投影到 xy 平面後分別得到 A', B' ，形成三角形 $A'B'C$ ，若 $\overline{A'C} = 6$ 、 $\overline{B'C} = 4$ 、 $\overline{A'B'} = 4\sqrt{3}$ 。試問原正三角形 ABC 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方單位。(化為最簡根式)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 25 分)

13-15 題為題組

設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，已知 $a > b > 0$ ，且 a, b, c 皆為整數，試回答下列問題。

13. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^4 - 1} = \frac{5}{2}$ ，試求 a, b, c 之值。(非選擇題，6 分)

14. 試問 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心坐標為下列何者？(單選題，4 分)
(1) (1, 0) (2) (-1, -4) (3) (-1, 4) (4) (1, -4) (5) (1, 4)

15. 試求 $y = f(x)$ 在 $x = -2$ 附近的一次近似。(非選擇題，3 分)

16-18 題為題組

設某工廠生產新產品之邊際成本函數的反導函數為 $C(x) = 4000x - 10x^2$ (單位：元 / 個)，其中 x 表示該產品的生產量(單位：個)，試回答下列問題。

16. 試問該產品生產 10 個到 40 個所增加的平均成本為下列何者？(單選題，3 分)
(1) 3300 元 (2) 3400 元 (3) 3500 元 (4) 93000 元 (5) 94000 元

17. 此產品經市場調查後，得知此新產品的需求函數為 $D(x) = -3x^2 + 125$ (單位：萬元)，供給函數為 $S(x) = 2x^2$ (單位：萬元)，其中 x 表示該產品的生產量(單位：個)。試求供需均衡時的均衡數量與均衡價格。(非選擇題，4 分)

18. 承 17.題，試求供需均衡時的消費者剩餘。(非選擇題，5 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$
對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

RB679 113 學年度全國高級中學分科測驗數學乙(113-E6)

參考答案

選擇題：1.(1) 2.(4) 3.(2) 4.(4) 5.(4) 6.(1)(2)(4) 7.(2)(3)(4)(5) 8.(2)(5)
9.(1)(2)(3)(4)

選填題：10. $\frac{-1}{2}$ 11. 34 12. $13\sqrt{3}$

混合題或非選擇題：13. $a=3, b=1, c=-5$ 14. (2) 15. $y=x-1$

16. (3) 17. 均衡數量為 5 個，均衡價格為 50 萬元 18. 250 萬元