

全國公私立 113 學年度分科測驗第七次數學乙(南一)

第壹部分：選擇題(占 75 分)

一、單選題(占 25 分)



1. 已知 $\log_{0.25} x = 2^y = 3$ ，試問 x^y 的值為下列哪一選項？
(1) 729 (2) 64 (3) $\frac{1}{16}$ (4) $\frac{1}{64}$ (5) $\frac{1}{729}$
2. 設 36, 1, 21, 21, 8, 3, 15, 10, 92, 0 這十筆數據之標準差為 s_1 ，
36, 1, 21, 21, 8, 3, 15, 10, 92, 15 這十筆數據之標準差為 s_2 ，
36, 1, 21, 21, 8, 3, 15, 10, 92, 21 這十筆數據之標準差為 s_3 ，
36, 1, 21, 21, 8, 3, 15, 10, 92, 24 這十筆數據之標準差為 s_4 ，
36, 1, 21, 21, 8, 3, 15, 10, 92, 25 這十筆數據之標準差為 s_5 ，
試問下列選項中，何者最小？ (1) s_1 (2) s_2 (3) s_3 (4) s_4 (5) s_5
3. 坐標平面上，設二元二次方程式 $x^2 + y^2 + dx + f = 0$ 的圖形為 Γ ，其中 d 為實數， $f < 0$ ，
將 Γ 向下平移 10 單位長後的圖形為 Γ' ， Γ 與 x 軸交於 A, B 兩點， Γ' 與 x 軸交於 C, D 兩
點，若 $\overline{AB} = 29$ ，試問 $\overline{CD}$ 的長為下列哪一選項？
(1) 25 (2) 23 (3) 21 (4) 19 (5) 17
4. 四面體 $P-ABC$ 中，已知 $\overline{PA} = \overline{CB} = \sqrt{6^2 + 8^2}$ ， $\overline{PB} = \overline{CA} = \sqrt{6^2 + 4^2}$ ， $\overline{PC} = \overline{AB} = \sqrt{8^2 + 4^2}$ ，
設 D 為 $\overline{AB}$ 之中點， E 在 $\overline{PC}$ 上且 $4\overline{PE} = \overline{PC}$ ，試問 $\overline{DE}$ 的長為下列哪一選項？
(1) $\sqrt{41}$ (2) $3\sqrt{5}$ (3) 6 (4) 7 (5) 8
5. 平面上，點 A_n 的極坐標為 $\left[\frac{6}{2^{n-1}}, (n-1)\theta\right]$ ，其中 n 為正整數， $\cos\theta = \frac{5}{9}$ ， $\sin\theta > 0$ ，
例如： A_1 的極坐標為 $[6, 0]$ 、 A_2 的極坐標為 $[3, \theta]$ 、 A_3 的極坐標為 $\left[\frac{3}{2}, 2\theta\right]$
一隻機器鼠自 A_1 出發直線前行到 A_2 ，再轉向直線前行到 A_3 ，再轉向直線前行到 A_4 ，如此
繼續移動下去，最後機器鼠會趨近於停止。
試問自出發起到趨近於停止，機器鼠途經路徑總長 $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n A_{n+1}}$ 為下列哪一選項？
(1) 18 (2) 16 (3) 15 (4) 12 (5) 10

二、多選題(占 32 分)

6. 觀察一水塘在時間 0 點到 24 點間的水位變化，發現在 x 點時 ($0 \leq x \leq 24$)，水位高度恰可以
函數 $f(x) = 10\sin(ax - b) + 100$ (公分) 表之，其中 $a > 1$ 且 b 為實數。若已知
 $f(1) = f(2) = 93$ ， $f(7) = f(8) = 107$ ，則函數 $f(x)$ 的週期可能為下列哪些選項？
(1) 12 小時 (2) 6 小時 (3) 4 小時 (4) 3 小時 (5) 2.4 小時
7. 大雄以穩定的速度開車行駛於筆直的馬路上，突然邊坡滾落一巨石恰停滯於前方，大雄
立刻踩下煞車，車子有驚無險地停止在巨石前。透過影像分析，自大雄踩下煞車到車子
完全停止的這段時間，在時間 t 秒時 ($t \geq 0$)，車子行駛速度可用 $f(t) = -3t^2 - 2t + 33$ (公尺
／秒) 表示。試選出正確的選項。(1) 大雄踩下煞車時 ($t = 0$)，車子的時速為 118.8 公里
(2) 車子是在踩下煞車後 3 秒停止 (3) 大雄踩下煞車時，車子與巨石相距不到 62 公尺
(4) 自大雄踩下煞車到車子停止的這段時間，車子行駛的平均速度為 21 (公尺／秒)
(5) 自大雄踩下煞車到車子停止的這段時間，若時間 t_0 秒時，車子行駛的速度恰等於這段
時間的平均速度，則 $t_0 = 1.7$ (四捨五入至小數第 1 位)

8. 兒童節舉辦號稱得獎率近乎百分百的抽獎遊戲，規則如下：

【第 1 輪】參加者自裝有 1 個紅球、1 個白球的袋中任抽一球，設每球被抽機會均等。
若抽得紅球，則參加者可獲得玩具一個且遊戲結束；若抽得白球，則參加者需繼續第 2 輪抽球。

【第 2 輪】參加者自裝有 2 個紅球、1 個白球的袋中任取一球，設每球被抽機會均等。
若抽得紅球，則參加者可獲得玩具一個且遊戲結束；若抽得白球，則參加者需繼續第 3 輪抽球。

【第 n 輪】參加者自裝有 n 個紅球、1 個白球的袋中任取一球，設每球被抽機會均等。
若抽得紅球，則參加者可獲得玩具一個且遊戲結束；若抽得白球，則參加者需繼續第 $n+1$ 輪抽球。

依此規則重覆進行至第 9 輪。

【第 10 輪】參加者自裝有 10 個紅球、1 個白球的袋中任取一球，設每球被抽機會均等，
若抽得紅球，則參加者可獲得玩具一個，且無論抽球後是否獲得玩具，遊戲都要結束。
設 X 代表參加者直到遊戲結束抽球的次數， $p(X=i)$ 為參加者直到遊戲結束需抽球 i 次的

機率。試選出正確的選項。 (1) $p(X=1)=\frac{1}{2}$ (2) $p(X=2)=\frac{1}{3}$ (3) $p(X=4)=\frac{1}{5}$

(4) $p(X \leq 5) > 0.999$ (5) 若已知大雄直到遊戲結束抽球次數至少 8 次，則他最終未獲得玩具的機率小於 $\frac{1}{1000}$

9. 設 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 8$ ，試選出正確的選項。

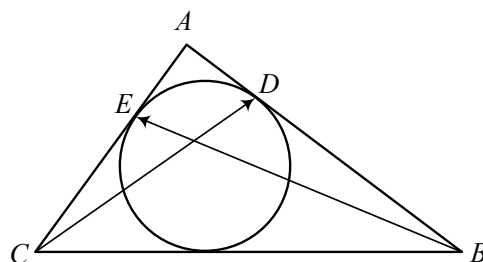
(1) $y = f(x)$ 的圖形是以點 $(-1, 3)$ 為對稱中心 (2) $f(1.987) < f(2.345)$ (3) $y = f(x)$ 與 $y = (x^3 - 2)(3x^2 - 4)$ 的圖形有交點在 y 軸上 (4) $f(x)$ 之極大與極小值和為 37

(5) 方程式 $f(x) = 5$ 有 1 正根 2 負根

三、選填題(占 18 分)

10. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ ，矩陣 X 滿足 $XA + A^2 = B$ ，則 X 的反矩陣為 _____。

11. 設 $\triangle ABC$ 的內切圓分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上的切點為 D 、 E ，若 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，如圖(1)，
則內積可 $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CD} =$ _____



圖(1)

12. 夏令營中午提供小朋友五大類食物，為求營養充足均衡，每類食物中的品項選擇各有限制，如表(1)：

表(1)

五大類	可選品項	選擇限制
主食類	蛋炒飯、炸醬麵、廣東粥	每人需恰好選 1 種品項
蔬菜類	青花菜、小松菜、萵苣	每人需至少選 2 種品項
配湯類	玉米濃湯、魚丸湯	除主食為廣東粥者不可選外，其他每人最多選一種品項
水果類	香蕉、橘子、奇異果	水果類中，每人至少選 1 種品項，且甜點、水果兩類合併計算，每人不能選超過 2 種品項
甜點類	小蛋糕、布丁	

例如：蛋炒飯、小松菜、茼蒿、香蕉為一種符合限制的選擇組合。

例如：廣東粥、青花菜、小松菜、茼蒿、香蕉、布丁、小蛋糕為一種不符合限制的選擇組合。

則符合上列限制的選擇組合共有_____種。

第貳部分：混合題或非選擇題(占25分)

13-15 題為題組

設 a, b 皆為實數， $f(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 + ax + b + 3i$ ， $g(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 + (a+1)x + b$
若已知 $f(1+i) = 4+2i$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。根據上述，試回答下列問題。

13. $g(1+i) + 2g(1-i) =$ _____。(選填題，3分)

14. 試求數對 (a, b) 。(非選擇題，6分)

15. 試求 $g(x) = 5$ 的所有複數解。(非選擇題，4分)

16-18 題為題組

設 $a > 0$ ，坐標平面上， $A(8, 0), B(0, -8), C(0, 6)$ ，所有滿足在 $\triangle ABC$ 內部(含邊界)且

$$\begin{cases} \overline{PA} \geq \overline{PC} \\ \overline{PB} \geq \overline{PC} \end{cases} \text{ 的 } P(x, y) \text{ 點所形成圖形為 } \Gamma。$$

若以圖形 Γ 為可行解區，則目標函數 $-x + ay + 18$ 的最大值與最小值恰差5。

根據上述，試回答下列問題。

16. 試以二元一次聯立不等式表示圖形 Γ 。(非選擇題，6分)

17. 圖形 Γ 的面積為_____。(選填題，2分)

18. 試求 a 值。(非選擇題，4分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

RB682 全國公私立 113 學年度分科測驗第七次數學乙(南一)

參考答案

選擇題：1.(5) 2.(4) 3.(3) 4.(1) 5.(5) 6.(3)(5) 7.(1)(2)(4)(5) 8.(1)(2) 9.(2)(3)(5)

選填題：10. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 11. -28 12. 336

混合題或非選擇題：13. 15 14. $(a, b) = (-3, 3)$ 15. $1 \pm i, 1 \pm \sqrt{2}$

$$16. \Gamma: \begin{cases} 3x + 4y \leq 24 \\ 4x - 3y \leq 7 \\ y \geq -1 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad 17. 16 \quad 18. \frac{1}{3}$$