全國公私立 113 學年度分科測驗第六次數學乙(卷 I)

第壹部分：選擇題(占 80 分)

RB680

一、單選題(占 30 分)

1. 請問下列哪一個選項中的數據，其標準差最小？
(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9　(2) 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109　(3) 1, 9
(4) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9　(5) 44, 45, 46, 44, 45, 46, 44, 45, 46

2. 平面坐標中，$\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AB}=(3,1)$ 的正射影為(15, 5)，$\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AC}=(1,3)$ 的正射影為(3, 9)，則 $\overrightarrow{AD}$ 為下列哪一個選項？　(1) (3, 9)　(2) (6, 8)　(3) (9, 7)　(4) (12, 6)　(5) (15, 5)

3. 平面坐標上，原點為 O，圓 Ω 的方程式為 $(x-a)^2+(y-b)^2=\frac{49}{4}$，圓心為 $A(a,b)$，其中 a 與 b 皆為實數且 $\overline{OA}>5$，則圓 Ω 上有多少個點到原點的距離為正整數？
(1) 12　(2) 13　(3) 14　(4) 15　(5) 本題所求的點的數量並不固定

4. pH 值是衡量溶液酸鹼程度的標準，其定義如下：pH 值 $=-\log[H^+]$，其中 $[H^+]$ 為氫離子的濃度(莫耳／公升)。小淳將一瓶 pH 值為 3 的鹽酸 10 毫升與一瓶 pH 值為 4 的鹽酸 a 毫升混合在一起，混合溶液的 pH 值為 3.3010，且已知 $\log 2\approx 0.3010$，則 a 的值最接近下列哪一個選項？　(1) 1　(2) 2.5　(3) 7.5　(4) 12.5　(5) 17.5

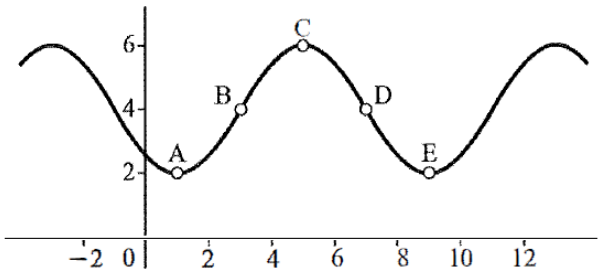
5. 平面坐標中，$y=f(x)=x^3+9x^2+21x+27$ 函數圖形的所有切線中，斜率為 m 的切線恰只有一條，則此切線的方程式為下列哪一個選項？　(1) $y=-6x+18$　(2) $y=-6x$
(3) $y=-3x+7$　(4) $y=6x+20$　(5) $y=21x+27$

6. $\int_{-2}^{2}\left(\sqrt{16-x^2}+\sin x-\sqrt{3}\,|x|\right)dx$ 的值為下列哪一個選項？
(1) $\frac{8\pi}{3}$　(2) $\frac{8\pi}{3}+4\sqrt{3}$　(3) $\frac{8\pi}{3}+8\sqrt{3}$　(4) $\frac{8\pi}{3}+4\sqrt{3}-4\sqrt{2}$　(5) $\frac{8\pi}{3}+4\sqrt{3}+4\sqrt{2}$

二、多選題(占 32 分)

7. 已知 $a>0$ 且 $b>0$，則 $\frac{a\int_0^1 7x^2dx+b\int_0^1 9xdx}{a+b}$ 的值可能為下列哪些選項？
(1) 1　(2) 2　(3) 3　(4) 4　(5) 5

8. 小淳在電腦數學繪圖軟體上輸入 $y=a\sin(bx+c)+d$，試圖繪製出圖(1)的函數圖形，其中 $a>0$，$b>0$，$-\pi<c\le\pi$ 為實數。使得 $A(1, 2)$、$E(9, 2)$兩點為最低點，$C(5, 6)$點為最高點，並通過 $B(3, 4)$、$D(7, 4)$兩點，請問下列哪些正確？
(1) 當 $x=2025$ 時，$y=4$
(2) $a=4$　(3) $b=\frac{\pi}{4}$
(4) $c=\frac{-3\pi}{4}$　(5) $d=4$



圖(1)

9. 請問下列哪些選項中的極限存在？
(1) $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\cdots+\frac{2^n}{3^n})$　(2) $\lim_{x\to 6}\frac{x-6}{|x-6|}$　(3) $\lim_{n\to\infty}(5+(-1)^1+(-1)^2+(-1)^3\cdots+(-1)^n)$
(4) $\lim_{x\to 2025}\frac{2^x}{x^2}$　(5) $\lim_{x\to 0}x\sin\frac{1}{x^2}$

10. 二階方陣 $A=\begin{bmatrix} p & m \\ q & n \end{bmatrix}$，$A^{-1}$ 為 A 的反方陣，已知 $A\begin{bmatrix} 15 \\ 6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$，$A\begin{bmatrix} -2 \\ 8 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$且 $\begin{cases} nx+qy=5 \\ mx+py=6 \end{cases}$的解 $(x,y)=(a,b)$，請問下列選項哪些正確？

(1) $A\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (2) $A^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ (3) $A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

(4) 將聯立方程式$\begin{cases} nx+qy=5 \\ mx+py=6 \end{cases}$以矩陣乘法表示，表示法為$\begin{bmatrix} p & m \\ q & n \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$

(5) $(a,b)=(-14,31)$

三、選填題(占 18 分)

11. 小淳有 9 點的文具店紅利點數，下面是兌換表。

物品	鉛筆	直尺	三角板	圓規
兌換時需要的紅利點數	1 點	3 點	3 點	5 點

如果一定要把紅利點數用完，則小淳有_____種不同的兌換方式。(不一定每種文具都要換)

12. 數列$\langle a_n \rangle$中， $a_1=-1$。偶數項為前一項的 3 倍，即 $a_{2n}=3a_{2n-1}$，其中 $n\in N$。
除了第 1 項以外的奇數項比前一項多 4, 即 $a_{2n+1}=a_{2n}+4$，其中 $n\in N$。
$a_{13}=$_____。

13. 空間坐標系中三點 $A(1,2,3),B(-1,2,3),C$，其中 C 點在 y 軸上且 $\overline{AC}$ 垂直 y 軸，則 $\cos\angle ACB=$_____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占20分)

14 至 16 題為題組

某購物商場推出贈送購物金活動，該商場在一個木箱中放入 4 顆球，編號分別為 300、300、600、1000，每顆球被抽中的機率均等。

方案 A：顧客從木箱抽出一顆球， 若編號為 a， 則獲得 $2a$ 元購物金。

方案 B：顧客從木箱一次抽出兩顆球，若編號為 a , b，則獲得$\frac{|a-b|+|a+b|}{2}$元購物金。

試利用以上資訊回答下列問題。

14. 某天有 3600 位顧客選擇方案 B，若隨機變數 X 表示這 3600 位顧客中獲得的購物金超過 500 元的人數，則標準差 $\sigma(X)$ 為下列哪一個選項？(單選題，6 分)

(1) 30 (2) $20\sqrt{2}$ (3) $15\sqrt{2}$ (4) 24 (5) $10\sqrt{5}$

15. 若隨機變數 Y 表示方案 A 中 1 位顧客所獲得的購物金，則變異數 Var (Y)為多少？ (計算題，7 分)

16. 若隨機變數 Z 表示方案 B 中 1 位顧客所獲得的購物金， 則變異數 Var (Z)為多少？ (計算題，7 分)

參考數值：$\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

對數值：$\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

RB680　全國公私立 113 學年度分科測驗第六次數學乙(卷 I)

參考答案

選擇題：1.(5)　**2.**(5)　**3.**(3)　**4.**(4)　**5.**(2)　**6.**(1)　**7.**(3)(4)　**8.**(3)(4)(5)　**9.**(1)(4)(5)　**10.**(2)(3)(5)

選填題：11.13　**12.**727　**13.** $\frac{4}{5}$

混合題或非選擇題：14.(5)　**15.**330000　**16.**72500