

北北基高級中等學校 113 學年度分科模擬考數學乙(113-E7)

第壹部分：選擇題(占 75 分)



一、單選題(占 25 分)

1. 小翰在某款三合一即溶咖啡包的產品說明中，看到此產品的重量為「15 公克士 4%」，

品 名：翰林咖啡包
 成 分：即溶咖啡粉、全脂
 奶粉、奶精、砂糖
 淨 重：15 公克士 4 %
 原 產 地：臺灣
 有效日期：標示於外包裝
 保存方式：請置於乾燥陰涼處

營養標示		
每一份量 15 公克士 4 %		
	每份	每 100 公克
熱量	68.0 大卡	451 大卡
蛋白質	0.6 公克	3.7 公克
脂肪	2.2 公克	14.3 公克
飽和脂肪	2.2 公克	14.3 公克
反式脂肪	0 公克	0 公克
碳水化合物	11.5 公克	76.8 公克
糖	8.1 公克	53.9 公克
鈉	16 毫克	103 毫克

若此即溶咖啡包的實際重量以 W 公克表示，我們可以將 W 的範圍表示成 $|W + a| \leq b$ ，則數對 (a, b) 為下列哪一個選項？ (1) (15, 0.04) (2) (-15, 0.04) (3) (15, 0.6) (4) (-15, 0.6) (5) (0.04, 15)

2. 設矩陣 X 滿足 $X \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \end{bmatrix}$ 且 $X \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ，則矩陣 X 為下列哪一個選項？

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 9 & -\frac{1}{3} \\ 4 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 16 & -3 \end{bmatrix}$

3. 丟一顆不公正的骰子，經過長期觀察發現：骰子出現點數為偶數的機率為 $\frac{3}{4}$ ，骰子出現點數為奇數的機率為 $\frac{1}{4}$ 。若丟這顆不公正的骰子 300 次，則出現奇數點數的次數之標準差為何？ (1) 7.5 次 (2) 9 次 (3) 16 次 (4) 56.25 次 (5) 75 次

4. 卡爾·仁伯創立的紐崔萊公司是採用多層次傳銷的方式銷售其營養素補充食品，可視為多層次傳銷之始祖。小翰想仿照多層次傳銷的方式經營，但自行訂定一條規則為：公司體系的每位成員，每個月都要再找 2 個新成員加入公司體系。假設一開始公司體系是只有小翰一人，依此規則，請問公司成立大約幾年後，地球上的每個人都是這間公司體系的成員？(地球人口約 80 億人) (1) 1 年 (2) 2 年 (3) 3 年 (4) 4 年 (5) 5 年

5. 海水的漲退潮大約呈現週期性現象，可以用 $B + A \sin(\omega t + \phi)$ 來表示海水高度。而小翰家住在漁人碼頭旁，旁邊堤防刻有刻度顯示海水的高度，某日上午 10 點 15 分發現海水來到最高點高度 380 公分，接著高度一路下降直到下午 4 點 33 分發現海水來到最低點高度 80 公分，利用模型可以推論同日中午 12 點 21 分時的海水高度為多少公分？ (1) 342 公分 (2) 330 公分 (3) 305 公分 (4) 280 公分 (5) 230 公分

二、多選題(占 32 分)

6. 設實係數三次多項式 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d = (x - h)^3 + p(x - h) + k$ ，若 $1 + 2i$ 為 $f(x) = 0$ 的一個虛根，且 $f(2) = 5$ ，則下列何者正確？ (1) $1 + 2i$ 為 $f(x) = 0$ 的另一個虛根 (2) $b + c + d = 1$ (3) $k = 0$ (4) $y = f(x)$ 的圖形對稱於點 $(2, 0)$ (5) $y = f(x)$ 在 $x = h$ 附近近似於直線 $y = 4x - 4$
7. 地面上有兩座塔皆垂直於水平線，已知甲塔的高度高於乙塔，且甲、乙兩塔的水平距離為 100 公尺。某人從甲塔塔頂點 A 拉一條筆直的繩索到乙塔塔頂點 B ，並從點 A 測得點

B 的俯角為 20° 。再從甲塔塔頂點 A 拉一條筆直的繩索到乙塔塔底點 C ，並從點 A 測得點 C 的俯角為 25° 。試問下列敘述何者正確？(註：眼睛往下看目標物時，視線與水平線間的夾角稱為俯角) (1) $\overline{AB}$ 繩長為 $\frac{100}{\cos 20^\circ}$ 公尺 (2) $\overline{AC}$ 繩長為 $\frac{100}{\cos 25^\circ}$ 公尺 (3) 甲塔塔高為 $100\tan 25^\circ$ 公尺 (4) 乙塔塔高為 $100\tan 20^\circ$ 公尺 (5) 點 B 到甲塔的最短距離為 100 公尺

8. 給定 $\triangle ABC$ 及平面上一點 D ，滿足 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ 且直線 AD 與線段 BC 交於點 E 。又 $\overline{AE}$ 是 $\angle BAC$ 的角平分線，試選出正確的選項。(1) 點 D 在 $\triangle ABC$ 的內部(不包含邊界) (2) $\overline{AE} = 6\overline{DE}$ (3) $\overline{EB} = \frac{3}{2}\overline{EC}$ (4) $\overline{AB} = \frac{3}{2}\overline{AC}$ (5) $\triangle ABE$ 面積是 $\triangle ACE$ 面積的 $\frac{9}{4}$ 倍

9. 中華民國人壽保險商業同業公會網站(<http://www.lia-roc.org.tw/>)依據年齡別統計 112 年度臺灣人口投保人壽保險投保率，截至 112 年 12 月底為止，國人總計有 16,599 千人(身分證歸戶後)投保有人壽保險，對應人口總數 23,420 千人，投保率為 70.88%，其中男性為 68.54%，女性為 73.15%，女性投保率高於男性約 4.5%，每人平均保額為 204 萬。各年齡層投保率以 40 歲至 59 歲最高，達 78.79%；其中男性 75.12%，女性為 82.30%。統計表如下：

臺灣人口投保人壽保險投保率統計表(單位：千人)

年齡	男			女			合計		
	投保人數	人口數	投保率%	投保人數	人口數	投保率%	投保人數	人口數	投保率%
0~14	729	1,447	50.40 %	679	1,346	50.46 %	1,409	2,793	50.43 %
15~19	359	541	66.30 %	323	495	65.24 %	682	1,036	65.80 %
20~39	2,387	3,140	76.04 %	2,361	2,961	79.73 %	4,748	6,101	77.83 %
40~59	2,733	3,638	75.12 %	3,127	3,800	82.30 %	5,860	7,438	78.79 %
60~64	587	845	69.41 %	699	910	76.87 %	1,286	1,755	73.27 %
65~	1,124	1,942	57.88 %	1,491	2,355	63.30 %	2,615	4,297	60.85 %
合計	7,919	11,553	68.54 %	8,680	11,867	73.15 %	16,599	23,420	70.88 %

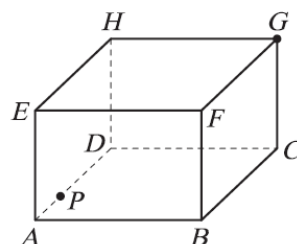
請依據上面表格，試選出正確的選項。

- (1) 在女性各年齡層中，以 40 歲至 59 歲這個年齡層的投保率最高
 (2) 在各年齡層中，女性的投保率均高於男性的投保率
 (3) 臺灣人口年齡的中位數會落在 20 歲至 39 歲這個年齡層
 (4) 在男性各年齡層中，投保人數和人口數為正相關
 (5) 各年齡層投保率以 40 歲至 59 歲最高的原因為該年齡層的人口數最多

三、選填題(占 18 分)

10. 已知一無窮數列的遞迴關係如下：
$$\begin{cases} a_1 = 0.1\bar{5} \\ a_n = 0.2\bar{2} \times a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$
，則此無窮數列的和為 _____。(化為最簡分數)

11. 有一長方體房間 $ABCD-EFGH$ (如右圖)中，長 $\overline{AD}$ 為 5，寬 $\overline{AB}$ 為 4，高 $\overline{AE}$ 為 3，點 A 、 G 為長方體對角線兩端點，而 P 點在 $\overline{AD}$ 上且 $\overline{AP}$ 為 1。小林 10 點發現螞蟻在 P 點，11 點發現螞蟻在 G 點，且螞蟻只能沿著牆壁、地板與天花板爬行。試求螞蟻在這段時間行走的最短距離為 _____。



(化為最簡根式)

12. 大學入學考試中心公布學測的考試科目包括：國文、英文、數學 A、數學 B、社會、自然共 6 考科。114 年起分科測驗考試科目包括物理、化學、數學甲、數學乙、生物、歷

史、地理、公民與社會共 8 考科。分科測驗成績主要用於大學分發入學管道，依規定，大學校系可採計 3 科至 5 科之分科測驗或學測或術科考試成績(其中學測至多採計 4 科，分科測驗至少採計 1 科；僅音樂學系不受採計分科測驗科目數限制)。已知某校法律系在討論大學分發入學管道的簡章，已知該校系不考慮採計術科且確定要採計五科的條件下，請問該校法律系最多可以有_____種不同的採計考科方式。

第貳部分：混合題或非選擇題(占25分)

13-15 題為題組

已知首項係數為 1 的實係數三次多項式函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -6$ ， $f(-1) = 8$ 。根據上述，回答下列問題。

13. 試求 $f(1) = ?$ (單選題，2 分)

- (1) -8 (2) -6 (3) 0 (4) 6 (5) 8

14. 試求 $y = f(x)$ 函數圖形在 $(1, f(1))$ 處的切線方程式。(非選擇題，4 分)

15. 若 $y = f(x)$ 的一階導函數為 $y = g(x)$ ，試求 $\int_{-1}^2 g(x) dx$ 。(非選擇題，6 分)

16-18 題為題組

小翰在查詢衛生福利部公告「國人膳食營養素參考攝取量」第八版發現，16~18 歲的男生每日攝取量維生素 A 建議為 700 微克，維生素 E 建議為 13 毫克，維生素 C 建議為 100 毫克，又查其他文章建議維生素 A 上限不超過 3000 微克，維生素 E 上限不超過 800 毫克，而小翰平常所吃的口服維他命軟糖甲廠牌每個含 150 微克維生素 A，2 毫克維生素 E，50 毫克維生素 C，售價每個 2 元。軟糖乙廠牌每個含 90 微克維生素 A，2 毫克維生素 E，10 毫克維生素 C，售價每個 1 元。但小翰發現今天所吃食物已含 2100 微克維生素 A 與 1 毫克維生素 E，若小翰打算今天吃 x 個甲廠牌軟糖， y 個乙廠牌軟糖，維生素方能達到建議量且不超過上限量。根據上述，試回答下列問題。

16. 若小翰需花維他命軟糖費用 $ax + by$ 元，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(選填題，2 分)

17. 試寫出此線性規劃問題的聯立不等式。(非選擇題，4 分)

18. 試問小翰應吃甲廠牌軟糖與乙廠牌軟糖各多少個，才能花費最少？且最少花費是多少？在答題卷求解區寫出計算過程，並在答題卷作圖區畫出可行解區域及標出其所有頂點坐標，且以斜線標示該區域。(非選擇題，7 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$

RB683 北北基高級中等學校 113 學年度分科模擬考
數學乙(113-E7)

參考答案

選擇題：1.(4) 2.(3) 3.(1) 4.(2) 5.(3) 6.(1)(3)(5) 7.(1)(2)(3)(5) 8.(1)(2)(4) 9.(1)(4)

選填題：10. $\frac{1}{5}$ 11. $\sqrt{65}$ 12. 1996

混合題或非選擇題：13. (3) 14. $6x + y - 6 = 0$ 15. -12

$$16. (2,1) \quad 17. \begin{cases} 700 \leq 150x + 90y + 2100 \leq 3000 \\ 13 \leq 2x + 2y + 1 \leq 800 \\ 100 \leq 50x + 10y \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

18. 甲廠牌軟糖 1 個與乙廠牌軟糖 5 個，才能花費最少且最少花費是 7 元

可行解區域如下圖所示：

