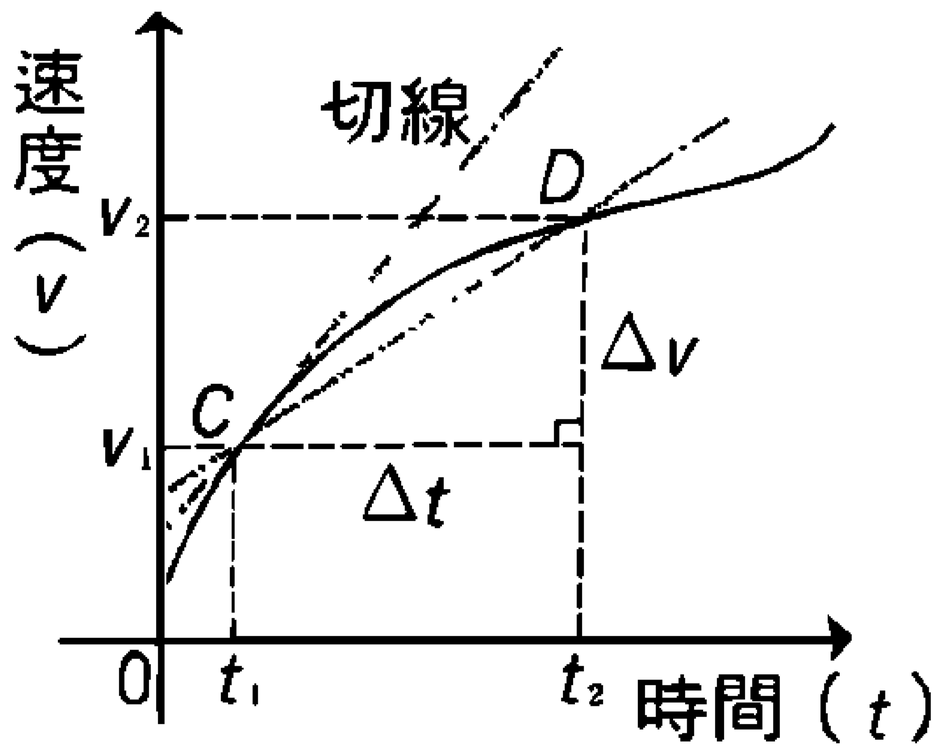
PHYSICS

第一章

直線運動



_____年 _____班 _____號

姓名：_____

大雞排老師 編授

吳錫玠老師 編授

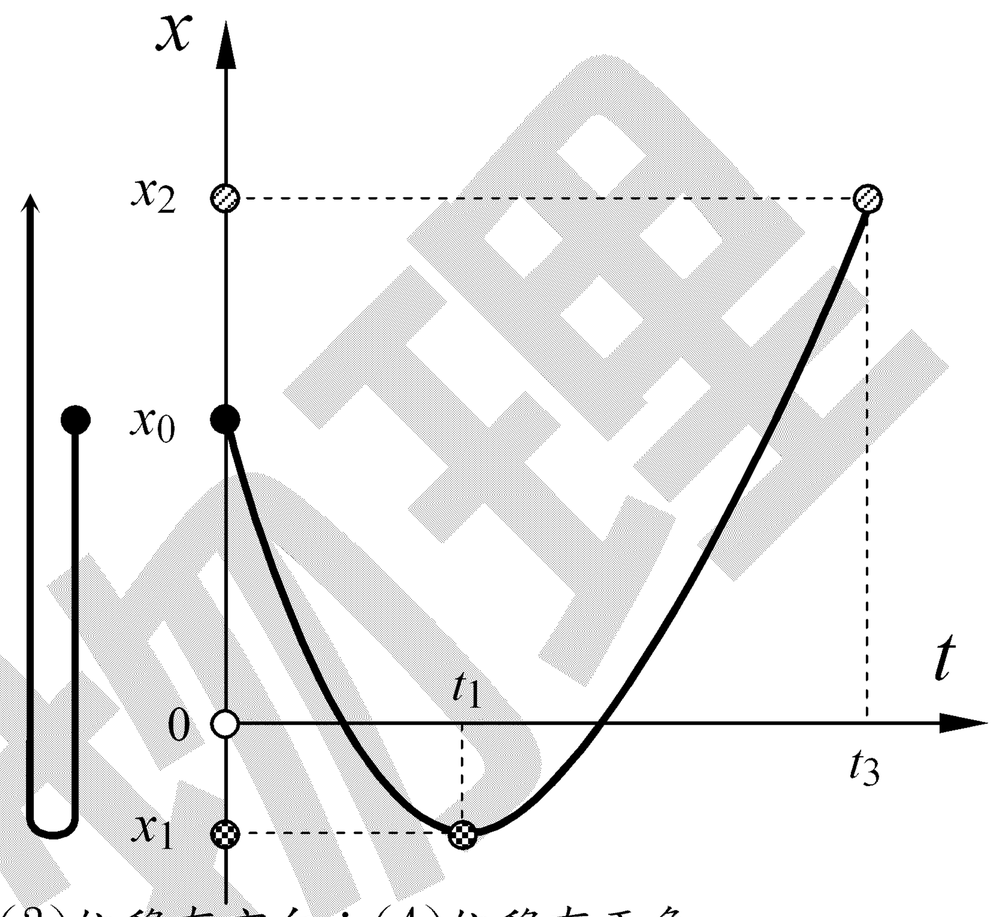
觀念一　位移&路徑長

一、直線上的位移&路徑長

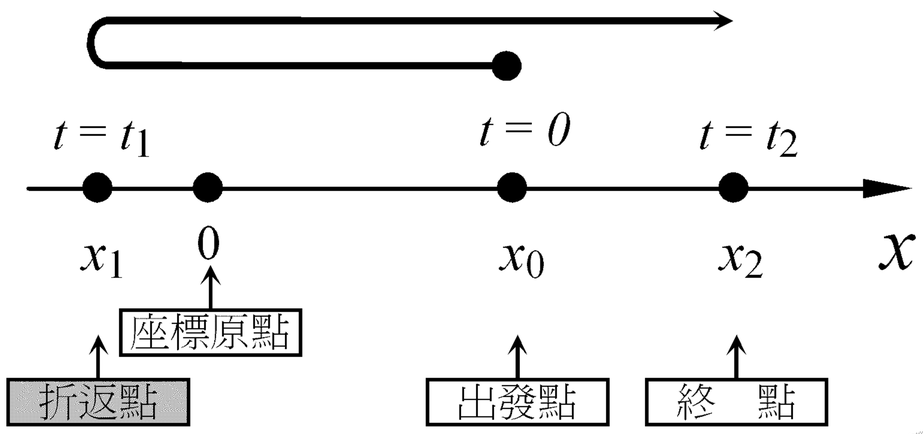
質點在直線上由 $x_o \to x_1 \to x_2$ 時：

位　移 $\boxed{\Delta x = x_2 - x_1}$

路徑長 $\boxed{\Delta \ell = |x_2 - x_1| + |x_1 - x_o| \geq 0}$



（以折返點作為分割點！）



1. 位移：(1)向量；(2)只考慮起點終點，不考慮過程；(3)位移有方向；(4)位移有正負

2. 路徑長：(1)純量；(2)需考慮過程中所經過之所有長度；(3)路徑長沒有方向；(4)路徑長皆為正值

二、平面上的位移&路徑長

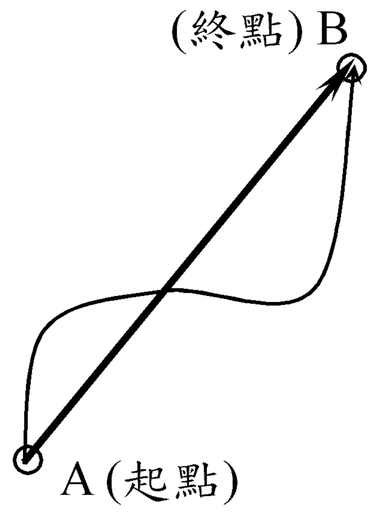
質點在平面上，循曲線由 A → B 時：

直線距離＝位移　　曲線距離＝路徑長

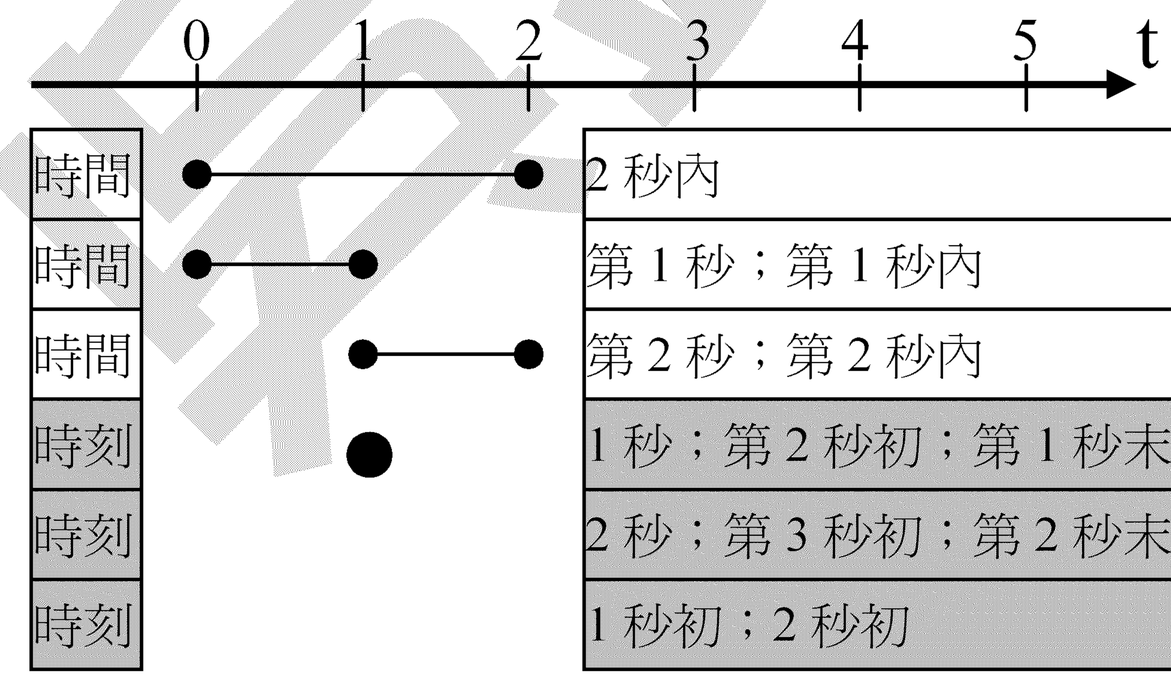
位移 S 與路徑長 l 的關係：$S \leq l$

(1)若運動之軌跡為直線，則 $S = l$

(2)若運動之軌跡為曲線，則 $S < l$



三、時間&時刻



時間	2 秒內
時間	第 1 秒；第 1 秒內
時間	第 2 秒；第 2 秒內
時刻	1 秒；第 2 秒初；第 1 秒末
時刻	2 秒；第 3 秒初；第 2 秒末
時刻	1 秒初；2 秒初

例1. 有關直線運動之敘述，下列何者正確？

(A)路徑長與位移只有正、負號不同而已

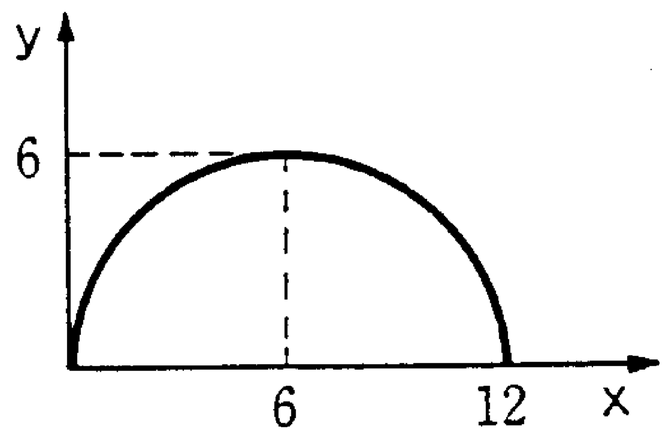
(B)起點與終點都相同的運動，必有相同的位移

(C)同(B)，必有相同的路徑長

(D)若運動方向始終保持不變，則位移的大小等於路徑長

(E)若方向有改變，則位移之大小必小於路徑長。答：(B)(D)(E)

例2. 某質點在一平面上運動，自原點沿一半圓形跑道移至坐標(12，0)處，求其運動之路程與位移。答：6π ；12



例3. 沿直線運動之質點，其位置與時間之關係為 $x=t^2-6t+5$ ，其中 x 以公尺，t 以秒為單位，試求：

(1) 此質點的初位置。

(2) 此質點通過原點的時刻。

(3) 作 $x-t$ 圖。

(4) 前 5 秒內質點之位移。

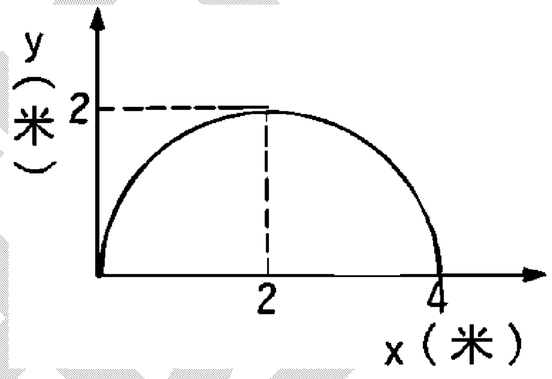
(5) 前 5 秒內質點所經之路徑長。

答：(1) $x_0=5$ 公尺；(2)1 或 5 秒；(3)略；(4)–5 公尺；(5)13 公尺

※家庭作業

1.下列諸敘述中，何者正確？ (A)物體運動的位移，即其軌跡 (B)物體運動的位移，即其運動路徑 (C)物體的位移僅與起點終點有關 (D)物體的位移即爲始末二位置向量的差 (E)位移爲始末二位置向量的和。答：(C)(D)

2.某質點在一平面上運動，自原點繞半圓形跑道移至(4，0)，求其運動之路徑長與位移。答：2π 米；4 米，+x 方向



3.某運動質點之位置與時間之函數關係爲 $x=-3t^2+6t+2$ (x：公尺，t：秒)，求此質點：

(1)最初之位置。

(2)3 秒內之位移。

(3)第 2 秒內之位移。

(4)3 秒內運動之路徑長。

答：(1)2 公尺；(2) - 9 公尺；(3) - 3 公尺；(4)15 公尺

4.某運動質點位置與時間的函數關係爲 $x=-2t^2+4t+3$（x：公尺，t：秒），求此質點由運動最初的位置至抵達 $x=-13$ 期間的平均速率？

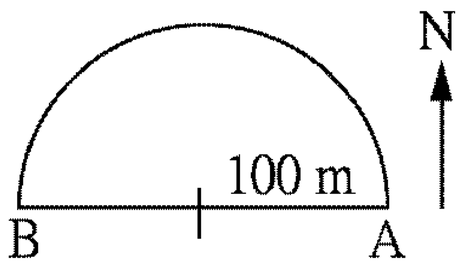
(A)5 (B)4 (C) - 4 (D)3.25 (E) - 3.25。答：(A)

5.某人向東走 10 公尺，再向西走 25 公尺，則：

(1)他的位移爲？ (2)他的路徑長爲？答：(1)15 公尺，向西；(2)35 公尺

6.一質點作直線運動，其位置由 x＝10 往正方向移到 x＝30，再往負方向移到 x＝5，整個過程此質點的 (A)位移爲 - 5 (B)位移爲 45 (C)路徑長爲 - 5 (D)路徑長爲 45 (E)位移與路徑長相等。答：(A)(D)

7.如附圖，小明沿半徑 100 m 的半圓形水池，由 A 跑到 B，共花了 20 秒，則小明的位移爲？(A)100 m 向西 (B)200 m 向西 (C)100πm 向東 (D)200m 向北。答：(B)



觀念二　速度&速率

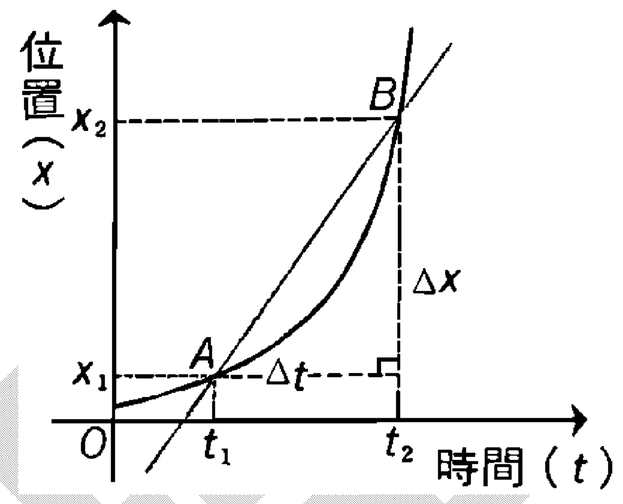
一、速度

1. 平均速度：單位時間內之位移

$$\bar{v}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

方向：起點→終點的方向(位移的方向)

x－t 圖：起點 A 與終點 B 所連接起來之割線斜率

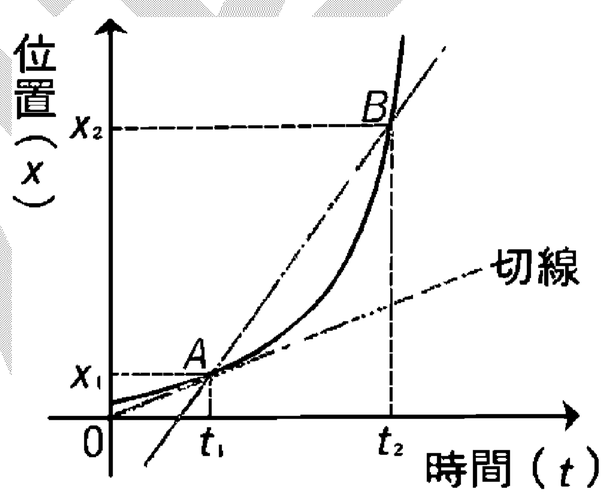


2. 瞬時速度：某一時刻或位置之速度(可視為某一點在極短時間內之平均速度)

$$\bar{v}=\lim_{t_2\to t_1}\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}$$

方向：某一瞬間物體在運動軌跡的切線方向

x－t 圖：通過 A 點之切線斜率



二、速率

1. 平均速率：單位時間內所經之路徑長

$$\text{平均速率}\bar{v}=\frac{\text{路徑長}l}{\text{經過時間}\Delta t}$$

2. 瞬時速率：某一時刻或位置之速率(可視為某一點在極短時間內之平均速率)

$$\text{瞬時速率}v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\text{路徑長}l}{\text{經過時間}\Delta t}$$

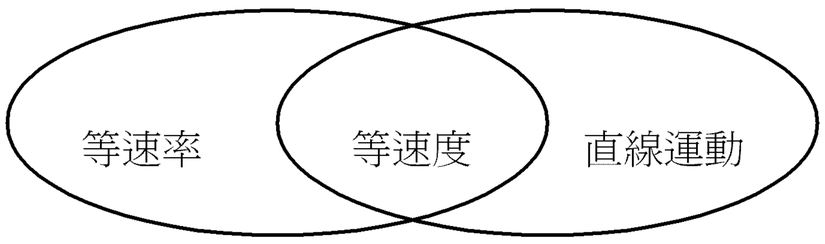
3. 平均速度$\bar{v}$ ≤ 平均速率$\bar{v}$，瞬時速度$\bar{v}$ = 瞬時速率v

三、等速度與等速率

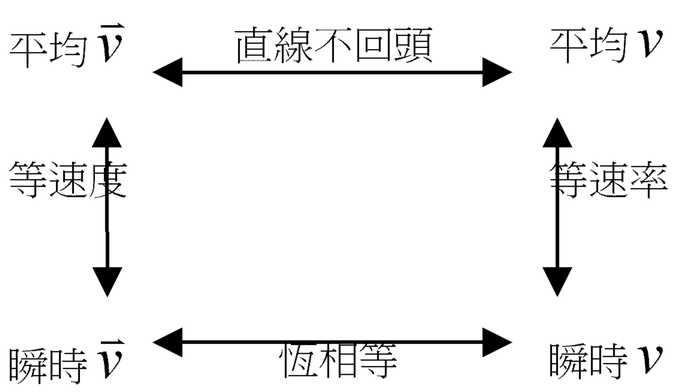
1. 等速度：a. 快慢不變；b. 方向不變(直線)；c. 平均速度=瞬時速度

2. 等速率：a. 快慢不變；b. 方向可變(任意軌跡)；c. 平均速率=瞬時速率

3. 等速度與等速率



4. 相等的條件



例4. 某百貨大樓一、二樓之間有一部正在向上運動的自動扶梯，某人以相對扶梯的速度 v 沿樓梯向上跑，數得扶梯有 20 級；到二樓後他又返回，以相同的相對扶梯的速度 v 沿梯子向下跑，數得扶梯有 30 級.那麼該扶梯在一、二樓間實際有_____級。
答：24

例5. 甲乙兩列車在同一水平直路上以相等的速率(30km/hr)相向而行。當它們相隔 60km 的時候，一隻鳥以 60km/hr 的恆定速率離開甲車頭向乙車頭飛去，一當到達立即回，如此來回往返不止，則理論上當兩車頭相遇時，則
鳥往返了_____次，鳥共飛行了_____小時及_____公里。答：∞；1；60

例6. 某生沿一直線以 v 的速度由甲地跑到乙地，立即再以另一速度 v' 由乙地跑回甲地，且 $v \neq v'$。則，某生來回一趟之平均速率：
(A)大於 $2v$ (B)小於 $2v$ (C)大於 $\frac{v+v'}{2}$ (D)小於 $\frac{v+v'}{2}$ (E)等於 $\frac{v+v'}{2}$。答：(B)(D)

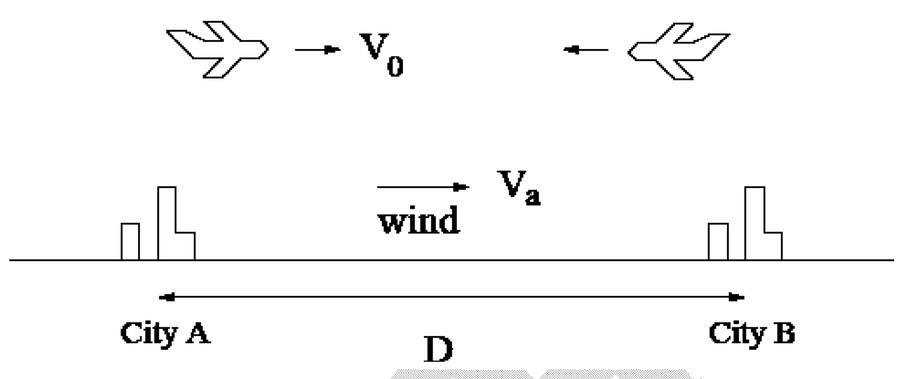
※家庭作業

1.一架飛機在相距 D=3000km 的兩城市間飛行。假設風的速度爲 200km/hr，方向爲兩個城市的連線方向，飛機相對於空氣的速度爲 800km/hr。

(1)飛機在兩城市間往返一次需要多長時間？

(2)如果在地面上觀察，飛機往返一次的平均速率是多少？

(3)如果在地面上觀察，飛機往返一次的平均速度是多少？答：(1)8；(2)750；(3)0



2.一聲源聲波，此聲波源沿 x 軸正方向以 40m/s 做等速度運動，在時刻 t=0 秒與 t=7 秒發出的聲波，經靜止空氣傳播，分別於時刻 t=3 秒與 t=9 秒時，到達沿 x 軸以等速度 v 運動的聽者。若空氣中的聲速爲 340m/s，則聽者的速度 v 爲_____m/s

答：-10

3.一人開車自甲地到乙地，前$\frac{1}{3}$時間以 v 之速率而後$\frac{2}{3}$時間以 $3v$ 速率行駛，平均速率爲 v_1；回程時，前$\frac{1}{3}$的距離以速率 v 而後$\frac{2}{3}$的路程以速率 $3v$ 行駛，平均速率爲 v_2，又假設來回一趟全程平均速率爲 v_3，則：

(A) $v_1 < 2v_2$ (B) $v_2 > v_1$ (C) $v_2 < v_1$ (D) $v_3 > v_1$ (E) $v_3 > v_2$。答：(A)(C)(E)

4.某人由甲城欲至乙城，先以 v 之速率行全程之$\frac{1}{4}$，欲使全程之平均速率爲 $3v$，則其餘路程之速率應爲？答：$9v$

5.某同學在 100 米賽跑中，跑完全程所需時間爲 12.5 秒，在中間時刻即 6.25 秒時的速度爲 $7.8\,m/s$，到達終點時的速度爲 $9.2\,m/s$，則在全程中平均速率爲

(A) $8.1\,m/s$ (B) $7.8\,m/s$ (C) $8.0\,m/s$ (D) $9.2\,m/s$。答：(C)

6.下列何者正確？(A)兩質點所走的距離相等，那麼它們的位移必也相等 (B)某段時距內平均速度的大小即爲平均速率 (C)某時刻的瞬時速度之大小即爲該時刻之速率 (D)等速率運動的質點，未必作等速度運動，但變速率運動必爲變速度運動 (E)等速度運動的質點其軌跡一定是直線而等速率運動的質點其軌跡可爲任意曲線。答：(C)(D)(E)

觀念三　加速度

一、加速度

1. 平均加速度：單位時間內的速度變化量

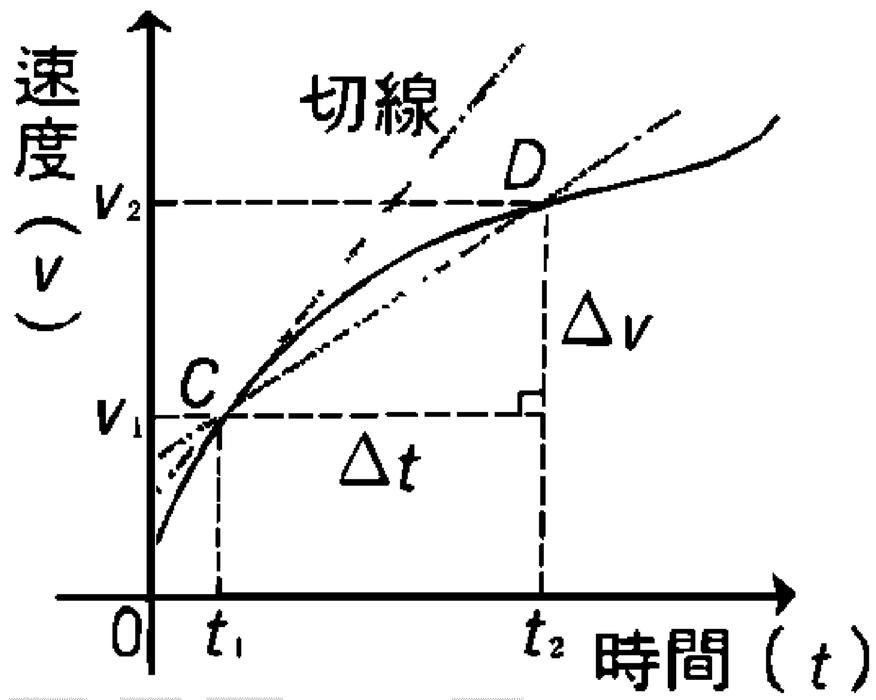
$$\bar{a}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

v－t 圖：CD 兩點連成之割線斜率

2. 瞬時加速度：極短時間內($\Delta t\to 0$)的平均加速度

$$\vec{a}=\lim_{t_2\to t_1}\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}}{dt}$$

v－t 圖：C 點的切線斜率



二、速度與加速度的關係

1. 切線加速 a_t 與法線加速 a_N

$$\vec{a}=\begin{cases}\text{切線加速度}a_t\Rightarrow\text{加速度在與速度平行方向之分量，改變運動之快慢}\\ \text{法線加速度}a_N\Rightarrow\text{加速度在與速度垂直方向之分量，改變運動之方向}\end{cases}$$

2. 等速度與等速率

$$\text{等速度}\Rightarrow\begin{cases}\text{快慢不變}\Rightarrow a_t=0\\ \text{方向不變}\Rightarrow a_N=0\end{cases}\Rightarrow\vec{a}=0$$

$$\text{等速率}\Rightarrow\begin{cases}\text{快慢不變}\Rightarrow a_t=0\\ \text{方向不定}\Rightarrow a_N=?\end{cases}\Rightarrow\vec{a}=0\text{或}\vec{a}\perp\vec{v}$$

3. 等加速度運動的軌跡

若 $v_o=0$ 或 v_o 與 a 平行⇨軌跡為 直　線

若 v_o 與 a 不平行⇨軌跡為 拋物線 。

例7. 一物體由靜止起作直線運動，10 秒後速度變爲 5 公尺/秒，再經 15 秒變爲 10 公尺/秒，又經 25 秒變爲 15 公尺/秒，方向皆相同，則：

(A)前 10 秒之平均加速度爲 0.5 公尺/秒^2

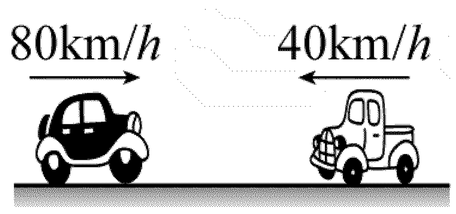
(B)前 25 秒之平均加速度爲 4 公尺/秒^2

(C)10 秒至 25 秒之平均加速度爲 1/3 公尺/秒^2

(D)50 秒內之平均加速度爲 0.3 公尺/秒^2

(E)25 秒至 50 秒之平均加速度爲 0.6 公尺/秒^2。答：(A)(C)(D)

例8. 一輛跑車與小貨車迎面對撞後，都停止了下來。若碰撞過程跑車的平均加速度量值爲 a_1，小貨車的平均加速度量值爲 a_2，則：



(A)$a_1=a_2$ (B)$a_1=2a_2$ (C)$a_1=\frac{1}{2}a_2$ (D)$a_1=4a_2$ (E)$a_1=\frac{1}{4}a_2$。答：(B)

例9. 下列敘述，何者錯誤？ (A)作等加速度運動的物體，其平均速度等於瞬時速度 (B)平均速度等於瞬時速度的物體必作直線運動 (C)物體的平均速度等於初速度和末速度和的二分之一 (D)等速度運動必爲直線運動 (E)變速度運動的瞬時速度無法求得。答：(A)(C)(E)

※家庭作業

1.在一直線上運動物體，其速度在 10 秒內，由 2 m/s 向東變成 8 m/s 向西，則此物體在此時距內的平均加速度爲_____。（必須寫出方向）答：1 m/s^2，向西

2.一汽車在上午八點正時之速度爲 60 km/hr 向東，至九點正時，速度已變化至 40 km/hr 向西，則這段時間內汽車之平均加速度爲？答：100 km/hr^2 向西

3.下列有關運動狀態之敘述，何者正確？
(A)速度漸增，加速度必漸增 (B)有加速度，必有速度 (C)瞬時速度爲零時，必無加速度 (D)加速度最大時，速度可能最小 (E)加速度與速度成正比。答：(D)

4.下列敘述，何者正確？
(A)向上增速，加速度爲向上　(B)向下增速，加速度爲向上
(C)向上減速，加速度爲向下　(D)向下減速，加速度爲向下
(E)等速向下，加速度爲 9.8 m/s^2 。答：(A)(C)

5.一輛公車發現前方有障礙物時，駕駛立即緊急煞車，在車子滑行的過程中，下面關於速度與加速度的敘述，何者正確？ (A)速度與加速度有時同向，有時反向(B)速度與加速度都向前 (C) 速度向前、加速度向後 (D)加速度恆爲零。答：(C)

6.下列何種情況下之加速度爲向上？
(A)向上增速 (B)向上減速 (C)向下增速 (D)向下減速 (E)等速度向上。答：(A)(D)

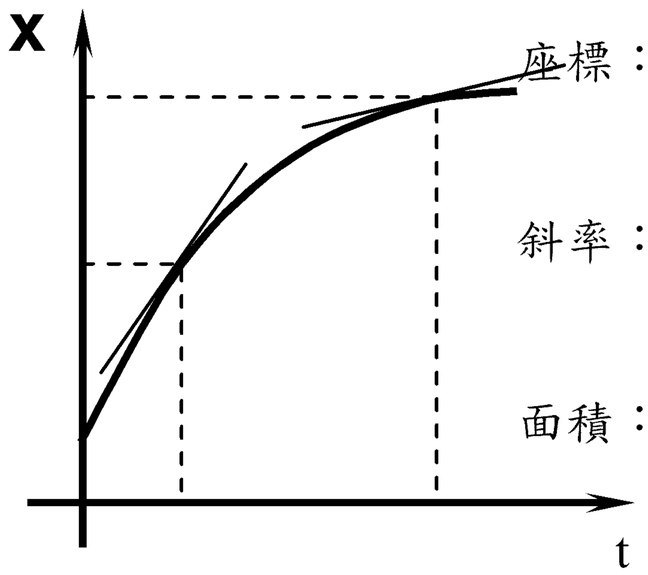
7.下列何者正確？ (A)等速率運動一定沒有加速度 (B)等速度運動可能有加速度 (C)等加速度運動的軌跡必定爲直線 (D)加速度量值愈大者，其速率必也愈快 (E)運動方向向西時，其加速度方向可能向南。答：(E)

8.在直線上沿一定方向運動的物體，速度愈來愈快，則可能： (A)沒有加速度 (B)加速度逐漸減少 (C)加速度與速度反方向 (D)加速度與運動方向垂直。答：(B)

9.下列述何者正確？ (A)物體作等速率運動，其加速度必爲零 (B)瞬時速度爲零時，加速度必爲零 (C)等速度運動必爲直線運動 (D)瞬時速度的大小等於瞬時速率 (E)物體加速度漸減其速率必減慢。答：(C)(D)

觀念四　x-t 圖&v-t 圖&a-t 圖

一、x－t 圖：

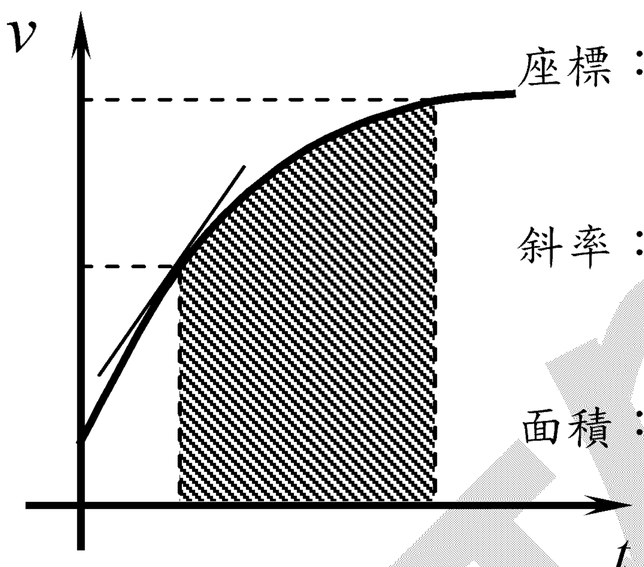


座標：位置 x

斜率：速度 v

面積：無意義

二、v－t 圖：

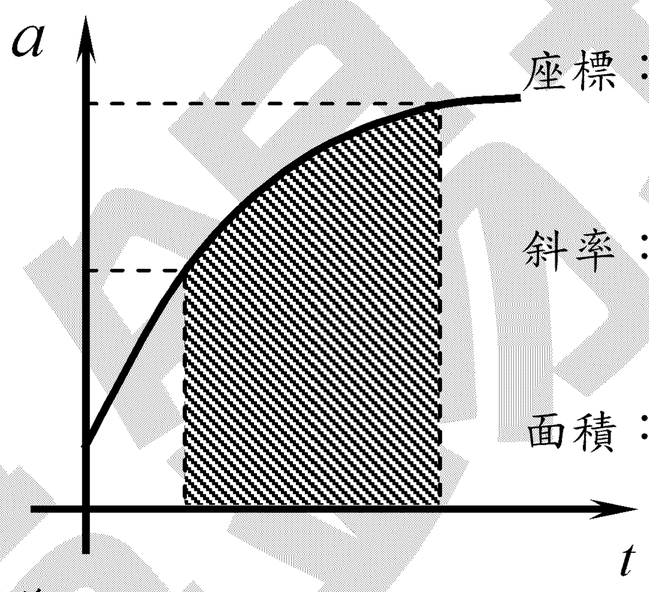


座標：速度 v

斜率：加速度 a

面積：位移△x

三、a－t 圖：



座標：加速度 a

斜率：無意義

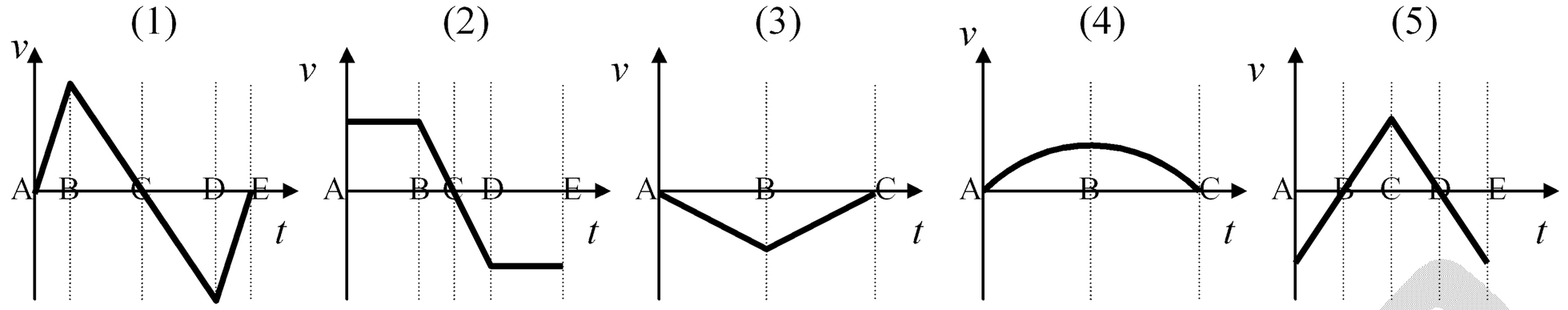
面積：速度變化△v

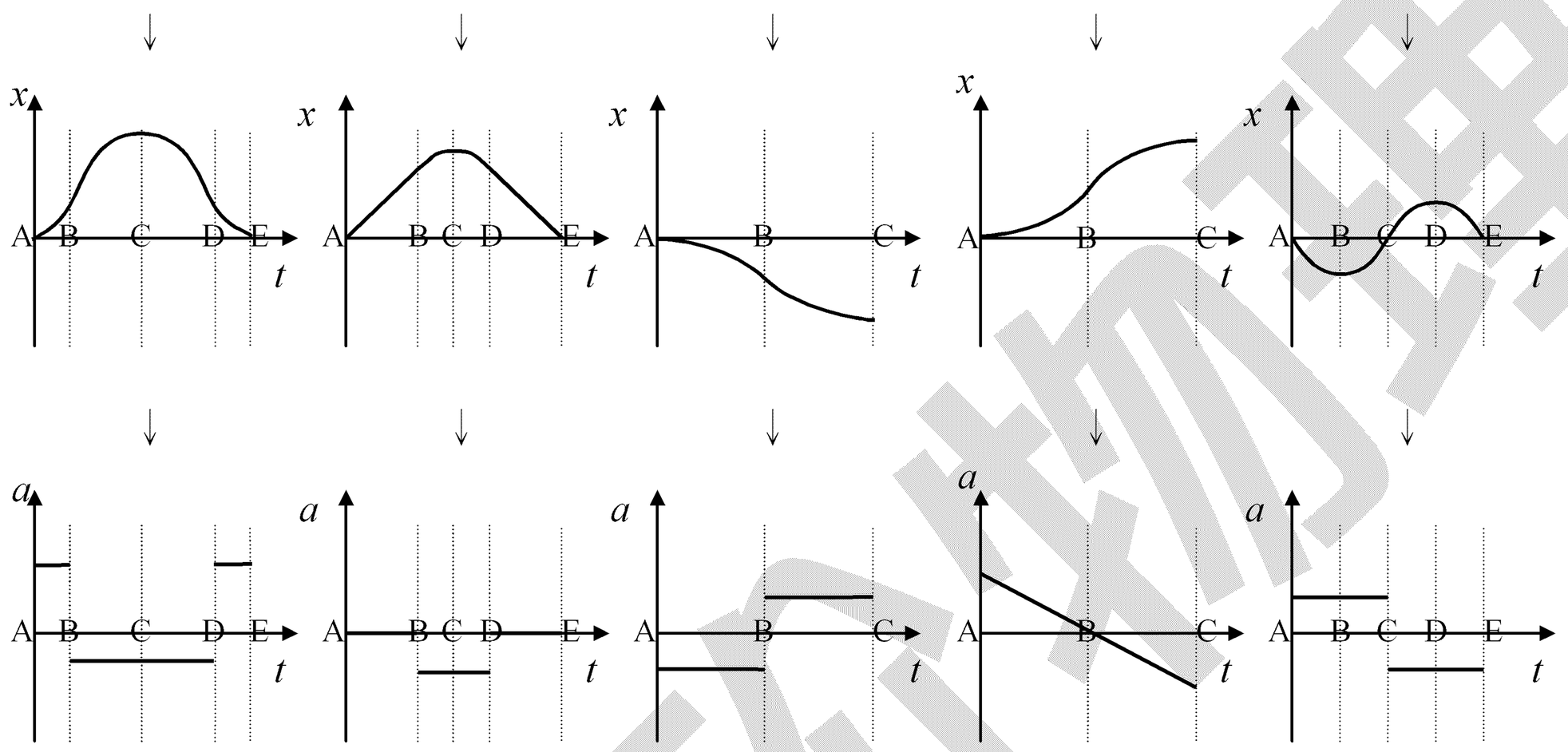
四、x 與 v 與 a 的關係

位置 x		速度 v		加速度 a
	1.微分 2.斜率 3. $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$		1.微分 2.斜率 3. $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$	
	時間 t		時間 t	
	1.積分 2.面積 3. $\Delta x = v \times \Delta t$		1.積分 2.面積 3. $\Delta v = a \times \Delta t$	

例10.將下列"$v-t$"函數圖形，改成"$x-t$"及"$a-t$"函數圖形。(設 $t=0$ 時，$x=0$)

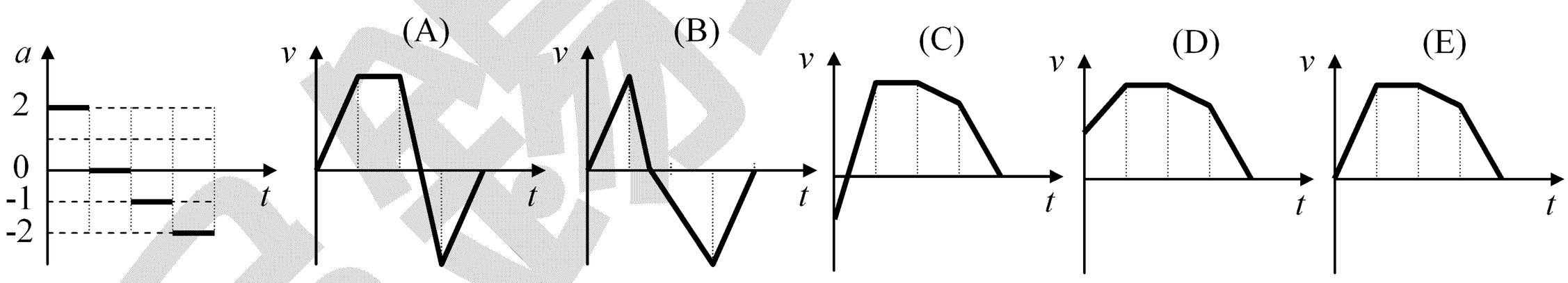
(1) (2) (3) (4) (5)





例11.一物體作直線運動，其 a (加速度)對 t (時間)關係如左下圖，其 v—t 之圖形最可能為：

答：(D)



例12.下列敘述何者正確？一物體

(A)能速度為零而仍在作加速度

(B)能有等速率而有變加速度

(C)能有變速度而有等加速度

(D)能有等速度而為一週期運動

(E)能有增速率而加速度的大小漸減。答：(A)(B)(C)(E)

※家庭作業

1.將物體豎直向上拋出後,能正確表示其速率 v 隨時間 t 的變化關係的圖線是圖 19-1 中圖

【1994 大陸高考】

【答】(D)

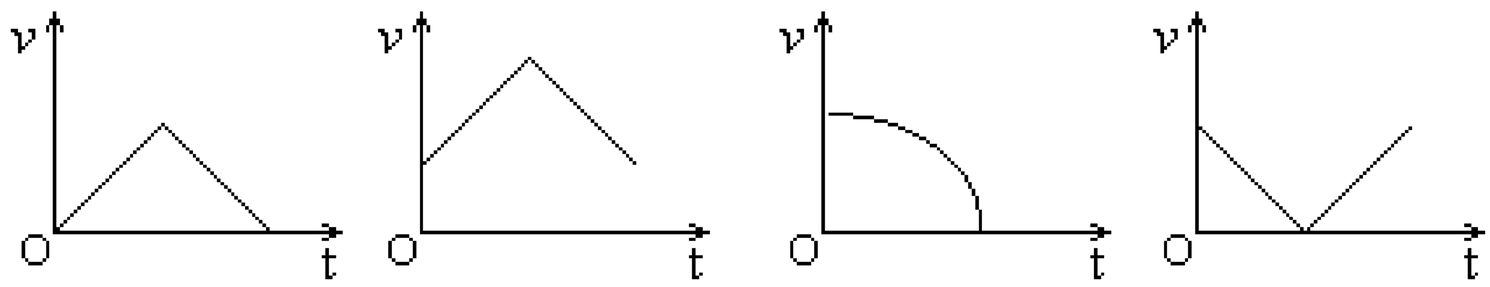
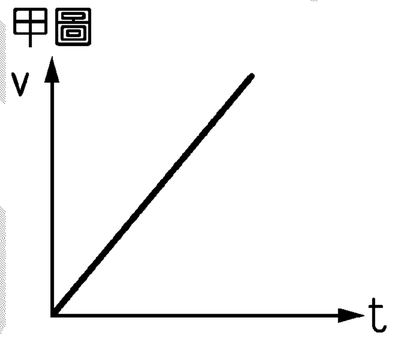
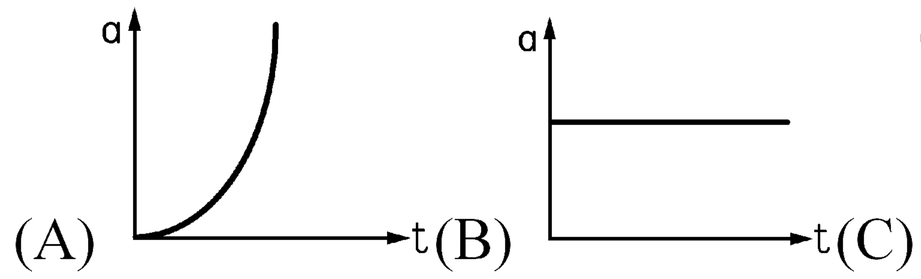


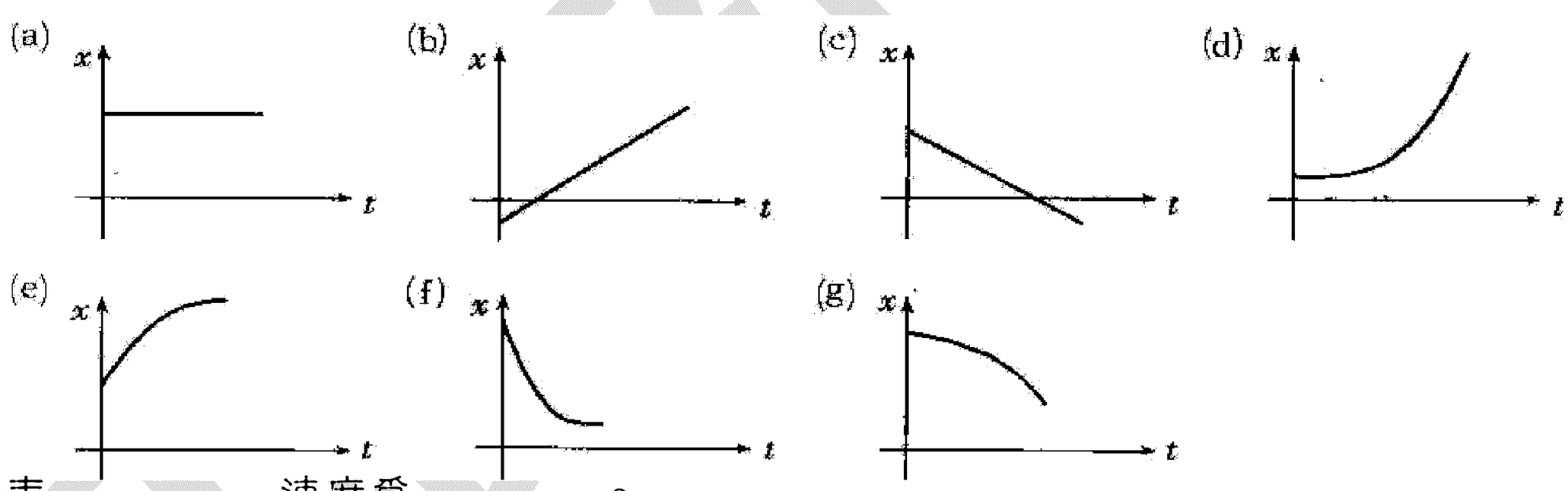
圖19－1

2.若甲圖為物體運動速率 v 與時間 t 的關係圖,則該物體加速度 a 與時間 t 的關係圖為何?【日大】【答】(B)





3.下列各位置時間圖，試說明其運動情形(曲線均表拋物線)



(a)表_____，速度爲_____。

(b)表_____，速度爲_____。

(c)表_____，速度爲_____。

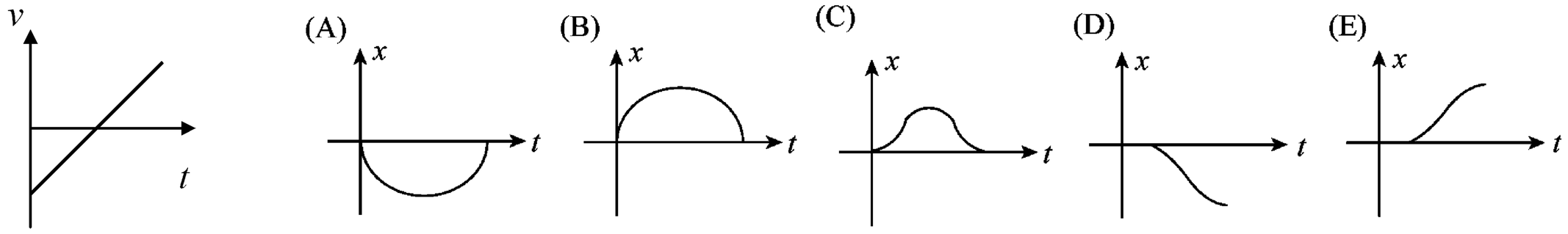
(d)表_____，速度爲_____且漸變_____。

(e)表_____，速度爲_____且漸變_____。

(f)表_____，速度爲_____且漸變_____。

(g)表_____，速度爲_____且漸變_____。

4.將右 *v*-*t* 圖改爲 *x*-*t* 圖，設出發點爲原點。答：(A)



例13. 如圖

(a)5 秒內位移_____m。

(b)第幾秒時物體爲靜止_____。

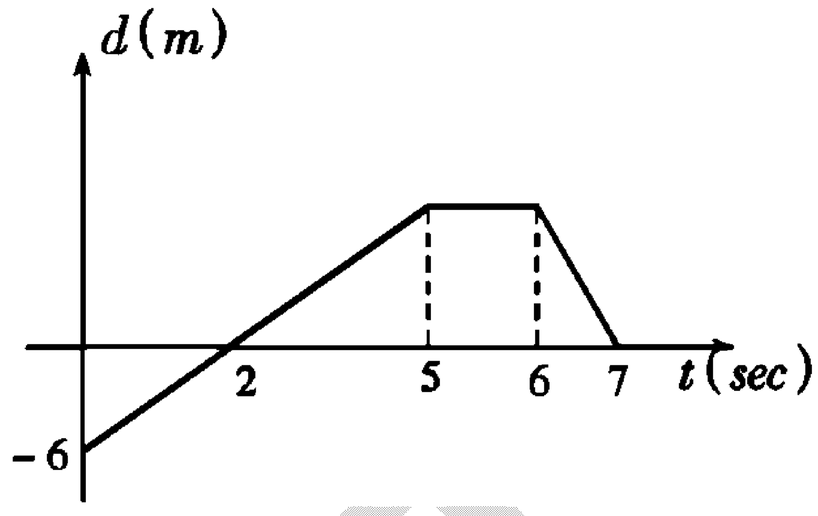
(c)第 7 秒內物體之位移爲_____m。

(d)7 秒內物體之位移爲_____m。

(e)5 秒內之平均速度_____m/s。

(f)第 7 秒內速度爲_____m/s。

(g)7 秒內平均速度爲_____m/s。答：(a)15；(b)6；(c)-9；(d)6；(e)3；(f)-9；(g)6/7



例14. 作直線運動的物體甲、乙、丙，其 x-t 圖如右圖所示，則：

(1)初速以_____物最大。

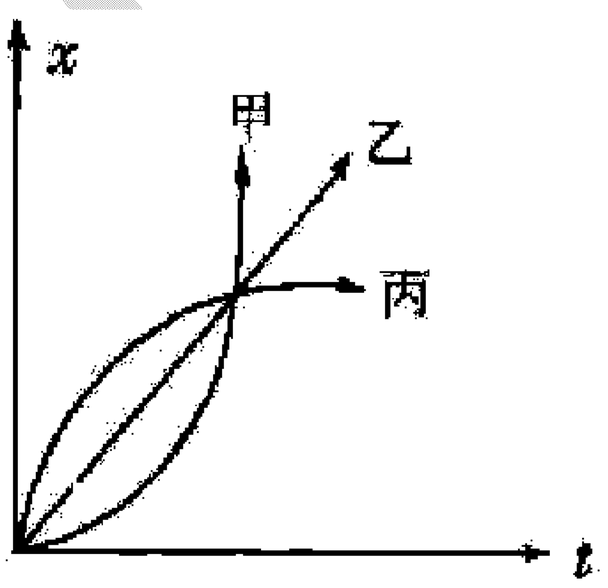
(2)相遇時速率以_____物最大。

(3)相遇時誰走最多？

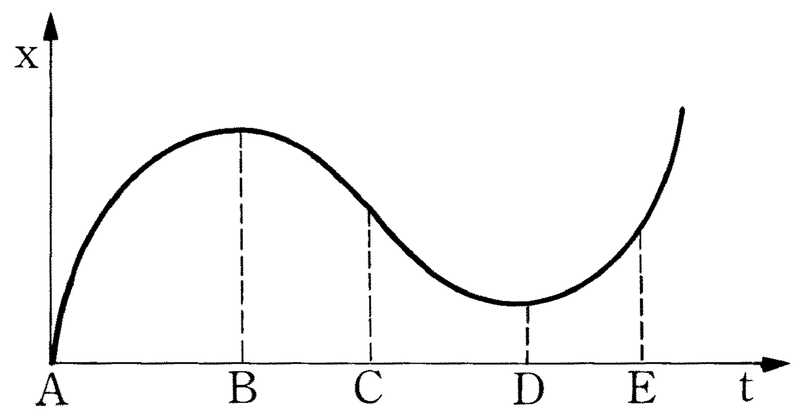
(4)乙是做_____運動。

(5)誰的速度是愈來愈快？

答：(1)丙；(2)甲；(3)一樣遠；(4)等速度；(5)甲

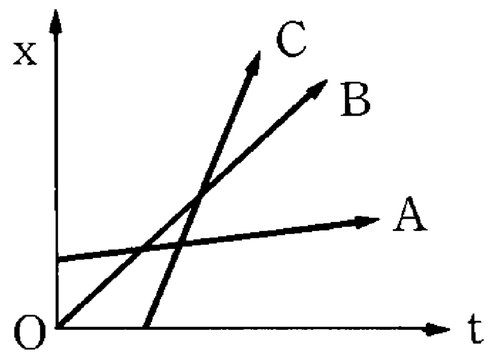


例15. 附圖爲一質點作直線運動的位置(x)-時間(t)關係圖，下列何者正確？ (A)AB 區間速度爲正，且量值漸大 (B)CD 區間速度爲負，且量值漸小 (C)AB 區間加速度爲正 (D)CD 區間加速度爲正 (E)AB 區間位移爲正。答：(B)(D)(E)

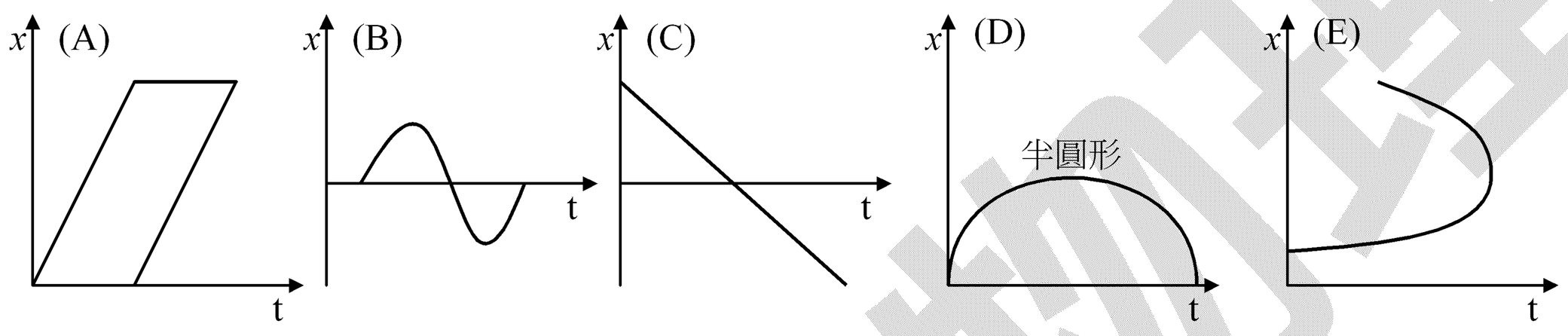


※家庭作業

1.在同一直線上運動的 A、B、C 三個物體，x–t 圖，如附圖所示，則下列何者正確？ (A)B、C 同一地點出發 (B)A、B 同一時刻出發 (C) C 的速率最快 (D)C 先追上 A 而後再追上 B (E)C、A 不同時，不同地點出發。答：ABCDE



2.下列那些圖形，不能用以表示直線運動之物體的位置與時間的關係？答：(A)(D)(E)

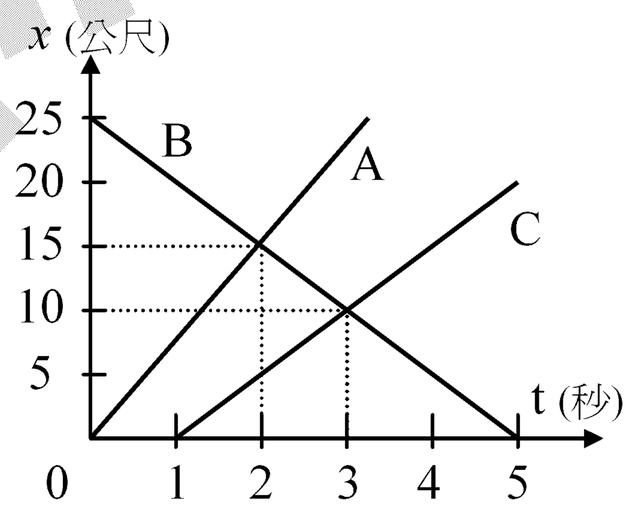


3.如右圖，為在一直線公路上 a、b、c 三車之 x - t 關係圖，則：

(1)那一車速度最快？

(2) A、B 兩車相遇時，距 C 車多遠？

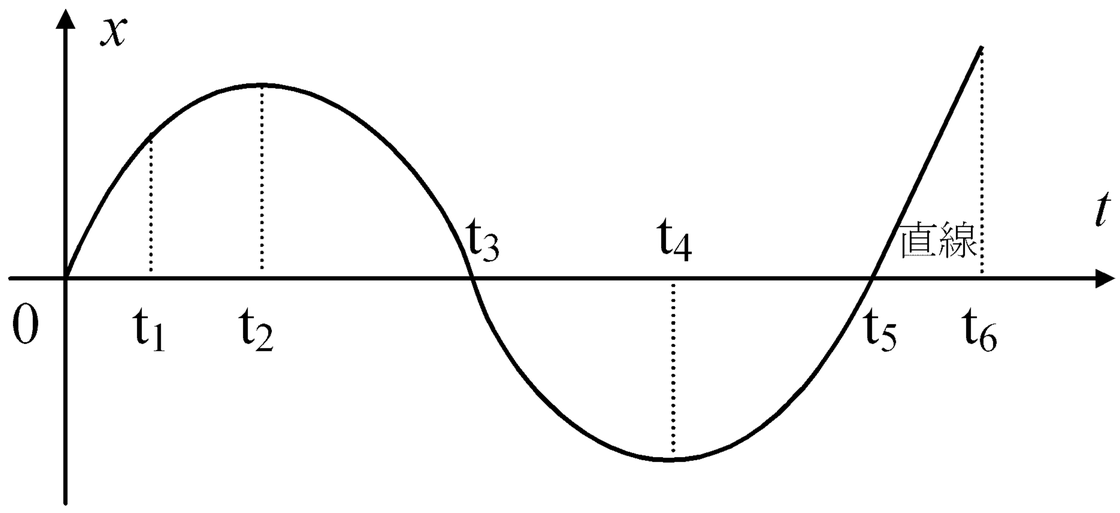
答：(1) A ；(2) 10 公尺



4.(1)下圖為直線運動之位置對時間之關係圖，作減速率運動之區域為： (A)0 ~ t_2 (B)t_2 ~ t_3 (C)t_3 ~ t_4 (D)t4 ~ t5 (E)t5 ~ t6。

(2)承上題，運動方向與加速度方向相同之區域為：(A)0 ~ t_2 (B)t_2 ~ t_3 (C)t_3 ~ t_4 (D)t4 ~ t5 (E)t5 ~ t6。

答：(1)(A)(C)；(2)(B)(D)

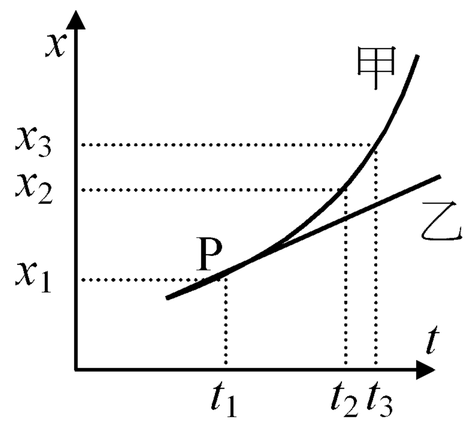


5.甲、乙兩人沿直線運動，其 x - t 之圖形如下，且相切於 P 點，則：

(1)甲、乙兩人何者作等速度運動？

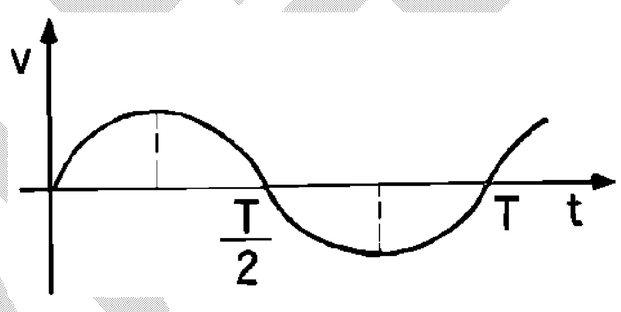
(2)何時刻兩者速度相等？

(3)在 t_1 至 t_3 時距內，何者平均速度較小？答：(1)乙；(2) t_1；(3)乙



例16. 有甲、己、丙、丁、戊五部公車，在同一地點沿同一直線，每隔 t 秒由靜止開始以等加速度 a 依序開出，當戊車剛要出發時，甲車恰離出發點 64 米，此時乙丙兩車相距多遠？ (A)12 (B)16 (C)20 (D)24 (E)32 米。答：(C)

例17. 有一質點沿 x 軸作週期 T 的直線來回運動，其速度 v 對時間 t 關係如右圖所示，則：



(A)質點於 $\frac{T}{4}$ 與 $\frac{3T}{4}$ 時通過同一點

(B)質點於 $\frac{T}{8}$ 與 $\frac{7T}{8}$ 時亦通過同一點

(C)$\frac{T}{2}$ 時，速度 v=0 但此時加速度量值 a 爲最大

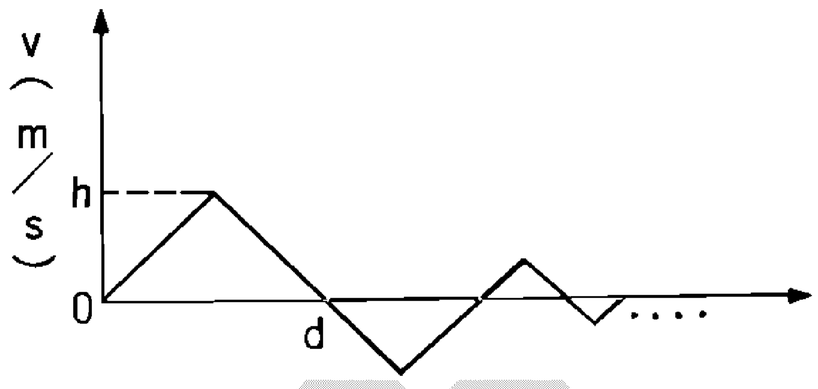
(D)0~$\frac{T}{4}$ 期間，加速度方向與速度方向相反

(E)$\frac{T}{2}$~$\frac{3T}{4}$ 期間，速率漸增。答：(A)(B)(C)(E)

例18. 某物體作等加速度直線運動，當其速度由 $2\ m/s$ 變爲 $-6\ m/s$ 之時距內，物體的平均速度量值與平均速率比值爲_____。答：4：5

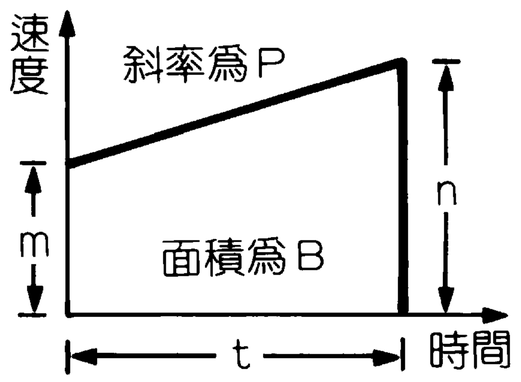
※家庭作業

1.一質點自原點沿 x 軸做一維運動，其速度與時間之關係如圖所示，其中連續兩次速度為零之間的關係曲線均為折線。折線與 x 軸間形成三角形，三角形的底跟高均成規則性遞減，依次減半。設最大三角形之底為 d、高為 h，則當 t→∞時，此質點離開原點的距離為何？【1996 奧林匹亞初選】答：$\frac{2}{5}hd$

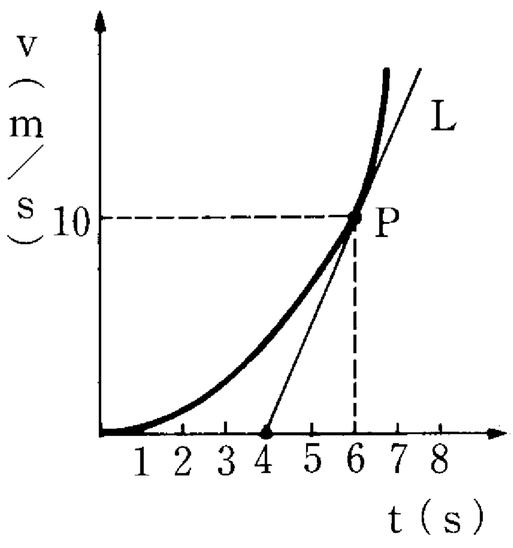


2.市內公車的行車速率限制為 40 公里/小時，而且公車從頭至尾的長度約為 10 公尺，比一般車輛長。當公車要通過十字路口之前，遇到黃燈變亮，司機有時候會覺得：想要踩煞車，但可能來不及在紅燈變亮之前，及時煞停在十字路口的界線；想要繼續以限速等速度通過路口，也可能來不及在紅燈變亮之前，及時使車尾通過十字路口對面的界線。造成這種令司機困擾的主要因素是黃燈變亮的時間和行車的速度兩者不搭配。假設某十字路口的寬度為 20 公尺，司機踩油門改換成踩煞車的反應時間為 0.50 秒，而且公車在煞車時是以 $8.0m/s^2$ 的負值加速度作等減速度運動。(a)如果公車的行駛速率為 40 公里/小時，在離路口界線為 d 公尺時，司機看到黃燈變亮，就立即踩煞車，則欲使車子能煞停在路口的界線上，d 的最小值為何？ (b)承(a)小題，如果車子離路口的距離小於上述 d 的最小值，這時想要煞車也來不及了，則欲使車子能夠在黃燈亮的時間內，以 40 公里/小時的限速安全通過路口，則黃燈亮的時間最短要維持幾秒？【2001 奧林匹亞初選】答：(a)13；(b)3.9

3.在一直線上作等加速度運動之物體，其速度隨時間變化之圖形如下圖，則圖中各量滿足 (A)$m+Pt=B$ (B)$B=\frac{1}{2}Pt^2$ (C)$P=\frac{m+n}{2}t$ (D)$n=mt+\frac{1}{2}Pt^2$ (E)$n^2=m^2+2PB$。答：(E)



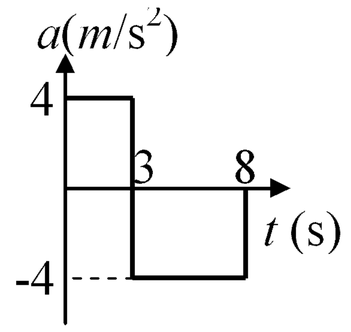
4.下圖所示為某跑車在加速過程的速度對時間的關係圖，P點為切線L與函數圖的交點，則該跑車在 6 秒末的瞬時加速度量值為若干？ (A)1 (B)2 (C)5 (D)10 (E)$\frac{5}{3}$ m/s^2。答：(C)



例19. 一物作直線運動之 a-t 圖如右，若物體之初速度 $v_0 = -4$ 公尺/秒，則

(1)在 8 秒內之平均速度爲？公尺/秒。

(2)在 8 秒內之平均速率爲？公尺/秒。



例20. 某物體由靜止作加速直線運動，其 $a-t$ 圖如下圖：

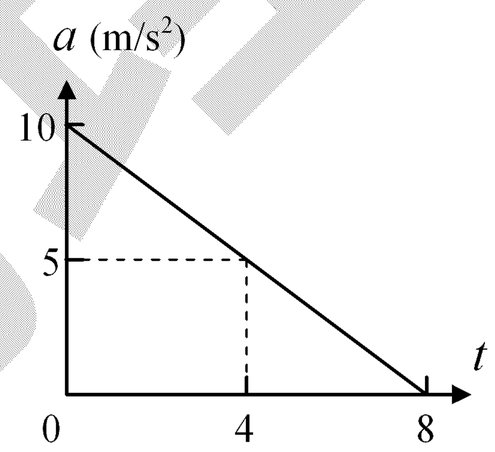
(A)此物之速度隨時間減小

(B)4 秒末之瞬時加速度爲 5 m/s²

(C)4 秒末之瞬時速度爲 30 m/s

(D)前 4 秒的平均加速度爲 7.5 m/s²

(E)後 4 秒之平均加速度爲 2.5 m/s²。答：(B)(C)(D)(E)



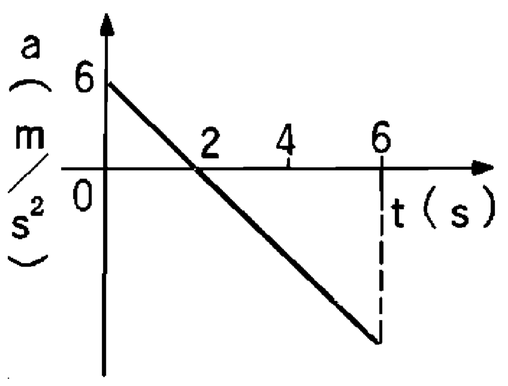
例21. 一質點作正向直線運動，其 a-t 圖如右所示，設 t=0 時，位置 x=5，速度 v_o =18m/s，求 0 至 10 秒間

(1)最大正速度？

(2)幾秒末的位移最大？

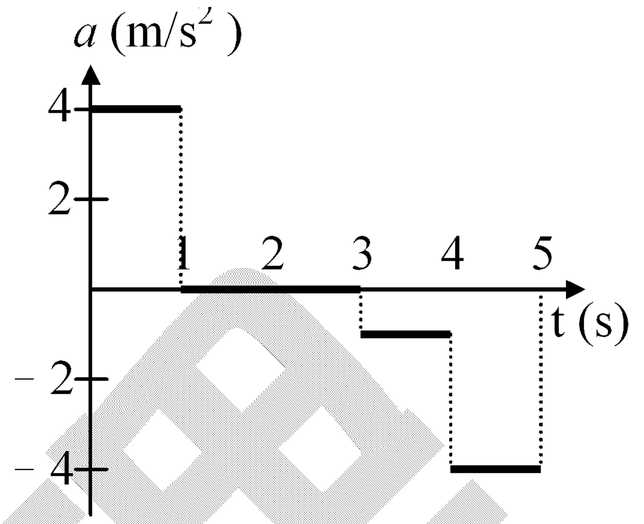
(3)最大 x=？(需用到積分)

(4)4 秒至 6 秒之平均加速度？答：(1)24m/s；(2)6sec；(3)113；(4)-9 m/s^2

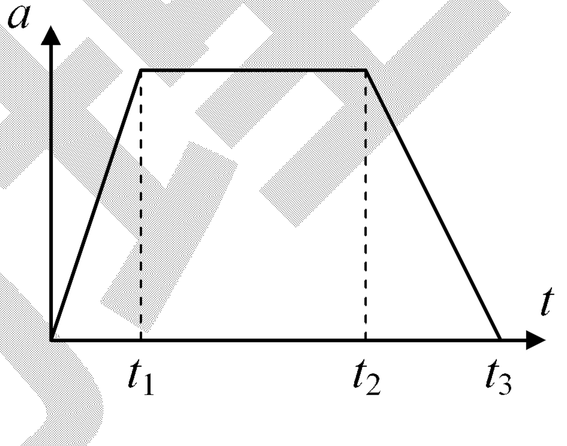


※家庭作業

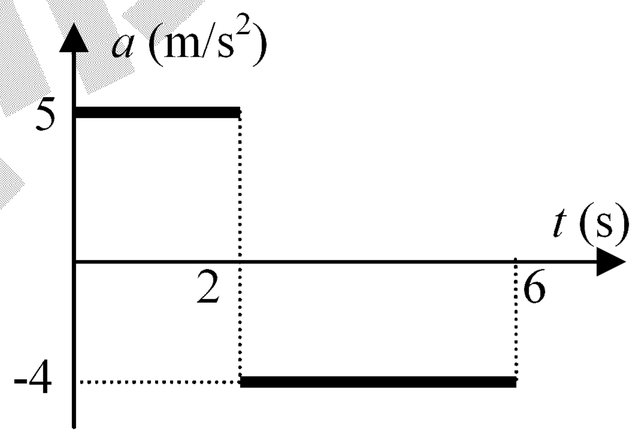
1.右圖表示一物體在一直線上運動，初速度為 $1.0\,m/s$ ，其 a-t 圖如右圖所示，則在 5 秒內的平均速率為
(A)3.9 (B)4.5 (C)5.6 (D)6.7 (E)7.2 m/s。答：(A)



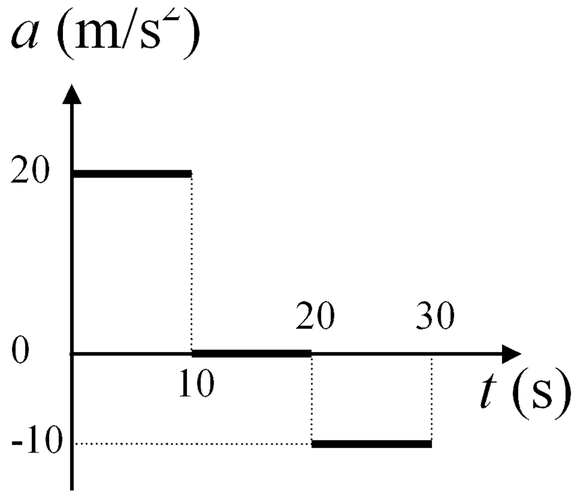
2.一直線運動體自靜止開始運動，其 $a-t$ 圖如下圖，則此質點：
(A)在 t_2 時速度最大　　(B)在 t_3 時速度最大
(C)在 t_3 後即靜止不動　　(D)在 t_3 後作等速度運動
(E)在整個運動過程中，運動方向不變。答：(B)(E)



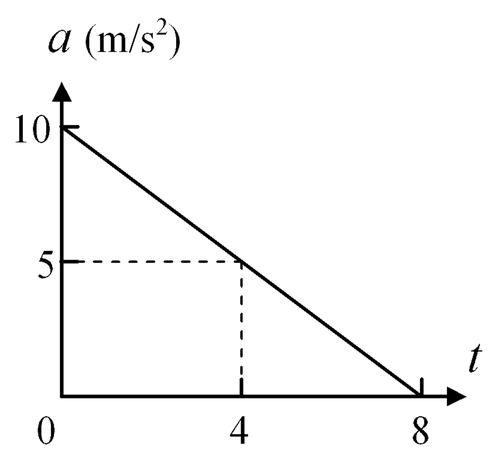
3.直線運動 a - t 圖如下，以向東為正，初速度 2m/s 向西，則:(1)第 2 秒末之速度為？ (2)第 6 秒末之速度為？ (3)何時改變運動方向？
答：(1) 8 m/s 向東(2) 8 m/s 向西(3) 2/5 或 4 秒



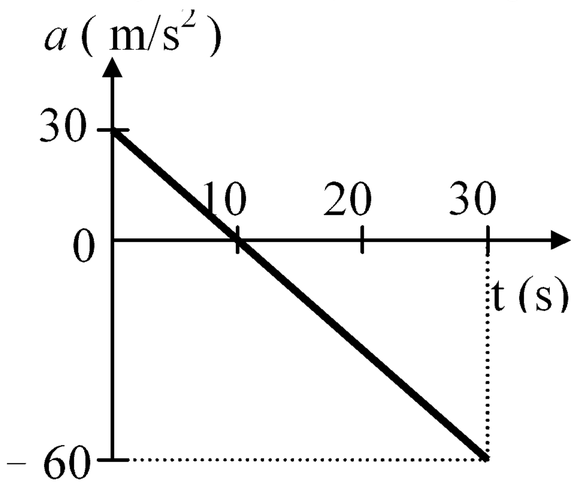
4.如下圖，為一物體直線運動之 a—t 圖形，其初速度為零，則：(A)5 秒末之速度為 100 公尺/秒 (B)5 秒末之位移為 250 公尺 (C)10 至 20 秒之平均速度為零 (D)20 秒內之位移為 5000 公尺 (E)30 秒內之位移為 4500 公尺。答：(A)(B)(E)



5.沿正向作線性運動之物體，從 x=10 出發，初速度 V_o =10，其 a-t 圖如右所示。求此物體第 8 秒之位置？答：$\frac{910}{3}$



6.右圖為一物體作直線運動時，其 a - t 圖，設 t = 0 時，物體在原點，速度為 10 m/s。求：(1)於 t = 0 到 t = 20 秒期間，物體的最大速度？ (2)最初 30 秒內，何時位移最大？ (3)最初 30 秒內平均加速度？答：(1)160 m/s² (2)20.3 秒 (3) - 15 m/s²



吳錫玠老師 編授

觀念五　v-t 圖的應用

一、分段加速

1. 利用 v-t 圖找出時間、位移、速度、加速度之間的關係

2. $\begin{cases} \text{位移}\Delta x = v \cdot \Delta t \\ \text{加速度}a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow$ 時間 t 是解題的關鍵

二、追車問題

1. 追車問題在本質上是兩物體在直線上的相對運動

2. 不同觀察者的參考座標

①以地面為參考座標：利用等加速度公式或 v-t 圖，探討兩物體位置的相對關係

②選擇後車或前車為參考座標：使兩個物體的相對運動變成一個物體單純的直線運動

3. 後車追上前車的條件

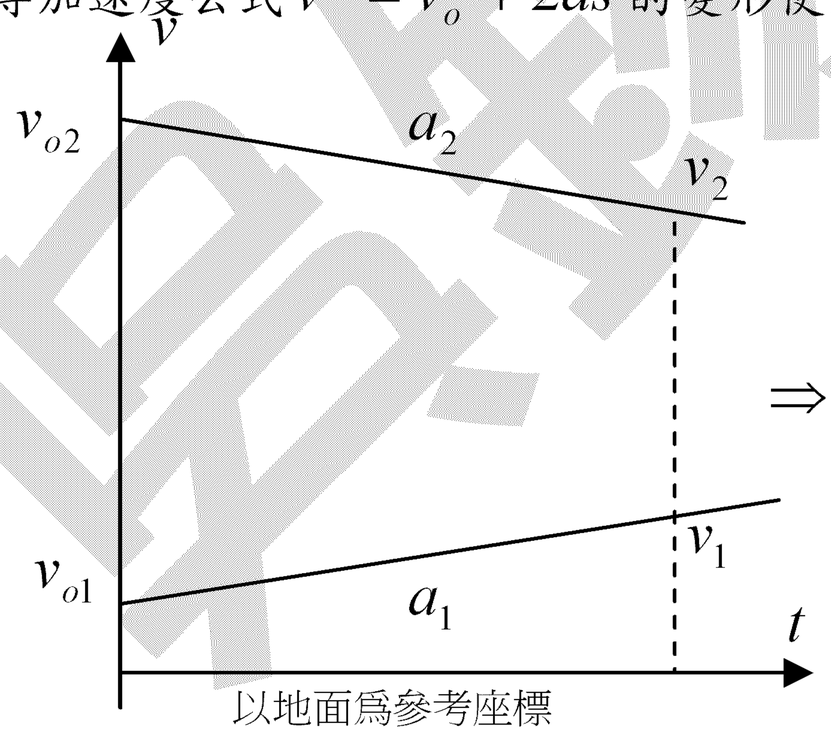
①後車速度>前車速度

②後車位移-前車位移≧原先相差的距離

4. $\begin{cases} \text{位移}\Delta x = v \cdot \Delta t \\ \text{加速度}a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow$ 時間 t 是解題的關鍵

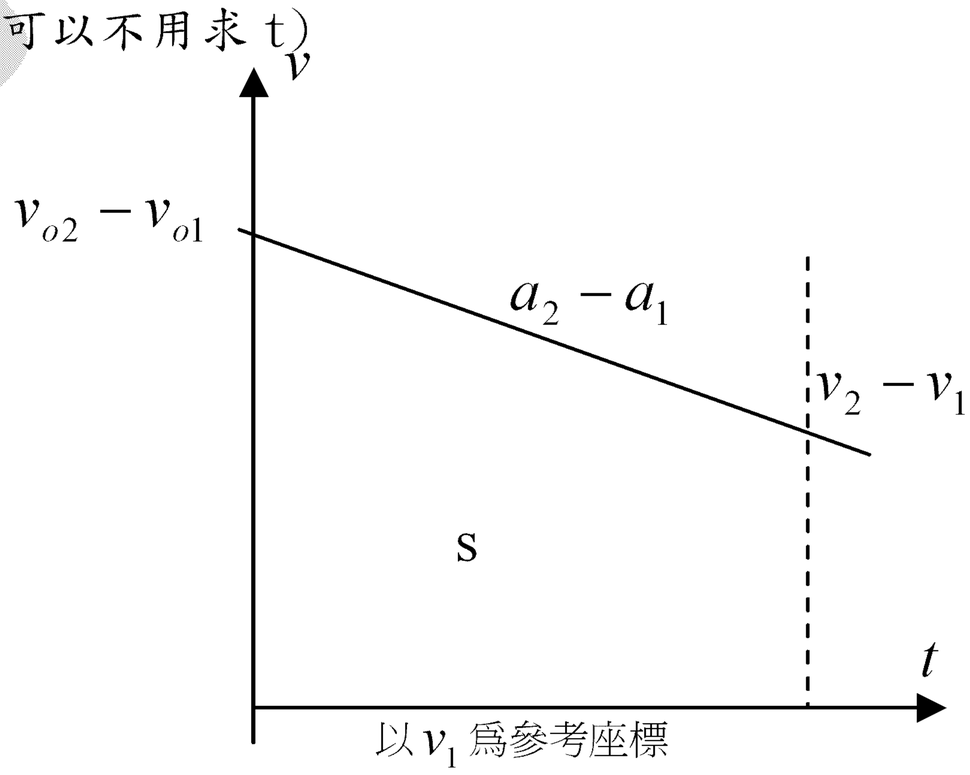
5. 可將兩車之位置分別化為 x(t)函數，兩車相遇時即兩車之位置 x 相同。

6. 等加速度公式 $v^2 = v_o^2 + 2as$ 的變形使用(可以不用求 t)



$v^2 = v_o^2 + 2as$

$\Rightarrow$



$\Rightarrow (v_2 - v_1)^2 = (v_{o2} - v_{o1})^2 + 2(a_2 - a_1)s$

例22. 火車沿直線鐵路自靜止由 A 站以＋a 之加速度出發到 B 站後，改以等速 v 行駛至 C 站，然後以－a 之加速度停於 D 站，若各站間距離皆相等，則：(1)全程歷時？(2)最大速率與平均速度量值之比值？(3)總位移？答：(1) $\frac{5v}{2a}$ ；(2) $\frac{5}{3}$ ；(3) $\frac{3v^2}{2a}$

例23. 某車自甲站出發，以等加速度＋α值行進至乙站，立即以等減速度－β值行進時，恰能停止於丙站，共費時 t 秒，則：

(1)車之最大速率爲何？

(2)甲、乙兩站相距若干？

(3)甲、丙兩站相距若干？答：(1) $\frac{\alpha\beta t}{\alpha+\beta}$ ；(2) $\frac{\alpha\beta^2 t^2}{2(\alpha+\beta)^2}$ ；(3) $\frac{\alpha\beta t^2}{2(\alpha+\beta)}$

例24. 某車由靜止出發，先以 a_1 作等加速度運動，經 t 秒後，立即以 $-a_2$ 之等加速度向反方向加速，再經 t 秒恰回到原出發點，求

(1) $\frac{a_1}{a_2}=?$ (2) $\frac{\text{最大速率}}{\text{平均速率}}=?$ 答：(1) $\frac{1}{3}$ ；(2)3

※家庭作業

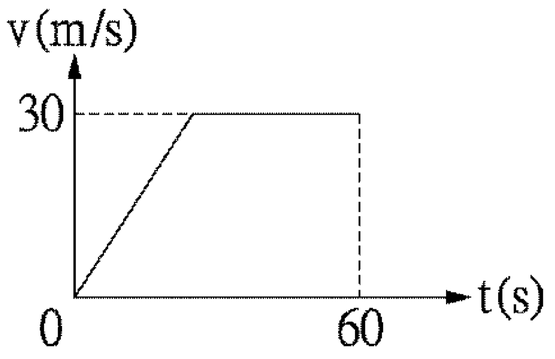
1.某人由靜止開始，前 1/4 行程作等加速度運動，最後 1/8 行程作減速度運動，至終點恰停止，其餘路程作等速度運動，則其最大速度與平均速度之比為 (A)3：4 (B)4：3 (C)11：8 (D)3：2 (E)5：4 。答：(C)

2.一車自甲地沿直線開到乙地 ，甲、乙相距 d ，最初 $d/6$ 等加速度，最後 $d/6$ 等減速度，其餘等速度，共費時 t 秒，則：(A)有 $t/4$ 秒速率在變快 (B)有 $t/4$ 秒速率在變慢 (C)最大速度為 $4d/3t$ (D)正加速度為 $16d/3t^2$ (E)平均速度為 d/t 。答：全

3.汽車自靜止出發，以 a_1 等加速行至速度為 v 時，改以等速行駛，然後以 a_2 之等減速而停止，全程為 d，則 (1)共需時？ (2)全程平均速度？。

答：(1) $\frac{d}{v}+\frac{v}{2a_1}+\frac{v}{2a_2}$ ；(2) $\frac{d}{\frac{d}{v}+\frac{v}{2a_1}+\frac{v}{2a_2}}$

4.如圖所示為一物體進行直線運動的 v—t 圖，全部歷時 60 秒，全程平均速度為 20 公尺/秒，則其前半程與全程的平均加速度比值為 (A)1：2 (B)2：1 (C)3：2 (D)4：3 (E)條件不夠，無法求出。答：(C)



5.一電梯在高樓頂由靜止開始，以等加速度 3 m/s^2 下降，而後又改為等減速度 5 m/s^2 下降而恰靜止於底層，設樓高為 60 m，則：(1)電梯最大速度量值？ (2)由頂樓到底層共經歷多久？ (3)加速與減速所行距離比為多少？答：(1)15m/s；(2)8s；(3)5：3

6.火車 A 自甲站出發先以等加速度 a_1 行進至乙站，立即改以等減速度 a_2 行進而停止於丙站。另一快車 B 自甲站出發，持續以等加速度 a 前進，在與 A 相同時間經過丙站，試以 a_1、a_2 表示 a。答：$\frac{a_1a_2}{a_1+a_2}$

7.一車來回兩地，往返都是先等加速度後等減速度至停止，且加速度與減速度之量值相等；若去程之加、減速度量值皆為 a_1，返程之加、減速度量值皆為 a_2，則去程與返程所需時間比=？答：$\sqrt{a_2}:\sqrt{a_1}$

例25. 小強忘記帶便當，坐在公車上，小強媽媽在後面追，要將便當送給小強，當小強與媽媽相距 15 公尺時，公車由靜止開始以 $3m/s^2$ 時，則

(1)若小強媽媽初速爲 v_o，以 $1m/s^2$ 加速，求 v_o 之最小值？

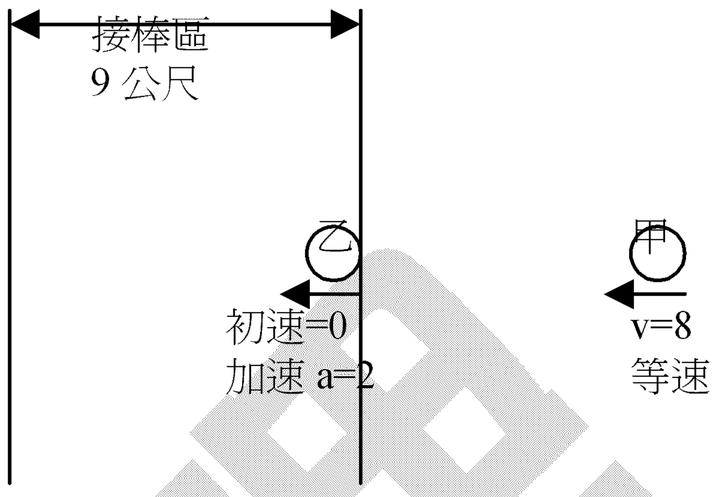
(2)若小強媽媽初速爲 $8m/s$，以 $1m/s^2$ 加速，則①追得上嗎？②有幾次送便當的機會？③兩次機會相距多遠？答：(1) $\sqrt{60}$ ；(2)①上，② 2 次，③ 24 公尺

例26. 甲、乙兩人相距 S 且相向運動，甲自靜止以 a 作等加速度運動，乙之初速爲 v，以 a 作等減速度運動。欲在其間相會,則 v 應大於？答：$\sqrt{\frac{aS}{2}}$

例27. 兩輛完全相同的汽車，沿水平直路一前一後等速行駛，速度均爲 v_o，若前車突然以恒定的加速度剎車，在它剛停住時，後車以前車剎車時的加速度開始剎車，已知前車在剎車過程中所行的距離爲 s，若要保證兩輛車在上述情況中不相撞，則兩車在等速行駛時保持的距離至少應爲 (A)s (B)2s (C)3s (D)4s【1992 大陸高考】【答】(B)

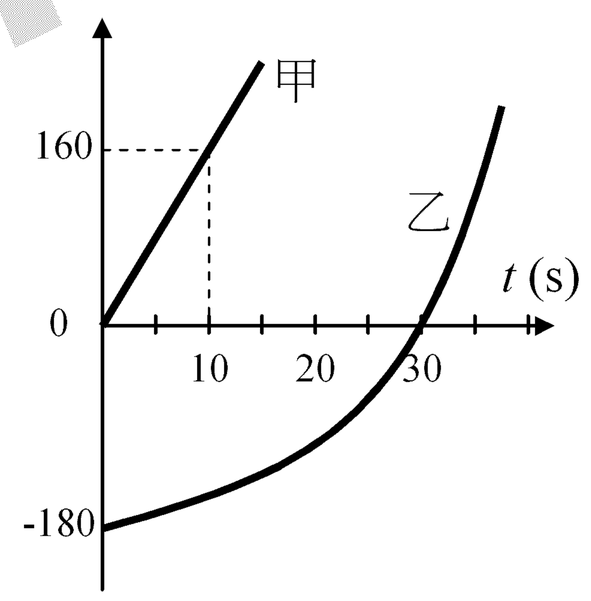
※家庭作業

1.如圖，接力賽時，甲以 $8\,m/s$ 等速向前，乙站在接棒區內，乙之最大加速度爲 $2\,m/s^2$，若想以最快的速度完成比賽，乙需於甲距離多遠時開始起跑？答：15 公尺



2.爲了安全，在公路上行駛的汽車之間應保持必要的距離．已知某高速公路的最高限速 v＝120km/h。假設前方車輛突然停止，後車司機從發現這一情況，經操縱剎車，到汽車開始減速所經歷的時間（即反應時間）t＝0.50s。剎車時汽車受到阻力的大小 f 爲汽車重力的 0.40 倍。該高速公路上汽車間的距離 s 至少應爲多少？(取重力加速度 $g=10m/s^2$)。【1999 大陸高考】答：s＝160m

3.如右圖，爲一直線公路上甲、乙兩車之位置－時間關係圖，乙車初爲靜止且以等加速度行駛，則兩車於 t ＝？秒相遇，此時乙車速度爲？公尺/秒。答：90，36



4.A 球在 B 球西方，兩者相距 20 厘米，A 球初速 $18\,cm/s$ (向東)以 $a_A = 3.0\,cm/s^2$ (向西)，B 球初速 $6\,cm/s$ (向東)以 $a_B = 2.0\,cm/s^2$ (向東)之等加速度運動，當兩球再度相距 20 厘米時，恢復等速度運動：(1)兩球何時相距最近？最近距離若干？ (2)最後兩球速度各若干？ (3)兩球於加(減)速過程中位移各若干？答：(1) 2.4 s，5.6 cm；(2) v_A= 3.6 cm/s；v_B= 15.6 cm/s；(3) S_A= 24 cm S_B= 24 cm

5.極速 40m/s 的機車自靜止起動，經歷 3 分鐘恰追上前方 1600 公尺處以 20m/s 等速前進之汽車，則此機車之加速度最少爲_____m/s^2。答：0.4

觀念六　微分&積分

一、多項式的微分

若 $f(t)=at^3+bt^2+ct+d$ ，則：

一次微分 $f'(t)=\frac{df}{dt}=3at^2+2bt+c$

二次微分 $f''(t)=\frac{df'}{dt}=6at+2b$

三次微分 $f'''(t)=6a$

例如：若 $f(t)=9t^3-8t^2+7t+6$ ，則：

一次微分 $f'(t)=27t^2-16t+7$

二次微分 $f''(t)=54t-16$

三次微分 $f'''(t)=54$

二、微分在運動的應用

若 $x=f(t)$ 表示物體做直線運動時 x 對 t 的關係，則：

速度對時間關係 $v=\frac{dx}{dt}=f'(t)$

加速度對時間關係 $a=\frac{dv}{dt}=f''(t)$

三、等加速度運動的時間函數特徵

①x(t)為 t 的 2 次函數

②v(t)為 t 的 1 次函數

③a(t)為定值

四、多項式的積分

若 $f(t)=at^3+bt^2+ct+d$ ，

則：$\int f(t)\cdot dt=\frac{1}{4}at^4+\frac{1}{3}bt^3+\frac{1}{2}ct^2+dt+$常數

例如：若 $f(t)=9t^3-8t^2+7t+6$ ，

則：$\int f(t)\cdot dt=\frac{9}{4}t^4-\frac{8}{3}t^3+\frac{7}{2}t^2+6t+$常數

五、最大(小)x $\Rightarrow$ v＝0；最大(小)v $\Rightarrow$ a＝0

例28. 已知運動之位置 x 與時間 t 之關係為 $x = 2t^2 - 4t + 3$，x 以公尺為單位，t 以秒為單位，則

(1)最初此物離坐標原點多遠？

(2)t=0 瞬時速度為何？

(3)何時離原點最近？其距離若干？

(4)由 0 秒至 4 秒物體之平均速度及平均速率各若干？

(5)第 5 秒末之加速度為何？

答：(1)3m；(2)-4m/s；(3)1sec，1m；(4)4m/s，5m/s；(5)4m/s^2

例29. 甲乙兩車 x - t 之關係為 $x = (t+6)^2$ 與 $x = 20t$ ，x (m)、t (s)，求：

(1)出發後何時兩車速度相同？

(2)設兩車一同行駛，兩車間最小距離為何？答：(1)4sec；(2)20m

例30. 一個沿直線運動的物體其加速度為 $a(t) = 1 - 2t^2$，其中 a 的單位是公尺/秒^2，t 是秒，

(1)求速度與時間之關係？(假定在 t =3 秒時，v=2 公尺/秒)

(2)承上，若 t=3 秒，x=5 公尺，試求位置(x)與時間(t)之關係為？

答：(1) $v(t) = (-\frac{2}{3})t^3 + t + 17$；(2) $x(t) = -\frac{1}{6}t^4 + \frac{1}{2}t^2 + 17t - 37$

※家庭作業

1.某物體運動時，其位置對時間函數為 $x=2+t-3t^2$ ，則：

(1)物體於下列何時距內，物體均作反向運動？(令正號為正向運動)

(A)$\frac{1}{2}<t<1$ (B)$0<t<\frac{1}{6}$ (C)$\frac{1}{4}<t<\frac{3}{2}$ (D)$\frac{1}{8}<t<\frac{1}{4}$ (E)$\frac{1}{6}<t<\frac{3}{4}$。

(2)又同上選項，何時距內，運動方向與加速度方向不相同？答：(1) (A)(C)(E)；(2)(B)

2.直線上運動的物體,其 SI 制方程式為 $x(t)=at^2+bt+c$ ，且知其初速為 4 公尺/秒，第 1 秒內的平均速度為 3 公尺秒，則： (A)a=-2 (B)b=4 (C)c=1 (D)加速度為 - 2 公尺/秒 ^{2} (E)當位移為 - 5 公尺時，其速度為 - 6 公尺/秒。答：(B)(D)(E)

3.在 x 軸上運動的質點與時間 t 關係為 $x=5+6t-t^2$ ，單位 x(m)，t(sec)。則

(a)何時速度為零？ (b)第 5 秒末速度？5 秒內平均速度？ (c)10 秒內平均速度與平均速率？答：(a)第 3 秒末；(b)-4m/s，1m/s；(c)-4m/s，5.8m/s

4.(1)一物體作直線運動，其位置與經歷時間之關係為：$x=2t-5t^2$ ，幾秒後，物體回至原位：(A)0.2 (B)0.4 (C)0.5 (D)1 (E)不能求。

(2)出發後幾秒，物體離出發點最遠而後反向運動？(A)0.2 (B)0.4 (C)0.5 (D)1 (E)不能求。答：(1)(B)；(2)(A)

5.一質點之位置 x(m)與時間 t(sec)為 $x=3+5t-At^2$，若 2 秒內之位移為 4m，則 (a)初速 (b)加速度 (c)式中之 A 值各為若干？答：(a)5m/s；(b)-3m/s^2；(c)1.5

＊6.當汽船動力停止後，由於受到水的阻力，加速度為 $a=-kv^2$ ，其中 k 為常數，設動力停止前速度 v_o 。

(1)證明動力停止 t 秒後速度為 $\frac{1}{v}=\frac{1}{v_o}+kt$

(2)證明在 t 秒內所行的距離 $x=\frac{\ell n(1+v_o kt)}{k}$

(3)證明經 x 距離後的速度為 $v=v_o e^{-kx}$ 。【92 校內初賽】

觀念七　等加速度

一、定義：加速度的量值及方向皆不變。

二、軌跡：等加速度運動的運動軌跡可以是直線或拋物線。

(1)物體拋出時的初速度為零或與加速度方向平行，則運動軌跡為一直線。

(2)物體拋出時的初速度與加速度方向不平行，則運動軌跡為一拋物線。(參閱第二章第二節)

三、等加速度運動公式

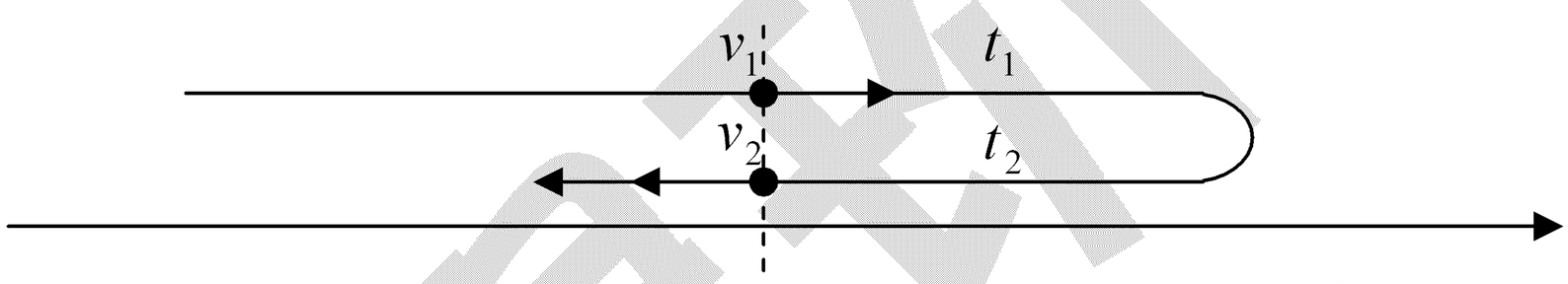
$$v = v_o + at$$

$$s = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_o^2 + 2as$$

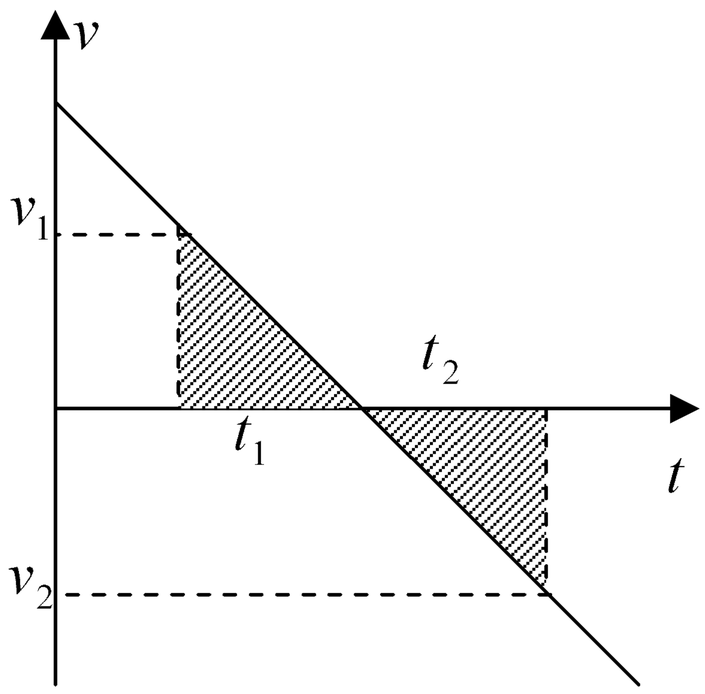
$$s = \frac{(v + v_o)}{2} \times t$$

四、對稱性



1. 同一地點之速率 $|v_1| = |v_2|$

2. 同一段路徑 $t_1 = t_2$

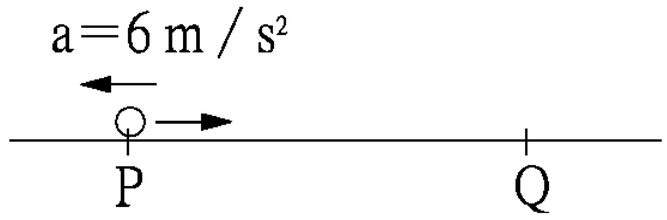


例31.某物體沿直線作等加速度運動，經原點時開始計時，此時物體之速度爲 10m/s，10 秒後物體位置在－100m 處，試求：(1)物體之加速度？(2)物體向正方向之最大位移？(3)第 3 秒內之平均速度？(4)物體在 8m 處時之速度？(5)前 10 秒內之平均速度？

答：(1)-4m/s^2；(2)12.5m；(3)0；(4)$\pm 6\text{m/s}$；(5)-10m/s

例32.以初速度v_o作等加速度 a 直線運動的物體，$t_1=0$時位置爲x_o，$t_2=t$時位置爲 x 而速度爲 v，則下列敘述何者正確？ (A)每秒內位移比爲 1：3：5…… (B)若$v_o=0$而第 2 秒內位移爲 d，則第 4 秒內位移爲$\frac{7}{3}d$ (C)某段時間內的位移量值即爲該時段內的運動路徑長 (D)t_1到t_2期間平均速度$\bar{v}=\frac{v_0+v}{2}$ (E)必有$\frac{1}{2}v^2-ax=\frac{1}{2}v_o^2-ax_o$之關係。答：(B)(D)(E)

例33.物體在直線上作等加速運動，由 P 點向右出發，而加速度 6 m/s^2 向左，若 1 秒末通過 Q 點，再經 2 秒，又通過 Q 點，



(1)物體向右的最大值位移爲多少？ (A)9 (B)12 (C)15 (D)18 公尺。

(2)P、Q 之間的距離爲多少？ (A)9 (B)8 (C)7 (D)6 公尺。

(3)出發時的速率爲多少？ (A)0 (B)6 (C)9 (D)12 m/s。答：(1)(B)；(2)(A)；(3)(D)

※家庭作業

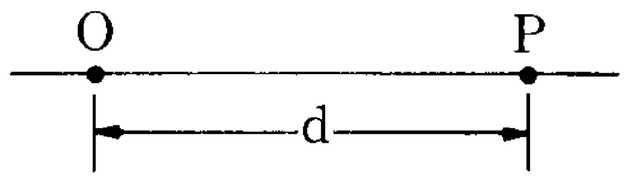
1.選手以 a 的加速度由靜止起跑，跑完 s 長度。求此選手的平均速度？

(A)$\frac{\sqrt{as}}{2}$ (B)$\sqrt{\frac{as}{2}}$ (C)$\sqrt{2as}$ (D)$2\sqrt{as}$ (E)以上皆非。答：(B)

2.列車長度 50 公尺，車頭通過月台某定點時車速為 20 m/s，車尾通過時車速為 30 m/s，若列車作等加速度直線運動，則整列通過該定點歷時多久？

(A)0.2 秒 (B)0.5 秒 (C)1 秒 (D)2 秒 。答：(D)

3.如右圖，OP 兩點相距 d，物體自 O 點靜止起動，作等加速度直線運動，若 t 秒末能通過 P 點，則物體的加速度至少要大於多少？(A)$\frac{d}{t}$ (B)$\frac{2d}{t}$ (C)$\frac{d}{t^2}$ (D)$\frac{2d}{t^2}$ (E)$\frac{\sqrt{3}d}{t^2}$ 。



答：(D)

4.一質點作等加速度直線運動，過 A 點時速度為 15 米/秒，再經 6.0 秒通過 B 點，A、B 相距 180 米。試求： (1)通過 B 點時之速度？ (2)加速度？ (3)通過 A 點後 3.0 秒之速度及位置？答：(1)45m/s；(2)5m/s^2；(3)30m/s，67.5m

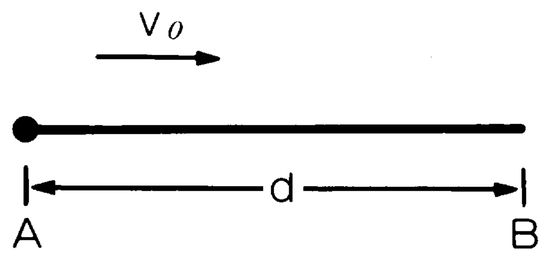
5.一汽車以等加速度通過相距 60 公尺的兩點共費時 6 秒，當它經過第二點時速率為 15 m/sec，問：(1)第一點之速率？ (2)加速度為何？ (3)在第一點之前若干距離處，車為靜止？答：(1)5 m/s；(2)$\frac{5}{3}$ (m/s^2)；(3)7.5

6.如圖所示，AB 兩點相距 d，而質點 P 自 A 點以 v0 初速向右運動，作加速度 a 向左之運動，則：

(1)P 質點欲通過 B 點兩次，則 a 之條件為？。

(2)若在 t1 及 t2 時均通過 B 點，則初速 v0＝？d＝？

(3)承(2)，質點向右方向之最大位移為？



答：(1)$a < \frac{v_o^2}{2d}$ ；(2)$v_o = \frac{a}{2}(t_1 + t_2)$ ，$d = \frac{a}{2}t_1 t_2$ ；(3) $\frac{a}{8}(t_1 + t_2)^2$

例34. 長 L 之火車在平直軌道上等加速度行駛，其前端通過車站某一點時，速率爲 u，後端通過時速率爲 v，求：

(1)火車中點通過該點時速率？

(2)距車頭 L/3 之點通過該點之速率？

(3)首尾通過車站某一點需時若干？答：(1)$\sqrt{\frac{v^2+u^2}{2}}$；(2)$\sqrt{\frac{v^2+2u^2}{3}}$；(3)$\frac{2L}{v+u}$

例35. 機車交通安全手冊上記載，當機車時速爲每小時 60 公里/時，正常的煞車距離爲 32 公尺，跟車距離至少應爲 40 公尺。請依上述資料估算：(a)機車輪胎與地面之間的摩擦係數爲_____。 (b)一般人的反應時間(即從看到前方有狀況到真正開始煞車的時間)爲_____秒。【1996 奧林匹亞初選】答：(a)0.44(b)0.48

例36. 直線路徑長 S 分爲均等 n 分，一質點自靜止開始以 a 之加速度前行，至每一等分末時其加速度增加 $\frac{a}{n}$，則此質點在路徑終端之速度爲何？答：$v_n=\sqrt{\frac{aS(3n-1)}{n}}$

※家庭作業

1.一質點自靜止開始運動，最初以加速度 a 前進，每行走一段位移 d 後，加速增加 a，則前進 nd 位移後的末速爲何？答：$\sqrt{n(n+1)ad}$

2.在直線形鐵軌上作等加速度運動之火車，長爲 L，車頭通過鐵軌某定點時之速度爲 v，車尾通過該點時之速度爲 $7v$，則當其速度爲 $3v$ 時,車頭與該點之距離？答：$\frac{L}{6}$

3.火車以等加速度行駛，其車頭通過車站某一點時，速率爲 u；車尾通過同一點時速率爲 v，則火車中點通過時的速率爲若干？【66 日大】【答】$\sqrt{\frac{u^2+v^2}{2}}$

4.一車以 16m/sec 等速前進，欲於 16m 之距離內完全停止，若其煞車爲等加速度，則其
(1)加速度爲 (A)-6 (B)-8 (C)-10 (D)-12 (E)-14 $m/\sec^2$。
(2)煞車需時 (A)10 (B)8 (C)6 (D)4 (E)2 秒。答：(1)(B)；(2)(E)

5.汽車行車速度爲 v_o 公尺/秒，若希望在開始煞車後再行 d 公尺即停止，問此汽車的加速度若干？停車需時多久？ 答：$\frac{v_o^2}{2d}$；$\frac{2d}{v_o}$

6.質點由靜止開始作等加速度運動，若在時間 t 秒內行經全程 d，則在時間爲 $\frac{t}{2}$ 的瞬時速度_____；在 $\frac{d}{2}$ 的瞬時速度_____。答：$\frac{d}{t}$，$\frac{\sqrt{2}d}{t}$

7.某人駕駛汽車 $72\ km/hr$ 的速率在高速公路上直線前進，突然見到前方有交通事故發生，立即踩煞車，以 $-10m/s^2$ 的加速度來減速，則車子完全煞住前將會滑行_____公尺 m/s。答：20

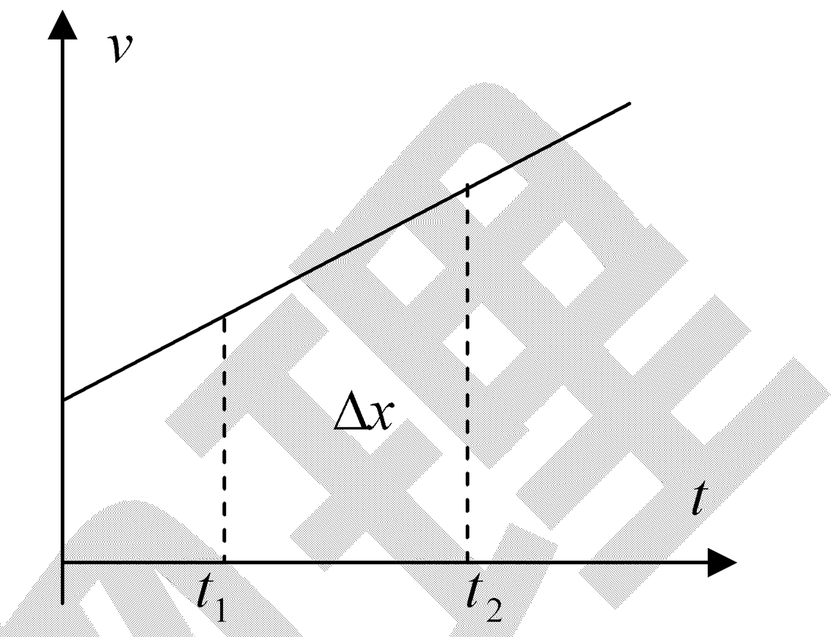
觀念八　等加速度實驗

一、第 N 秒的位移

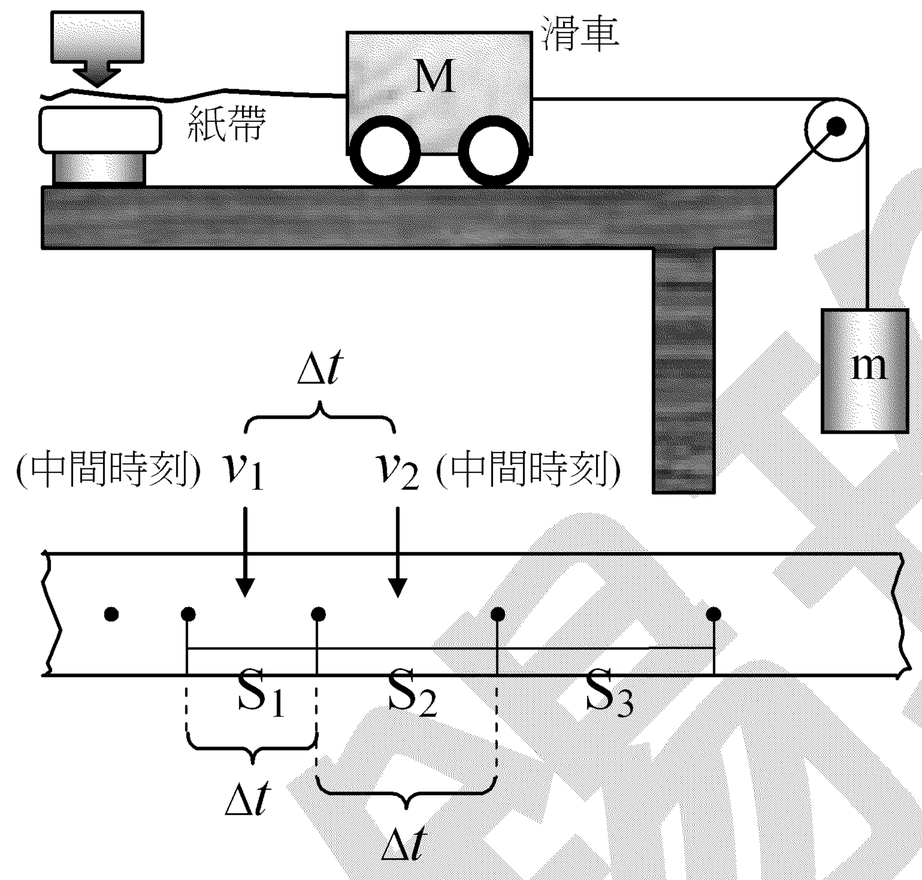
1. 第 N 秒的位移= $S_N - S_{N-1}$

2. 若等加速度物體在 $\Delta t = t_2 - t_1$ 之時距內，位移 Δx ，

則該時距之平均速度 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ = 物體在 $\frac{t_1 + t_2}{2}$ 之瞬間速度



二、等加速度實驗



1. S_1 中間時刻之瞬時速度 $v_1 = S_1$ 之平均速度 $= \frac{S_1}{\Delta t}$

S_2 中間時刻之瞬時速度 $v_2 = S_2$ 之平均速度 $= \frac{S_2}{\Delta t}$

2. 加速度 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{\frac{S_2}{\Delta t} - \frac{S_1}{\Delta t}}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{(\Delta t)^2}$

例37. 一作等加速度運動的物體，第 6 秒內，第 9 秒內位移分別為 30m、42m，則加速度與初速各若干？ 答：$4m/s^2$；8m/s

例38. 物體由靜止作等加速度運動歷時 t 秒，第 1 秒內之位移為最後一秒內位移的 $\frac{1}{15}$，則全程歷時？秒答：8

例39. 若一等加速度運動之物體，第 1 秒位置 $x_1=5$，第 2 秒位置 $x_2=8$，第 3 秒位置 $x_3=13$，則第 10 秒位置 $x_{10}=$？答：104

※家庭作業

1.一物自靜止起作等加速度運動，第 n 秒內之位移爲第(n-1)秒內之位移的 p 倍，則 n=

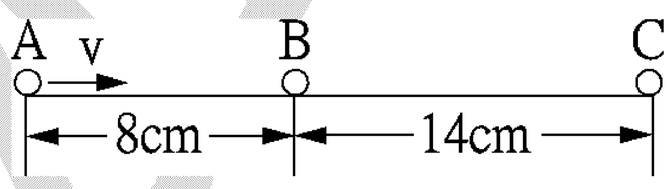
(A)$\frac{2-3p}{1-p}$ (B)$\frac{1-3p}{2(1-p)}$ (C)$\frac{2-p}{3(1+p)}$ (D)$\frac{p-1}{2+3p}$ (E)$\frac{1-3p}{(1-p)^2}$ 。答：(B)

2.一質點沿一直線作等加速度運動，當時刻爲 0、1、2 時，其位置分別爲 x_0、x_1、x_2，則當時刻爲 4 時，其位置爲 (A)$x_0+x_1+x_2$ (B)$2x_0+3x_1+4x_2$ (C)$2x_0-8x_1+6x_2$ (D)$6x_0+8x_1-3x_2$ (E)$2x_0+8x_1-6x_2$。答：(C)

3.物體作等加速度直線運動，AB、BC 的時距皆爲 2 秒，間隔距離如附圖所示，則

(1)物體的加速度大小爲_____cm/s^2。

(2)在 A 點時的速度大小爲_____cm/s。答：(1)1.5；(2)2.5



4.一物體以初速 v_0 沿直線作等加速度 a 的運動，求第 t 秒內的位移？答：$v_0+\frac{a}{2}(2t-1)$

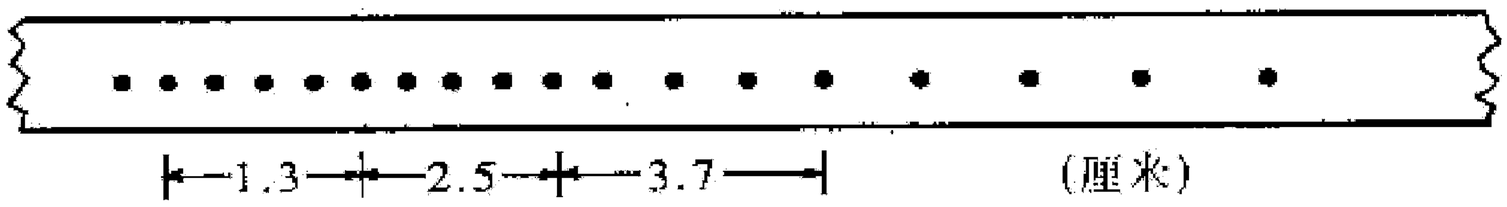
5.初速度 v_0 作等加速度 a 直線運動的物體，t_1=0 時位置爲 x_0，t_2=t 時位置爲 x 而速度爲 v，則下列敘述何者正確？ (A)t_1 到 t_2 期間平均速度 $\bar{v}=\frac{v_0+v}{2}$ (B)必有 $\frac{1}{2}v^2-ax=\frac{1}{2}v_0^2-ax_0$ 之關係 (C)每秒內位移比爲 1：3：5…… (D)若 $v_0=0$ 而第 3 秒內位移爲 d，則第 5 秒內位移爲 $\frac{9}{5}d$ (E)某段時間內的位移量值即爲該時段內的運動距離。答：(A)(B)(D)

6.一車以 5 公尺/秒 ^{2} 之加速度由靜止前進一段距離，且在最後一秒內前進了 12.5 公尺，則全程爲： (A)12.5 (B)15 (C)17.5 (D)22.5 (E)30 公尺。答：(D)

7.一作等加速度運動的物體，第 6 秒內，第 9 秒內的位移分別爲 5 公尺與 11 公尺，則：此物體在第 3 秒內的位移_____公尺，最初 3 秒內的位移_____公尺。答：－1；－9

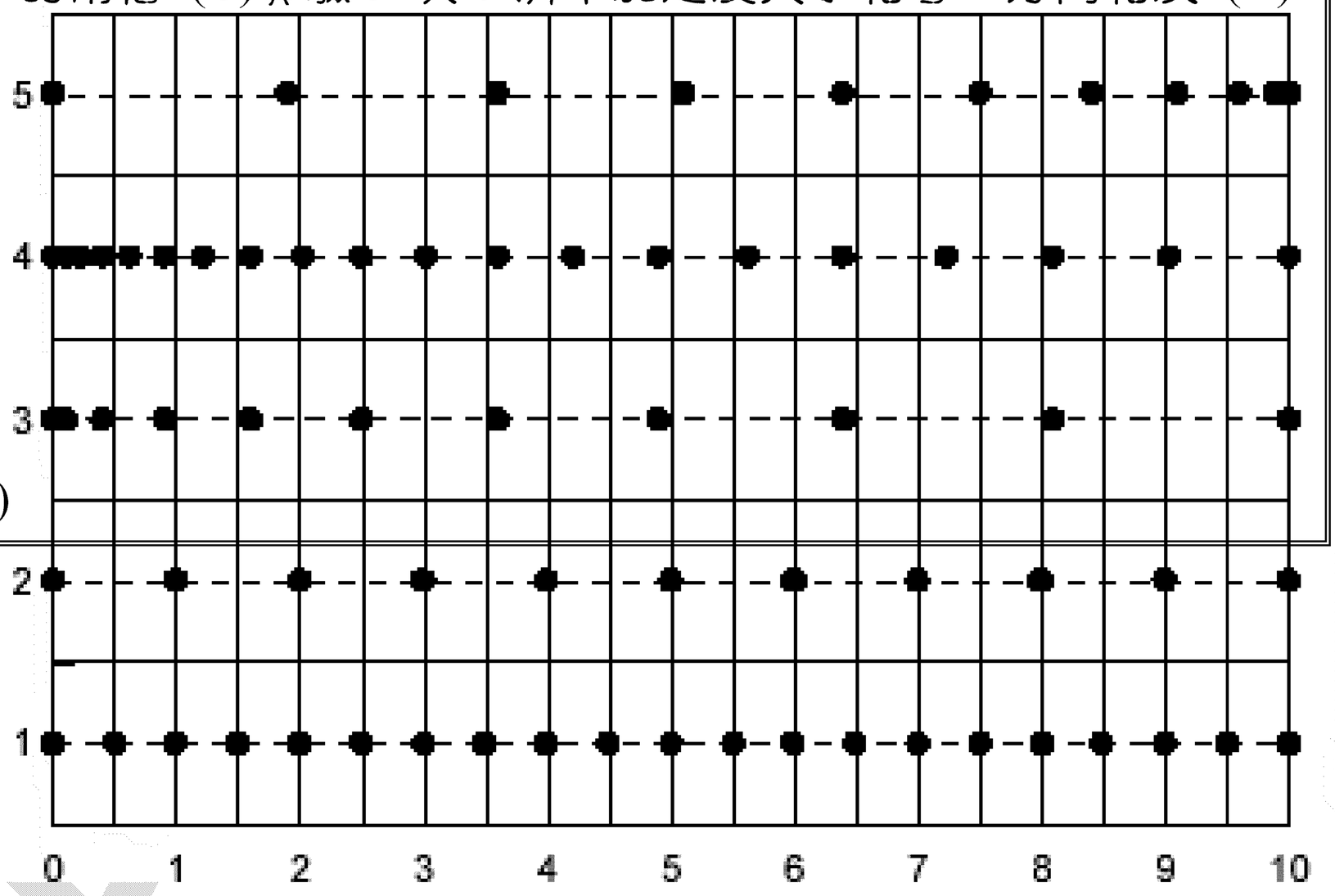
8.作等加速度直線運動的物體，第 1 秒末速度爲＋4m/s，第 2 秒末速度爲＋8m/s，則第 3 秒內之平均速度爲 (A)8 (B)10 (C)12 (D)14 m/s。答：(B)

例40. 測定加速度之實驗中，用紙帶經過計時器打點，今拉動紙帶，2秒鐘內得 21 個點，最初一部份如下圖所示，則其加速度(cm/sec^2)大約為：

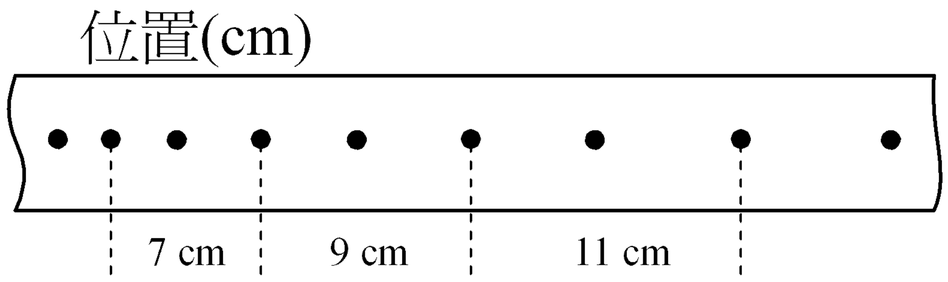


(A)7.5 (B)9 (C)15 (D)30 (E)42。答：(A)

例41. 電鈴計時器可以間隔相等的時間間距在紙帶上打點，小華將紙帶固定在滑車上，利用紙帶紀錄滑車的位置，並將五次實驗的紙帶依實驗 1-5 編號整理如下圖所示。下列有關這五個實驗的敘述哪些正確？ (A)實驗 1 滑車速度為實驗 2 的兩倍 (B)實驗 4 滑車加速度為實驗 3 的兩倍 (C)實驗 3 與 5 滑車加速度大小相等，方向相反 (D)若紙帶上記錄的黑點愈大，則實驗結果愈精確 (E)若實驗 2 滑車速度為 0.1m/s，則實驗 3 滑車加速度為 0.2m/s^2。【93.指考補救考試】答：(C)(E)



例42. 利用高速閃光燈、照相機及照片測定滑車運動的實驗中，測得閃光燈閃光頻率為 20 次/秒，滑車質量為 500 g，紙帶數據如下圖，則：



(A)圖中標明 9 cm 的一段，滑車平均速度為 90 cm/s (B)滑車受淨力 1 牛頓 (C)滑車自靜止出發點，行駛完 16 cm 需 0.4 秒 (D)圖中標明 9 cm 與 11 cm 交界處，離靜止出發點 0.5s (E)圖中標明 9 cm 與 11 cm 交界處，離靜止出發點 36 cm。答:(A)(B)(C)(D)

※家庭作業

1.用電鈴計時器，拉動通過計時器的紙帶以分析物體運動速度和加速度的實驗中，可以分析的運動是 (A)速度、加速度皆恆爲正值的運動 (B)速度、加速度皆恆爲負值之運動 (C)速度由正值變負值，加速度恆爲負值之運動 (D)速度由負值變正值，加速度爲正值的運動 (E)速度恆爲正值，加速度由負值變正值的運動。答：(A)(B)(E)

2.在做「直線等加速度運動定律」實驗中，某生利用一滑車繫一紙帶，在斜度適當的光滑軌道上往下滑，以驗證等加速度直線運動公式。試簡答下列問題：

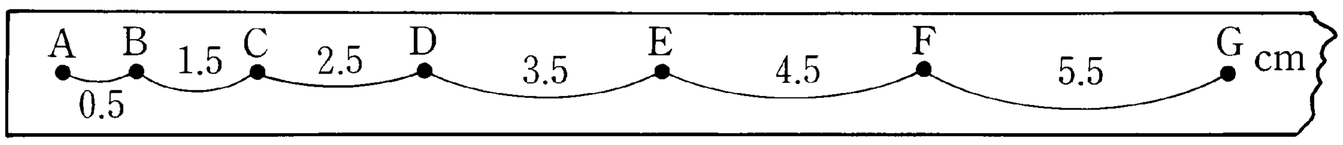
(1)斜板的斜度爲何需要適當？太大或太小會發生什麼問題？

(2)在此實驗中，紙帶的用途是什麼？

答：(1)若斜度太大，則加速度太大而導致紙帶上點與點之間隔太大，故打點之數據太少，無法作較完整之分析。　若斜度太小，則打點之數據太密集導致在相同時距內之各段位移相差甚小，故求出之加速度值誤差將相對增大。

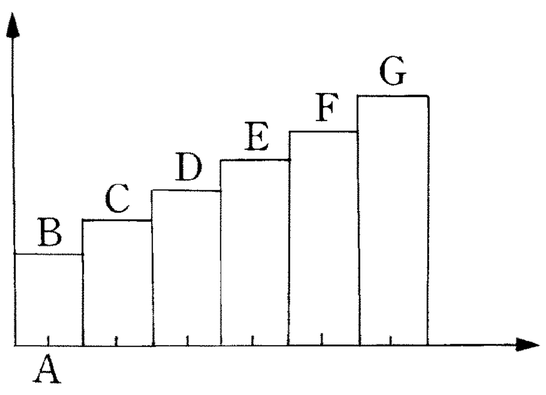
(2)紙帶打點可求出相等時距 t 內之位移，依序爲 x_1、x_2、x_3……即可求出相鄰二間距之平均加速度：$a=\frac{x_n-x_{n-1}}{t^2}$

3.在做「直線等加速度運動定律」的實驗中，滑車拉動紙帶經過電鈴計時器時，在 5 秒內得 101 個打點之紙帶記錄，若紙帶上的最初一部分如下圖所示，A 爲起點

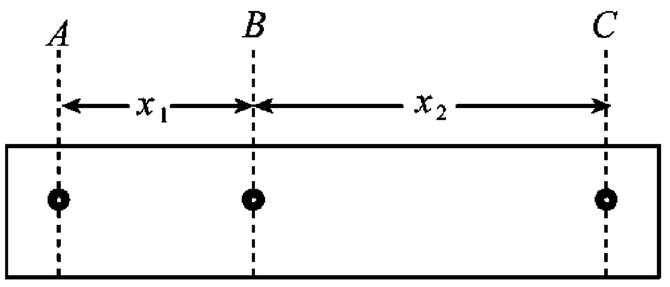


(1)若以 A 爲原點，以數學式表示位置 S 與時間 t 之關係。

(2)將紙帶各點截下，依序排列如圖，則此函數圖可代表那兩個物理量間的關係？答：(1)$S=\frac{1}{2}at^2=200t^2$；(2)速度-時間



4.下圖中的紙帶記錄著某一物體的運動概況。已知紙帶上相鄰兩點的時間差均爲 t，且知物體係作等加速度運動，則物體通過 B 點時的速度量值爲？物體的加速度量值爲？



答：$\frac{x_1+x_2}{2t}$、$\frac{x_2-x_1}{t^2}$

吳錫玠老師 編授

觀念九　自由落體

一、自由落體

1. 自由落體是一種鉛直方向的等加速度運動

2. 等加速度公式依然適用

$$v = v_o + at \qquad s = v_o t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 = v_o^2 + 2as$$

其中 $a = -|g| = -9.8 m/s^2$ = 定值，方向向下

3. 注意正負號，同一方程式中，位移、速度、加速度所取之正負方向須一致。

（一般初學者建議取 向上為正，向下為負）

4. 最高點速度為 0。

二、因自由落體是等加速度運動，所以我們前面學過之

1. $v-t$ 圖

2. 對稱性

3. 第 N 秒位移

皆可適用。

三、空中相遇

空中相遇是一種在空中的相對運動，最大的特性是兩物體皆以-g 作等加速度運動

1. 可利用前面所學之追車問題

2. 兩者相遇 $\Rightarrow$ 兩物體之高度 y 相同

3. 利用對稱性(需兩物體自同一高度，以相同初速率射出)

例43.把自由落體運動下落的總距離分成長度相等的三段。按從上到下的順序，經過這三段路程的平均速度的比是

(A)1：3：5 (B)1：4：9 (C)1：$\sqrt{2}$ ：$\sqrt{3}$ (D)1：($\sqrt{2}$+1)：($\sqrt{3}$+$\sqrt{2}$) (E)1：1：1 。

答：(D)

例44.一物體由高處鉛直向下拋，當下落 h 時其速度爲初速的兩倍，若欲速度再加倍，需再下落距離爲 (A)h (B)2h (C)3h (D)4h (E)8h。答：(D)

例45.一石自塔頂自由落下 x 米時，另一球由塔頂下 y 米處自由落下，若二者同時著地，則塔高爲：

(A)$\frac{(x-y)^2}{4y}$ (B)$\frac{(x+y)^2}{4x}$ (C)$\frac{4xy}{x+y}$ (D)$\frac{(x+y)^2}{2y}$ (E)條件不足無法作答。答：(B)

※家庭作業

1.自高處自由落下之物體，其前半程與後半程落下所需時間之比為

(A)1 (B)$\sqrt{2}$ (C)$\sqrt{2}-1$ (D)$\sqrt{2}+1$ (E)$\sqrt{3}$ 。【大學聯考題】答：(D)

2.自高處自由落下之物體，其前半段時間與後半段時間落下之距離比？答：1：3

3.甲球原來高度為 19.6 公尺，乙球高度未知，若不計空氣阻力的影響，甲球自由落下時，乙球同時以 19.6 公尺/秒的初速度鉛直下拋，兩球同時著地，則乙球原來高度？答：58.8 公尺

4.某自由落體，路經途中 A 點時的速率為著地末速的一半，且由 A 點到著地費時 3 秒，則此落體：(1)全程歷時幾秒？ (2)最初離地的高度 H 有多高？答：(1)6s；(2)176.4m

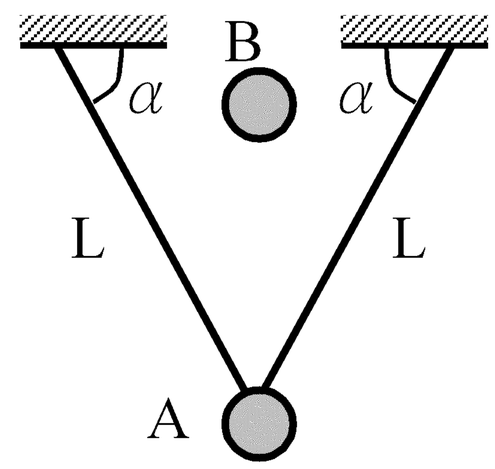
5.一滴管管口高出地板 64cm，且每滴水滴下之時距均相同，第一顆滴下抵地板時，第 5 顆恰好要滴下，則此時第 4 顆距地板高若干 cm？

(A)18 (B)27 (C)60 (D)54 (E)72 cm。答：(C)

6.聲音在空氣中之速度為每秒 330 公尺。若落井下石，三秒鐘後聽到聲音，則井的深度約為 (A)330 公尺 (B)110 公尺 (C)80 公尺 (D)64 公尺 (E)44 公尺。【68 年大學】答：(E)

7.有一球由高處靜止下落，則此球在第 2 秒末與第 5 秒末的速率比為？此球在 0~2 秒與 2~5 秒的位移量值之比為？答：(1) 2：5；(2) 4：21

8.如圖所示，用兩條長度均為 L 的細繩懸掛一小球 A，繩與水平方向夾角為α。使 A 球在垂直於紙面的鉛直平面內做擺角小於 5° 的擺動，當它經過平衡位置的瞬間，有另一小球 B 從 A 的正上方自由落下且恰好擊中 A 球，則 B 球自由落下的高度為何？(10%)



【92 校內複賽】答：$\frac{1}{2}n^2\pi^2 L\sin\alpha$，n=1，2，3，……

例46. 高度差爲 14.7 米之甲球與乙球，同時自由落下，則甲球比乙球遲一秒鐘著地。甲球原來之高度爲 (A)39.2 米 (B)34.3 米 (C)29.4 米 (D)24.5 米 (E)19.6 米。【66 日大】
答：(E)

例47. 一鉛直向上拋射物體不計空氣阻力，在下落過程中平均速度爲 14.7 m/s，則此物體在落地前一秒內下落的距離爲？答：24.5 公尺

例48. 某自由落體由靜止落下，在最後 1 秒及最後前 1 秒落下距離比爲 3：2，求
(1)全部落下時間？
(2)落體之原來高度？
(3)落體著地時的速度？答：(1)3.5 秒；(2)60.03m；(3)34.3m/s

※家庭作業

1.某物作自由落體運動，若不考慮空氣阻力，則第 3 秒內的位移與 3 秒內的位移量值之比為何？ (A)1：1 (B)5：9 (C)1：3 (D)1：5 (E)1：5。答：(B)

2.一石頭靜止自屋簷自由落下，下落過程中經過一個 2 公尺高之窗戶歷時 0.1 秒，則屋簷與窗戶頂端之距離為何？答：19.6 公尺

3.初速為零之自由落體，其第 n 秒中落下距離為第 1 秒中落下距離之

(A) $(\frac{n-1}{2})$ 倍 (B)2n 倍 (C)$(2n-1)$倍 (D)n^2 倍 (E)(n^2-1)倍。【夜大】答：(C)

4.某物作自由落體，已知落下第 1 秒內的距離是落地前 1 秒內的 $\frac{1}{5}$，則某物著地共費時多少秒？ (A)2 (B)3 (C)4 (D)5 。答：(B)

5.在搭頂一物自靜止起下落，已知最後兩秒內落下的高度為塔高的 $\frac{16}{25}$，則塔高為？公尺。

$(g=9.80m/s^2)$ 答：122.5

6.一質點自空中某高處靜止自由落下，其著地前 1 秒內所行距離為全程的 3/4，若重力場強度 g = 10 牛頓/仟克，且不計空氣阻力，則欲使此質點在空中運動時間加倍，其落下之高度應為：(A) 40 米 (B) 80 米 (C) 160 米 (D) 320 米 (E) 640 米 。答：(B)

7.一球由高處自由落下，在落地前最後 1 秒，其位移為全程位移的 $\frac{5}{9}$，則小球下落的總時間為$(g=10m/s^2)$ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。答：(C)

8.高度差為 24.5 米之甲、乙兩球，同時自由落下，則甲球比乙球遲一秒著地，甲球原來高度為？米 (A)44.1 (B)34.3 (C)29.4 (D)24.5 (E)19.6 。答：(A)

9.自樓頂上自由落下一球，最後一秒內之位移為 6 公尺，求樓高。(g =10 公尺/秒 ^{2}) 答：6.05 公尺

例49.物體以初速v_o被垂直上拋；設重力加速度為g，則自拋出上升到其最大高度的$\frac{1}{4}$處，所需時間為？答：$\frac{v_o}{g}(1\pm\frac{\sqrt{3}}{2})$

例50.一物體自地面以V_0的初速鉛直上拋，歷時 t 後達到最大高度 h，不計空氣阻力，則

(A)歷時$\frac{t}{2}$、物的速率為$\frac{V_0}{2}$　(B)歷時$\frac{t}{2}$、物上昇高度為$\frac{\sqrt{2}h}{2}$

(C)當物上昇高度為$\frac{h}{2}$時，速率為$\frac{\sqrt{2}V_0}{2}$　(D)當物速為$\frac{V_0}{2}$時，物離地面高度為$\frac{\sqrt{2}h}{2}$

(E)當物上昇至頂點再落到高度$\frac{h}{2}$處，共歷時$\frac{3t}{2}$。答：(A)(C)

例51.如下圖所示，a、b 兩小物自離地高h的 O 點以相同之初速大小分別向上、向下鉛直拋出，$\overline{AO}=h=2\overline{BO}$，$a$通過 A 點的速率恰為$b$通過 B 點速率的一半，求：

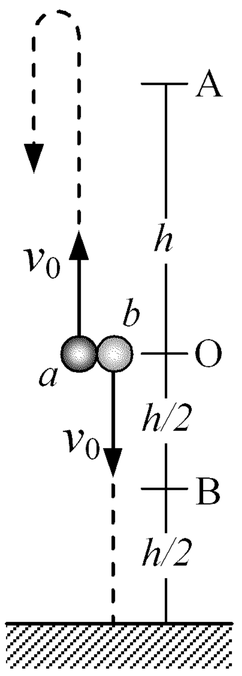
(1)a、b初速v_0之大小？

(2)a軌跡之最高點與地面之距離 H 多大？

(3)a、b著地時全程經歷時間t_1、t_2之比為何？

(4)a、b著地速率v_1、v_2之比為何？

答：(1)$\sqrt{3gh}$；(2)$\frac{5}{2}h$；(3)$4+\sqrt{15}$：1；(4)1：1



※家庭作業

1.物體以初速 v 被垂直上拋；設重力加速度爲 g，則自拋出上升到其最大高度的一半處，所需時間爲何？【87 日大】答：$\frac{v}{g}(1-\frac{\sqrt{2}}{2})$

2.將一球以某一速度鉛直上拋時，到達最高點費時爲 t；若改將該球由上述的最高點處以相同的初速鉛直下拋時，則該球落地的速率爲(重力加速度爲 g)

(A)$\frac{1}{2}gt$ (B)$\frac{\sqrt{2}}{2}gt$ (C)$\sqrt{2}\,gt$ (D)$2gt$。答：(C)

3.從某高處同時將 A 以 v_o 初速上拋，將 B 自由落下，若 A 比 B 慢 2 秒著地，則此高處距地高度爲？答：$\frac{2g\,(v_o+g)^2}{(2g-v_o)^2}$

4.將一小球自樓頂鉛直向上拋，若其在樓頂上方 h 米處的速率爲在樓頂下方 h 米處的一半，則物體所能達到之最高點在樓頂上方若干米處？答：$\frac{5h}{3}$

5.一跳水運動員從離水面 10m 高的平臺上向上躍起，舉雙臂直體離開臺面．此時其重心位於從手到腳全長的中點．躍起後重心升高 0.45m 達到最高點．落水時身體豎直，手先入水．（在此過程中運動員水平方向的運動忽略不計．）從離開跳臺到手觸水面，他可用於完成空中動作的時間是_____s。（計算時，可以把運動員看作全部質量集中在重心的一個質點．g 取爲 $10m/s^2$）【1999 大陸高考】答：1.7

6.一雜耍表演者，可同時處理 4 個球，若從接球、換手、擲球、到準備好接下一個球，他需要 0.5 秒的時間來完成。試問：

(1)他需要以多大速度來擲每一個球？

(2)當他剛接住其中一球時，其他三球的位置、速度應各爲若干？

(3)若他要同時擲 5 個球，則每一球的投擲高度應爲若干？(假設不計空氣阻力且重力加速度 $g=9.8m/s^2$) 【92 校內初賽】答：(1)7.35m/s；(2) $v_2=7.35\,m/s$，$y_2=0$；$v_3=2.45\,m/s$，$y_3=2.45\,m$；$v_4=-2.45\,m/s$，$y_4=2.45\,m$；(3)4.9m

例52.初速爲零以$\frac{g}{8}$之加速度自地面上升的氣球，30 秒後有一石子自氣球上掉落，則：

(1)石子離開氣球後幾秒著地？

(2)此時氣球距地面多高？(設 g=10 m/s^2)答：(1)15sec；(2)1265.6m

例53.自一等速上升速度爲 5.0 米/秒的氣球，在距地面 100 米高處自底部放下一石子，則一秒後石子與氣球底部之距離爲多少米？

(A)4.9 (B)9.8 (C)14.8 (D)9.9。【65 夜大】答：(A)

例54.一傘兵跳傘後自由落下 45 米再開傘，當傘張開時，則以向下之等減速度 2 $m/\sec^2$ 落下，已知其著地之速度爲 4m/sec，且設重力加速度 g=10 $m/\sec^2$ ，則

(1)傘兵跳傘後，在空中停留多久？

(2)跳傘位置距地面多高？答：(1)16sec；(2)266m

※家庭作業

1.有一熱氣球由地面以等速度 10 m/s 上升，當熱氣球到達離地 120 m 處，熱氣球上一物體自由落下，則：
(1)該物體經？秒後落地 （令 $g=10m/s^2$）
(2)物體落地的速率為？m/s 答：(1)6；(2)50

2.一氣球自地面由靜止以 $\frac{1}{8}g$ 的加速度上升，g 為重力加速度，4 秒後由氣球上落下一小石子，則再經幾秒後著地？ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)5 。答：(B)

3.在不考慮空氣阻力的影響下，有一氣球吊著一物體以 $4.9\,m/s$ 等速鉛直上升，當離地 9.8 公尺時，物體突然從氣球上脫離，則物體經_____秒後可落至地面。(提示：物體脫離氣球瞬間，具有與氣球相同的速度)。答：2

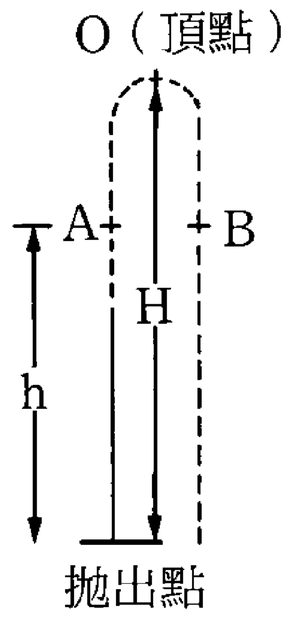
4.氣球以 12m/s 的等速率上升，當其中一包裹墜落時，氣球之高度為 32m；若包裹離開氣球後氣球使以 $2m/s^2$ 之加速度上升，則當包裹著地時氣球之高度為何？(設 $g=10\,m/s^2$)
答：96m

5.(1)一氣球以 2m/s 等速上升，於距地面 16 m 高時從該球上落下一物，設重力加速度為 10m/s，則此物於幾秒後著地？(A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)5
(2)上題中，此物著地時速率為多少 m / s？ (A)10 (B)14 (C)16 (D)18 (E)20 。
答：(1)(B)；(2)(D)

例55. 某人在室內經一高 4.9 間的窗，見一石子上升後又落下，若見到石子的總時間是 1.0 秒，則石子在窗以上之上升的高度(m)為
(A)5.65 (B)4.92 (C)3.34 (D)2.76 (E)1.83。答：(D)

例56. 自高塔上以某速鉛直下拋一物體，經 t_1 秒抵地面，在原處以同速垂直上拋一物體，經 t_2 秒著地，若改為自由落下，則經多久著地？答：$\sqrt{t_1 t_2}$

例57. 將某物鉛直上拋，在拋出點上方某處，物體經過該點的時間分別為 t_1、t_2，則：
(1)此處距拋出點之高度 h 為何？
(2)此物體之初速度 v_o 為何？
(3)此物最高可上升至距拋出點之高度 H 為何？
(4)落回拋出點共費時若干？
答：(1) $\frac{1}{2}gt_1t_2$ ；(2) $\frac{1}{2}g(t_1+t_2)$ ；(3) $\frac{1}{8}g(t_1+t_2)^2$ ；(4) t_1+t_2



※家庭作業

1.由地面鉛直上拋一石頭，經過 t_1 秒恰經過屋頂，再經過 t_2 秒又落下經過屋頂，則

(1)屋頂高度？ (2)拋石子初速度的大小爲？答：(1)$\frac{1}{2}g(t_1^{\,2}+t_1t_2)$；(2)$g(t_1+\frac{1}{2}t_2)$

2.鉛直上拋一物經 6 秒物體在最高點的下方 19.6 公尺。不計空氣阻力，在第 5 秒末，物之高度爲： (A)19.6 (B)24.5 (C)29.2 (D)73.5 (E)269.5。答：(D)(E)

3.一球自樓頂分別以同速率鉛直向上拋與下拋，落地時間分別爲 4 秒與 6 秒，若不計空氣阻力，則樓高約爲？答：117.6 公尺

4.一石由樓頂靜止下落，已知經 t_0 秒後落地。今將此石由地面向上鉛直拋出，經$\frac{t_0}{4}$秒後落回出發點，則此石子鉛直上拋的最大高度爲原來樓高的幾倍？

(A)$\frac{1}{4}$ (B)$\frac{1}{32}$ (C)$\frac{1}{64}$ (D)$\frac{1}{128}$。答：(C)

5.(1)鉛直上拋的物體在整個上升的過程中平均速度爲 10 m / s，求其從最高點落回原地的平均速度大小爲_____m / s？

(2)承上題，兩次經過一半高度的時間間隔爲_____秒？答：(1)10；(2)$2\sqrt{2}$

6.由地面鉛直上拋一物，若不計空氣阻力，而於拋出後 2 秒與 4 秒時，此物體高度相同則：(1)所能到達的最大高度？(2)第 5 秒末的高度？(3)拋射時初速？(4)前 5 秒內平均速度？(5)前 5 秒內平均速率？答：(1)44.1m；(2)24.5m；(3)29.4m/s↑；(4)4.9m/s↑；(5)12.74m/s

7.將兩質點 A、B 同時從塔頂，以相同的初速 v_o 拋出，A 被垂直上拋，B 被垂直下拋，則在 t 時間後(t 小於 B 著地所需時間)，A、B 兩質點間的距離爲_____。【79 日大】答：$2v_ot$

例58. 不計阻力，一球自高 5 米處自由落下，落至地面後反彈之最大高度爲 3.2 米，g=10 m/s^2 ，求：

(1)球著地時之速度？

(2)球反彈之初速度？

(3)若球與地面接觸時間爲 0.01 秒，則球與地面接觸期間之平均加速度爲何？

答：(1)10m/s ↓ ；(2)8m/s ↑ ； (3)1800m/s2 ↑

例59. 將一質量 0.50 kg 網球自 2 公尺的高度落至地面，反彈至 1.5 公尺的高度，若球與地面之接觸時間爲 0.010 秒，則：在接觸時的平均加速度_____m/s^2，地面施於球的平均作用力_____牛頓。答：1168 ↑ ；584

例60. 一小球從離地高度爲 h 處靜止下落。在與地面碰撞後反彈而回，又復落下碰撞，如此往復進行。設小球與地面碰撞的恢復係數爲 e，(e 的定義是小球碰撞後速率與撞前速率之比)，則：此小球第 n 次觸地後反跳之速率爲_____(假設空氣阻力可忽略不計)。此球經多次彈跳直到最後靜止於地面時，在空中往返所經歷之總時間爲_____。【1996 奧林匹亞初選】答：$e^n\sqrt{2gh}$ ，$\left(\frac{1+e}{1-e}\right)\sqrt{\frac{2h}{g}}$

※家庭作業

1.將一網球自 20 公尺的高度落至地面，反彈至 5 公尺的高度，若球與地面之接觸時間爲 0.01 秒，則在接觸時的平均加速度爲何(設 g=10 m/s^2)？ (A)2.5×10^3 向下 (B)3×10^3 向上 (C)2.5×10^2 向上 (D)3×10^3 向下 (E)10 向下。答：(B)

2.一球自 2.45 公尺的高度自由落到地面，反彈到 1.25 公尺的高度，若球與地面的碰觸時間爲 0.1 秒，則觸地期間，球的平均加速度爲：(g=10 m/s^2) (A)20 m/s^2 向下 (B)20 m/s^2 向上 (C)120 m/s^2 向下 (D)120 m/s^2 向上 (E)10 m/s^2 向下。答：(D)

3.有一網球自離地高 4m 處下落，與草地碰撞後的反彈高度爲 1m。若網球與地面接觸時間爲 0.3s，則網球與草地接觸過程的平均加速度爲($g=10m/s^2$)

(A)$10\sqrt{5}$ m/s^2、↑ (B)$10\sqrt{5}$ m/s^2、↓ (C)$20\sqrt{5}$ m/s^2、↑ (D)$20\sqrt{5}$ m/s^2、↓ (E)$20\sqrt{2}$ m/s^2、↑。答：(C)

4.將球自 2 公尺的高度落至地面，反彈至 1.5 公尺的高度，若球與地面之接觸時間爲 0.01 秒，則接觸時之平均加速度爲若干？（ $g \fallingdotseq 10\ m/s^2$ ）答：1178.68 m/s^2

例61. 兩物體相隔 t_0 秒鐘，自地面上同一地點以相同之初速 v_0 被鉛直上拋，兩物在第二個物體被拋出後經_____時間相遇，此時兩物的高度為_____。答：$\frac{v_0}{g}-\frac{t_0}{2}$；$\frac{{v_0}^2}{2g}-\frac{g{t_0}^2}{8}$

例62. 一石自懸崖頂自由落下 1 秒後，又以 15 米／秒初速鉛直拋下第二石，若欲落地前追及第一石，則該懸崖高度的下限為_____米。(g=10 米／秒^2)答：20

例63. 在高 h 處自由落下 A 石，同時自地面以 v_o 向上拋 B 石，則：

(a)相遇時間？

(b)相遇時之高度？

若二石欲在空中相會，則：

(c) v_o 之最小值若干？

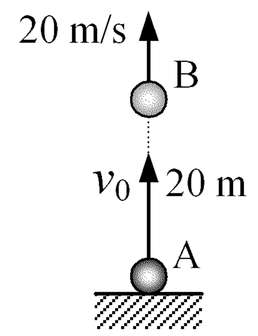
(d)若相會時，B 上升途中，v_o 範圍如何？

(e)若相會時 B 達上升最高點，下落途中，v_o 之範圍又如何？

答：(a) $\frac{h}{v_o}$；(b) $h-\frac{gh^2}{2v_o^2}$；(c) $v_o \geq \sqrt{\frac{gh}{2}}$；(d) $v_o > \sqrt{gh}$；(e) $\sqrt{\frac{gh}{2}} \leq v_o < \sqrt{gh}$

※家庭作業

1.有兩質點 A、B，若 A 由地面以初速度 v_0 鉛直向上拋出同時，B 由高度 20 公尺處以初速度 20 m/s 鉛直向上拋，($g = 10\ m/s^2$)若 A 欲能在 B 上升途中打中 B，則拋 A 初速度 v_0 的條件應爲？答：$v_0 > 30$ m/s



2.自地面同一位置將 A、B 兩物體相隔 2 秒先後以相同之初速鉛直上拋，求：(1)兩者在空中相遇時之相對速度大小？(2)若相遇點距地高度爲 495 米，則其拋射之初速率爲何？(設 $g=10\ m/s^2$)答：(1)20m/s；(2)100m/s

3.一棒球發球機以每秒 19.6 公尺的初速把一棒球垂直往上發射。當球達到最高點時，發球機又以同樣的初速往上發射第二個球。(重力加速度 $g=9.80\ m/sec^2$)

(a)第一球發射後，最高點離發球機多高？

(b)到達最高點需多少時間？

(c)如兩球在空中相撞，第二個球由發射到相撞需多少時間？

(d)此時兩球離發球機多高？【82 年大學】答：(1)19.6m；(2)2sec；(3)1sec；(4)14.7m

4.一石自由落下 2 sec 後，另一石以 29.4 m/sec 向下之速度追擊之，則再經幾秒後兩石相遇？ (A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E) 6 。答：(A)

5.一人在高 44.1 米之斷崖上使一石自由落下。經一秒後，又鉛直投下一石，結果兩石同時著地，此人投下之第二石的初速爲？米/秒。答：12.3

6.自距地面高 h 處自由落下 A 石，同時自地面鉛直上拋 B 石，二石相遇於距地面高 3h/4 處，則：(1)B 石上拋初速 v_o 爲若干？(2)二石出發後至相遇歷時多久？(3)二石相遇時，B 石之瞬時速度爲何？答：(1) $\sqrt{2gh}$ ；(2) $\sqrt{\frac{h}{2g}}$ ；(3) $\sqrt{\frac{gh}{2}}$

7.從地面鉛直上拋物體 A，同時在其上方某高度物體 B 自由落下，兩物體在空中相遇(並非相碰)時的速率都是 v，若不計空氣阻力，則：

(A)物體 A 上拋速度的大小爲 $2v$

(B)物體 A 上升的最大高度(從地面算起)和物體 B 開始落下的高度相同

(C)物體 A 和 B 落地時間相同　(D)物體 A 和 B 落地時速度相同。答：(A)(B)(D)

觀念十　斜面運動

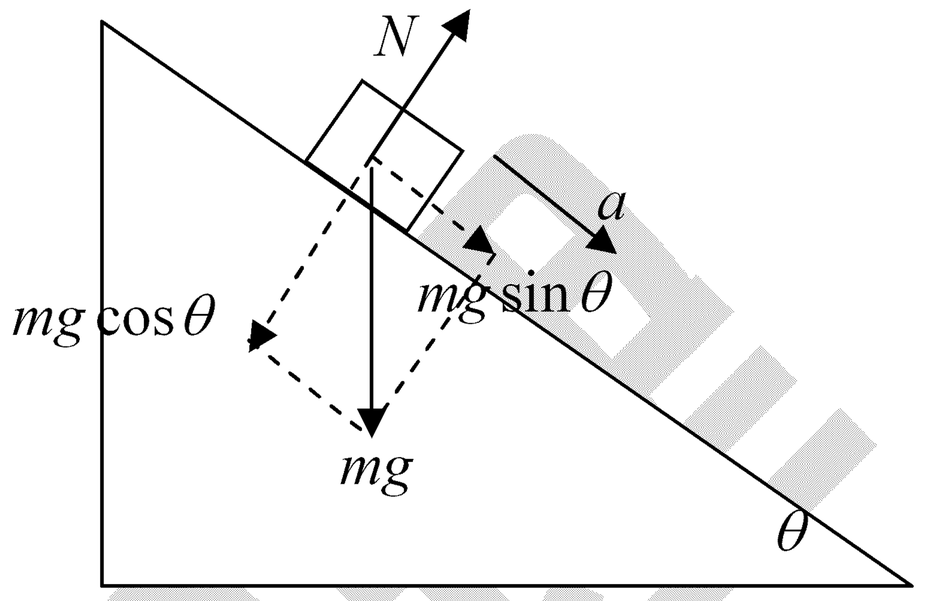
一、斜面上的加速度 $a = g\sin\theta$

物體在光滑斜面上受 2 個力 mg 及 N 作用，

垂直斜面方向，N 與 $mg\cos\theta$ 抵銷

平行斜面方向，只有 $mg\sin\theta$ 作用

$F = ma \Rightarrow mg\sin\theta = ma \Rightarrow a = g\sin\theta$



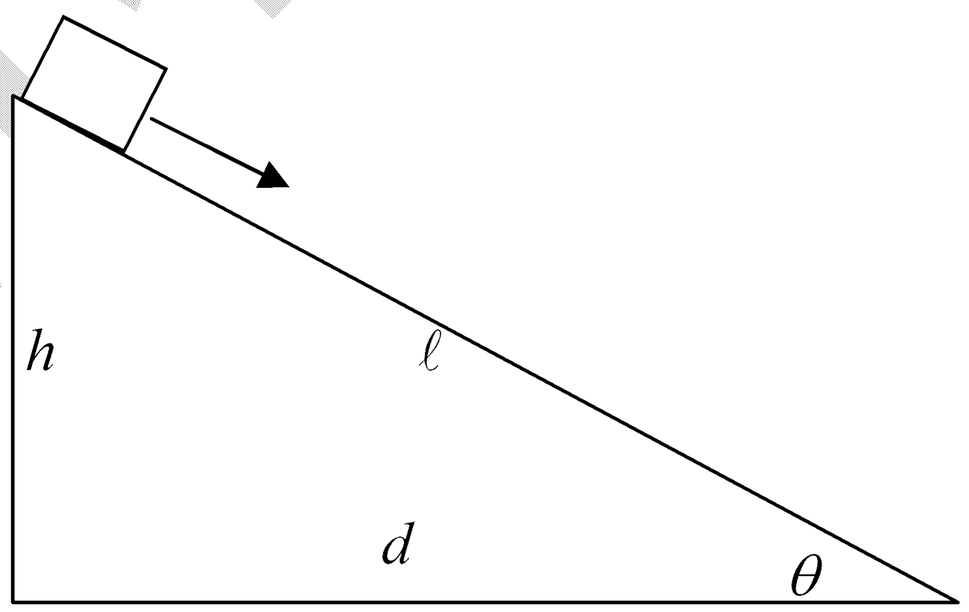
二、高度 h 固定

1. $\ell = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \ell = \frac{1}{2}g\sin\theta \cdot t^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ell}{g\cdot\sin\theta}} = \sqrt{\frac{2\ell}{g\cdot\frac{h}{\ell}}} = \sqrt{\frac{2\ell^2}{gh}} \propto \ell$

2. $v^2 = 0^2 + 2a\ell = 2g\sin\theta\cdot\ell = 2g\cdot\frac{h}{\ell}\cdot\ell = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

三、底部寬度固定 d 固定



1. $\ell = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \ell = \frac{1}{2}g\sin\theta\cdot t^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ell}{g\cdot\sin\theta}} = \sqrt{\frac{2\cdot\frac{d}{\cos\theta}}{g\cdot\sin\theta}} = \sqrt{\frac{2d}{g\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta}}$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{4d}{g\cdot\sin 2\theta}}$　（註：$\sin 2\theta = 2\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta$）

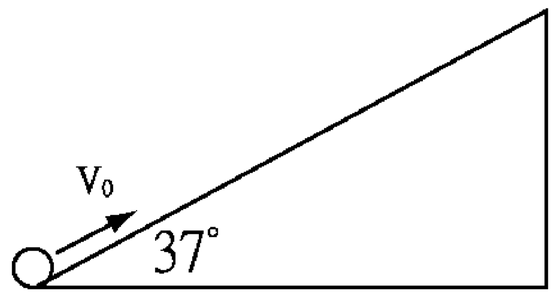
①當 $\theta = 45°$ 時，可得最短時間 $t = \sqrt{\frac{4d}{g}}$

②若兩斜面之斜角 $\theta_1 + \theta_2 = 90°$，則兩斜面下滑時間 $t_1 = t_2$

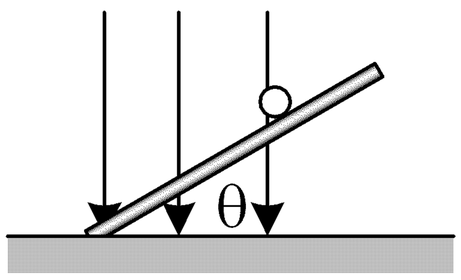
2. $v^2 = 0^2 + 2a\ell = 2g\sin\theta\cdot\ell = 2g\cdot\sin\theta\cdot\ell = 2g\cdot\sin\theta\cdot\frac{d}{\cos\theta} = 2g\cdot d\cdot\tan\theta$

$\Rightarrow v = \sqrt{2g\cdot d\cdot\tan\theta} \Rightarrow \theta$ 越大，高度越高，末速 v 越快

例64. 如附圖，一物在仰角 37° 之光滑斜面底端，以 v_0 初速沿斜面向上滑行，歷時 8 秒滑回原出發點，則其在斜面之最大位移為_____m。($g=10\ m/s^2$) 答：48



例65. 一片表面光滑的玻璃板，與水平面的傾斜角為 θ。今將一質點置於玻璃板上，令其自由



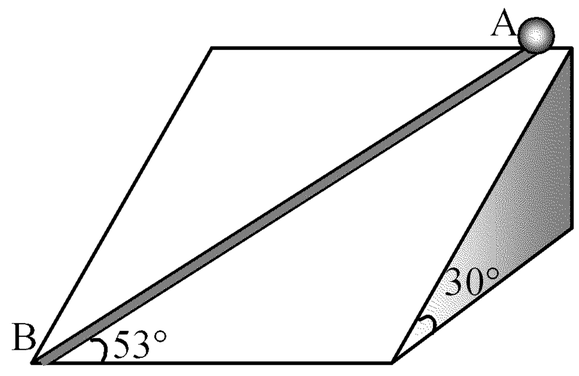
下滑，當正午的陽光由上而下射入時，該質點在水平面上影子的加速度為 0.5g，則 θ 之值為(A)15° (B)30° (C)45° (D)60°。答：(C)

例66. 一斜面傾斜角 30°，在斜面表面上沿 AB 刻出一槽與底邊成 53°，一小圓球自 A 點釋放沿 AB 溝下滑，若不計摩擦力，試求此球：($g\fallingdotseq10m/s^2$)

(1)下滑加速度？

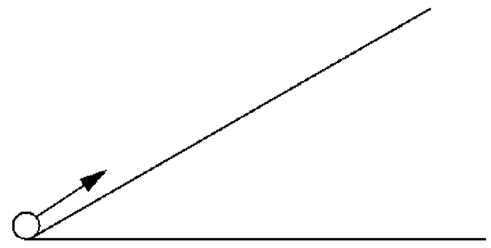
(2)若 AB 長為 8 公尺，滑抵 B 點所需時間？

答：(1) 2g/5　(2) 2 s



※家庭作業

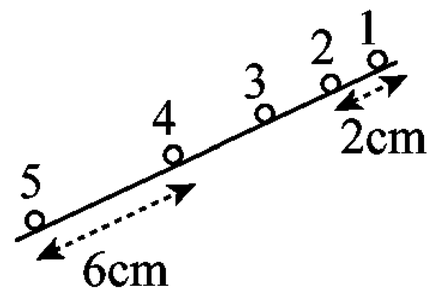
1.某物沿光滑斜面以 8 m/s 的速率上滑，又滑回底部時，歷時 3.2 秒，則物體在斜面上運動時，加速度大小為_____m/s^2。答：5



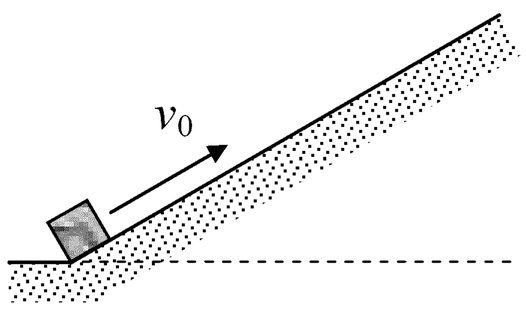
2.一光滑斜面，斜角為30°，一物體質量為 2 公斤，由斜面中點以 4 公尺/秒之速率沿斜面上滑，經 2 秒滑至斜面底，求：(設 g=10 公尺/秒 ^{2})(1)斜面長度？(2)滑至斜面底之速率？(3)最高可滑至距底端多遠？(4)此 2 秒內平均速率為何？
答：(1)4m；(2)6m/s；(3)3.6m；(4)2.6m/s

3.小物體 A 自傾斜角 θ 高 h 的光滑斜面頂端自由滑下之瞬間，小物體 B 亦自斜面底端發射沿斜面上滑，若 A、B 能相遇於斜面上，求：(1)B 之上滑初速度 v_o 有何限制？ (2)若 A，B 相遇於斜面中點，則 B 上滑初速度 v_o 之值？答：(1) $v_o > \sqrt{\frac{gh}{2}}$ ；(2) $v_o = \sqrt{gh}$

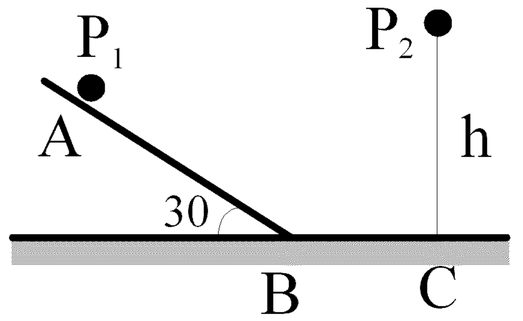
4.如右圖所示，一球自光滑斜面上滾下，某段時間內球在斜面上之位置關係圖，若兩點之間的時間間隔為 0.1 秒，則於位置 3 時，球之瞬間速度大小為？公分／秒。答：40



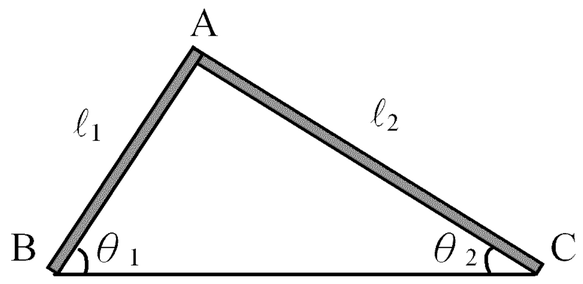
5.木塊以速度 v_o 由粗糙斜面底端上滑，當該木塊再度滑回出發點時，速率為 $\frac{v_0}{3}$ ，則(1)該木塊上滑與下滑的時間比為？ (2)該木塊上升與下降的加速度量值之比為？答：(1)1：3；(2)9：1



6.如右圖，一傾角為 30°的斜面 AB 和水平面 BC 相連接，而且令 AB＝BC=L。由頂點 A 靜放一小物 P_1，使它滑下斜面。在其同時刻由 C 的正上方 h 高處靜放另一小球 P_2，使它自由落下。假定 P_1 和斜面、水平面間均無摩擦，且 B 處連接得圓滑，P_1 在 B 處不生碰撞，試求：(1)P_1 由 A 點經 B 點而達 C 點所需之時間 T_1？(2)P_2 落下 h 距離而達 C 點所需之時間 T_2？(3)欲使 P_1 和 P_2 恰在 C 點相撞，h 應為多高？【73 夜大】【答】(1) $\sqrt{\frac{L}{g}}$ (2) $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (3) $\frac{9L}{2}$



例67. 如下圖為兩個光滑平板，固定在水平桌面上，其截面成一三角形 ABC，平板 AB，AC 邊長各為 ℓ_1，ℓ_2 且 $\ell_1<\ell_2$，一質點自 A 滑至 B 與另一質點自 A 滑至 C，則：



(A) 自 A 滑至 B 之時間，等於自 A 滑至 C 之時間

(B) 滑至 B 的速度量值等於滑至 C 的速度量值

(C) 滑經 ℓ_1 的平均速度量值等於滑經 ℓ_2 的平均速度量值

(D) 滑經 ℓ_1 時所受淨力等於滑經 ℓ_2 的淨力

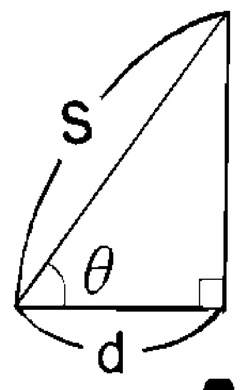
(E) 滑經 ℓ_1 時的加速度等於滑經 ℓ_2 的加速度。答：(B)(C)

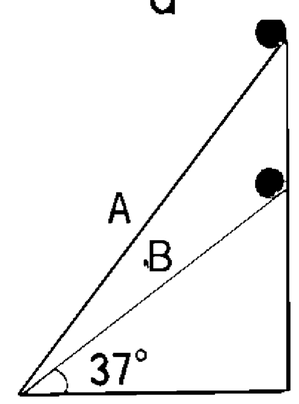
例68. 物體自底邊長 d 之光滑斜面頂點自由滑下，則

(1)斜面之斜角為若干時，此物滑至斜面底部的時間為最短？

(2)此最短時間為若干？

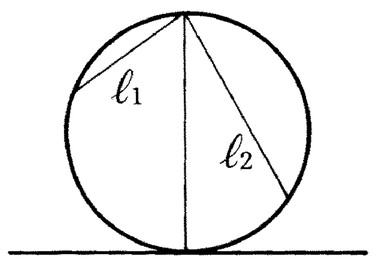
(3)如右圖，使鋼珠自 A、B 二光滑斜面頂點滑到斜面底所需時間相同，則 A、B 自斜面頂滑到底時，末速之比為何？





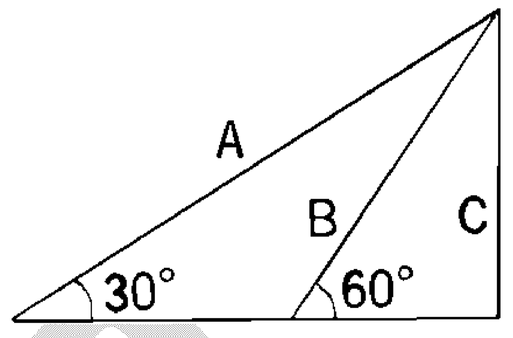
答：(1) 45° ；(2) $\sqrt{\frac{4d}{g}}$ ；(3)4 : 3

例69. 長 ℓ_1，ℓ_2 兩光滑斜面置入一正球體內，斜面的頂點為球體的最高點，沿二斜面同時釋放兩物體，則抵達底端時，二者的速率比為_____。答：ℓ_1 : ℓ_2

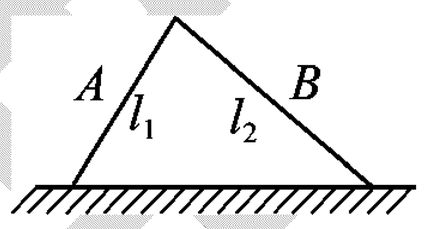


※家庭作業

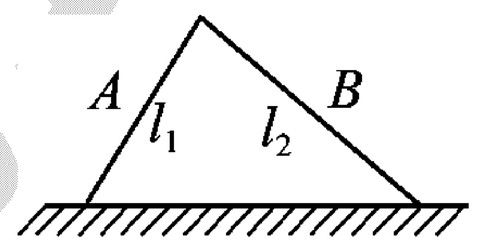
1.圖中某物自靜止沿三光滑路徑 A、B、C 下滑，求：(1)加速度量值之比？(2)滑至底部時末速度量值之比？(3)滑至底部所需時間比？答：(1)$1:\sqrt{3}:2$；(2)$1:1:1$；(3)$6:2\sqrt{3}:3$



2.右圖中，A 和 B 兩粗糙斜面的長度各為 ℓ_1，ℓ_2。今兩質點在頂部自靜止釋放，分別沿 A 和 B 兩斜面下滑，設下滑至底部所需的時間相等且各做等加速度運動，則其末速率比 $v_1:v_2$ 為何？答：$\ell_1:\ell_2$

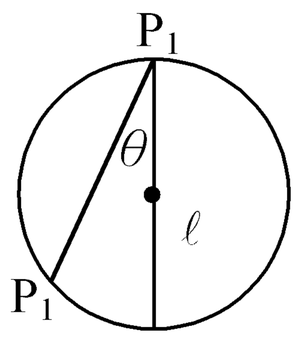


3.右圖中，A 和 B 兩粗糙斜面的長度比為 3：7。今兩質點在頂部自靜止釋放，分別沿 A 和 B 兩斜面下滑，設下滑至底部的末速率比為 2：1，且各做等加速度運動，則其所需的時間比 $t_1:t_2$=？答：3：14

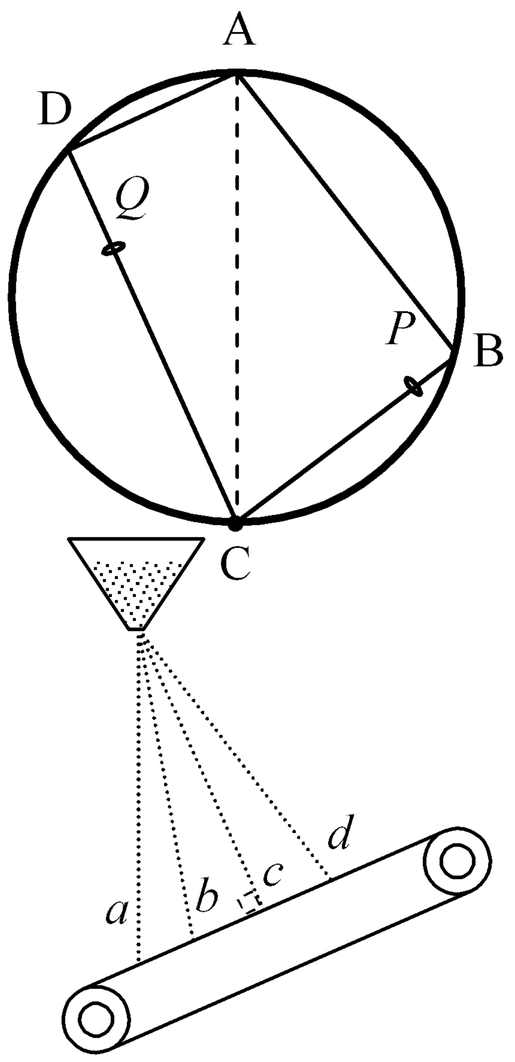


4.在一鉛直圓（直徑為 ℓ ），拉一光滑緊線在 P_1 與 P_2 之間，若有一穿洞的小球，由圓上的最高點 P_1 靜止沿 P_1P_2 直線滑下，則到達 P_2 的時間為？

答：$\sqrt{\dfrac{2\ell}{g}}$



5.如圖所示 ABCD 四個位置均位於鉛直圓的圓周上，圓周上最高點與最低點分別是 A、C 兩點；有兩段光滑矩形細桿各自連接在圓周上 ABC 與 ADC 兩側，由 A 處同時釋放兩圓環 P、Q，不考慮拐角處的能量損失和停留時間，則誰先到達最低點？答：P 先到（走 B 的先到）



6.如右圖所示，欲使漏斗漏下的砂盡快地達到傳送帶上，沿 a、b、c、d 四個斜面方向安裝光滑細導管，a 斜面沿垂直方向，c 斜面垂直於傳送帶，問四個方向的時間長短關係？答：$d > a=c > b$

觀念十一　相對運動

一、設 A 的位置為 $\vec{x}_A$ 、速度為 $\vec{v}_A$ 、加速度為 $\vec{a}_A$

　　B 的位置為 $\vec{x}_B$ 、速度為 $\vec{v}_B$ 、加速度為 $\vec{a}_B$

若以 B 為觀察者，則

A 相對於 B 的位置 $\vec{x}_{AB} = \vec{x}_A - \vec{x}_B$

A 相對於 B 的速度 $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$

A 相對於 B 的加速 $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$

二、若以 C 為觀察者，則

A 相對於 B 的位置 $\vec{x}_{AB} = \vec{x}_{AC} - \vec{x}_{BC}$

A 相對於 B 的速度 $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} - \vec{v}_{BC}$

A 相對於 B 的加速 $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{AC} - \vec{a}_{BC}$

三、若一群物體有相對運動的關係，則

相對位置 $\vec{x}_{AD} = \vec{x}_{AB} + \vec{x}_{BC} + \vec{x}_{CD}$

相對速度 $\vec{v}_{AD} = \vec{v}_{AB} + \vec{v}_{BC} + \vec{v}_{CD}$

相對加速 $\vec{a}_{AD} = \vec{a}_{AB} + \vec{a}_{BC} + \vec{a}_{CD}$

四、注意！若遇到有關船行走的問題：

”船速度” $\equiv V_{船，水} \neq V_{船，地}$

註：（$V_{船，地}$ 會以”船對地的速度”詳述之）

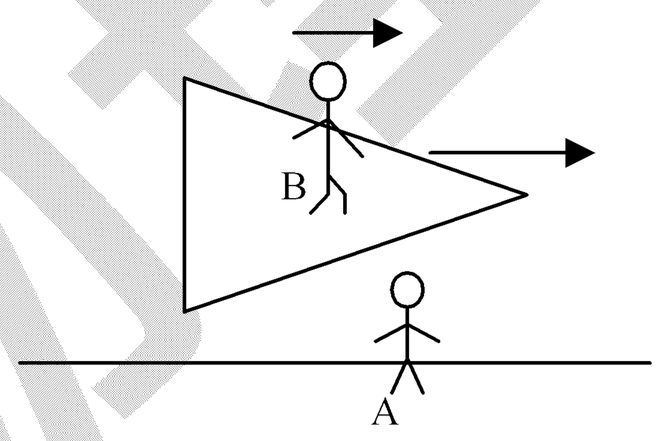
早安物理

例70. A、B 兩質點在同一直線上相向運動，原相距 10 米，初速各爲＋1 m / s 與－3 m / s，加速度各爲＋1 m / s^2 與＋2 m / s^2，試求：(1)何時兩者最接近？(2)最接近之距離？

答：t＝4 (s)；d_{min}＝2(m)

例71. 如圖，A 在岸上以 4 m/s 向西等速運動，B 在船上以 1 m/s 向西，船順流，水速 2 m/s 向東，若 A 看 B 之相對速度爲 8 m/s 向東，則船對水的速度爲？

(2)若 B 走 5 秒，則 A 看 B 走了多遠？



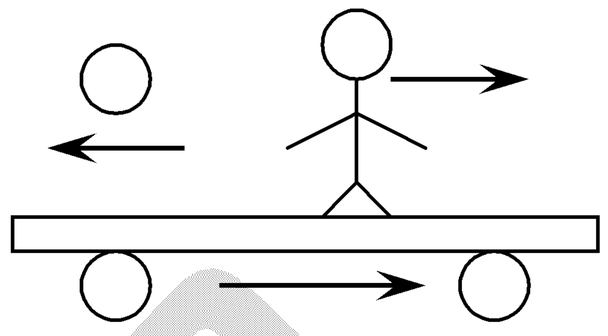
答：(1)3 m/s 向東；(2)40m

例72. 一電梯以 3g 之加速度垂直上升(設重力加速度 g 爲常數)，其天花板上懸吊一物，該物離電梯地板之高度爲 h，若該物突掉落，則歷時＿＿＿＿秒會碰到地板。【84 大學】

答：$\sqrt{\frac{h}{2g}}$

※家庭作業

1.如圖，一台車以 10m/s 向東，某人在車上以相對於車 3m/s 的相對速度向東行走，此時將一球向西拋出，地上的人見此球速度爲 4m/s 向西，則此人見球拋出之速度爲若干？答：-17



2.船速度 10 公尺/秒 向東，水流速度 3 公尺/秒 向西，人在甲板上以 1 公尺/秒 向西運動，則：

(1)人相對於水面之速度爲？公尺/秒，方向？

(2)人相對於地面之速度爲？公尺/秒，方向？

(3)地面上的人看船之速度爲？公尺/秒，方向？

答：(1)9 公尺/秒，向東；(2)6 公尺/秒，向東；(3)7 公尺/秒，向東

3.人的速度 5 m/s 向南，感覺風速 3m/s 向北，則當時之風速爲？方向？答：2 m/s，向南

4.設地面附近的重力加速度爲 g，一升降機以向上的加速等加速上升，在機內以對機爲 v 之初速鉛直上拋一石子，經 t 秒石子落回手中，則此升降機之加速度量值爲

(A)$\frac{2v}{t}$ (B)$\frac{2v}{t}+g$ (C)$\frac{v}{2t}-g$ (D)$\frac{t}{2v}-g$ (E)$\frac{2v}{t}-g$。答：(E)

5.兄弟兩人相距 20m，兩人相向而行，兄速 3m/s，弟速 2m/s，一隻蒼蠅自兄頭頂往返於兄弟兩頭頂間，其速爲 6m/s，則：

(1)兄弟相會時蒼蠅飛行距離爲？m。(2)若兄弟兩人皆自靜止起作加速度運動，兄爲 $6m/s^2$，弟爲 $4m/s^2$，則相遇時蒼蠅飛了？m。答：(1)24；(2)12

7.昇降機以 $2.5\,m/\sec^2$ 加速下降，距地板 3.75m 之天花板吊燈突然落下，則機上見其落至地板之時間爲若干秒？(設 $g=10\,m/\sec^2$)　(A)0.5 (B)1 (C)1.5 (D)2 (E)2.5 。答：(B)

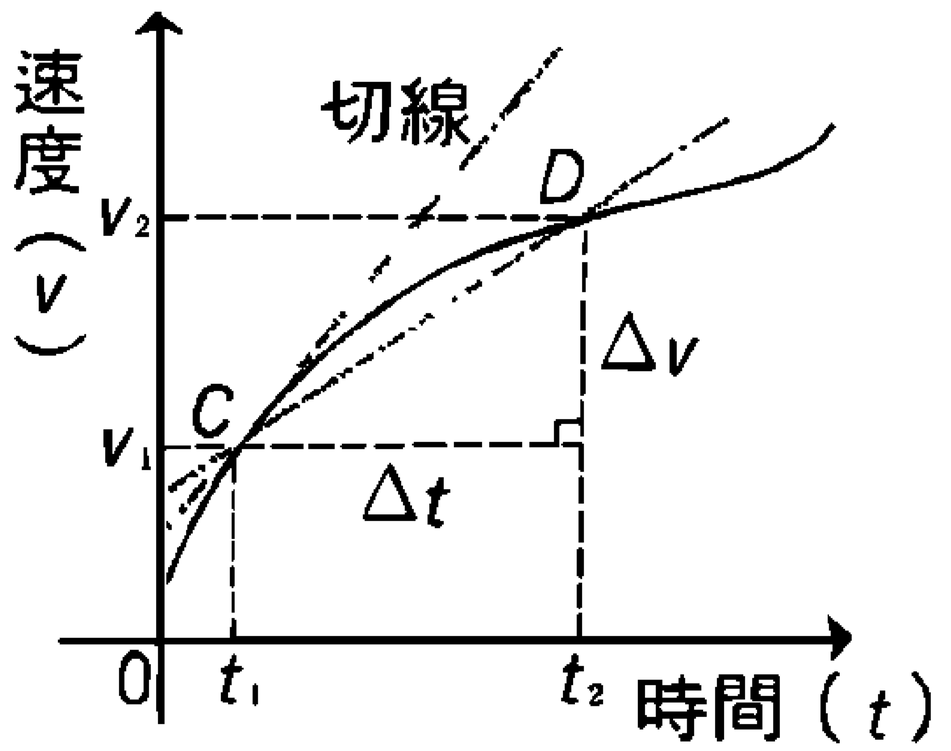
8.一石自高爲 h 之懸崖上落下，同時，自懸崖之底拋上一球，初速爲 v，不計空氣阻力。若二者能在空中相遇，則 (1)何時相遇？(2)若相遇時速率相等，其高度爲若干？

答：(1)$\frac{h}{v}$；(2)$\frac{3h}{4}$

PHYSICS

第一章

直線運動



_____年 _____班 _____號

姓名：_____

大雞排老師 編授