

全國公私立 113 學年度分科測驗第六次數學乙(卷 II)

第壹部分：選擇題(占 80 分)

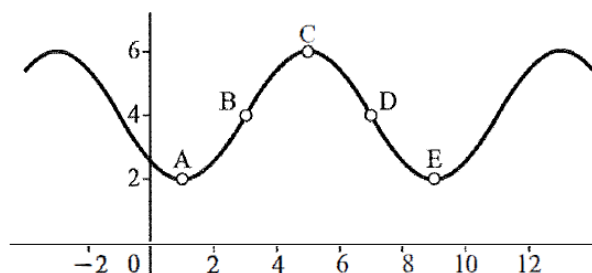


一、單選題(占 30 分)

- 請問下列哪一個選項中的數據，其標準差最小？
 (1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (2) 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109 (3) 1, 9
 (4) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (5) 44, 45, 46, 44, 45, 46, 44, 45, 46
- 平面坐標中， $\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AB} = (3, 1)$ 的正射影為 $(15, 5)$ ， $\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AC} = (1, 3)$ 的正射影為 $(3, 9)$ ，則 $\overrightarrow{AD}$ 為下列哪一個選項？ (1) $(3, 9)$ (2) $(6, 8)$ (3) $(9, 7)$ (4) $(12, 6)$ (5) $(15, 5)$
- 平面坐標上，原點為 O ，圓 Ω 的方程式為 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = \frac{49}{4}$ ，圓心為 $A(a, b)$ ，其中 a 與 b 皆為實數且 $\overline{OA} > 5$ ，則圓 Ω 上有多少個點到原點的距離為正整數？
 (1) 12 (2) 13 (3) 14 (4) 15 (5) 本題所求的點的數量並不固定
- pH 值是衡量溶液酸鹼程度的標準，其定義如下：pH 值 $= -\log[H^+]$ ，其中 $[H^+]$ 為氫離子的濃度(莫耳/公升)。小淳將一瓶 pH 值為 3 的鹽酸 10 毫升與一瓶 pH 值為 4 的鹽酸 a 毫升混合在一起，混合溶液的 pH 值為 3.3010，且已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ，則 a 的值最接近下列哪一個選項？ (1) 1 (2) 2.5 (3) 7.5 (4) 12.5 (5) 17.5
- 平面坐標中， $y = f(x) = x^3 + 9x^2 + 21x + 27$ 函數圖形的所有切線中，斜率為 m 的切線恰只有一條，則此切線的方程式為下列哪一個選項？ (1) $y = -6x + 18$ (2) $y = -6x$
 (3) $y = -3x + 7$ (4) $y = 6x + 20$ (5) $y = 21x + 27$
- $\int_{-2}^2 (\sqrt{16-x^2} + \sin x - \sqrt{3}|x|) dx$ 的值為下列哪一個選項？
 (1) $\frac{8\pi}{3}$ (2) $\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$ (3) $\frac{8\pi}{3} + 8\sqrt{3}$ (4) $\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$ (5) $\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$

二、多選題(占 32 分)

- 已知 $a > 0$ 且 $b > 0$ ，則 $\frac{a \int_0^1 7x^2 dx + b \int_0^1 9x dx}{a+b}$ 的值可能為下列哪些選項？
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- 小淳在電腦數學繪圖軟體上輸入 $y = a \sin(bx+c)+d$ ，試圖繪製出圖(1)的函數圖形，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $-\pi < c \leq \pi$ 為實數。使得 $A(1, 2)$ 、 $E(9, 2)$ 兩點為最低點， $C(5, 6)$ 點為最高點，並通過 $B(3, 4)$ 、 $D(7, 4)$ 兩點，請問下列哪些正確？
 (1) 當 $x = 2025$ 時， $y = 4$
 (2) $a = 4$ (3) $b = \frac{\pi}{4}$
 (4) $c = \frac{-3\pi}{4}$ (5) $d = 4$



圖(1)

9. 請問下列哪些選項中的極限存在？

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \cdots + \frac{2^n}{3^n})$ (2) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{|x-6|}$ (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (5 + (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 \cdots + (-1)^n)$
 (4) $\lim_{x \rightarrow 2025} \frac{2^x}{x^2}$ (5) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x^2}$

10. 二階方陣 $A = \begin{bmatrix} p & m \\ q & n \end{bmatrix}$ ， A^{-1} 為 A 的反方陣，已知 $A \begin{bmatrix} 15 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} -2 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ 且

$\begin{cases} nx + qy = 5 \\ mx + py = 6 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = (a, b)$ ，請問下列選項哪些正確？

- (1) $A \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (2) $A^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ (3) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$
 (4) 將聯立方程式 $\begin{cases} nx + qy = 5 \\ mx + py = 6 \end{cases}$ 以矩陣乘法表示，表示法為 $\begin{bmatrix} p & m \\ q & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$
 (5) $(a, b) = (-14, 31)$

三、選填題(占 18 分)

11. 小淳有 9 點的文具店紅利點數，下面是兌換表。

物品	鉛筆	直尺	三角板	圓規
兌換時需要的紅利點數	1 點	3 點	3 點	5 點

如果一定要把紅利點數用完，則小淳有_____種不同的兌換方式。(不一定每種文具都要換)

12. 數列 $\langle a_n \rangle$ 中， $a_1 = -1$ 。偶數項為前一項的 3 倍，即 $a_{2n} = 3a_{2n-1}$ ，其中 $n \in N$ 。

除了第 1 項以外的奇數項比前一項多 4，即 $a_{2n+1} = a_{2n} + 4$ ，其中 $n \in N$ 。

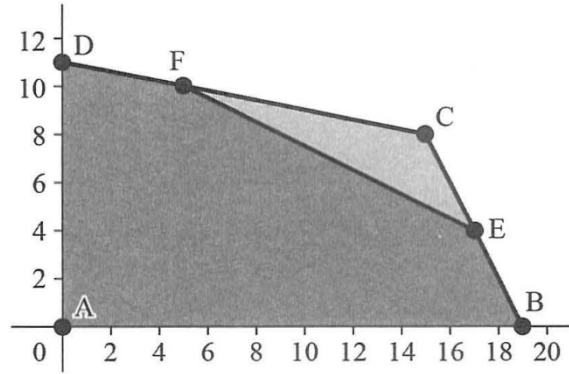
$a_{13} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 空間坐標系中三點 $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 2, 3)$, C ，其中 C 點在 y 軸上且 $\overline{AC}$ 垂直 y 軸，則 $\cos \angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

第貳部分：混合題或非選擇題(占20分)

14 至 16 題為題組

如圖(2)，各點坐標為 $A(0, 0)$ 、 $B(19, 0)$ 、 $C(15, 8)$ 、 $D(0, 11)$ 、 $E(17, 4)$ 、 $F(5, 10)$ 。
一個線性規劃問題的可行解區域原本為四邊形 $ABCD$ ，目標函數 $c - ax - by$ 在 A 點有最大值 98，在 C 點有最小值 5。加入新的限制條件 $px + qy \leq r$ 後，可行解區域變成五邊形 $ABEFD$ ，此時目標函數 $c - ax - by$ 在 E, F 兩點皆有最小值 k ，試利用以上資訊回答下列問題。



圖(2)

14. 目標函數 $c - ax - by$ 中， c 的值為下列哪一個選項？(單選題，4 分)

- (1) 95 (2) 96 (3) 97 (4) 98 (5) 99

15. 新的限制條件 $px + qy \leq r$ 中，若 p, q, r 皆為正整數且三者的最大公因數為 1，則數對 $(p, q, r) = ?$ (計算題，8 分)

16. 目標函數 $c - ax - by$ 中，數對 $(a, b) = ?$ (計算題，8 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

RB681 全國公私立 113 學年度分科測驗第六次數學乙(卷 II)

參考答案

選擇題：1.(5) 2.(5) 3.(3) 4.(4) 5.(2) 6.(1) 7.(3)(4) 8.(3)(4)(5) 9.(1)(4)(5)
10.(2)(3)(5)

選填題：11.13 12.727 13. $\frac{4}{5}$

混合題或非選擇題：14.(4) 15. $(p, q, r) = (1, 2, 25)$ 16. $(a, b) = (3, 6)$