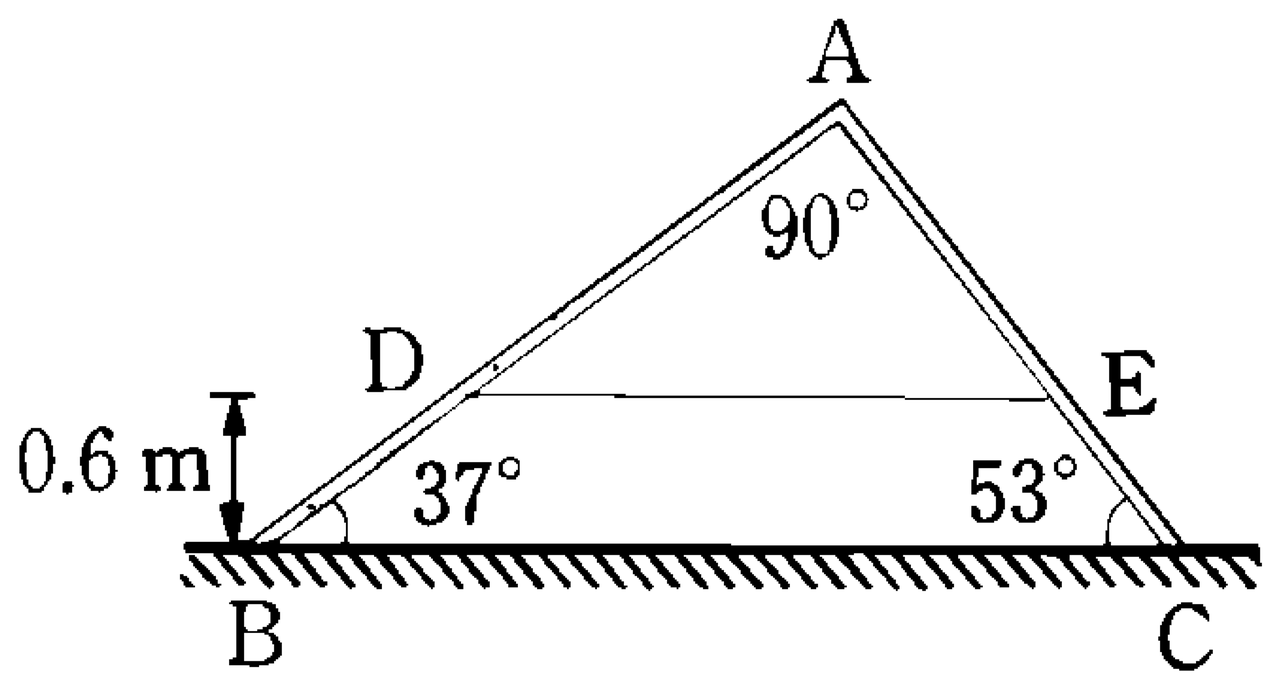
PHYSICS

第三章

靜力平衡



_____年 _____班 _____號

姓名：_____

吳錫玠老師 編授

觀念一　虎克定律

一、力的測量

1. 力對物體的作用與影響

(1)使物體產生形變：如施力使彈簧伸長或壓縮。

(2)改變物體的運動狀態：如施力推一物體使速度變快。

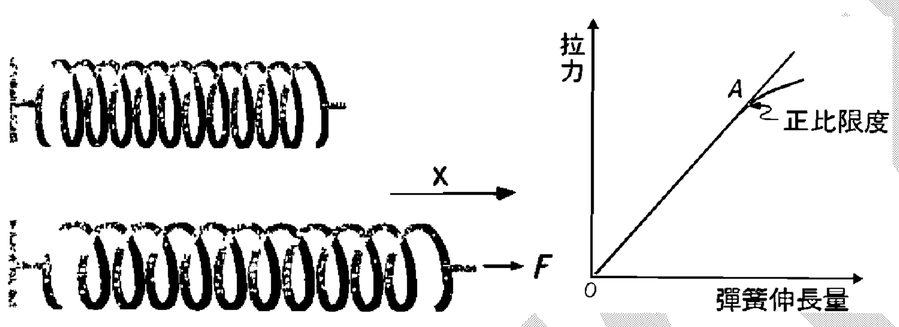
2. 力的測量

(1)利用物體受力後產生的形狀變化：虎克定律 $\vec{F}=k\vec{x}$ 。

(2)利用物體受力後產生的運動變化：牛頓第二運動定律 $\vec{F}=m\vec{a}$ 「(見第四章)。

二、虎克定律

1. 虎克定律：彈簧在彈性限度內，拉力 F 與彈簧伸長量 x 成正比，即 $\vec{F}=k\vec{x}$ 。



2. 彈性限度：如上圖中的 A 點，當超過 A 點時，虎克定律不再適用。

3. 彈力常數 k：

(1)虎克定律中，拉力 F 與彈簧伸長量 x 的比例常數。

(2)拉力 F 與彈簧伸長量 x 的圖形中，其直線斜率即為 k。

(3)k 愈大，表示彈簧愈不容易拉長，感覺較硬；

k 愈小，表示施同樣的力，伸長量會較大，感覺較軟。

(4)一彈簧的彈力常數與種類、組成、長度、截面積有關。

(5)單位

	F	k	x
C.G.S.	gw	gw/cm	cm
S.I.	Nt	Nt/m	m

4. 彈力之方向⇒①彈簧伸長：拉力　②彈簧縮短：推力

5. 無法判斷彈簧伸長或縮短時，可任意假設一種情形，即使假設錯誤，答案會自動更正結果

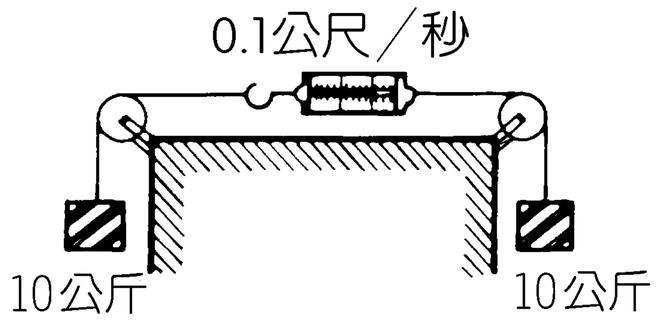
三、張力

1. 繩子內部平行於切線方向的作用力

2. 只有平行於切線方向的作用力(施力、摩擦力、重力、加速度…)，才能改變張力大小。

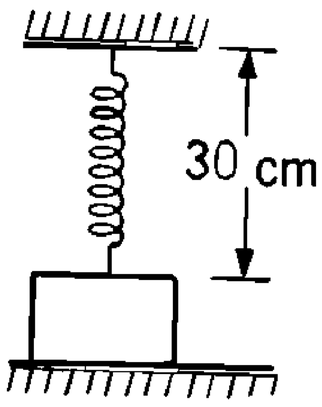
3. 繩子內部任一點的張力必成對存在，會互相抵消(無法測量)，只有端點的張力才能測量

例1. 設圖中之彈簧秤及質量系統一起作等速運動，其速率為 0.1 公尺/秒，則彈簧秤上指標所顯示之值應為 (A)196 (B)98 (C)20 (D)10 (E)4.9 牛頓。答：(B)



例2. 本題需依照實驗數據的處理規則，算出答案(尤其應注意有效數字)。一水平彈簧之一端固定，以 3.53 公斤重的力拉另一端，長度為 0.182 公尺；拉力改為 9.03 公斤重時，長度變為 0.310 公尺。此彈簧的力常數為幾公斤重/公尺？【80 夜大】答：43.0 公斤重/公尺

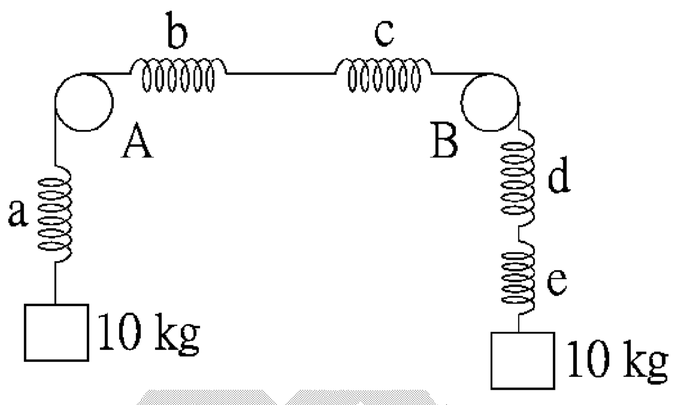
例3. 一彈簧長 20cm，彈力常數為 100N/m，一端懸於天花板，另一端掛 2.0kg 的重錘如圖，成平衡狀態時，彈簧長度為 30cm，設 $g=10m/s^2$，則重物加給地板的作用力其量值為 (A)0 (B)10N (C)20N (D)30N (E)50N 。答：(B)



樂翻班

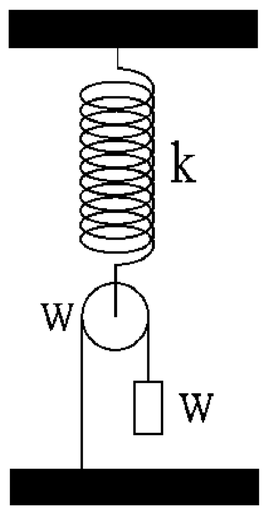
※家庭作業

1.A、B 爲兩個定滑輪不計摩擦，系統處於平衡態，五條彈簧相同且重量均不計，則 (A)a 之張力爲 10 kgw (B)張力最大的爲 d (C)各條伸長量都相同 (D)b 的張力爲 20 kgw (E)b、c 的張力都是 10 kgw 。答：(A)(C)(E)



2. 10 公斤的物體被兩個彈簧秤吊起，如右圖所示，設彈簧秤的重量不計，則： (A)每個彈簧的讀數均爲 5 公斤 (B)每個彈簧的讀數均爲 10 公斤 (C)上彈簧的讀數爲零，下彈簧的讀數爲 10 公斤 (D)下彈簧的讀數爲零，上彈簧的讀數爲 10 公斤 (E)兩彈簧的讀數均爲 0 至 10 公斤之間的某值，但和爲 10 公斤。答：(B)

3.附圖中，假設定滑輪與懸掛物的重量均爲 w，在不計繩重與所有摩擦力的情況下，當懸掛物靜止不動時，彈簧(力常數 k)的伸長量爲_____。答：$\frac{3w}{k}$

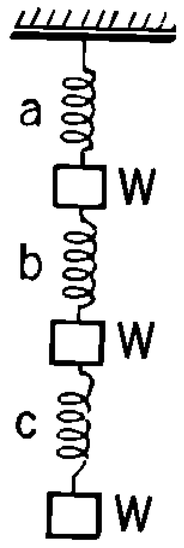


4.在彈性限度內將彈簧之一端固定，另一端繫 24 克之物體則全長變爲 24cm，若改掛 12 克之物體則彈簧全長變爲 21cm。當彈簧全長爲 22cm 時，物體之質量爲？ (A)14 克 (B)15 克 (C)16 克 (D)18 克 (E)20 克 。 答：(C)

5.一彈簧掛 10 公斤重重物時，全長爲 20 公分；改掛 20 公斤重時，全長爲 25 公分，
(1)今改掛 16 公斤重重物時，彈簧的全長爲若干？ (A)24 (B)23 (C)22 (D)21 公分。
(2)設掛 a 公斤砝碼，彈簧全長爲 b 公分，則 a 與 b 之關係爲下列何者？
(A)a+2b+30=0 (B)a-2b-30=0 (C)a+2b-30=0 (D)a-2b+30=0。答：(1)(B)；(2)(D)

6.在一個 pub 裡,有三個男人在比持久
甲說:昨天晚上我跟我老婆來了四次,早上我老婆對我說:" 老公我好崇拜你 "
乙說:我昨天和我老婆來了六次,隔天早上我老婆對我說:" 我今生在也不會愛上別人了 "
甲乙就問丙: 你和妳老婆昨晚來了幾次?
丙說:" 一次 "
甲乙很不削的問丙: 那早上你老婆和你說什麼?
丙:我老婆只對我說:
老~公~我~們~休~息~一~次~好~不~好 ?

例4. 右圖中有三條力常數分別爲 3k、2k、k 之彈簧 a、b、c，吊三個重物爲 W 之物體而呈平衡，設彈簧重量不計，則 (A)彈簧 a 伸長 $\frac{w}{3k}$ (B)彈簧 b 的彈力爲 2W (C)總伸長量爲 $\frac{w}{k}$ (D)每條彈簧的彈力皆爲 W (E)每條彈簧的伸長量皆爲 $\frac{w}{3k}$。答：(B)



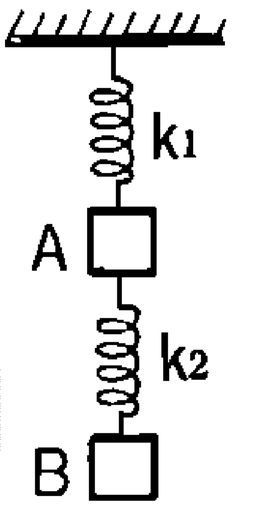
例5. 一均勻彈簧水平放置未受力時長度爲 1 公尺，在其上依次以 1cm 之間隔畫上刻度 0，1，2，……，99，100，設此彈簧遵守虎克定律。今將此彈簧 0 刻度的一端掛在天花板上，令另一端自然下垂，平衡時測得刻度 50 與 51 相距 1.1cm，則下列各項中兩度間距離最接近 2.1cm 的是： (A)0 與 2 (B)24 與 26 (C)49 與 51 (D)74 與 76。【74 年大學】 答：(D)

例6. 一均勻彈簧質量 m，水平放置未受力時長度爲 ℓ_o，彈力係數爲 k，今將此彈簧的一端掛在天花板上，令另一端自然下垂，平衡時測得彈簧的總長度爲何？答：$\ell_o + \frac{mg}{2k}$

李勝洪物理

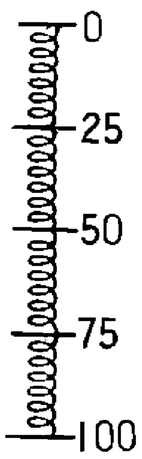
※家庭作業

1.彈力常數 $k_1 = 2.5gw/cm$、$k_2 = 4.0gw/cm$ 的兩輕彈簧原長各爲 15cm、10cm。若 k_1、k_2 兩彈簧裝置如右圖，串接 5.0g 與 10.0g 的 A、B 兩小物體後，全長爲何？ 答：33.5cm



2.長 1m 的彈簧分爲 100 等分，分別刻上 0，1，2，...，100 的刻度，若將 0 的一端鉛直吊起，量得 60 與 61 兩刻度間的距離爲 1.1 公分，則哪兩刻度間的距離最接近 2.1cm？
(A)19~21 (B)39~41 (C)59~61 (D)79~81 (E)97~99 。答：(D)

3.一均勻彈簧水平放置未受力時長度爲 1 米，在其上依次以 1 釐米之間隔畫上刻度 0，1，2，.....，99，100。設此彈簧遵守虎克定律。今將此彈簧 0 刻度的一端掛在天花板上，令另一端自然下垂，平衡時測得刻度 50 與 51 相距 1.1 釐米，則下列各項中兩刻度間距離最接近 2.3 厘米的是： (A)0 與 2 (B)24 與 26 (C)49 與 51 (D)74 與 76 。答：(B)

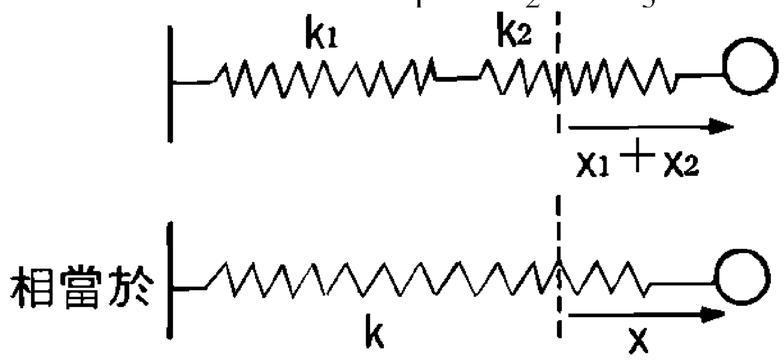


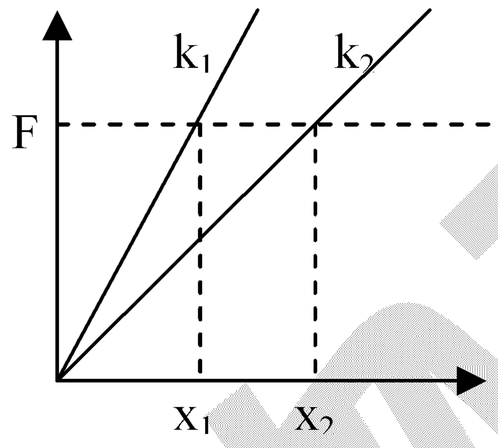
4.一個叫做大衛的男人，在生日時收到一隻鸚鵡，這隻已長成的鸚鵡，不但態度很差，還滿口髒話，不是罵人的話，就是些粗話。
大衛努力想改變鳥的態度，不斷地跟牠說些有禮貌的字眼，放輕柔的音樂，反正所有他想到可以給牠一個好榜樣的行爲，他都做了。但都沒什麼用。
於是，他開始對鳥吼了起來，鳥也吼了回去，他用力搖晃鸚鵡，結果只讓鳥更生氣，而且變得更粗魯，終於在無可扼抑的憤怒之下，他把鳥關進了冷凍櫃。
幾分鐘後，他聽到鳥粗聲大叫，到處亂踢，還尖叫了起來，卻立刻就安靜下來，一分半鐘之內，他沒再聽到半點聲音。
大衛被嚇著了，以爲自己可能害死了鳥，便馬上打開冷凍櫃的門，只見鸚鵡冷靜地步出，踏上大衛伸出的手臂，說道：「相信我粗魯的言談和行爲必定冒犯了你，我會努力改進我的行爲，我真的很抱歉，希望你能夠原諒我。」
大衛對於鳥兒態度的轉變很是驚異，正想要問這樣戲劇性的變化是爲了什麼緣故時，鸚鵡又接口說道：「我可以問一下，裡面那隻被扒光的雞做了什麼事嗎？」

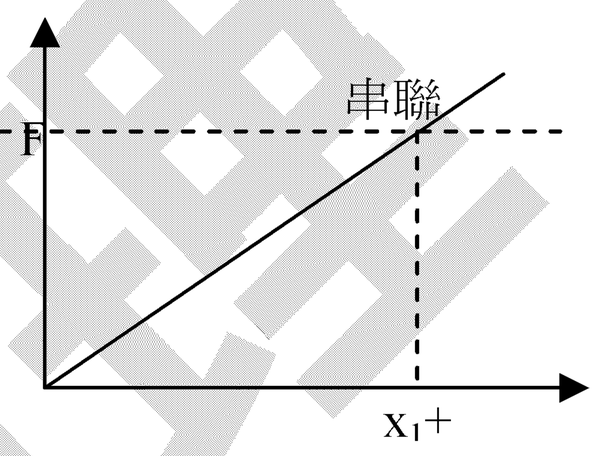
觀念二　彈簧的串聯&並聯

一、彈簧的串聯 $\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_3}$

1. 特性：彈力相等($F=F_1=F_2=F_3=\cdots$)，形變相加($x=x_1+x_2+x_3+\cdots$)。







2. 等效彈簧的彈力常數：

(1)各彈簧的恢復力相等，均為 F。

(2)各彈簧伸長量的和，等於一條等效彈簧的伸長量。

$$x=x_1+x_2 \Rightarrow \frac{F}{k}=\frac{F_1}{k_1}+\frac{F_2}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$$

3. 討論:(1) $\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$ 表示等效彈簧的彈力常數小於任一條單獨彈簧。

(2)串聯後的彈力常數減少，表示彈簧較容易拉長或壓縮。

(3)n 條相同且彈力常數為 k 的彈簧串聯，其等效彈力常數應為 $\frac{k}{n}$ 。

二、彈簧的並聯 $k=k_1+k_2+k_3$

1. 特性：形變相等($x=x_1=x_2=x_3=\cdots$)，彈力相加($F=F_1+F_2+F_3+\cdots$)。

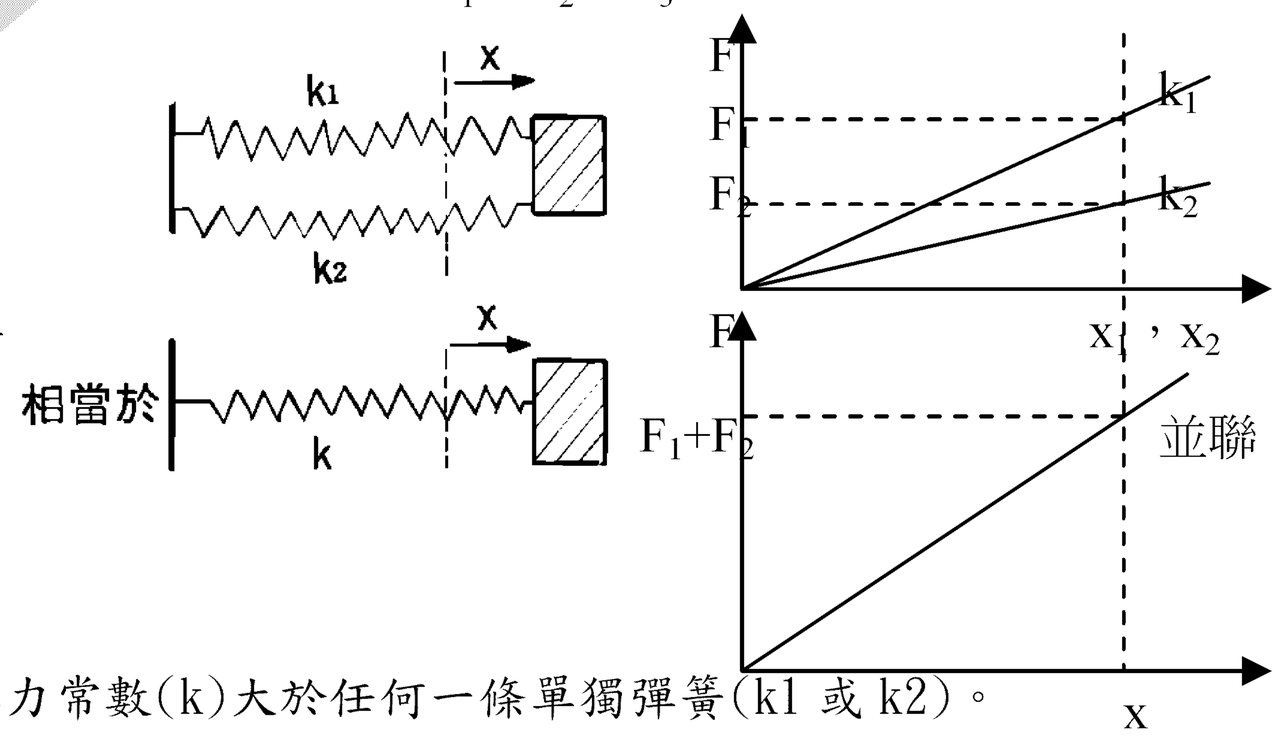
2. 等效彈簧的彈力常數：

(1)右圖中彈力常數 k_1 、 k_2 的彈簧伸長量均為 x，其恢復力各為 F_1 及 F_2 。

(2)各彈簧恢復力的和等於一條等效彈簧的恢復力。 $F=F_1+F_2$

則 $kx=k_1x_1+k_2x_2$

即 $k=k_1+k_2$



3. 討論:(1) $k=k_1+k_2$ 表示等效彈簧的彈力常數(k)大於任何一條單獨彈簧(k1 或 k2)。

(2)並聯後的彈力常數增大，表示彈簧愈不容易拉長或壓縮。

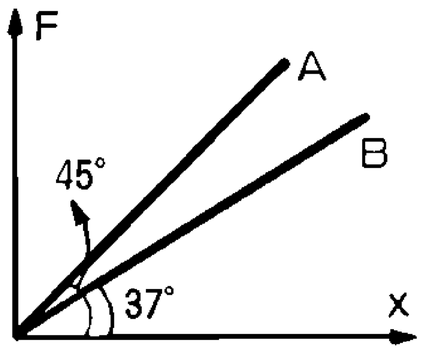
(3)n 條相同且彈力常數為 k 的彈簧並聯，其等效彈力常數應為 nk。

三、總結：彈簧 $\Rightarrow$ 越長越軟(k 與長度成反比)，越粗越硬(並聯越多， k 越大)

例7. 如右圖，A、B 兩彈簧之 F－x 圖形，與 x 軸之夾角分別爲 37° 及 45°，則：

(1)串聯後，圖形之斜率爲若干？

(2)並聯後，圖形之斜率爲若干？答：(1)3/7 (2)7/4



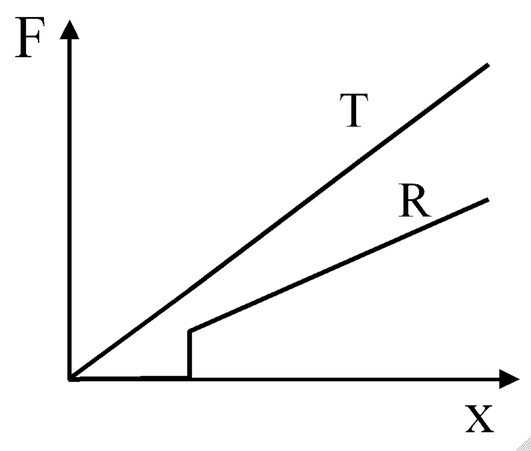
例8. 有二彈簧單獨使用或串聯使用或並聯使用，可得四種彈力常數 k_1、k_2、k_3、k_4，但 $k_1 > k_2 > k_3 > k_4$，則下列那些關係是對的？ (A) $k_1 = k_2 + k_3$ (B) $k_2 = k_3 + k_4$ (C) $\frac{k_1}{k_4} > 4$ (D) $k_1 \cdot k_4 = k_2 \cdot k_3$ (E) $\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} = \frac{1}{k_4}$ 。答：(A)(C)(E)

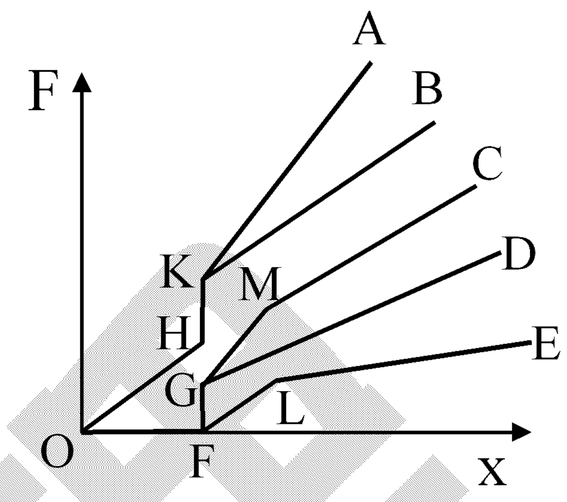
例9. 將一彈力係數爲 K 之彈簧切成 m:n 兩等分，則前者之彈力常數爲若干？答：$\frac{m+n}{m}K$

吳錫玠物理

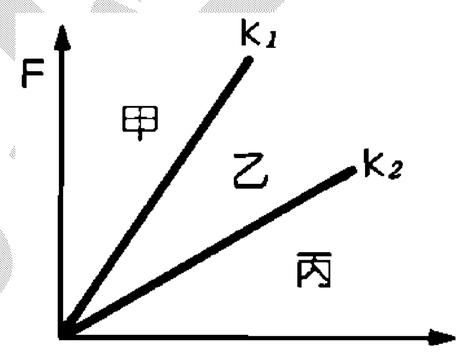
※家庭作業

1.下圖(一)中(T)及(R)代表兩彈簧受力 F 及伸長量 x 的關係曲線，若將此兩線路分別：(1) 並聯後所的之 F－x 圖形，應是圖(二)中之何一曲線？
(2)串聯後所得之 F－x 圖形，應是圖(二)中之何一曲線？答：(1)OHKA；(2)OFLE





2.如右圖，力常數為 k_1 及 k_2 之兩彈簧在彈性限度內所受外力 F 與伸長量 x 的關係圖，試畫出兩彈簧：
(1)串聯後 F－x 之關係圖，位在第幾區？
(2)並聯後 F－x 之關係圖，位在第幾區？ 答：(1)丙區；(2)甲區



3.有兩條彈簧，串聯使用時彈力常數為 2kgw/m；並聯使用時，彈力常數為 9。若個別彈力常數分別為 k_1、k_2 且 $k_1 > k_2$，則(k_1，k_2)=_____。答：(6，3)

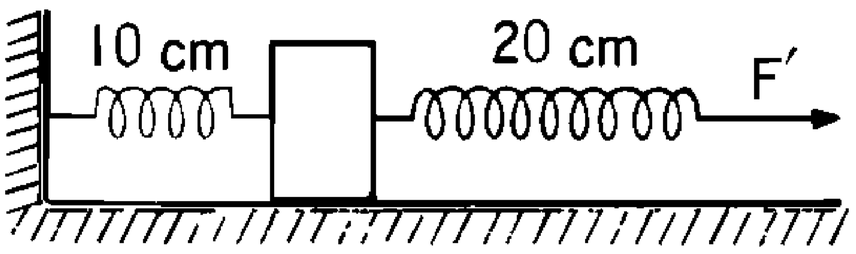
4.將一彈力常數 K 之彈簧切成 n 等分，則每等分之力常數為
(A)K (B)nK (C)n^2K (D)$\frac{K}{n}$ (E)$\frac{K}{n^2}$ 。答：(B)

5.一均勻彈簧原長 L，彈力常數 k，將此彈簧切成兩段，長度各為 L_1、L_2，彈力常數分別為 k_1、k_2，若 $L_1 = nL_2$，則 $k_1 =$ (A) $(1+\frac{1}{n})k$ (B) $(n+1)k$ (C) $(1-\frac{1}{n})k$ (D) $(n-1)k$ (E)k。答：(A)

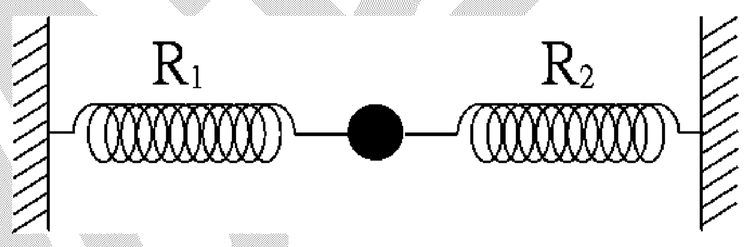
6.彈力常數各為 k_1 及 k_2 的兩等長彈簧，當其串聯與並聯時其總彈力常數之比值為
(A)1：1 (B)$k_1:k_2$ (C)$k_2:k_1$ (D)$k_1k_2:(k_1+k_2)^2$ (E)$(k_1+k_2)^2:k_1k_2$ 。答：(D)。

7.有數個彈力常數相等之彈簧串聯著，其一端受力另一端固定： (A)只有固定端的一條彈簧會伸長 (B)只有受力一端的一條彈簧受力作用 (C)每條彈簧都會伸長，但伸長量不相等 (D)每條彈簧伸長均相同 (E)每條彈簧均受力之作用，但均不相同。答：(D)

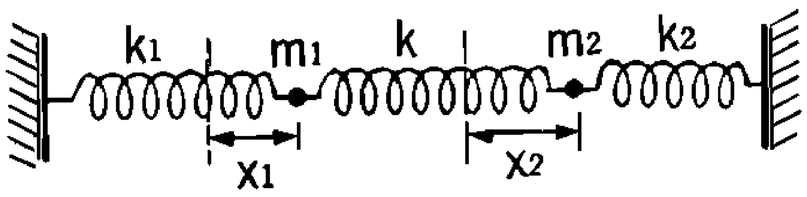
例10. 用一彈簧將物體向右移動 1cm 需力 6N，今將彈簧分成二段 10cm 與 20cm，如圖，則(1)將物體向右移動 1cm，需用力若干？(2)右端彈簧伸長若干？(摩擦力不計) 答：(1)18N，(2)2cm



例11. 如圖所示，彈力常數 $k_1 = 2kgw/cm$，$k_2 = 4kgw/cm$，今將物體右移 3cm，則所需之力為多少 kgw？
(A)6 (B)8 (C)12 (D)18 kgw。答：(D)



例12. 二物體質量分別為 m_1 及 m_2，以彈力常數分別為 k_1、k、k_2 之三個彈簧連繫起來，如下圖所示，在不考慮重力及摩擦力的情形下，設 m_1 及 m_2 物體偏離其平衡點之位移分別為 x_1 及 x_2 (設向右位移時為正)，則
(1) m_1 物體此時所受的彈力和為若干？
(2) m_2 物體此時所受的彈力和為若干？【84 日大】
答：(1) $k(x_2 - x_1) - k_1x_1$；(2) $-k_2x_2 - k(x_2 - x_1)$



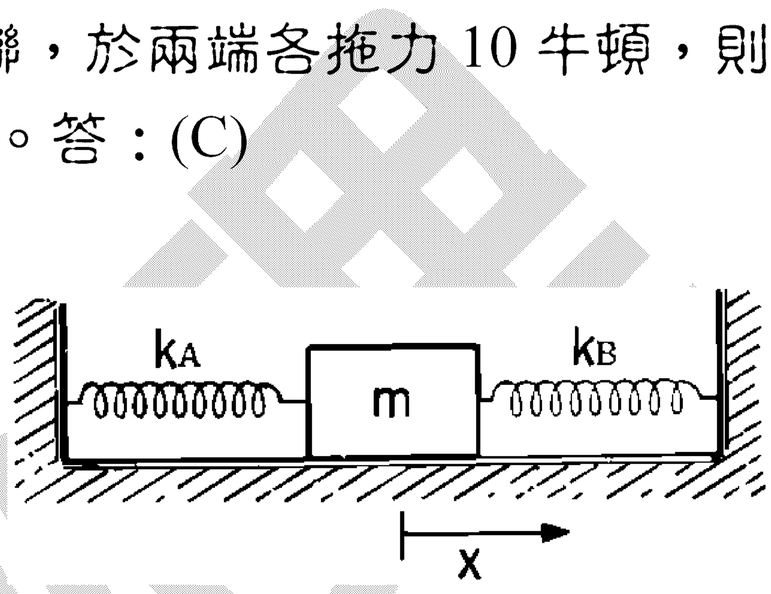
吳錫玠

※家庭作業

1.作用 1 牛頓之力於 1 根彈簧，其伸長爲 x，若將同樣的彈簧二根並聯，且作用 6 牛頓之力，則伸長將爲 (A)2x (B)3x (C)4x (D)5x (E)6x 。答：(B)

2.將兩彈力常數各爲 5 牛頓/公尺及 10 牛頓/公尺之彈簧串聯，於兩端各拖力 10 牛頓，則此彈簧之長度變化量爲 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)5 公尺。答：(C)

3.右圖中，m 物體置於光滑水平面，左右各連接一彈簧，彈力常數分別是 k_A 及 k_B，而各彈簧之另一端則分別固定於牆上。平衡時，二彈簧均無形變，今施一力 F 於物體使其向右移動 x 距離，則於此時



(A)所施之 F 力大小，恰與二彈簧恢復力之總和相等

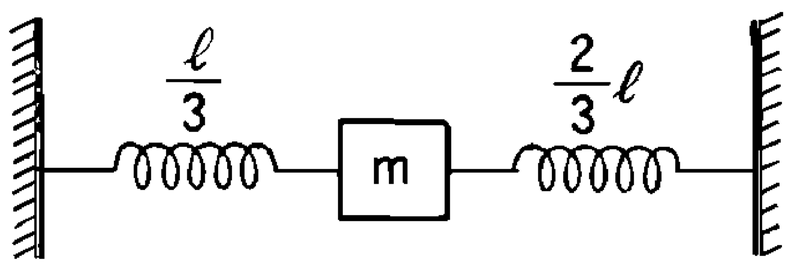
(B)二彈簧對 m 物體之作用力必大小相等

(C)二彈簧對 m 物體之作用力，方向相反

(D)m 物體所受各力之總和爲零

(E)二彈簧對 m 物體之作用力總和爲$(k_A+k_B)x$ 。答：(A)(D)(E)

4.彈力常數爲 k，原長 L 的彈簧，分成 L/3，2L/3 兩段，聯結如圖示，則使質量 m 的物體

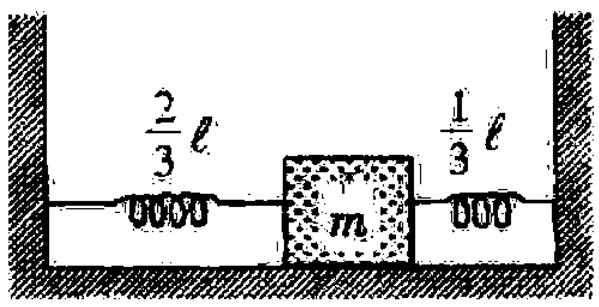


(1)作 S.H.M 時週期爲若干？

(2)向右移動 x，需力若干？

答：(1)$\frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{2m}{k}}$；(2)$\frac{9kx}{2}$向右

5.一彈力常數 40 牛頓/米，長爲 L 的彈簧，被剪成兩段(長度分別爲$\frac{2}{3}$L 及$\frac{L}{3}$)後，與質量 5kg 的物體，依右圖的方式連接(物體於光滑平面上)。若令物體作振幅 10cm 的簡諧運動，則：(a)週期？(b)最大加速度？最大速度？(c)距平衡點 5cm 時的加速度？速度？ (d)自平衡點到距平衡點 5cm 處需時若干？



答：(a)$\frac{\pi}{3}$秒 (b)3.6m/s^2，0.6m/s (c)1.8m/s^2，0.52m/s (d)$\frac{\pi}{36}$秒

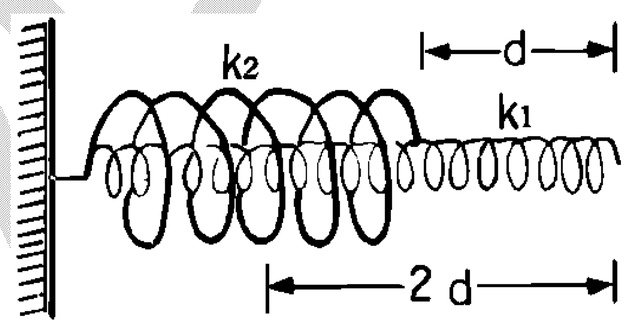
例13. 相同長度的兩彈簧 A、B，若單獨懸掛同一重物時，其伸長量分別為 x_1 及 x_2，若使之並聯後懸掛同一重物，則體簧組之伸長量將為：

(A) $\frac{x_1+x_2}{2}$ (B) $\frac{2x_1x_2}{x_1+x_2}$ (C) $\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}$ (D) $\sqrt{x_1x_2}$ (E) x_1+x_2 。答：(C)

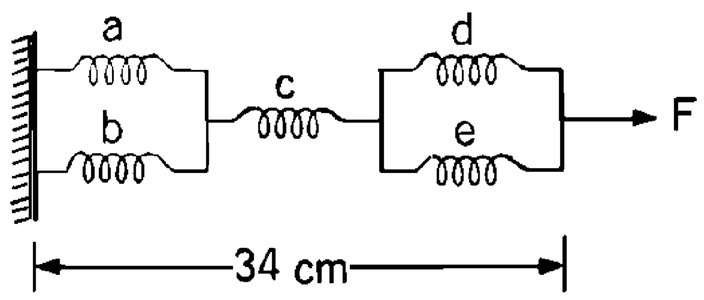
例14. 如圖，兩彈簧之力常數各為 k_1、k_2，則壓縮 2d 時施力

(A) $2(k_1+k_2)d$ (B) $(2k_1+k_2)d$ (C) $(k_1+k_2)d$

(D) $\frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}d$ (E) $2k_1k_2d$ 。答：(B)



例15. 五根相同的輕彈簧，長度皆為 10cm，彈力常數 k=10N/cm。將之裝置如圖後，受一水平外力 F 作用，總長為 34cm，則：(l)C 彈簧總長為何？ (2)又外力大小為何？答：(1)12cm，(2)20Nt

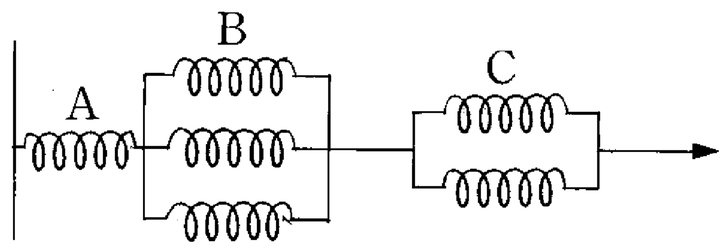


吳錫玠物理

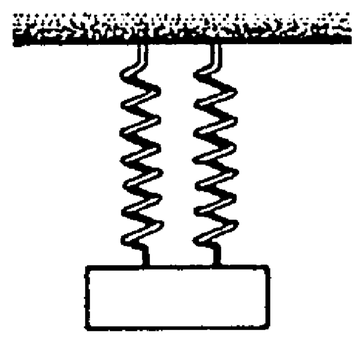
※家庭作業

1.圖中所示為輕質的相同彈簧組合，若 B 組伸長量為 x，

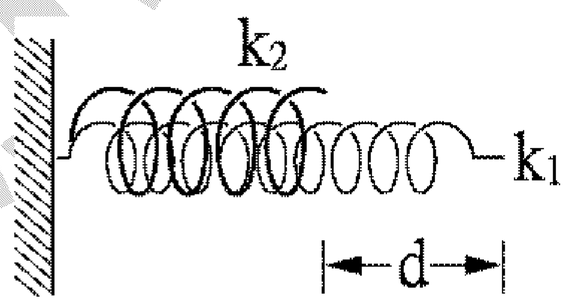
則整體的伸長量為_____。答：$\frac{11}{2}x$

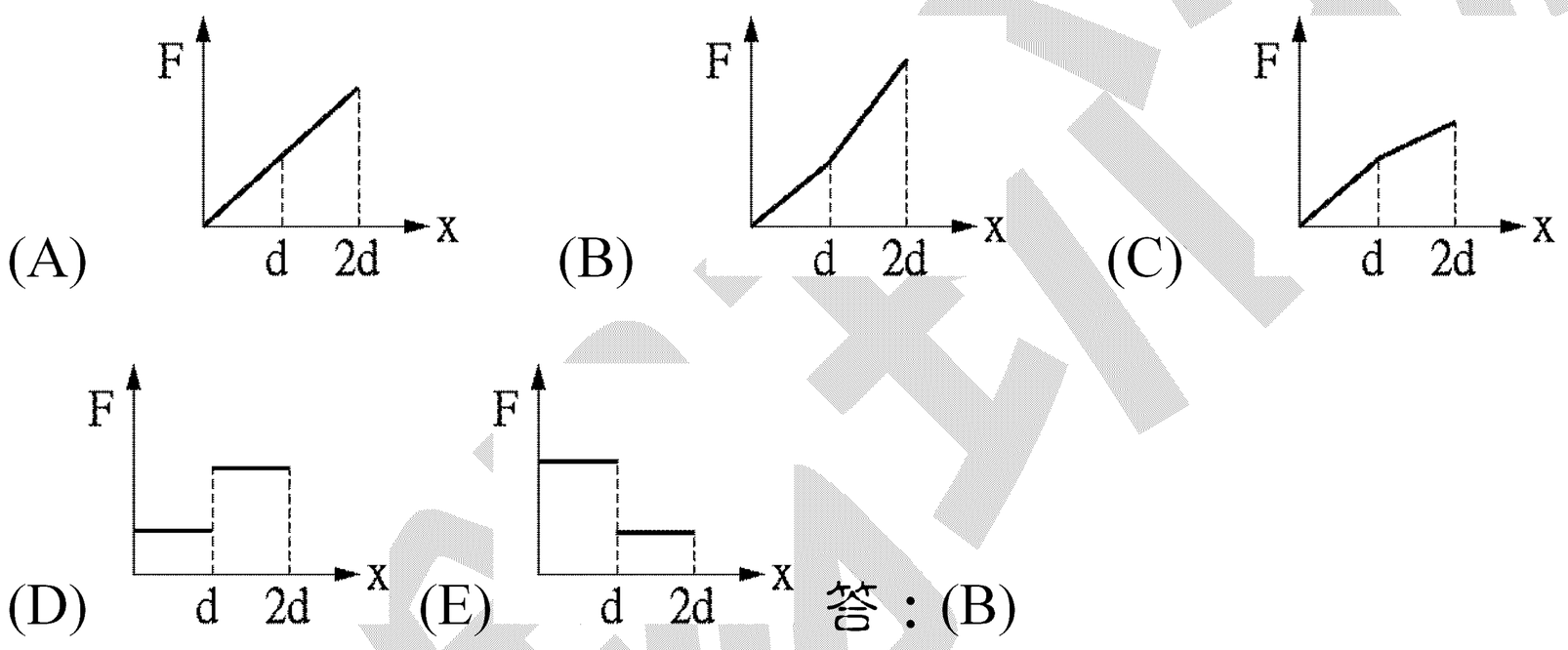


2.將重物懸吊於質量可忽略的彈簧下，在鉛垂方向成平衡，此時彈簧的伸長量為ΔL。今將此彈簧由中間剪斷，利用被剪斷後的二彈簧將同一重物吊起，在鉛垂方向成平衡(如圖所示)。若懸吊連接所耗去的長度可以忽略，則此彈簧組合之伸長量為多少？【87 日大】答：$\frac{\Delta L}{4}$



3.兩彈簧之力常數分別為 k_1、k_2，在彈性限度內，如圖彈簧組外力 F 與壓縮量 x 的關係圖為何？





答：(B)

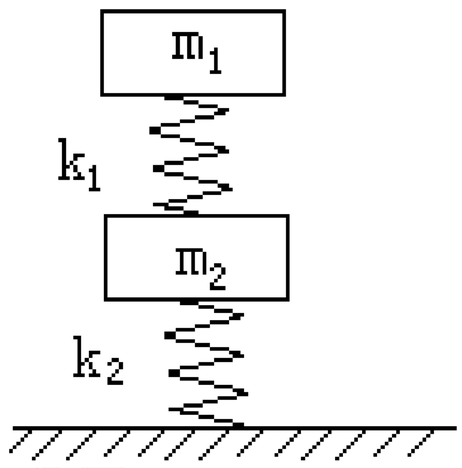
4.將長度相同的 A、B 兩彈簧串聯後懸掛一重物時，總伸長量為 x。若 A、B 兩彈簧改用並聯後再懸掛同一重物時，總伸長量為 y。若 x：y 的比值為 r，則
(A)$r \geq 4$ (B)$3 < r \leq 4$ (C)$2 < r \leq 3$ (D)$1 < r \leq 2$ (E)$r \leq 1$ 。答：(A)

5.施 20 牛頓之拉力於一彈簧，見彈簧伸長 10 厘米，今將其等分為二段且並聯之，則欲使每段增長 5 厘米，兩端應施以拉力 (A)20 牛頓 (B)40 牛頓 (C)60 牛頓 (D)80 牛頓 (E)100 牛頓。答：(B)

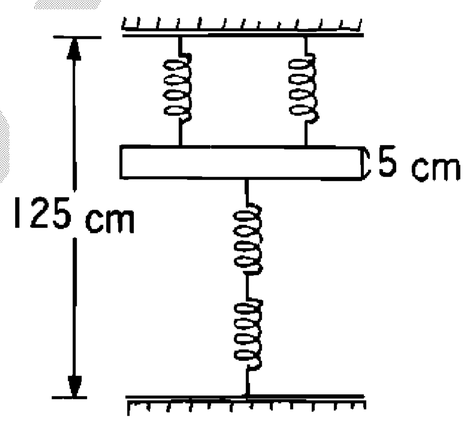
6.以一條彈簧懸掛一小球作上下振動，其週期為 T_1。將八條上述的彈簧，每二條串聯成四長條再並聯之，下懸八個上述的小球作上下振動，若其週期為 T_2，則 T_2/T_1 為何？
答：2

例16. 如圖所示，兩木塊的質量分別爲 m_1 和 m_2，兩輕質彈簧的勁度係數分別爲 k_1 和 k_2，上面木塊壓在上面的彈簧上（但不拴接），整個系統處於平衡狀態．現緩慢向上提上面的木塊，直到它剛離開上面彈簧．在這過程中下面木塊移動的距離爲

(A) $\frac{m_1 g}{k_1}$ (B) $\frac{m_2 g}{k_1}$ (C) $\frac{m_1 g}{k_2}$ (D) $\frac{m_2 g}{k_2}$ 【1999 大陸高考】答：(C)



例17. 原長 40cm 的彈簧下端懸掛一重物而平衡時，彈簧全長爲 50cm，若使四條完全相同彈簧連接相同重物，如圖。其中重物厚 5.0cm，天花板至地面距離爲 125cm，則平衡時上方各彈簧的形變爲 x_1，下方各彈簧的形變爲 x_2，則 (A) $x_1 = x_2$ (B) $2x_1 = x_2$ (C) $x_1 + x_2 = 5$ (D) $x_1 = 2.5cm$ (E) $x_2 = 2.0cm$。 答：(E)



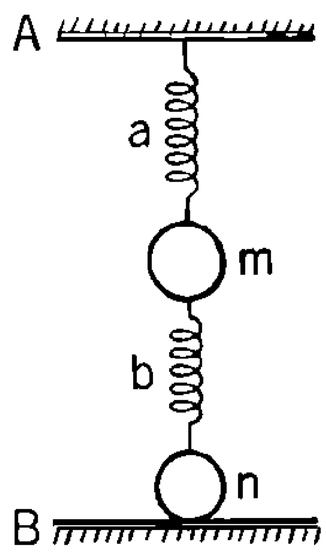
例18. 如圖長 20cm，力常數 k=2.0gw/cm 之完全相同的彈簧兩條 a、b(質量不計)，質量 10 克之重物 m、n 兩個(大小不計)，如圖聯接，彈簧 a 之上端固定於 A，重物 n 放在平臺上全體保持鉛直，試計算下列問題：

(1)當 AB 之距離爲 40cm 時，a、b 彈簧全長爲(A)30cm，10cm (B)25cm，15cm (C)10cm，30cm (D)15cm，25cm (E)22.5cm，17.5cm

(2)A、B 間距離若干 cm 時，平臺對球 n 之作用力爲零？(A)55 (B)50 (C)47.5 (D)45 (E)42.5

(3)平臺由靜止緩緩下移使 AB 之距離爲 50cm，則 a 彈簧長爲若干 cm？ (A)22.5 (B)25 (C)27.5 (D)30 (E)32.5

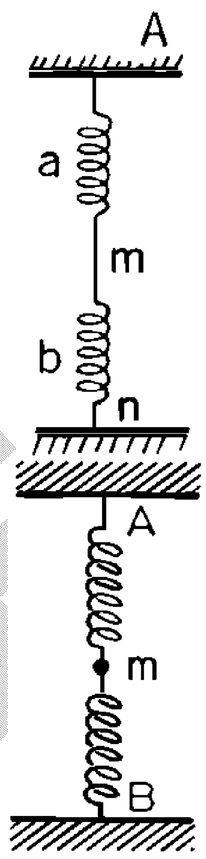
(4)承(3)，此時平臺對 n 之作用力爲若干克重？(A)10 (B)8 (C)5 (D)2.5 (E)1.5 答：(1)(E)；(2)(A)；(3)(C)；(4)(C)



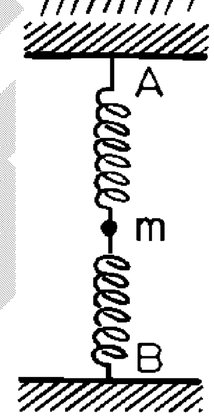
吳錫玠物理

※家庭作業

1.長度 20cm，常數 k=2gw/cm 的相同彈簧兩條 a、b(質量不計)，質量 10 克之重物 m、n 兩個如圖連接，彈簧 a 之上端固定於 A，重物 n 放在平臺 B 上，全體保持鉛直，A、B 之距離 40cm 時，重物 n 作用於平臺之力為：
(A)5gw (B)10gw (C)15gw (D)20gw (E)25gw 。答：(C)



2.長為 50 公分，彈力常數為 50 牛頓/公尺之兩個完全相同彈簧(質量不計)，和質量 0.1 公斤質點，如右圖示串聯並保持鉛直，端點固定於 A、B 兩平行板，A、B 相距 94 公分，當靜止時質點距 A 點_____公分。答：48



3.一彈簧長為 40 公分，若懸重 0.1 公斤時，其長為 45 公分，求：
(1)今於距彈簧之一端 30 公分處割後 30 公分長小彈簧之彈力常數為若干？另一段 10 公分長小彈簧之彈力常數為若干？
(2)如將 40 公分長彈簧將其鉛直立起，兩端固結於距離 40 公分兩釘上，在距上端 30 公分處懸重 0.2 公斤之物體，求此物體向下移動若干距離即可保持靜止？
答：(1) 26.1 牛頓/公尺，78.4 牛頓/公尺 (2) 0.019 公尺

4.一次某爸做完健康檢查後，要求醫生檢查他的精蟲數目有沒有減少
醫生給他一個密封的小玻璃罐子，要他回家裝些樣本帶來
第二天，潑爸再來，醫生卻發現玻璃罐仍是空空如也
某爸面有慚色地說：「醫生！我年紀大了，不中用啦！昨晚我先用右手試了半天，沒有動靜，我改用左手試，還是沒有用，我叫我太太來幫忙，她也是兩隻手都試，也是沒有用，我叫她用嘴巴弄，仍然沒有起色」
醫生聽得是滿臉尷尬，但某爸仍不停的說：「剛好我兒潑潑男回家，他比較年輕，我就叫他來幫忙，他也是先用手，再用嘴，很努力地……」
「等一下、等一下」醫生再忍不住了
「這種事你叫兒子幫忙做？」
「他很樂意啊」某爸說「可是……」
「可是什麼？」醫生問
「他媽的，這個該死的玻璃罐子就是打不開！」

觀念三　力與平衡

一、力的要素

大小、方向、施力點

二、力的種類

1. 接觸力：施力體與受力體必須接觸才能產生的作用力。如：推力、拉力、摩擦力、正向力、張力。

2. 超距力：施力體與受力體不須接觸也能產生的作用力。如：1. 重力 2. 電力 3. 磁力

三、平衡

1. 定義：物體維持原有狀態

(1)移動平衡：物體維持靜止或等速度運動

(2)轉動平衡：物體維持靜止或等角速度轉動

2. 條件：

(1)移動平衡：物體所受之”合力為零”

(2)轉動平衡：物體所受之”合力矩為零”

四、二力、三力、四力平衡的條件

	合力	共點	共面	同一直線	
二力	$\bar{F}_1+\bar{F}_2=0$	需要	需要	需要	二力大小相等方向相反
三力(不平行)	$\bar{F}_1+\bar{F}_2+\bar{F}_3=0$	需要	需要	不需要	三力可圍成一個封閉三角型
四力以上	$\bar{F}_1+\bar{F}_2+\bar{F}_3+\bar{F}_4=0$	不需要	不需要	不需要	

五、力是向量

1. 可依向量的規則任意合成或分解

2. 力的平移不影響移動平衡(合力為零)，但會影響轉動平衡。

六、女：「如果我們結婚，你會戒煙嗎？」

男：「會的。」

女：「還有戒酒嗎？」

男：「是的。」

女：「晚上也不去俱樂部？」

男：「是的。」

女：「那還有什麼要放棄的嗎？」

男：「結婚的念頭。」

吳錫玠物理

例19. 下列有關力平衡的敘述，錯誤的是 (A)如果為了解題方便，可以把力任意平移而不會影響平衡 (B)物體受到大小相等，方向相反的兩外力而平衡，此兩力不可能為作用力與反作用力 (C)物體受三力而平衡，此三力必須共平面 (D)物體受三力而平衡，此三力的作用線必須共點 (E)物體作等速度運動，所受外力和雖為零，但不視為靜力平衡 。答：(A)

例20. 有三個共點力 F_1、F_2、F_3；成平衡狀態，F_2 與 F_3 兩力夾角 α，F_3 與 F_1 兩力夾角 β，F_1 與 F_2 兩力夾角 γ，則 (A)此三力共平面 (B) $\alpha+\beta+\gamma=180^{o}$ (C)$F_1:F_2:F_3=\sin\alpha:\sin\beta:\sin\gamma$ (D)$F_1+F_2>F_3$ (E)三力圍成一封閉三角形，內角為 α、β、γ。答：(A)(C)(D)

例21. 一物體受三個力而平衡時，若此三個力不互相平行，則 (A)三力的向量可構成一封閉的三角形 (B)此三個力的作用力線必通過物體的質量中心 (C)三力若成150°、120°、90°時，其大小的比為 $1:\sqrt{3}:2$ (D)若三個力之大小相等時，任一力與他力的夾角成 60° (E)較小的兩力之夾角最大。答：(A)(C)

李鴻珊物理

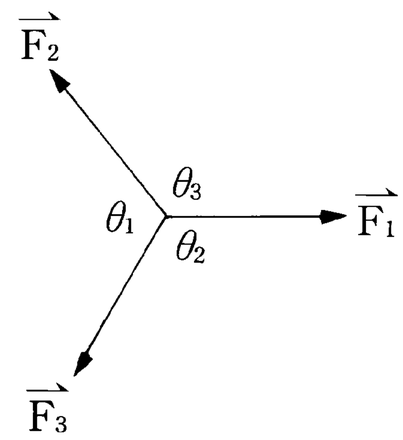
※家庭作業

1.作用於一物體之三力成平衡，且三力不共線及不平行，則(A)三力之合力必爲零 (B)三力之作用線必通過同一點 (C)三力之向量必可構成封閉的三角形 (D)任兩力之合力必與第三力大小相等，方向相反 (E)任一力之大小必小於另兩力大小之和。答：全

2.下列敘述，何者正確？ (A)若三力作用於物體同一點，且合力爲零，則物必靜止 (B)若三力作用於物體上不同點，但合力爲零，則物必靜止 (C)若不平行三力 A、B、C 作用於物體呈平衡，則 A＋B＝C (D)承(C)，A、B、C 作用線必交於一點 (E)三力作用於物體呈平衡，三力可能交於無窮遠。答：(D)(E)

3.下列敘述何者爲錯誤？ (A)物體所受合力爲零且力矩和亦爲零，則此物體必成靜止 (B)物體受兩大小相等方向相反之力作用則必成平衡狀態 (C)物體受不平行三力作用而平衡時三力必須共點 (D)物體受三平行力作用而平衡時中央之力必與兩側兩力反向 (E)物體受四力作用而平衡時四力必須共面。答：(A)(B)

4.如圖，三力成平衡狀態，則 (A) $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=0$ (B) $|\vec{F}_1|+|\vec{F}_2|\geq|\vec{F}_3|$ (C) $|\vec{F}_1+\vec{F}_2|=|\vec{F}_3|$ (D) $F_1:F_2:F_3=\sin\theta_1:\sin\theta_2:\sin\theta_3$ (E)三力在同一平面上。答：全

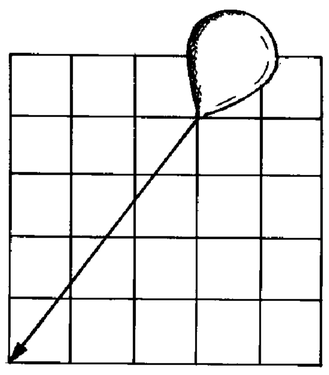


5.有三力 $\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$、$\vec{F}_3$ 皆不爲零，同時作用於物體上一點而使物體平衡，則下列何者可成立？(A)$F_1=F_2=F_3$ (B) $\vec{F}_1=\vec{F}_2=\vec{F}_3$ (C)$F_1>F_2=F_3$ (D)三力必共平面 (E) 三力必可畫成一封閉三角形。答：(A)(C)(D(E)

6.有關靜力平衡觀念之敘述，下列何者正確？（原物靜止）(A)任一物所受外力合力爲零，物體不一定呈現靜平衡 (B)任一物所受外力合力爲零，外力之合力矩爲零，此物始能達成靜平衡 (C)兩力作用同一物體之靜力平衡條件，爲兩力大小相等，方向相反 (D)作用於同一物體的三個不平行同點力，達成靜力平衡條件，爲三力依合力作圖作首尾相接，可構成封閉三角形 (E)物體只受同點力作用，只須外力合力爲零即可構成靜力平衡。答：全

吳錫玠

例22. 氣球受到鉛直向上的空氣浮力、水平向右的風力、細繩的拉力而呈靜止狀態，已知細繩的拉力如附圖所示，每一小方格的邊長代表 5 gw，試回答下列問題：

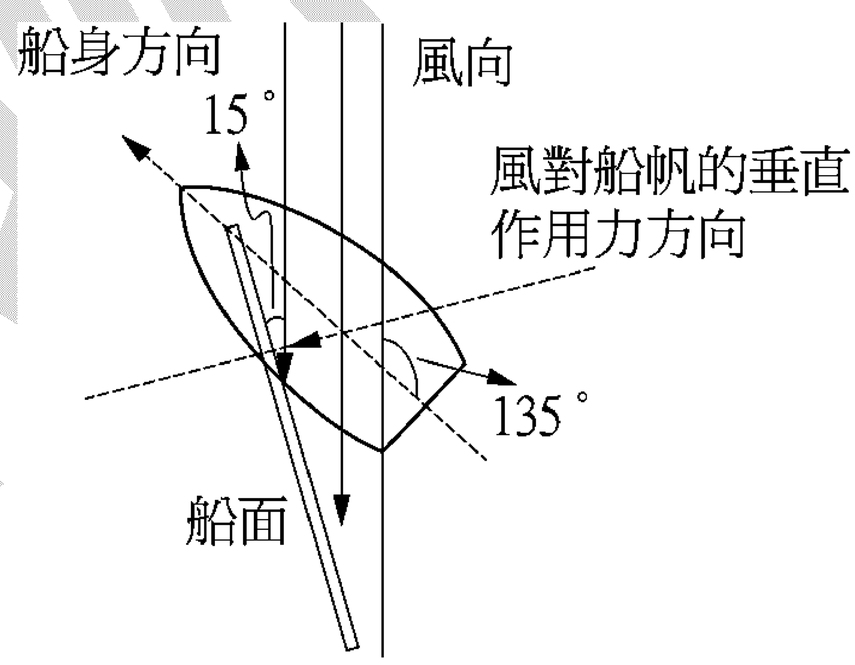


(1)細繩的拉力大小爲_____gw。

(2)水平方向的風力爲_____gw。

(3)氣球向上的空氣浮力_____gw。答：(1)25；(2)15；(3)20

例23. 附圖爲帆船在靜止水面上逆風航行的示意圖。風向和船身方向夾角爲135°，帆面的方向可以調整，圖中帆面和風向夾成15°，風對船帆的作用力係垂直帆面，若其量值爲 F，則使船前進的作用力大小爲何？答：F / 2

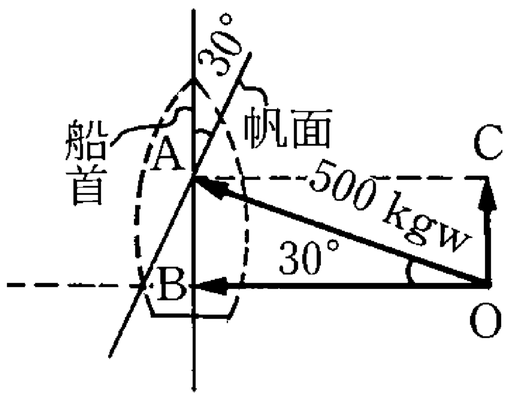


例24. 有 5gw、10gw、15gw、20gw、30gw 等五個力同時作用於物體上某一點而呈平衡，則 5gw、10gw、15gw、20gw 四力的合力大小爲 (A)50gw (B)40gw (C)30gw (D)10gw (E)條件不足，無法確定 。答：(C)

吳明物理

※家庭作業

1.帆船，帆面和船頭成 30° 角，如風以 500 斤重的力吹向帆面時，風吹船前進的力和使船向一側傾斜的力各爲若干？答：(1)250 kgw；(2)250 kgw

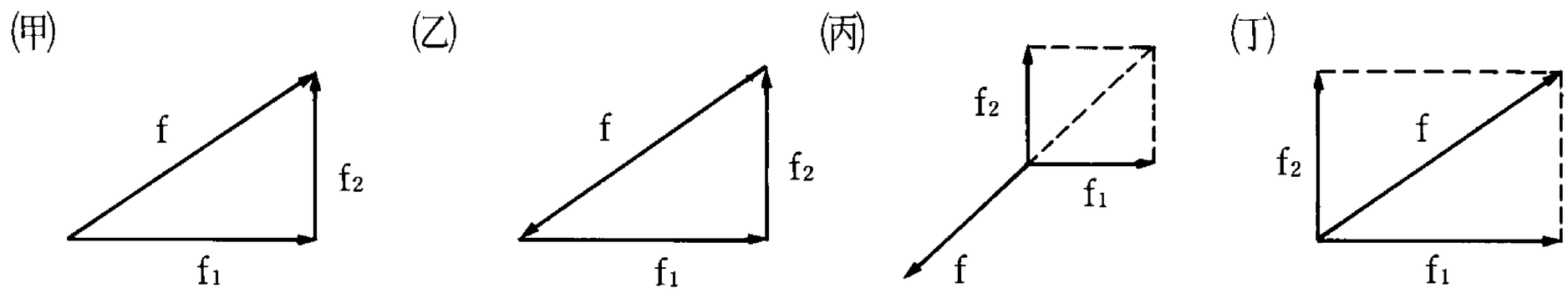


2.有三力同時作用於一物體，而產生靜力平衡，已知其中兩力分別爲 $\vec{F}_1 = 10\vec{i} - 4\vec{j}$ 與 $\vec{F}_2 = 17\vec{i} + 2\vec{j}$ ，以牛頓爲單位，則第三力爲下列何者？ (A) $\vec{F}_3 = 27\vec{i} - 2\vec{j}$ (B) $\vec{F}_3 = 2\vec{i} - 27\vec{j}$ (C) $\vec{F}_3 = 27\vec{i} + 2\vec{j}$ (D) $\vec{F}_3 = 7\vec{i} + 2\vec{j}$ (E) $\vec{F}_3 = -27\vec{i} + 2\vec{j}$ 。答：(E)

3.某物體在光滑水平面上同時受三個水平力而等速運動，已知其中兩力大小皆爲 F，夾角爲 120°，則第三力之大小爲： (A)條件不足 (B)F (C)2F (D)$\sqrt{3}$ F (E)$\sqrt{2}$ F 。答：(B)

4.甲、乙、丙三個固定的點電荷以庫侖力交互作用。已知甲受的合力爲 $2\vec{i}$ 牛頓，乙受的合力爲 $-3\vec{j}$ 牛頓，其中 $\vec{i}$ 與 $\vec{j}$ 分別代表沿 +x 軸與 +y 軸之單位向量；則丙受的合力爲_____。【86.日大】答：$-2\vec{i}+3\vec{j}$

5. f 爲 f_1 和 f_2 之合力，用作圖法表示此三力，下列何組正確？
(A)(甲)(乙) (B)(乙)(丙) (C)(甲)(丁) (D)(丙)(丁)。



答：(C)

6.下列哪三個力(單位爲 kgw)可調整力的方向而使合力爲零？ (A)6，9，16 (B)12，16，21 (C)3，4，9 (D)100，150，400 (E)20，12，33 。答：(B)

7.若二力反向合力爲 2 公斤重，相互垂直時合力爲 10 公斤重，則此二力的大小分別爲 (A)4 及 6 (B)5 及 7 (C)6 及 8 (D)7 及 9 公斤重。答：(C)

觀念四　共點力的平衡

靜力平衡的解題步驟：

一、目標：

1. 有了受力目標，才能確認目標受哪些力以及力的方向。

2. 一個複雜的題目往往可以有多種目標的選擇方式，選擇適當的目標可以簡化解題的過程。

二、力：

1. 確認力的大小、方向、施力點。

2. 要直接不要間接：只考慮直接作用在目標上的力(包含接觸力&超距力)，其餘皆不考慮。

3. 要外力不要內力：因內力必成對存在(作用&反作用)，會彼此抵銷。

三、平衡：

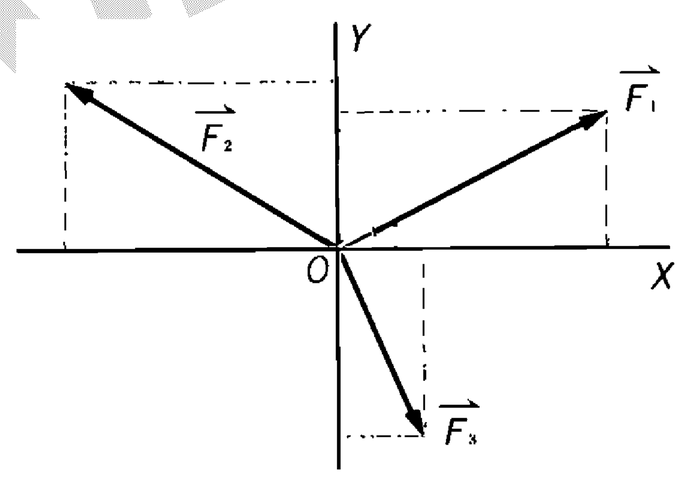
1. 移動平衡：物體所受之”合力為零”

2. 轉動平衡：物體所受之”合力矩為零”

四、合力的處理方法：

1. 分解法：

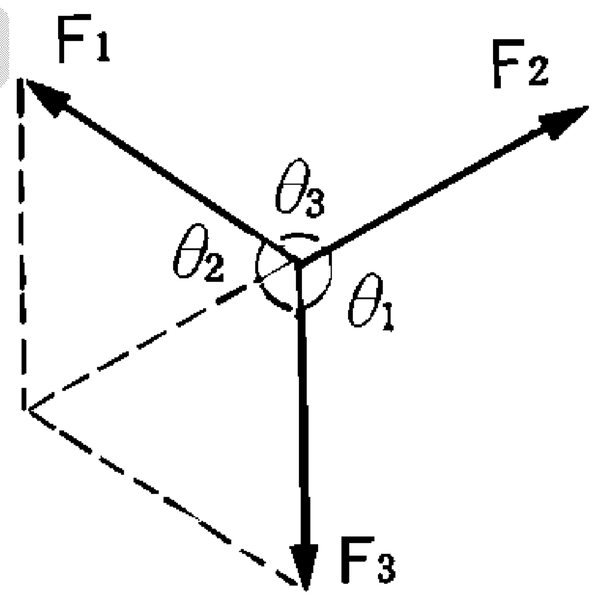
(1)將物體所受的力都分解在 x、y 方向上。

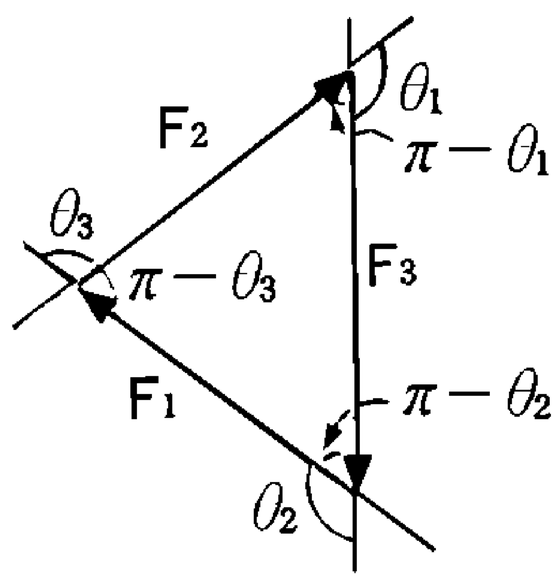


(2) $\begin{cases} \text{水平分力之和爲零：} \vec{F}_{1x}+\vec{F}_{2x}+\vec{F}_{3x}=0 \\ \text{垂直分力之和爲零：} \vec{F}_{1y}+\vec{F}_{2y}+\vec{F}_{3y}=0 \end{cases}$

2. 用拉密定律(正弦定理)解三力平衡：

$$\frac{F_1}{\sin\theta_1}=\frac{F_2}{\sin\theta_2}=\frac{F_3}{\sin\theta_3}$$





3. 向量法：

因合力 $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots=0$

各力經平移後必可組成封閉的多邊形

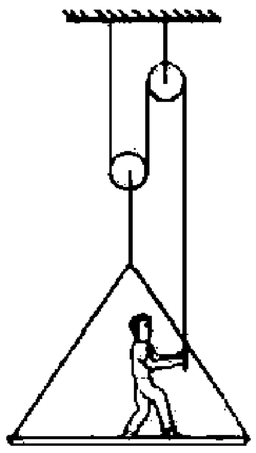
例25. 一人重 60 公斤站在一重 30 公斤之平台上，垂直拉下一繞過滑輪之繩索(如圖)，設滑輪繩索之摩擦與質量可略去不計，則

(1)此人至少要施力多少始能將平台拉起？

(A)90 公斤 (B)60 公斤 (C)45 公斤 (D)30 公斤。

(2)平台對人的作用力是多少公斤重？ (A)0 (B)15 (C)30 (D)60 (E)90 。

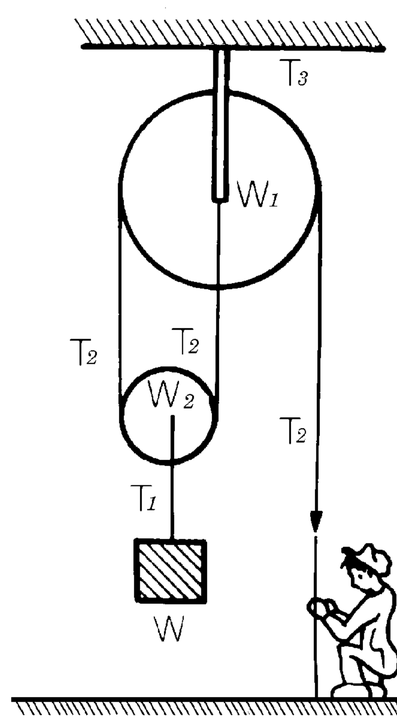
【69 年大學聯考】答：(1)(D)；(2)(C)



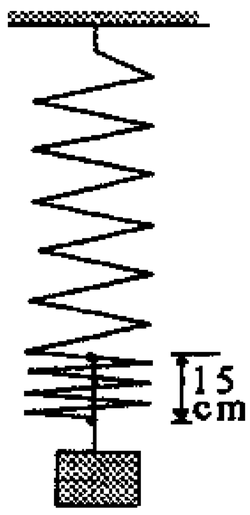
例26. 如圖所示圖中之裝置不計摩擦力，繩重也可略去，定滑輪重 W_1，動滑輪重 W_2，吊重物 W，當平衡時

(1)下方繩子張力 T_1 ＝？(2) T_2 ＝？(3)上方繩子之張力 T_3 ＝？

答：(1) W ；(2) $\frac{W+W_2}{2}$ ；(3) $\frac{3}{2}(W+W_2)+W_1$



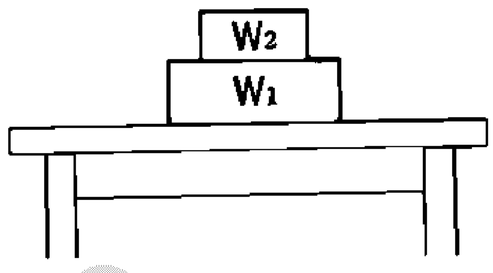
例27. 如右圖所示，一鉛直懸掛的輕彈簧下端掛有一重為 100N 的物體。已知彈簧的自然長度為 60cm，力常數為 600N/m，今將彈簧底部佔三分之一全長的部分，以一 15cm 的輕繩兩端分別扣住，使此部份的彈簧長度不能再行伸長，則在此情況下，彈簧的全長為_____cm，又繩子的張力為_____N。【1999 奧林匹亞初選】答：66，190



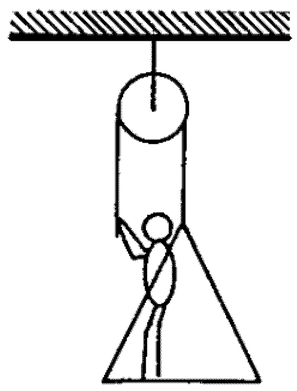
吳錫玠物理

※家庭作業

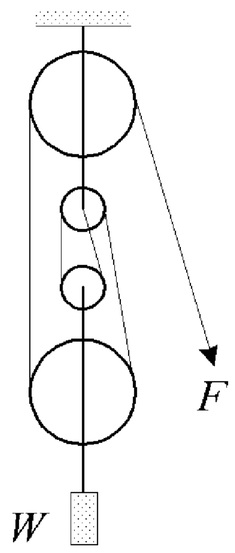
1.如圖，重物 W1 及 W2 重疊置於桌面上，試分析物體 W1 所受之力的來源及量值。W2 及桌子又如何？



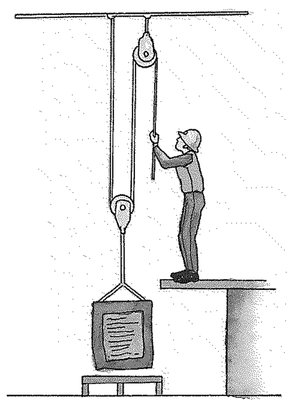
2.一人重 60 公斤站在一重 30 公斤之平台上，垂直拉下一繞過滑輪之繩索（ 如附圖 ）。設滑輪之摩擦力及繩索之質量可略而不計，則此人至少要施力多少始能將平台拉起 (A)90 (B)60 (C)45 (D)30 (E)15 公斤重。答：(C)



3.右圖中，利用動滑輪組支撐重量 W 的物體，若不計滑輪的重量與阻力作用，則 $\frac{W}{F}$ 的比值為 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)8。答：(D)



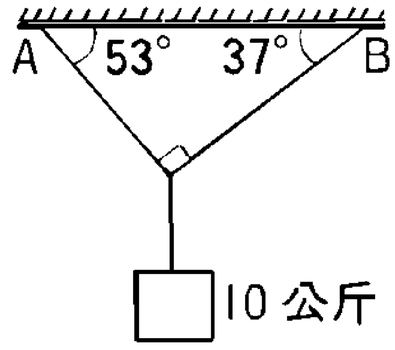
4.如圖所示，一人利用一條細繩及光滑的兩滑輪，欲將一木箱自地面緩緩吊起，若木箱與滑輪質量分別為 175 公斤及 25 公斤，則此人拉力最小需多少方能吊起木箱？（ $g=9.8m/s^2$ ，細繩質量及滑輪摩擦可以不計）答：100kgw



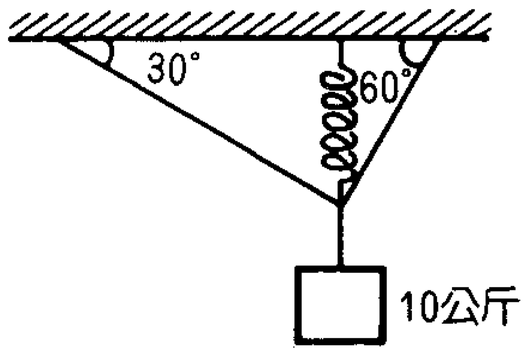
5.北一中山比一比

北一女生不回頭，長髮飄飄夢中遊。中山女生不回頭，看著背影就想摟。
北一女生一回頭，宿舍男生齊跳樓。中山女生一回頭，傾倒整個男生樓。
北一女生二回頭，不愛美女愛猿猴。中山女生二回頭，中國小姐皆淚流。
北一女生三回頭，嚇死田中九頭牛。中山女生三回頭，路上汽車亂碰頭。
北一女生四回頭，光復大陸不用愁。中山女生四回頭，日本辣妹沒看頭。
北一女生五回頭，喬丹飛到外星球。中山女生五回頭，天上牛郎返地球。
北一女生六回頭，牛羊豬狗搖搖頭。中山女生六回頭，耶蘇上帝拍拍手。
北一女生七回頭，哈雷慧星撞地球。中山女生七回頭，廬山瀑布水倒流。
北一女生八回頭，武松醉倒雞尾酒。中山女生八回頭，太監都要抖一抖。
北一女生九回頭，共軍屁滾又尿流。中山女生九回頭，威而鋼丟垃圾筒。
北一女生十回頭，人類發展到盡頭。中山女生十回頭，鐵達尼號繼續游。(轉貼)

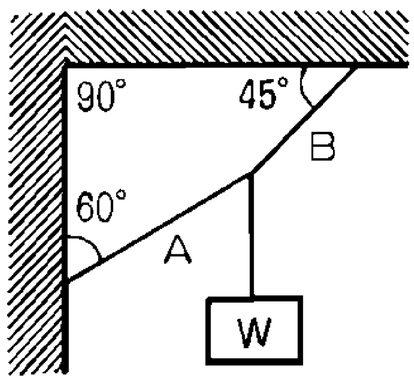
例28. 如圖一重爲 10kg 的物體掛在一繩上某點，恰可使之靜止不動，則繩作用於 A、B 兩點的張力各爲多少 kgw？答：8kcw；6kgw



例29. 一物重 10 公斤重，以細繩及彈簧吊起平衡如右圖。設彈簧原長 1.5 公分，彈力常數爲 7840 牛頓/公尺，細繩較長者長度爲 4 公分，則較長細繩上之張力爲 (A)3 (B) $3\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{2}$ (E) $6\sqrt{3}$ 公斤重 。【70 日大】答：(A)



例30. 如右圖之 A、B 兩繩懸吊一重物(重量爲 W)而成平衡狀態。設繩上之張力大小各爲 TA 及 TB，則下列關係中何者正確？
(A) $2T_B > 3T_A$ (B) $T_B > T_A$ (C) $T_A > 2W$ (D) $2W > T_B$ (E) $T_A + T_B > 10W$ 。【67 日大】答：(B)(C)



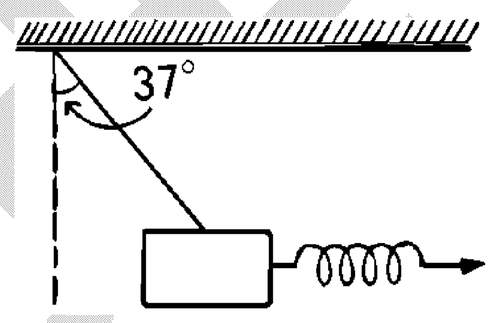
吳錫玠物理

※家庭作業

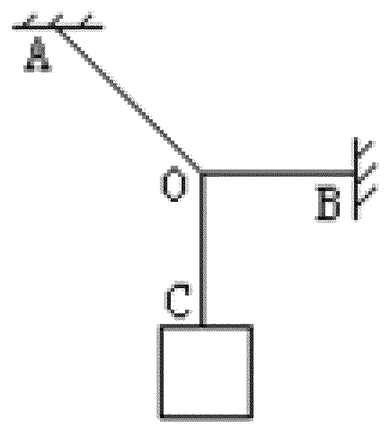
1.有一粗繩長 L，下端懸一重物 W，上端固定，另用一細繩綁於粗繩之中央，施以 $\frac{3}{4}W$ 的水平力拉細繩，則重物被拉升之最大高度為

(A)$\frac{L}{5}$ (B)$\frac{L}{10}$ (C)$\frac{L}{15}$ (D)$\frac{L}{20}$ (E)$\frac{L}{25}$。答：(B)

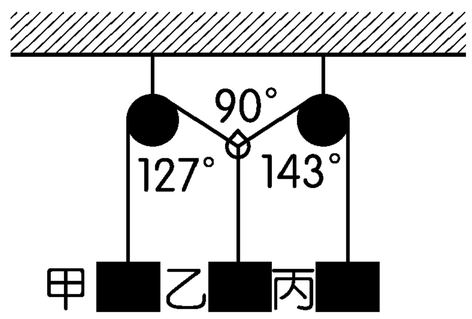
2.如右圖所示，60 公斤重的物體用細繩懸於天花板上，物體一側與力常數為 1500kgw/m 的彈簧相連，彈簧質量可不計，施一水平外力於彈簧上，使繩與鉛直線夾 37°，則彈簧的伸長量為 (A)3.0 公分 (B)4.0 公分 (C)4.5 公分 (D)5.0 公分 。答：(A)



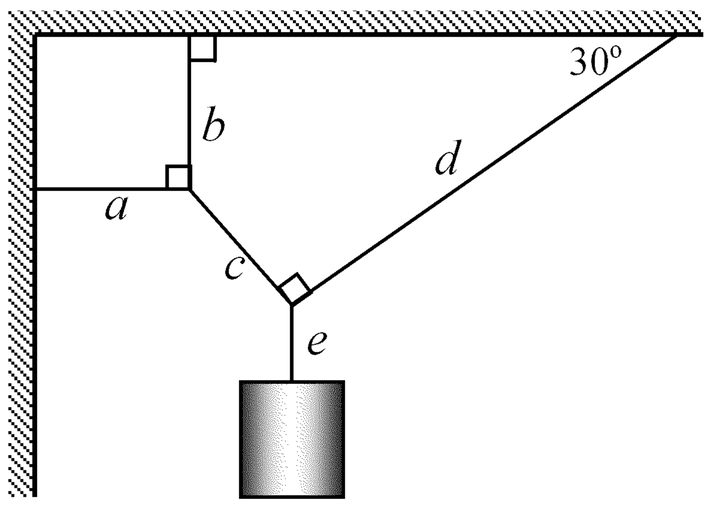
3.三段不可伸長的細繩 OA、OB、OC 能承受的最大拉力相同，它們共同懸掛一重物，如圖所示，其中 OB 是水平的，A 端、B 端固定．若逐漸增加 C 端所掛物體的質量，則最先斷的繩 (A)必定是 OA (B)必定是 OB (C)必定是 OC (D)可能是 OB，也可能是 OC。【1998 大陸高考】答：(A)



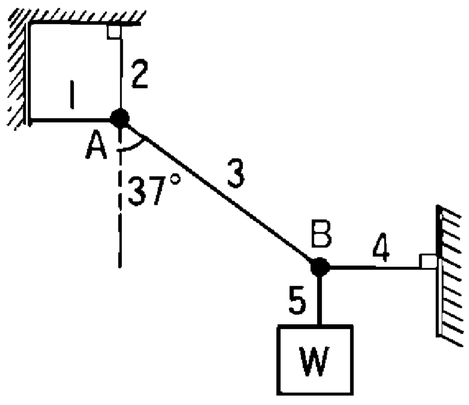
4.甲、乙、丙三個物體在懸線下成靜止平衡，三力的夾角如圖所示。它們的重量大小關係為 (A)丙＞乙＞甲 (B)乙＞丙＞甲 (C)甲＞乙＞丙 (D)甲＞丙＞乙 (E)丙＞甲＞乙。答：(B)



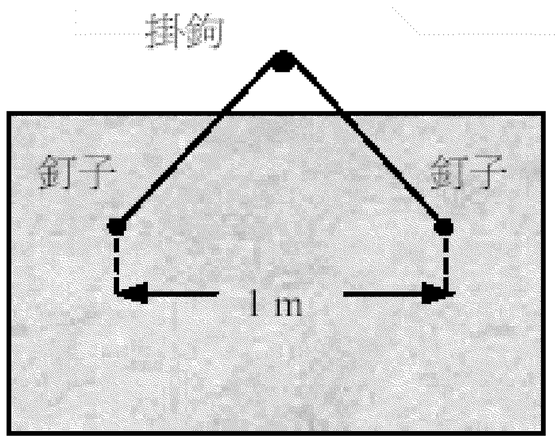
5.如右圖，為 a、b、c、d、e 各 之聯接法，下掛一物體而成平衡，設各繩張力分別為 T_1、T_2、T_3、T_4、T_5，試依大小順序排列之。答：$T_5>T_3>T_2>T_4>T_1$。



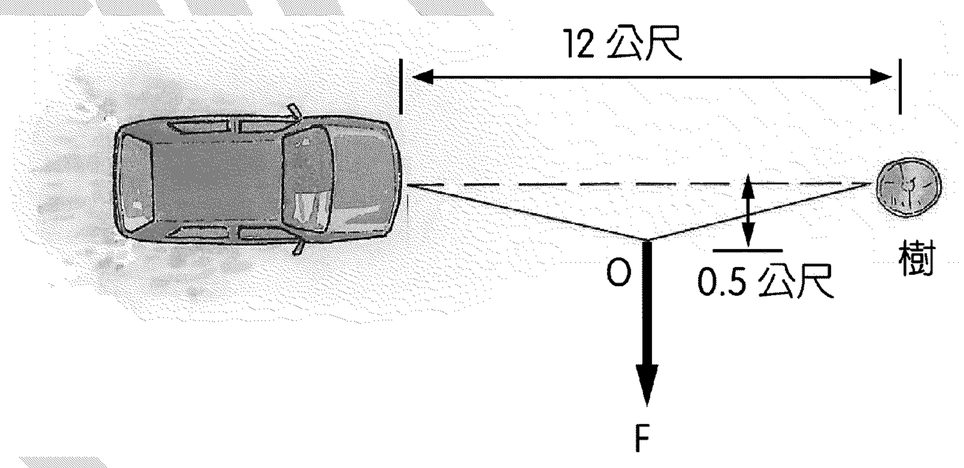
6.平衡系統中，已知繩 1 之張力為 12N，則下列敘述何者正確？ (A)繩 2 的張力為 16N (B)繩 3 的張力為 20N (C)繩 4 的張力為 12N (D)繩 5 的張力為 16N (E)物體重 W=16N 。答：(A)(B)(C)(D)(E)



例31. 小軒要在客廳裏掛上一幅 1 公斤重的畫(含畫框)，畫框的背面有兩個相距 1 公尺、位置固定的釘子。他將畫對稱的掛在牆壁的掛鉤上，掛繩最大可以承受 1 公斤重的張力，掛好後整條細繩呈緊繃的狀態(見右圖)。假設細繩可以承受的最大張力與繩長無關，則細繩最少需要幾公尺才不至於斷掉？ (A)$\frac{2}{\sqrt{3}}$ (B)$\frac{3}{2}$ (C)2 (D)$\frac{5}{2}$ (E)$2\sqrt{3}$ 。【93 指考】答：(A)

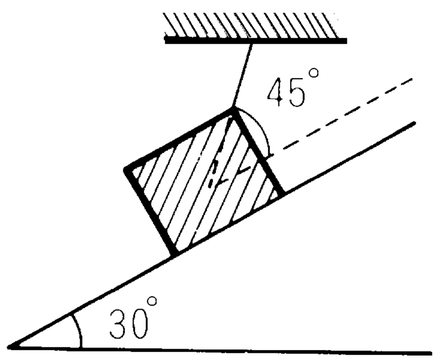


例32. 如圖所示，一部汽車不慎陷於泥淖中，一人要將此車拖出泥淖，他先將長度爲 12 公尺的繩子一端綁在汽車上，另一端綁在旁邊樹幹，然後在繩子中點 O 施一橫向的力 F＝500 牛頓，試求繩子拉汽車的力爲何？答：3000Nt



例33. 如圖所示，物體重 W 置於斜角 30° 之光滑斜面上，經過重心有一繩繫於天花板上，繩與斜面成 45° 角時平衡，則(1)斜面施於物體之反作用力=？(2)繩子張力=？

答：(1)$\frac{(\sqrt{3}-1)W}{2}$；(2)$\frac{W}{\sqrt{2}}$

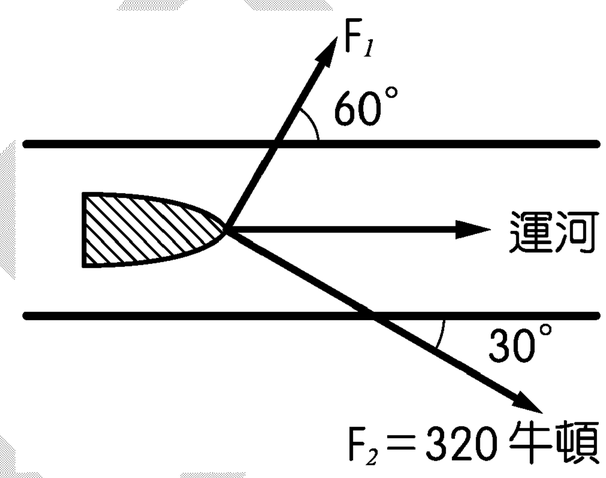


吳錫玠物理

※家庭作業

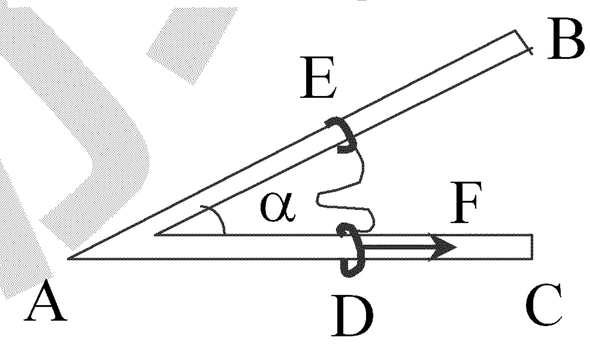
1.兩個大人與一個小孩沿運河拖拉一船，此兩大人的拉力分別為 $F_1=400$ 與 $F_2=320$；F_1 與 F_2 之方向如圖所示。欲保持船在運河中央，小孩所施的拉力及其方向為

(A) $200\sqrt{3}-160$ 牛頓沿 F_1 作用(B) $400\sqrt{3}-320$ 牛頓沿 F_1 作用 (C) $200\sqrt{3}-160$ 牛頓，和運河垂直，向 F_2 一邊 (D) $200\sqrt{3}-160$ 牛頓，和運河垂直，向 F_1 一邊 (E) $400\sqrt{3}-320$ 牛頓沿 F_2 作用。【夜大】答：(C)(E)



2.如圖所示，兩輕環 E 和 D 分別套在光滑桿 AB 和 AC 上，AB 和 AC 夾角固定為 α，E 與 D 用細線連接。一定力 F 沿 AC 方向拉環 D，當兩環平衡時，細線上張力等於

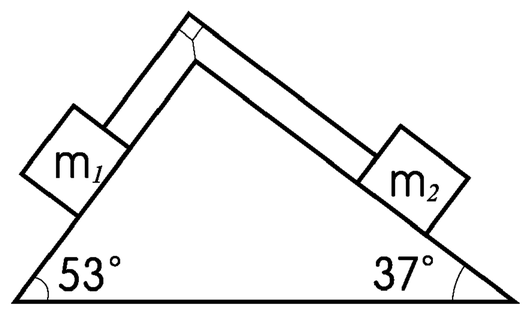
【93 校內初賽】答：$\dfrac{F}{\sin\alpha}$



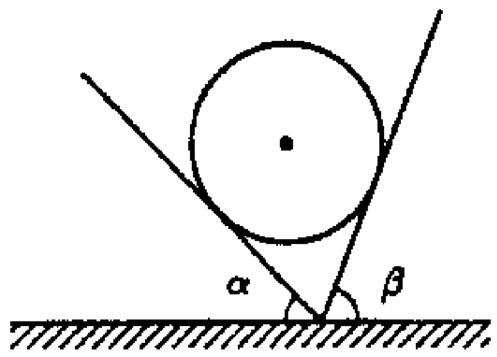
3.長 40 公分之理想彈簧，質量可不計，若一端固定，他端掛以 100 克重物，則伸長 10 公分，然後使彈簧在不伸長之情形下，將其兩端水平掛起，並在其中央懸掛另一物體，若該物體下降 15 公分，則該物體之質量為 (A)300 (B)150 (C)120 (D)100 (E)50 克。答：(C)

4.一條 100 公分長的細繩，在其下端繫上重量大於 30 牛頓的重物會將其扯斷。今若將細繩對摺，並在摺疊處掛上 30 牛頓的重物，而用雙手拉住細繩之兩端，慢慢往左、右兩邊張開，欲使細繩不被扯斷，則細繩之兩端最多可被拉開至相距多少公分？【88 日大】答：$50\sqrt{3}$ cm

5.考慮如圖所示的系統，設各接觸面均無摩擦，若此質量系統保持平衡，則 m1 及 m2 的比值=？答：$\dfrac{3}{4}$

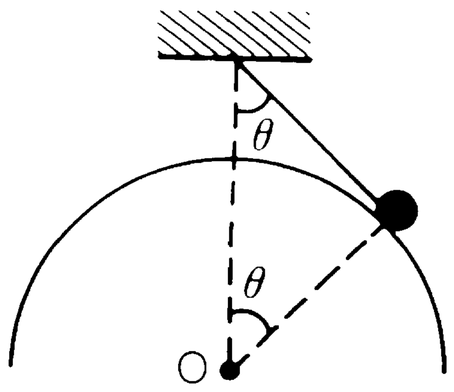


例34. 一均勻圓球置於一水平 V 形槽中，其截面如圖所示。球與槽壁間無摩擦力，則球作用於右壁之力 $\overrightarrow{F_R}$ 與作用於左壁之力 $\overrightarrow{F_L}$ 之量值比值 $\frac{F_R}{F_L}$=？【90 日大】答：$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$

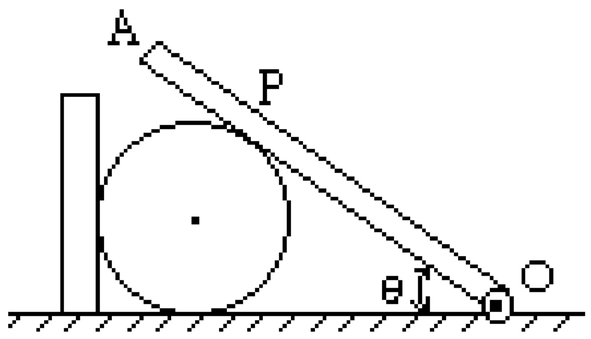


例35. 如圖所示，重量 W 之小球靜置於光滑大球表面，而以輕繩懸掛於大球中心之正上方處，若繩長與大球半徑相等，則平衡時大球對小球之正向力為

(A) $\frac{W}{\sin\theta}$ (B) $\frac{W}{\cos\theta}$ (C) $\frac{W}{2\sin\theta}$ (D) $\frac{W}{2\cos\theta}$ (E) $\frac{W}{\tan\theta}$。答：(D)



例36. 如圖所示，AO 是質量為 m 的均勻細杆，可繞 O 軸在豎直平面內自由轉動。細杆上的 P 點與放在水平桌面上的圓柱體接觸，圓柱體靠在豎直的檔板上而保持平衡。已知杆的傾角為 θ，AP 長度是杆長的 1/4，各處的摩擦都不計，則檔板對圓柱體的作用力=？【1992 大陸高考】答：$\frac{mg\sin 2\theta}{3}$

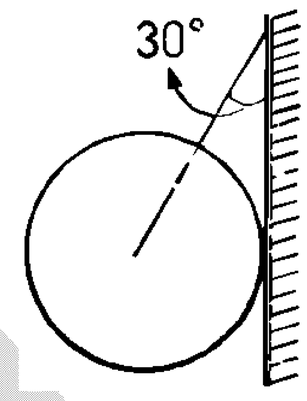


吳錫玠物理

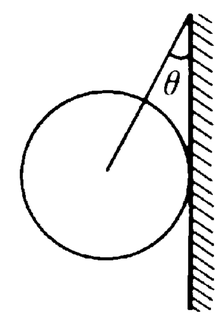
※家庭作業

1.如圖，銅球質量為 10 公斤，懸於光滑鉛直牆上，求：

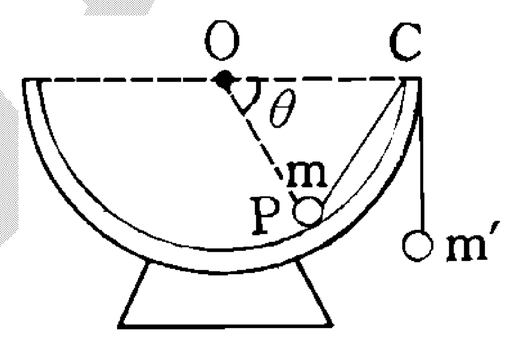
(1)繩上的張力？ (2)牆作用於球的力？ (3)若把繩改短，則(1)(2)之力有何變化？答：(1) $\frac{20}{\sqrt{3}}kgw$ (2) $\frac{10}{\sqrt{3}}kgw$ (3)皆變大



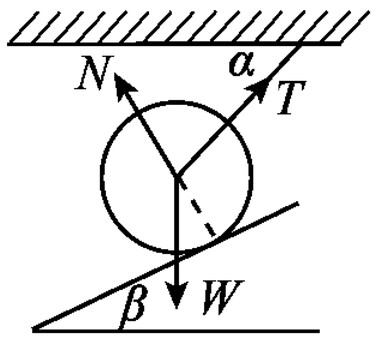
2.如圖，一重為 W，半徑為 R 的均質圓球，由一輕繩吊著，並靠在一光滑的牆壁上，若繩長為 L，且 L=2R，則球作用於牆壁之力為_____。答：$\frac{\sqrt{2}}{4}W$



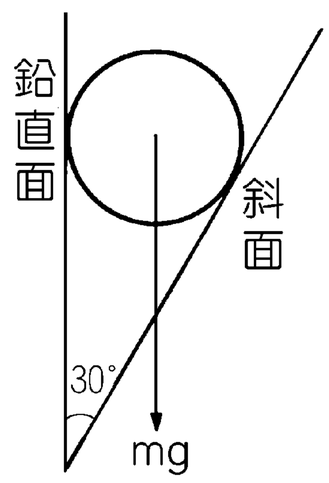
3.輕繩兩端分別繫上 m 與 m'兩質點(體積不計)，m 沿半球形光滑碗面下滑到 P 處而平衡，如右圖，C 處無阻力，$\theta = 60°$。碗對 m 之正壓力為 N，繩張力 T，則 (A)N>T (B)N=T (C)N=m'g (D)m= $\sqrt{3}$ m' (E)N=mg 。答：(B)(C)(D)



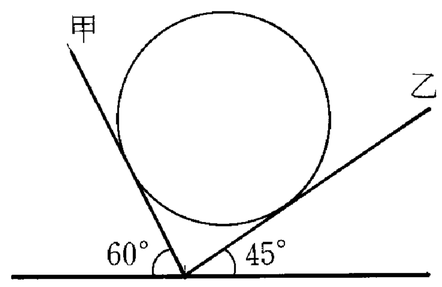
4.一均勻球體以繩懸起，並置於斜面上而呈靜力平衡，α 與 β 角如圖所示($\alpha = 53°$，$\beta = 37°$)，求繩子拉力 T 與斜面給球體正向力 N 之比？(不計任何阻力。) 答：1



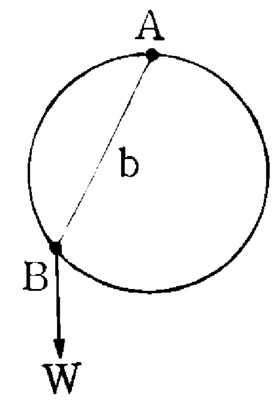
5.如圖所示，質量為 m 之鋼球放置於一為鉛直面，另一為與鉛直面夾角 30° 之斜面間(不計摩擦力)，則 (A)球作用於斜面之作用力為 2mg (B)斜面予球之抗力為 $\sqrt{3}mg$ (C)鉛直面對球之作用力為 $\sqrt{3}mg$ (D)球給予鉛直面之抗力為 2mg (E)作用於球之淨力為 0。答：(A)(C)(E)



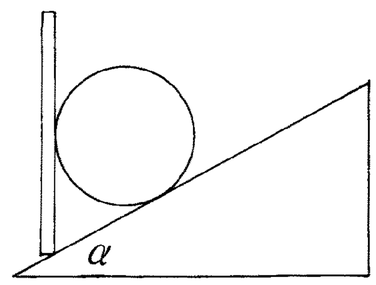
6.重量為 W 之均勻圓球，架在底緣相靠之甲、乙兩光滑平板上，甲板與水平面成 60° 角，乙板與水平面成 45° 角。設板與球間無摩擦力，則甲板施於球的作用力量值 (A) $\frac{3W}{1+2\sqrt{3}}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}W}{1+2\sqrt{3}}$ (C) $(\sqrt{3}-1)W$ (D) $\frac{3\sqrt{2}W}{3+\sqrt{3}}$ (E) $(3-\sqrt{3})W$ 。【78 年大學】答：(C)



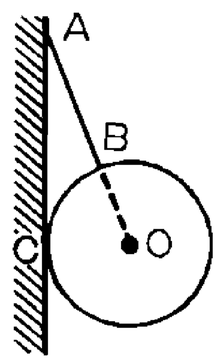
例37. 有一重量 W 的串珠以長 b 的輕繩連結於光滑鉛直圓環(半徑 a)的最高點 A 後，沿圓周滑到 B 點，求繩之張力與圓環對珠之正向力的比值。答：b/a



例38. 小球放在固定的斜面上，如附圖，用一鉛直板擋住，所有接觸處均光滑，球的重量爲 W，則正確的敘述爲： (A)斜面對小球的作用力一定大於 W (B)擋板對小球的作用力一定大於 W (C)當斜角α增加時，斜面對小球的作用力變大 (D)當斜角α增加時，擋板對小球的作用力變大 (E)斜面對小球的作用力方向必與斜面垂直。答：(A)(C)(D)(E)



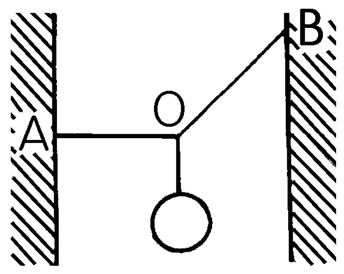
例39. 右圖中，鉛直牆面爲光滑、繩很輕，若球之大小與質量均維持不變，
(1)當繩長 AB 增加時，繩之張力 T 與牆所受之正向力 N 的變化爲 (A)T 變大，N 變小 (B)T 變小，N 變大 (C)T 和 N 都變小 (D)T 和 N 都變大 (E)T、N 均不變。
(2)將牆面逆時針旋轉，求張力&正向力的變化？答：(1)(C)；(2)



吳錫玠

※家庭作業

1.如圖所示，重物 m 懸掛於兩牆之間，保持懸點 O 位置不變，使水平懸線 AO 的固定點逐漸上移，則懸線 AO 的拉力將 (A)不斷增大 (B)不斷減少 (C)先增大後減少 (D)先減少後增大 (E)以上皆非。答：(D)



2.附圖中的裝置已達成平衡，試回答下列問題：

(1)$\theta = 90°$ 時，物體 C 為_____。

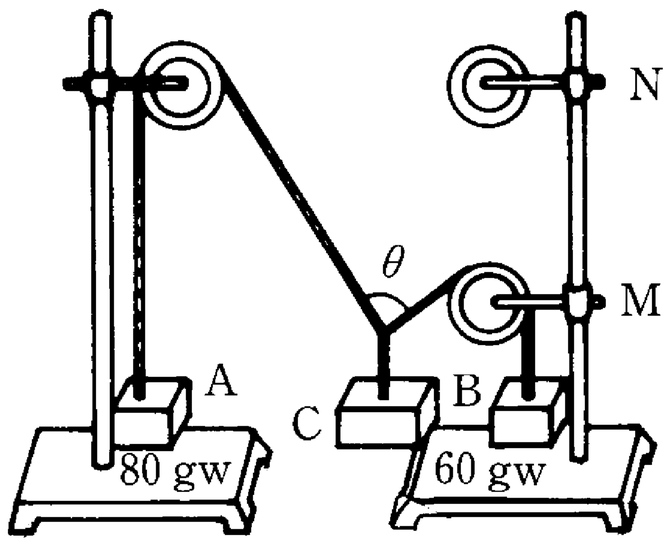
(2)承(1)，若將滑輪 M 移至 N 的位置，則θ(夾角) 將如何變化？答：_____。(填變大、變小或不變)

(3)若將物體 B 增為 70 公克重，則θ(夾角) 如何變化？答：_____。

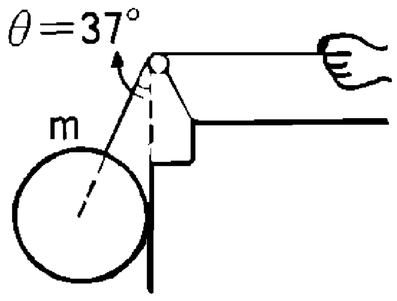
(4)若將物體 C 增為 110 公克重，則θ必_____於 90°。

(5)若 A、B、C 三物體均為 60 公克重，則θ(夾角) 為_____度。

答：(1)100gw；(2)不變；(3)變大；(4)小；(5)120



3.如右圖所示，質量 m 之銅球，以細繩懸靠於一光滑牆面上，繩和鉛直線夾角為 37°，此時繩子張力為 T，將細繩緩慢放開至銅球懸靠牆面繩和鉛直線之夾角為 30°，此時繩子張力為 T'，則 T'：T= (A)3：8 (B)3：4 (C)8：$5\sqrt{3}$ (D)1：1 (E)6：$5\sqrt{3}$ 。答：(C)



4.怎麼安慰小胸部的女友？

跟她說：「沒關係！我也是挺扁的……」

哈哈！一語雙關，這個不錯……

可是，想不到還有更厲害的回答吧！

就我的觀點來看：

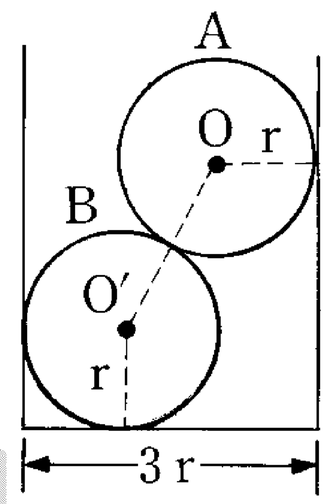
「胸部就算挺扁……

只要臉蛋挺戰……

摸起來也會挺宋啦！」

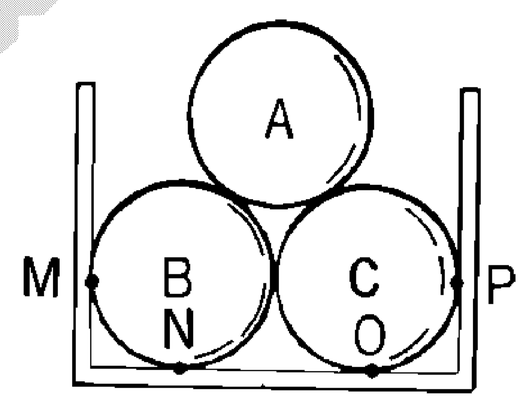
哇~~~~~~~~~~這ㄍ厲害吧！！

例40. 如附圖所示 A，B 兩球均重 W 置於底邊爲 3r(r 爲 A，B 兩球之半徑)之容器中，則下列何者正確？ (A)容器底作用於 B 球之力爲 2W (B)A，B 兩球之相互作用力必在兩球心聯線上 (C)容器兩側對球所施之壓力必相等反向 (D)A，B 間之作用力爲 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ W (E)容器壁對球之壓力爲 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ W。答：(A)(B)(C)(D)(E)

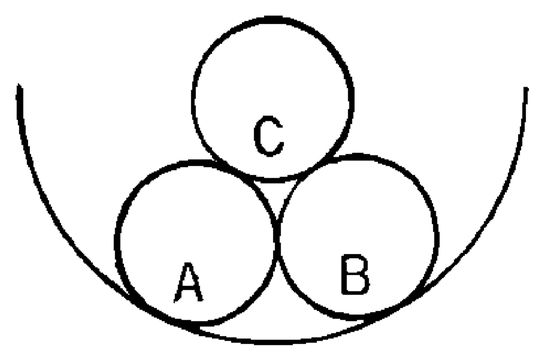


例41. 有大小相等的三個光滑球體 A、B、C，同置於一方箱中如圖所示。若 A 及 B 各重 10kg，C 重 5kg。求此箱中 M、N、O、P 四點上所受之作用力各爲何？

答：M=$\frac{5}{\sqrt{3}}$kgw，P=$\frac{5}{\sqrt{3}}$kgw，N=15kgw，O=10kgw



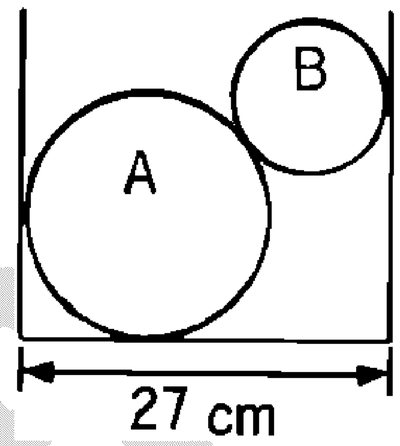
例42. 將三個半徑皆爲 R，質量皆爲 m 的光滑小球靜置於半徑爲 3R 的大碗內，如右圖所示，求：(1)B、C 兩球間之作用力。(2)A、B 兩球間之作用力。(3)A 球作用於碗壁的力。答：(1)$\frac{mg}{\sqrt{3}}$ (2)$\frac{mg}{\sqrt{3}}$ (3)$\sqrt{3}mg$



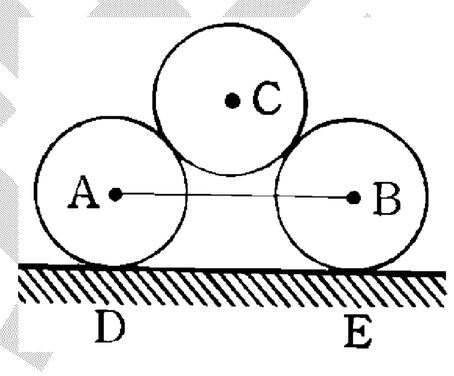
吳錫玠物理

※家庭作業

1.重量爲 4W、W 的 A、B 兩球，半徑分別爲 10cm、5cm 置於底面半徑 13.5cm 之圓柱形容器內而平衡，如右圖所示，若不考慮摩擦力，各接觸面皆先滑，則：(1)兩側面施予球之力？(2)兩球間作用力？(3)容器底給予球的作用力？答：(1)$\frac{4W}{3}$；(2)$\frac{5W}{3}$；(3)5W

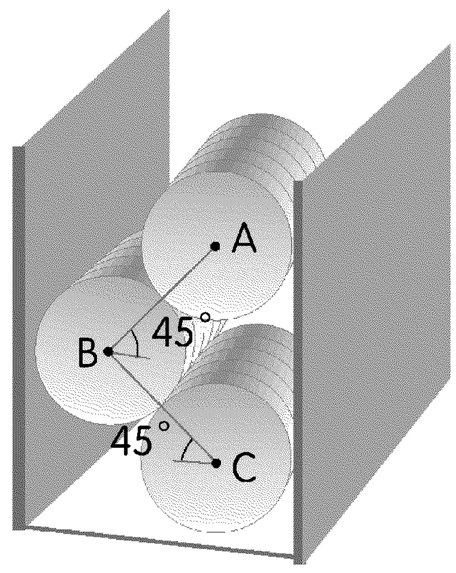


2.(1)如圖所示之 A、B、C 三個金屬光滑圓桶，半徑均爲 60 厘米，今將 A、B 兩桶以一鋼繩連接，鋼繩長 160 厘米，已知 C 桶重 200 牛頓，A、B 兩桶各重 100 牛頓，則作用在連接 A、B 兩桶之鋼繩的張力爲若干？

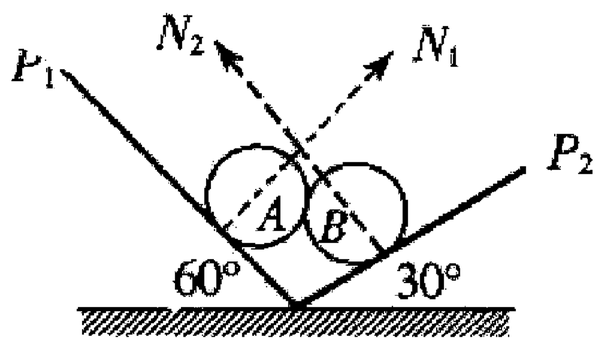


(2)作用於地面 D、E 兩點之力各爲若干？答：$40\sqrt{5}$ Nt；200Nt

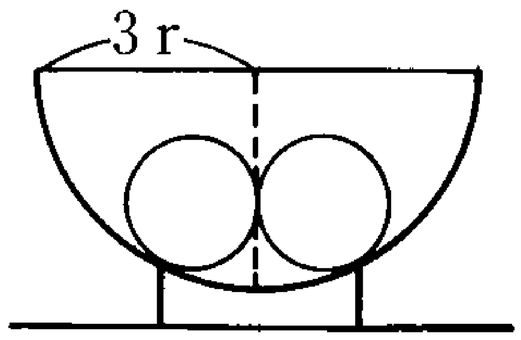
3.三個相同的圓柱體，堆疊在兩道平行的光滑牆面之間，如圖所示。若每一圓柱體質量爲 m，試求圓柱體彼此間的作用力及圓柱體與牆之間的作用力。答：$F_{AB}=\sqrt{2}W$，$N_A=W$，$F_{BC}=2\sqrt{2}W$，$N_B=3W$，$N_C=2W$，$N_{C下}=3W$



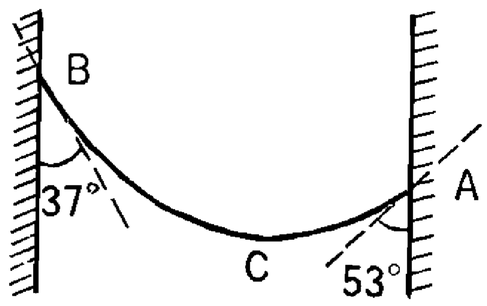
4.如圖當平衡，求 N_1=_____kgw，N_2=_____kgw(A 與 B 等大，質量均爲 100kg 的球，P_1及 P_2 爲光滑平板。)



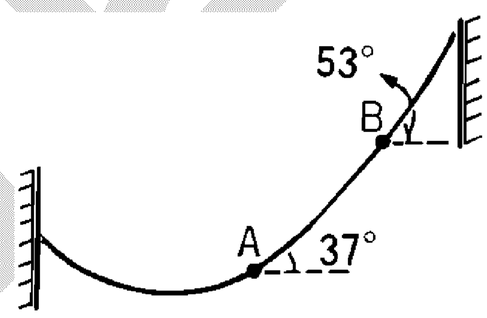
5.右圖光滑半球形碗之半徑 3r，內置二個半徑 r 之光滑小球，球重 W，則當平衡時二球間的相互作用力及球對碗壁之作用力各爲若干？答：$\frac{W}{\sqrt{3}}$；$\frac{2}{\sqrt{3}}W$



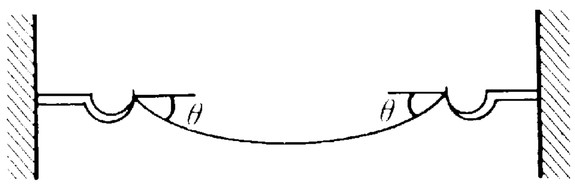
例43. 一柔軟鐵鍊，懸吊於二牆之間，鍊重 W，A 點切線與牆夾角 53°，B 點切線與牆夾角 37°，C 為最低點，則 (A)A 點之張力為 4W/5 (B)B 點之張力為 3W/5 (C)C 點之張力為 W (D)C 點之張力最大 (E)各點張力之水平分量相同。答：(E)



例44. 均勻之粗繩掛在二鉛直壁間，而成平衡如圖。若繩上 A、B 兩點切線與水平夾角分別為 37° 與 53°，且 A、B 點間繩重為 W，則此繩最低點之張力為若干？答：$\frac{12}{7}W$



例45. 有一重 W 之鐵鏈，掛於同高之兩鉤間。



(1)如圖所示，鏈每端均與水平成 θ 角，則鏈繩作用於左鉤力大小如何？

(A)$\frac{W}{2}\sin\theta$ (B)$\frac{W}{2}\cos\theta$ (C)$\frac{W}{2}$ (D)$\frac{W}{2}\csc\theta$ (E)$\frac{W}{2}\cot\theta$。

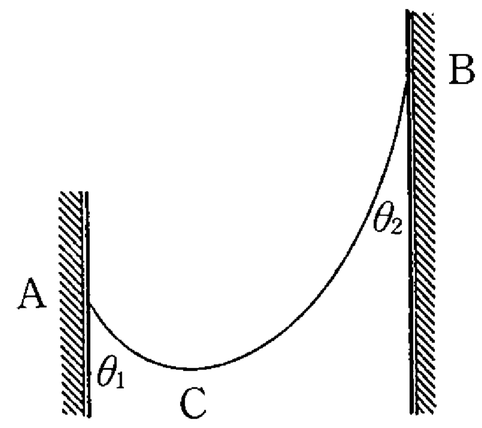
(2)在鏈之最低點，其張力大小如何？

(A)$\frac{W}{2}\sin\theta$ (B)$\frac{W}{2}\cos\theta$ (C)$\frac{W}{2}$ (D)$\frac{W}{2}\csc\theta$ (E)$\frac{W}{2}\cot\theta$。答：(1)(D)；(2)(E)

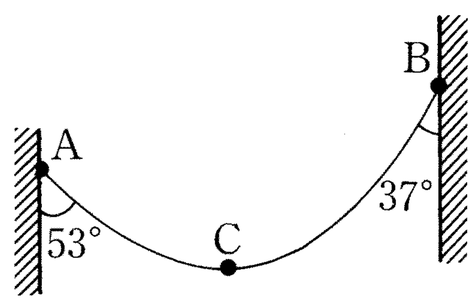
吳錫玠物理

※家庭作業

1.均勻之粗繩，懸掛在兩鉛直牆壁間成平衡，如附圖。若繩的兩端A，B 點繩之切線與鉛直牆夾角各為θ_1及θ_2(B 點較 A 點高)繩的 C 點為最低點，繩上 A、B、C 各點張力依次為T_1，T_2，T_3，下列敘述哪些正確？ (A)$\theta_1 > \theta_2$ (B)T_1最大 (C)T_2最大 (D)T_3最小 (E)任一點張力之水平分量均相同。答：(A)(D)(E)



2.均勻之粗繩懸掛在兩鉛直牆壁間，而成平衡，如圖，若繩的兩端A、B 點繩之切線與鉛直線夾角分別為53°及37°，則正確的敘述為： (A)A 點張力最大 (B)B 點張力最大 (C)C 點張力最小 (D)繩子上各點的張力均相同 (E)繩子上各點張力的水平分量均相同。答：(B)(C)(E)



3.話說灰姑娘成為王子美麗的新娘後，快樂得不得了。

以前的日子，每天要挑水、撿柴、燒飯、洗衣……還常常有一餐沒一餐的，
現在光是伺候她的宮女就有好幾打，而各地進貢的美食和宮廷裡三不五時的聚宴、
御廚精製的滿漢全席、下午茶和消夜，更是讓她吃得痛快不已！
如今算來，灰姑娘嫁入宮中也有幾年了，
王子對她的態度卻越來越冷淡，
常見到他望著宮外的美少女搖頭嘆息，灰姑娘百思不得其解……。

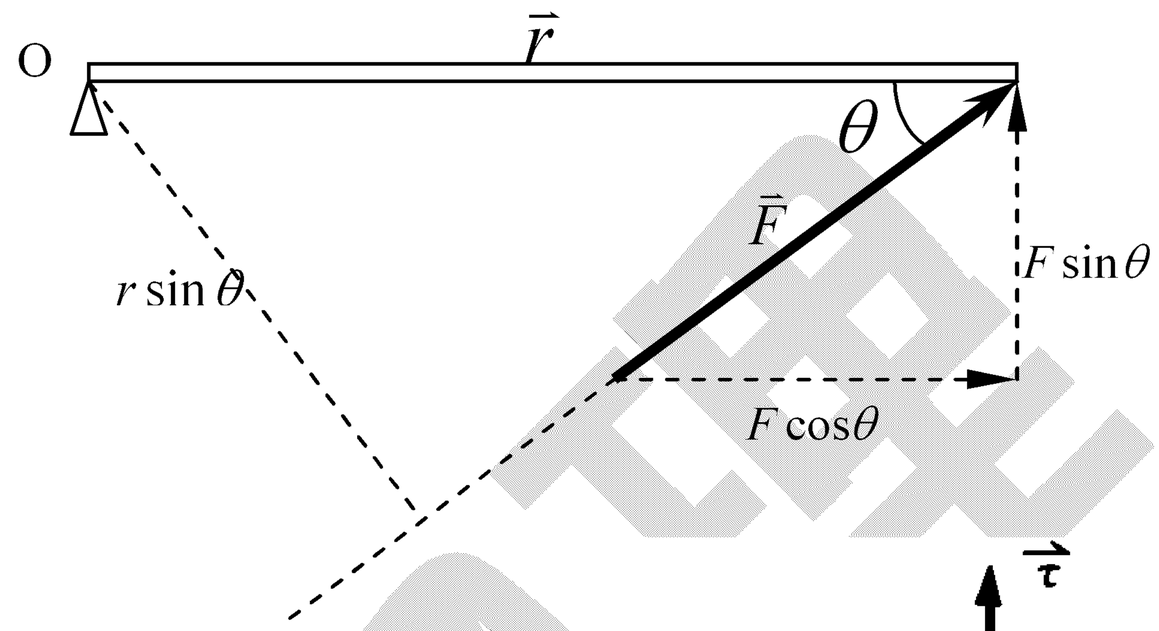
有天，她心血來潮拿出玻璃鞋穿，
不料「鏘」的一聲！鞋子應聲而碎，
灰姑娘趕緊把仙母找來，
仙母見到她後不禁搖頭：「唉，我忘了提醒妳『玻璃鞋限載 100 公斤』……」

原本灰姑娘對此還不以為意，可是後來她實在受不了，
王子打算要新美媚做小老婆！於是下定決心的她，
來到最假女主角瘦身中心。服務小姐便帶她進去一個三溫暖烤箱。
灰姑娘進到裡面，發現已有兩個比自己臃腫的歐巴桑在那兒，便自我介紹：
「妳們好，我是灰姑娘。二位是……？」
「我是睡美人」「我是白雪公主」

觀念五　力矩

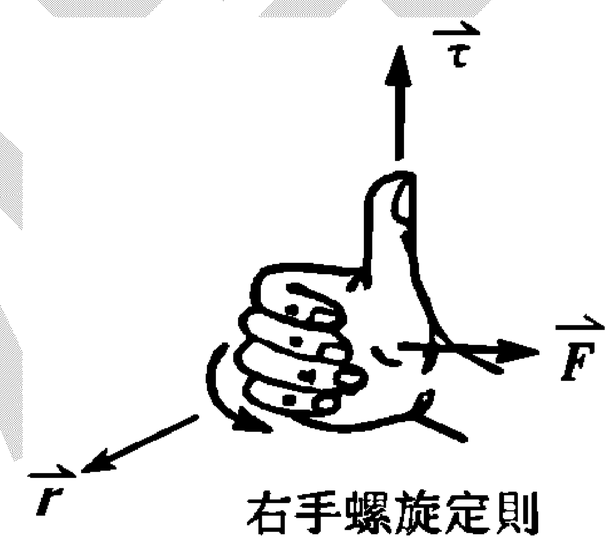
一、力矩：使物體產生轉動的一種作用。

1. 公式：



$$\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \vec{r}_i & \vec{r}_j & \vec{r}_k\\ \vec{F}_i & \vec{F}_j & \vec{F}_k\end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}\tau &= rF\sin\theta\\ &=(r\sin\theta)F=r_{\perp}\cdot F\\ &=r(F\sin\theta)=r\cdot F_{\perp}\end{aligned}$$



※(1)外積的意義：兩向量取垂直的分量相乘

(2) $r\sin\theta$ ：指與 $\vec{F}$ 垂直的有效力臂。

(3) $F\sin\theta$ ：指與 $\vec{r}$ 垂直的有效分力。

2. 方向：

(1)右手螺旋判斷：以右手四指伸直指向 $\vec{r}$ ，然後四指向 $\vec{F}$ 方向彎曲，則拇指所指的方向就是 $\vec{\tau}$ 的方向。

(2)平面上規定(逆時針方向)轉動的力矩為正力矩、(順時針方向轉動)的力矩為負力矩。

3. 單位：牛頓-公尺(Nt-m)

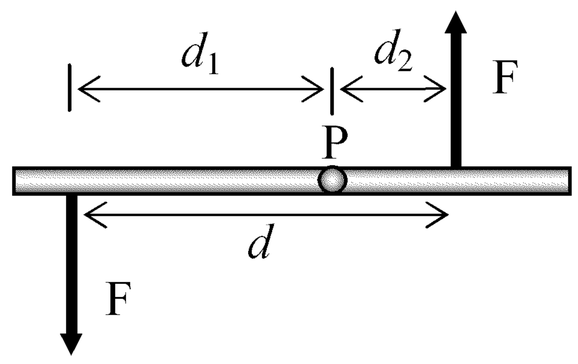
二、力偶

1. 定義：物體受到大小相等、方向相反，而不作用在同一直線上的兩力，此兩作用力稱為力偶。

2. 只有轉動作用，沒有移動的效果。

3. 力偶矩：力偶產生的力矩，$\tau=F\cdot d_1+F\cdot d_2=F\cdot d$

力偶臂：兩力的垂直距離 d



4. 力偶的應用：方向盤、水龍頭…

三、有一天,有一個小弟弟和一個小妹妹在比誰的東西多

小弟弟:怎樣!我有一箱的玩具

小妹妹:哼!算什麼!我有一間房子的玩具

小弟弟(不服氣的說):我有一座山的糖果餅乾

小妹妹:哼!算什麼!我有一座喜馬拉雅山那麼高的糖果餅乾

小弟弟(更不服氣的說):我有一個小雞雞,你有嗎?

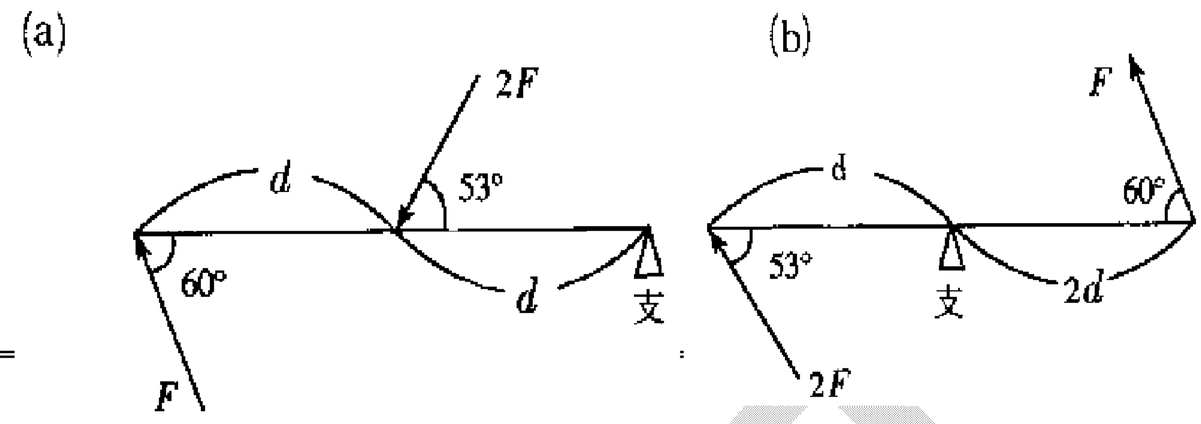
小妹妹:哼!算什麼!我有一間雞舍,可以裝更多的小雞!

吳錫玠物理

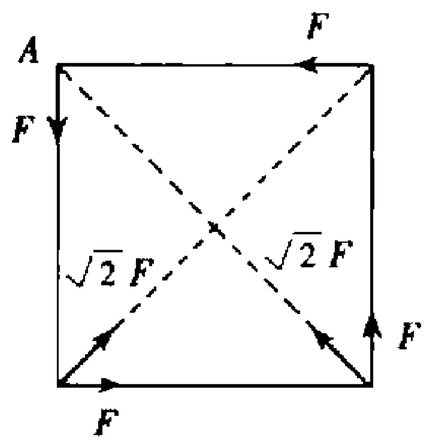
例46. 計算下列各圖之合力矩大小若干？方向如何？

答：(a) $\frac{8}{5}Fd-\sqrt{3}Fd$ 順時針方向；

(b) $\sqrt{3}Fd-\frac{8}{5}Fd$ 逆時針方向



例47. 如圖所示，以正方形(邊長 a)頂點 A 為支點，則此系統之合力矩為若干？答：3aF

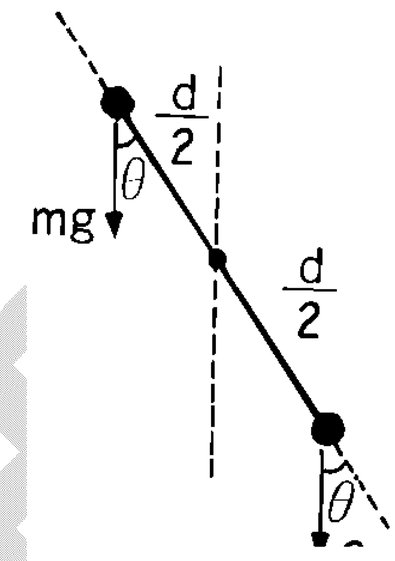


例48. 一物體同時受二力作用，$\vec{F}_1=-3\vec{i}+4\vec{j}$，作用點 $\vec{r}_1=4\vec{i}+3\vec{j}$，$\vec{F}_2=3\vec{i}+3\vec{j}$，作用點 $\vec{r}_2=-3\vec{i}+2\vec{j}$，求：(1）$\vec{\tau}_1$=？$\vec{\tau}_2$ =？（2）合力矩=？答：(1) $\vec{\tau}_1=25\vec{k}$ Nt-m；$\vec{\tau}_2=-15\vec{k}$ Nt-m；(2) $10\vec{k}$ Nt-m

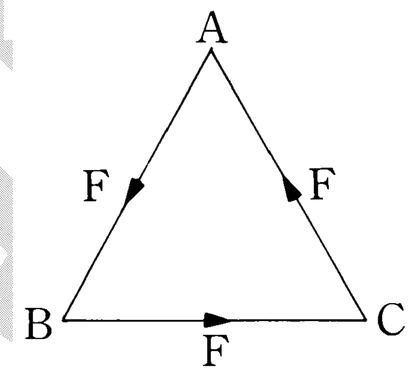
邱銘物理

※家庭作業

1.一長度為 d，質量可以忽略的細桿，其中心點 O 固定，兩端各置有質量為 m 及 2m 的質點；細桿與鉛垂方向夾角為θ，設重力加速度為 g，則重力對 O 點所產生的力矩之量值為若干？【87 日大】答：$\dfrac{mgd\sin\theta}{2}$

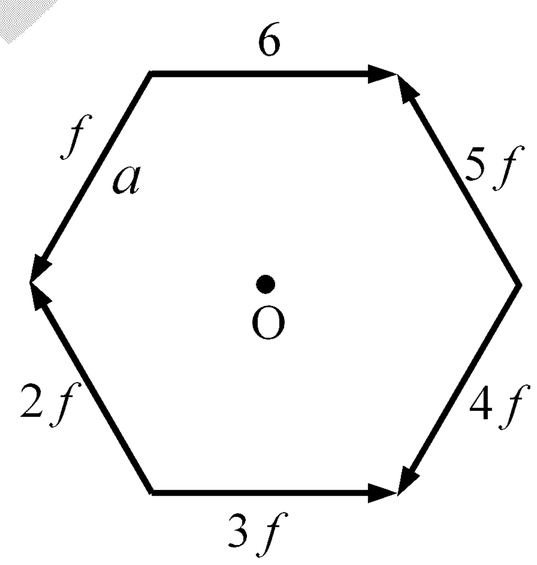


2.大小為 F 的三力分別作用在邊長 a 的三角形頂點上，如圖，則對 C 點的合力矩為何？ (A)0 (B)3Fa (C)$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$Fa (D)$\sqrt{3}$Fa (E)$2\sqrt{3}$Fa。答：(C)

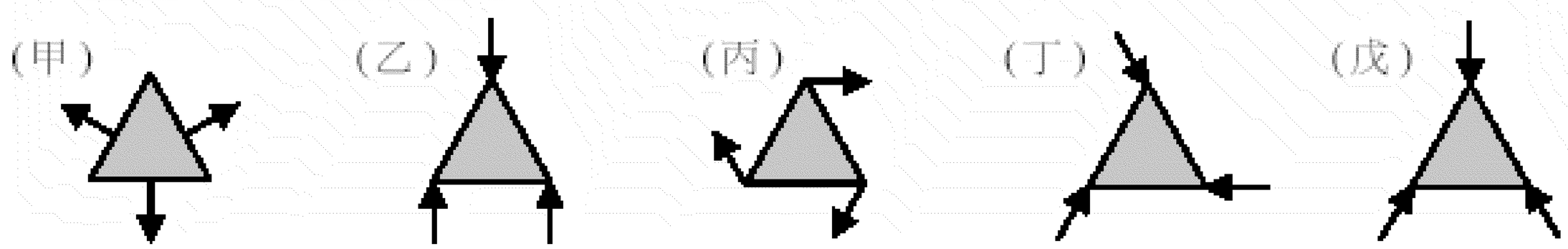


3.如右圖，在正六邊形（邊長為 a）邊上的六個力，對中心 O 點之合力矩為何？

答：$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}af$，順時針



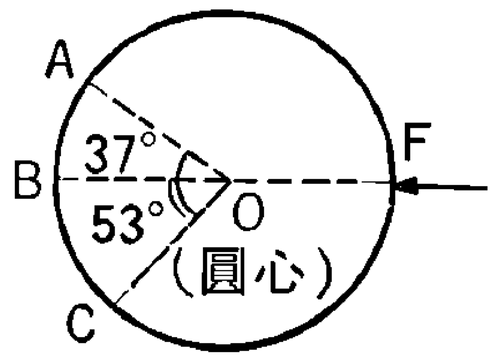
4.在光滑水平面上，有一正三角形的均勻面板，現以如下圖所示的幾種方式施水平力，圖中各力的大小都相等(施力與面板邊緣的夾角為 0°、60°、90°、120°或 150°)。試問下列圖中，哪些施力方式會使面板轉動而不會移動？



(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁 (E)戊 。【94 指考】答：(C)(D)

5.一物體受力 $\vec{F}=-3\vec{i}+4\vec{j}$ 之作用，其作用點的位置向量 $\vec{r}=4\vec{i}+3\vec{j}$；若單位採 M.K.S. 制絕對單位。求該力對原點產生的力矩量值為若干？答：1.25nt-m

例49. 如右圖示以 10 牛頓的力 F 沿圖示之方向作用於半徑 5 公尺之圓盤，則 F 對 A、B、C 三點的力矩其量值各為何？答：30Nt-m，0，40Nt-m

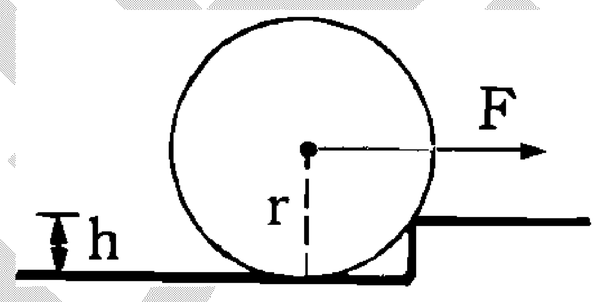


例50. 一輪重 200 公斤，半徑 r=10cm，欲使此輪滾上高 h=4cm 的台階：

(1)最小水平推力為若干？

(2)若此水平力通過輪心，則其最小值為若干？

(3)至少需力若干？答：(1)100kgw；(2) $\frac{800}{3}kgw$；(3)80kgw



例51. 有一左、右臂長分別為 ℓ_1、ℓ_2 的不等臂天平，物置於左盤秤得質量為 m_1，物置於右盤秤得質量為 m_2，則

(1)若秤盤重量可忽略，則物體的真實質量為何？

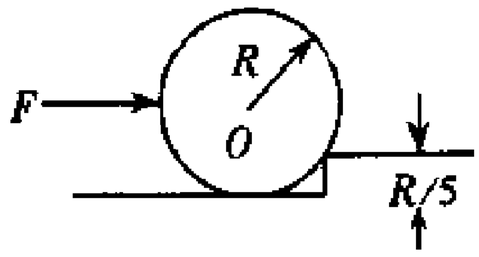
(2)若兩邊秤盤重量相等但不可忽略，則物體的真實質量為何？

(3)若兩邊秤盤重量分別為 m'_L、m'_R，則物體的真實質量為何？

答：(1) $m=\sqrt{m_1\cdot m_2}$；(2) $m=\frac{m_1\ell_2+m_2\ell_1}{\ell_1+\ell_2}$；(3) $m=\frac{m_1\ell_2+m_2\ell_1}{\ell_1+\ell_2}$

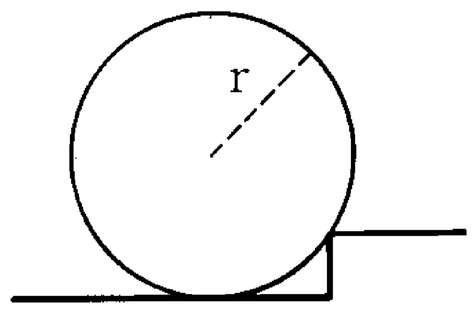
※家庭作業

1.如圖，球重W，半徑 R，球心 O，欲施一力 F 使球滾上一高$\frac{R}{5}$之台階，則 F 之最小值：(A)W (B)$\frac{4}{5}W$ (C)$\frac{5}{4}W$ (D)$\frac{4}{3}W$ (E)$\frac{3}{4}W$。



答：(E)

2.一車輪半徑 r，重量爲 W，若欲使其滾上高度爲$\frac{r}{5}$的台階，如圖，則施力於輪緣所需之最小力爲_____。答：$\frac{3}{10}W$

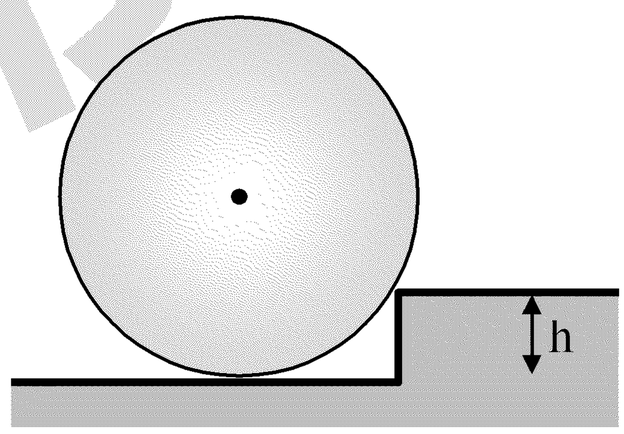


3.欲使車輪升高至高爲 h 之障礙物上方(設 r 爲輪半徑，W 爲輪重量)，則：

(1) 至少需施力？

(2) 若沿水平方向施力於輪軸，則至少須施力？

答：(1)$\frac{W}{2r}\sqrt{h(2r-h)}$；(2)$\frac{W\sqrt{h(2r-h)}}{r-h}$



4.一水平放置之圓柱體半徑爲 R，重爲 75.0kgw，今以通過其中心之方向施一水平推力，使其滾過一台階，若台階高度 h=2R/5，則所需最小推力爲？答：100kgw

5.用一秤盤質量不等之等臂天平稱物。將物置於左右兩盤秤出質分別爲 9.0 克及 4.0 克，則此物之真實質量爲： (A)13 (B)6.5 (C)6 (D)5 (E)36 克。答：(B)

6.有一戶人家的房子要重新粉刷，只請了一位油漆工，由於房子太大了，女主人就跟他說剩下的明天再弄好了，油漆工就回家了。

晚上男主人回來到臥室想開燈不知油漆未乾，不小心在牆壁上留了一個手印。

女主人心想明天油漆工來了，再叫他弄好！！

第二天油漆工一來，女主人馬上跟他說： 我帶你去臥房看我先生昨天摸過的地方！！

油漆工嚇了一跳跟女主人說：我已經有太太了耶！！

女主人:.....

觀念六　靜力平衡的條件

靜力平衡的解題步驟：

一、目標：

1. 有了受力目標，才能確認目標受哪些力以及力的方向。
2. 一個複雜的題目往往可以有多種目標的選擇方式，選擇適當的目標可以簡化解題的過程。

二、力：

1. 確認力的大小、方向、施力點。
2. 要直接不要間接：只考慮直接作用在目標上的力(包含接觸力&超距力)，其餘皆不考慮。
3. 要外力不要內力：因內力必成對存在(作用&反作用)，會彼此抵銷。

三、平衡：

1. 移動平衡：
   (1)條件：物體所受合力為零(向上之力=向下之力，向左之力=向右之力)
   (2)狀態：維持靜止或等速度運動。
2. 轉動平衡：
   (1)條件：物體所受合力矩為零(物體所受順時針方向力矩量值=物體所受逆時針方向力矩量值)
   (2)狀態：維持靜止或等角速度運動。

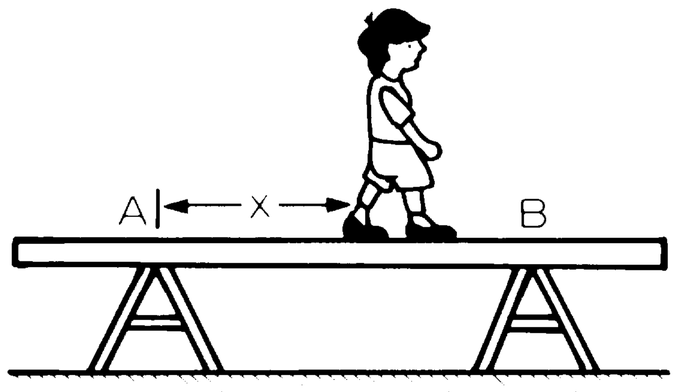
四、其他

1. 力的方向
   (1)正向力：必垂直於接觸面
   (2)摩擦力：必平行於接觸面
   (3)張力：平行於繩子
2. 施力點
   (1)重量：物體的重量可視為集中於重心，一般規則物體的重心就是其幾何中心。
   (2)浮力：作用於物體沉於水下部分的幾何中心
3. 支點
   (1)靜力平衡的物體，不論以何處為支點，合力矩皆為零
   (2)適當的選擇支點(例如讓未知的力通過支點，則未知力產生的力矩為零)，可以簡化解題

哲學物理

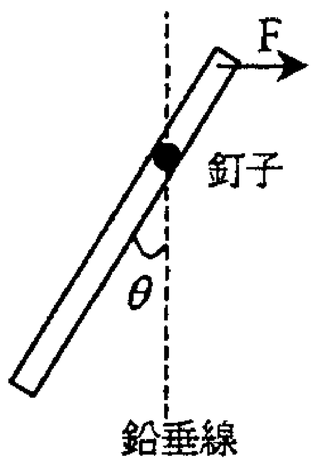
例52. 一均勻重棒長 4 公尺，一端以 A 懸以 10 公斤之重物時，須在離 A 端 1 公尺處提起始能平衡，若在另一端 B 再掛以 40 公斤之重物時，應在何處提起，方能保持棒的平衡？ (A)距 B 端 1.5 公尺 (B)距 B 端 1.2 公尺 (C)距 B 端 1 公尺 (D)距 B 端 0.8 公尺 (E)距 B 端 0.5 公尺 。【68 日大】答：(C)

例53. 如右圖所示，一均勻平板 15 米長重 400N，靜止於相距 8m 對稱之支腳上，有一重 640N 之小孩從 A 開始向右走。



(1)此小孩可自 B 再向外走多遠平板恰欲蹺起
(A)3.5m (B)3m (C)2.5m (D)2m (E)1.5m。
(2)欲使此小孩走至右端端點，而恰欲使板蹺起，則 B 支柱，應移至距右端端點若干米處？(A)3.3 (B)3 (C)2.88 (D)2.5 (E)2 。答：(1)(C)；(2)(C)

例54. 一均勻細桿，長 1 公尺，重量為 W，在距離其上端 25 公分處以一釘子將此細桿釘在鉛直牆面上，使細桿可繞此釘子無摩擦地旋轉。今施一水平力 F 於其上端，使細桿偏離鉛垂線 θ 角($\theta < 90°$)(如圖)，則在平衡時釘子作用在細桿上力之量值為何？【89 日大】答：$W\sec\theta$



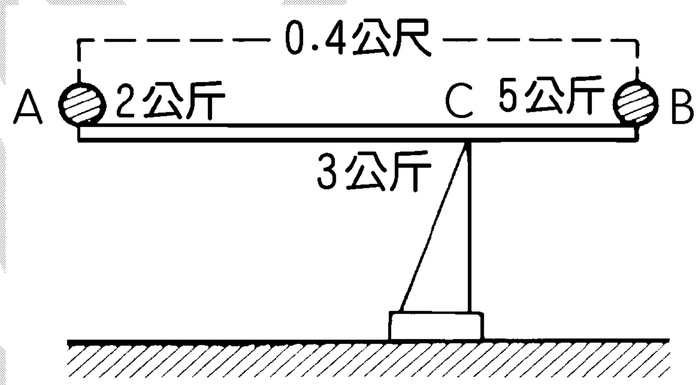
吳錫玠

※家庭作業

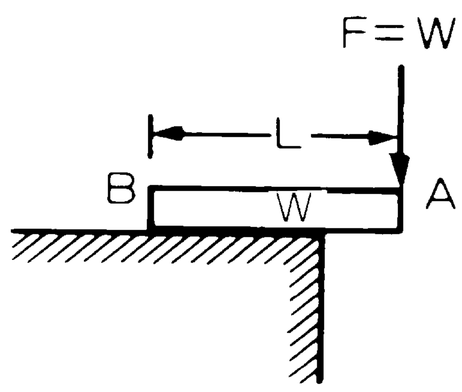
1.下列有關力矩之敘述，何者正確？ (A)合力矩為零時，物體可能繞支軸作等角速度轉動 (B)力矩為純量 (C)力矩須言明對哪一支軸旋轉 (D)兩力均通過支軸，則旋轉力矩與力的大小成正比 (E)物體平衡時以物體任一點為支軸，則總力矩和必為零。答：(A)(C)(E)

2.一均勻重棒長 4m，一端 A 懸以 10kg 之重物時，須在離 A 端 1m 處提起始能平衡，若在另一端 B 再掛以 40kg 之重物時，應在何處提起才能保持棒的平衡？【68 日大】答：距 B 端 1 公尺

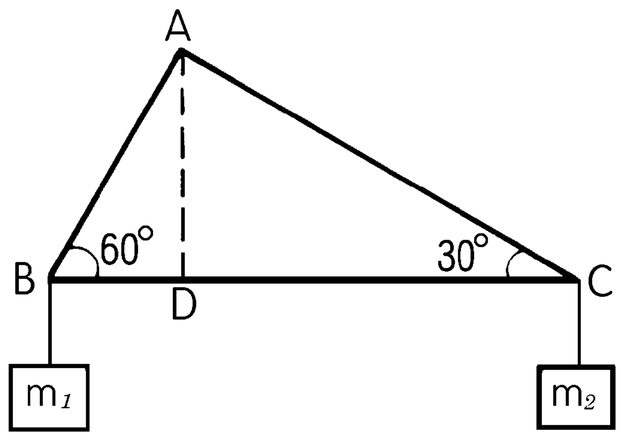
3.如圖所示，長為 0.4 公尺、重為 3 公斤之均勻木板置於支柱上。今於其兩端分別置重為 2 與 5 公斤之物體，若欲使木棒平衡於水平方向，則支點 C 距 A 端為 (A)0.13 (B)0.26 (C)0.2 (D)0.32 (E)0.08 公尺。答：(B)



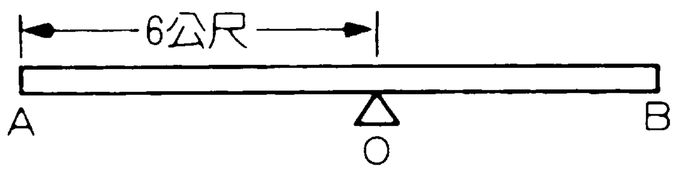
4.如圖所示，一長 L 之均質棒 AB 置於一平臺上，在 A 端施與棒重相同之力，若要保持 B 端與平臺接觸，則 A 端凸出邊緣之最長為 (A)$\frac{L}{2}$ (B)$\frac{L}{3}$ (C)$\frac{L}{4}$ (D)$\frac{L}{5}$ (E)$\frac{L}{6}$。答：(C)



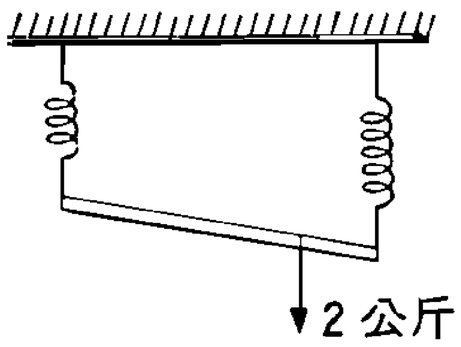
5.如圖所示，質量不計的直角三角形板 ABC 自 A 點懸起，而在 B、C 兩點各掛上質量 m_1、m_2 的物體後，BC 邊呈水平靜止，則 m_1：m_2 之比值為 (A)$\frac{1}{3}$ (B)$\frac{2}{3}$ (C)3 (D)$\frac{3}{2}$ (E)$\frac{4}{3}$。答：(C)



6.如圖所示，均勻木桿長 10 公尺、重 10 公斤，O 點為支點，今有一重量 8 公斤物體置於桿上，恰可令木桿平衡，下列敘述何者正確？ (A)支點受力 18 公斤重 (B)支點受力 9 公斤重 (C)物體應置於支點右方 1.25 公尺處才能平衡 (D)物體應置於支點右方 2.25 公尺處才能平衡 (E)平衡時，系統所受力矩和為 0。答：(A)(C)(E)

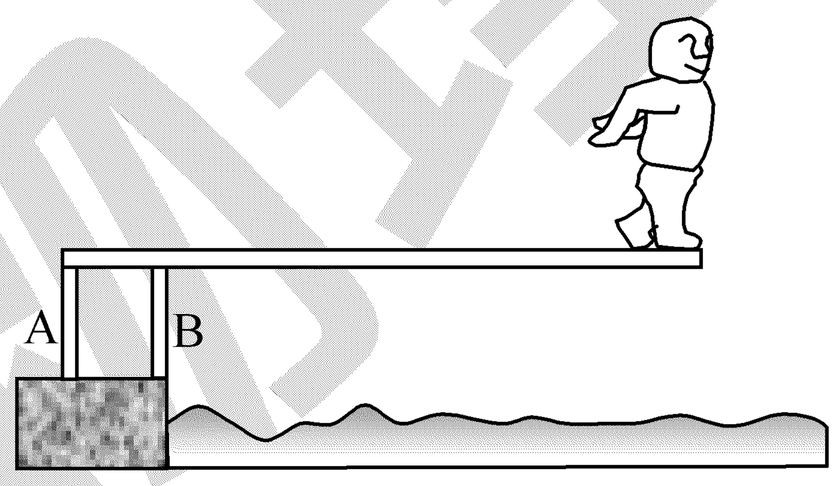


例55. 設有一重 2 公斤之重棒，用兩個相同之彈簧吊起(如右圖)，彈簧之彈力常數爲 400 牛頓/米，重棒之質量中心在離一端 1/3 長度處，則二彈簧伸長長度之差約爲： (A)1.0 厘米 (B)1.6 厘米 (C)3.0 厘米 (D)3.6 厘米 。【69 日大】答：(B)



例56. 如下圖，一跳水選手站在跳板末端，跳板固定在地樁 A 與 B 上，若選手體重爲 60 公斤重，跳板全長 3m 而重量可以不計，兩根地樁間隔爲 50cm，求每一地樁施予跳板的力。

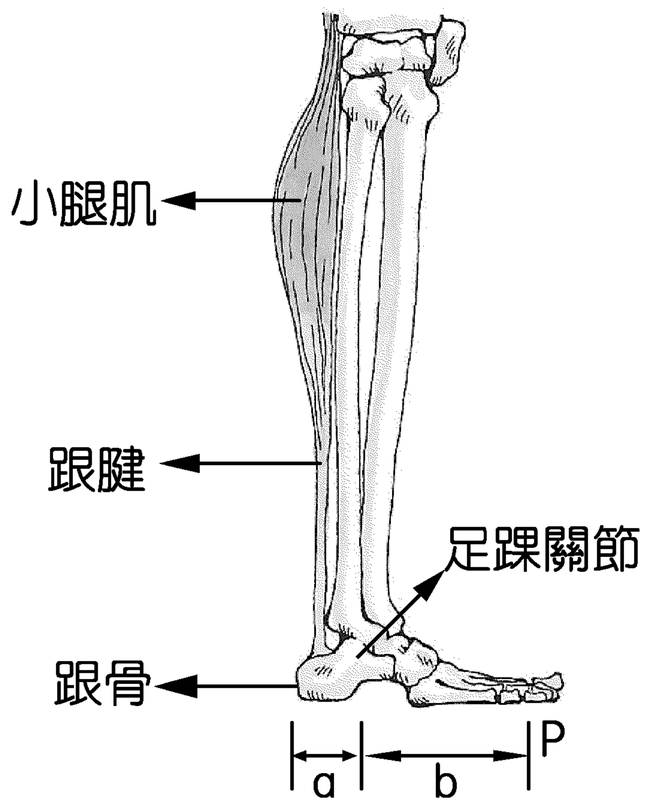
答：$F_A = 300$ 公斤重，$F_B = 360$ 公斤重



例57. 如圖所示爲小腿與腳的解剖圖，圖中小腿肌下端的跟腱與跟骨於 A 點相連接，足踝關節爲 B，一人躡起雙腳腳跟而僅以腳趾 P 著地站立，若人的體重爲 W，a 爲 5 公分，b 爲 15 公分，試求：

(1)跟腱於 A 點的張力。(2)小腿骨作用於足踝關節的力。

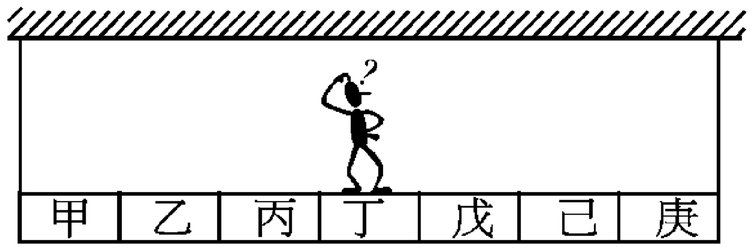
答：(1) $\frac{3}{2}W$ ；(2)2W



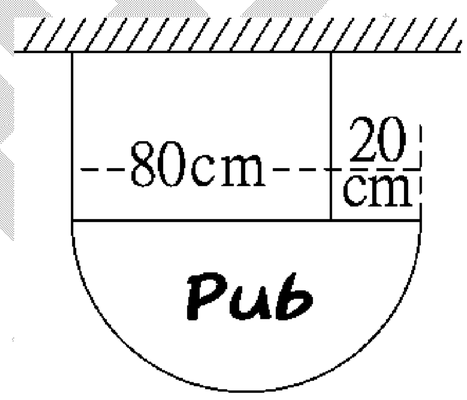
吳錫玠物理

※家庭作業

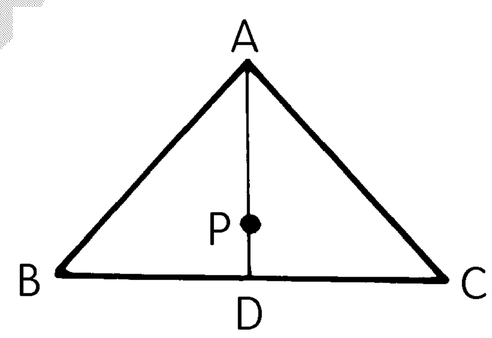
1.如圖所示，用兩條不可伸的繩子，使一質量均勻分布的平台懸吊成水平，平台上甲至庚的每一區塊寬度都相同，平台和繩子的質量可忽略。若張三的體重爲 70 公斤重，而每條繩子最多只能支持 50 公斤重，而張三站在平台上的哪些區塊是安全的？(A)只有丁 (B)只有丙、丁、戊 (C)只有乙、丙、丁、戊、己 (D)所有區塊 。答：(B)



2.一半圓形指示牌，以兩條細繩懸吊於天花板，如附圖，若指示牌的質地均勻，重量爲 W，直徑爲 1 公尺，則右邊細繩上的張力爲多少？ (A)$\frac{1}{4}$W (B)$\frac{2}{5}$W (C)$\frac{1}{2}$W (D)$\frac{5}{8}$W。答：(D)

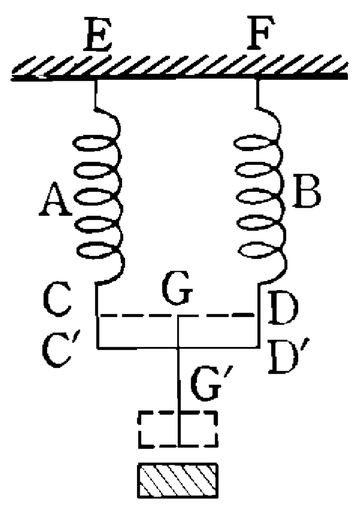


3.如圖所示，ABC 爲一均勻質量之正三角板，水平置於桌面上，由 A、B、C 三腳支持，若 AD 爲中線，且在距 A 點$\frac{5}{6}$AD 之 P 點加重 24kgw 之物，則 A 腳所承受之力量增加 (A)12 (B)8 (C)6 (D)2 (E)4 kgw。答：(E)

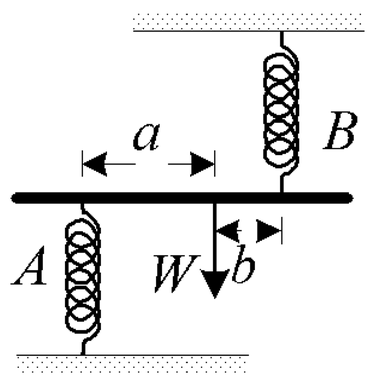


4.有二等長之彈簧 A、B，及一重量 W 之銅塊。當 W 單獨掛在 A 彈簧峙，彈簧伸長 2cm，掛在 B 彈簧時，伸長 1cm。今以一輕桿 CGD 水平繫於兩彈簧之下端，而將 W 懸於桿之 G 點，放手後二彈簧之伸長量恰相等，求：(1)彈簧伸長量。(2)長度亡 CG 及 CD 之比。

答：(1)$\frac{2}{3}$cm；(2)2/3



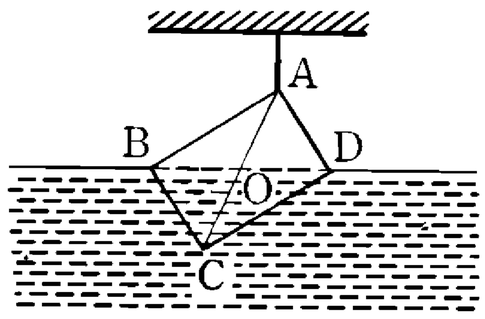
5.將重量 W 的桿子，以兩條彈簧 AB 固定於某高度處，如右圖所示，已知彈簧 A、B 的彈力常數分別爲k_A與k_B，兩彈簧的形變量爲x_A與x_B，則$\frac{x_A}{x_B}$的比值爲(A)$\frac{b}{a}$ (B)$\frac{k_A b}{k_B a}$ (C)$\frac{k_B b}{k_A a}$ (D)$\frac{k_B}{k_A}$ (E)$\frac{k_A}{k_B}$。答：(C)



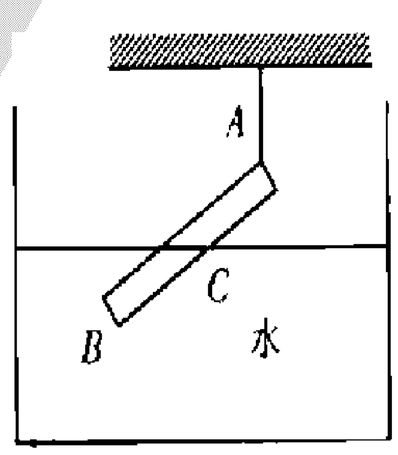
6.一彈簧力常數 0.5kgw/cm；今有一鋁棒 AB 長 60cm，A 端以彈簧鉤之，彈簧伸長 5cm，而 B 端著於地面；易端掛之，彈簧伸長 10cm，則鋁棒重若干？又重心距 A 端多遠？

答：7.5kgw；40cm

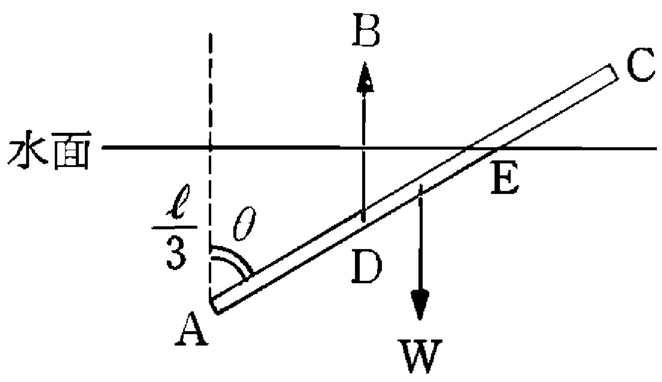
例58. 有一均勻薄板爲長方形，如圖所示將一角以輕繩繫於天花板恰平衡，而薄板之體積有一半露出水面，若此板質量 100 克，求：(1)繩子張力。(2)此板之比重。答：(1)25 克重；(2)$\frac{2}{3}$



例59. AB 木棒重 28kg，如右圖，BC 爲全長的$\frac{3}{5}$倍，浸入水中，則(1)平衡時浮力爲何？(2)木棒密度爲何？。答：(1)20kgw；$0.84\,g/cm^3$



例60. 長ℓ、密度$\frac{4}{9}\,g/cm^3$的均勻木棒可繞水中 A 點自由旋轉，但不能離開 A 點，A 點深度爲$\frac{\ell}{3}$，求平衡時棒與鉛直方向之夾角θ？答：$\theta = 60°$

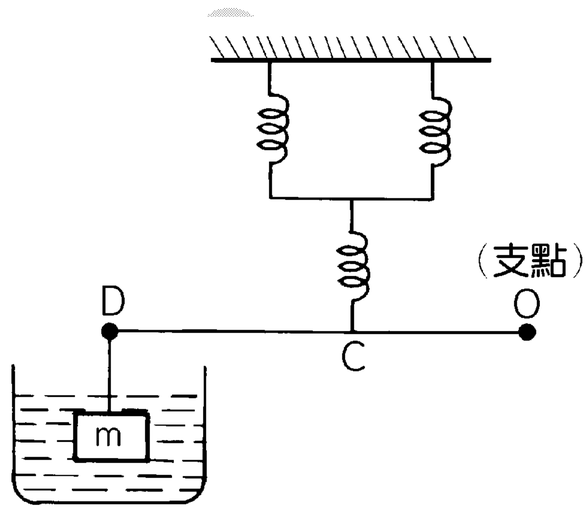


吳錫玠物理

※家庭作業

1.有一均勻木棒，一端以細繩懸掛著，另一端浸在水中，所浸之長度等於棒長 1/4，此時木棒成傾斜狀態而浮在水中，求木棒之比重。答：7/16

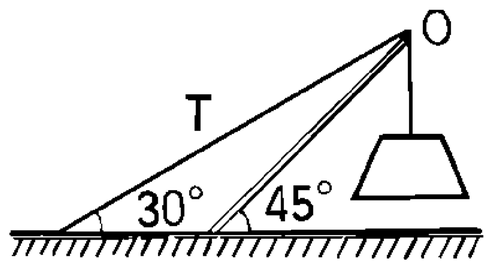
2.三條完全相同彈簧，彈力常數 k＝40gw/cm，連接如圖所示，恰成水平平衡，已知 $\overline{DO}$ ＝20cm，$\overline{CO}$ ＝10cm，物之質量為 100g，密度為 2.5 g/cm^3 ，浸入比重 0.5 的液體中，則此彈簧組共伸長 (A)2 (B)4 (C)6 (D)8 (E)10 cm。答：(C)



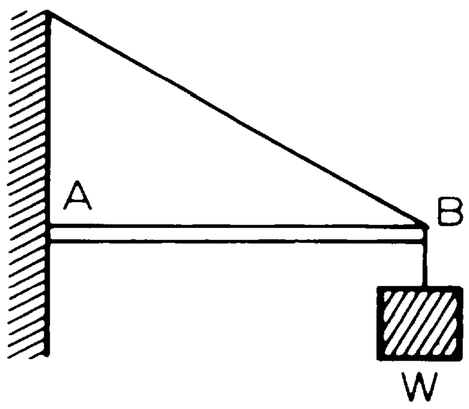
3.有一天，一位修女去坐公車，公車上有一個流浪漢就跑過來搭訕說：「修女，我想要妳。」
於是修女很驚訝地叫了出來，並且給了流浪漢一巴掌，就很生氣的下車了。
這時在一旁的公車司機就跟流浪漢說：「呵，這你就淺了，教你一個不錯的方法，今天晚上你到教堂去假扮神父，趁修女告解的時候下手，不就得了嗎。」
流浪漢聽了，點點頭想這真是個好方法，於是就跑去偷了一件神父的長袍，躲在教堂裡等修女，到了晚上，修女終於來了，於是便開始向神父告解：「神父，請原諒我，今天有一個流浪漢要玷污我...」
這時流浪漢想，哈哈，妳終於來了，於是說：「沒關係，我可以代替神原諒妳，但是你要跟我交合」
修女聽到，嚇得不知所措，把手握在胸前，小聲的說：「神父，不行啦，我是修女耶，怎麼可以做出這樣的事呢」
流浪漢聽了，回答：「那神是永遠不會原諒妳的」
此時修女很無可奈何的把長袍從腳掀起來：「嗯，好吧！但是只可以從後面喔。」
流浪漢看到這裡，已經承受不住了，衝向前去一把抓住修女的腰，從後面開始瘋狂的噗嗤噗嗤，過了一會兒，流浪漢爽到不行，在出來的那一剎挪間，把長袍扯下，大喊：「哈哈哈！妳被我騙了，我不是神父，我是流浪漢！」
說時遲，那時快，只見修女也把長袍脫下，大叫:「哈哈哈！我不是修女！我是.....公車司機！」

例61. 如圖所示，有一重 W=100kg 之物體吊於繩上，經由一支槓桿支持而平衡，若桿重不計，則繩之張力 T 為何？槓桿之作用力 N 為何？

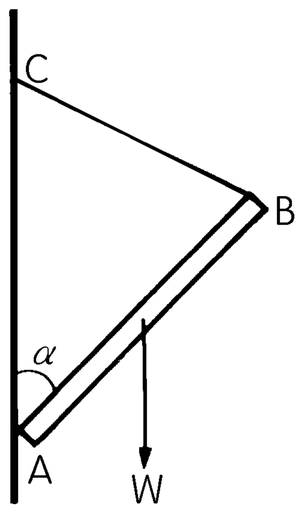
答：$T=100(\sqrt{3}+1)$ kgw，$N=50(\sqrt{6}+3\sqrt{2})$ kgw



例62. 如圖所示，均勻木棒 A 端頂住牆壁，B 端以一輕繩繫至牆上，而以另一輕繩懸一重物 W，木棒呈靜力平衡 (A)若不計棒重，則 A 端一定未受到摩擦力作用 (B)若考慮棒重，則 A 端一定會受到摩擦力作用 (C)若 A 端受到摩擦力作用，則摩擦力一定向上 (D)若 A 端受到摩擦力作用，則摩擦力一定向下 (E)若 A 端受到摩擦力作用，則摩擦力可能向下。答：(A)(B)(C)



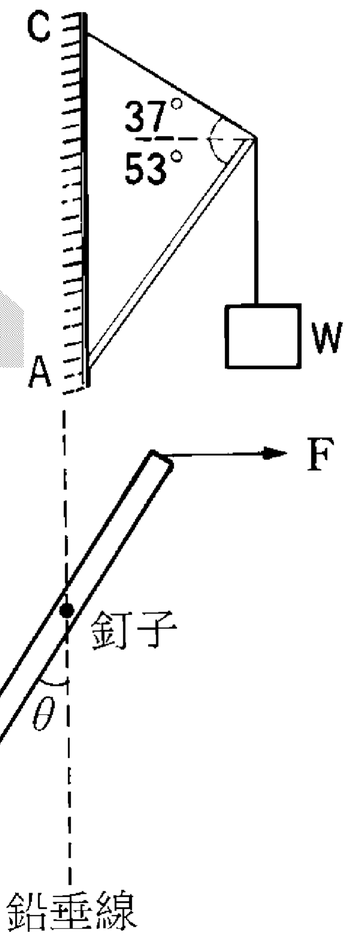
例63. 如圖所示，一均質棒 AB 重 W，B 端以細繩繫於鉛直壁 C 點上，另一端 A 則倚靠於鉛直壁而在 C 點之正下方，且 AB＝AC，平衡時棒與壁成 α 夾角，下列敘述何者為真？ (A)棒受重力，繩上張力 T 及壁之抗力 R 三力而平衡 (B)R 之方向與鉛直壁成垂直 (C)W，T 及 R 必經過一點 (D)R＝W・$\sin\frac{\alpha}{2}$ (E)$T=\sqrt{W^2-R^2}$ 。答：(A)(C)(E)



吳錫玠

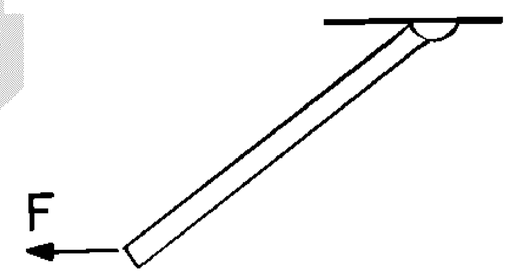
※家庭作業

1.如圖所示，斜繩最多能承受 1200Nt 的張力，撐桿能承受的力極大值為 1800Nt，設鉛直繩夠堅牢，可以支持任何負荷，不計稱桿的重量，則此結構所能支持最大物重為？答：2000Nt

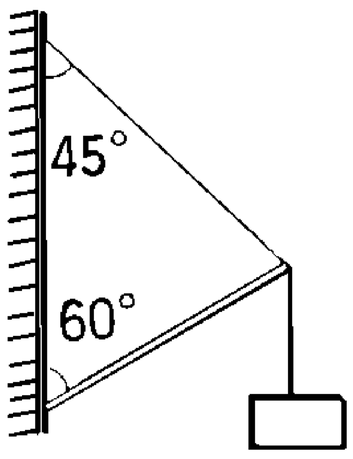


2.一均勻細桿，長 1 公尺，重量為 W，在距離其上端 25 公分處以一釘子將此細桿釘在鉛直牆面上，使細桿可繞此釘子無摩擦地轉動。今施一水平力 F 於其上端，使細桿偏離鉛線 θ 角(θ<90)，如圖所示，則在平衡時釘子作用在細桿上之力量值為若干？答：$W\sec\theta$

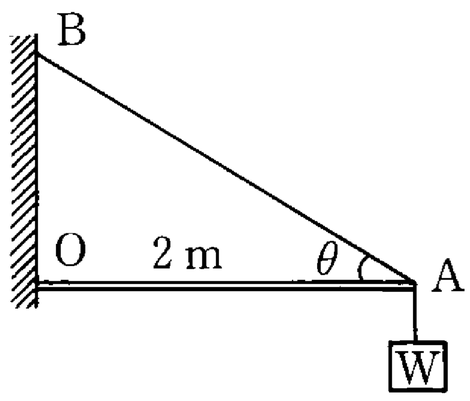
3.有一均勻木棒，上端接在樞鈕，用水平力非常緩慢地從下端把木棒拉起(緩慢拉的意思就是木棒時時刻刻都處於平衡狀態)，F 的大小及其對上端點 A 的力矩的變化情況為：力_____，力矩_____。(填變大、變小或不變)答：變大，變大



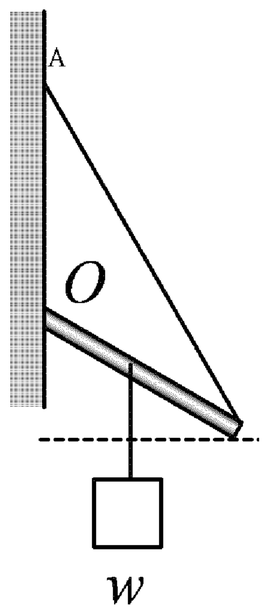
4.如圖，若繩與撐桿之質量不計，且撐桿一端連接於壁面，而另一端懸掛質量 1000kg 的物體，求(1)繩張力 T 為若干 kgw？(2)壁作用於撐桿之力 F 為若干 kgw？答：(1) $500(3\sqrt{2}-\sqrt{6})$ (2) $1000(\sqrt{3}-1)$



5.如附圖，在鉛直牆上之 O 點，水平固定 2 米長之棒 OA（質量不計）。今在 A 端懸一重 30 仟克之 O 點正上方之 B 點。設棒對線之力係沿棒長之方向，線所能忍耐之大張力為 50 仟克，求：(1)OB 之最小距離為_____。(2)OB 達最小距離時，棒上 A 端之支力為_____。答：(1)1.5 m；(2)40 kgw

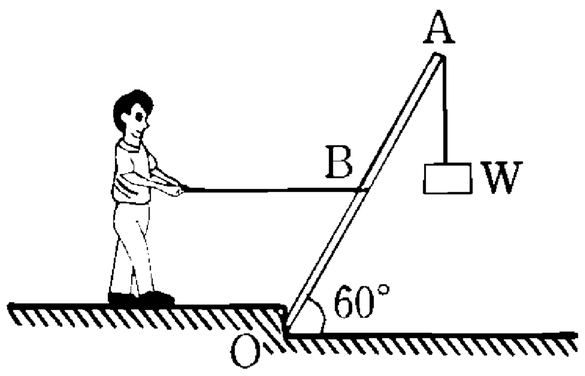


6.右圖中，一支質量不計的輕桿，可繞其一端處的樞紐 O 自由轉動。今在輕桿的中點處掛上重量 w 的木塊，而輕桿的另一端以繩繫於牆面 A 點，AO 距離等於桿長。在輕桿平衡的情況下，將細繩逐漸縮短，問繩上張力量值的變化？樞紐對輕桿的作用力量值變化？答：



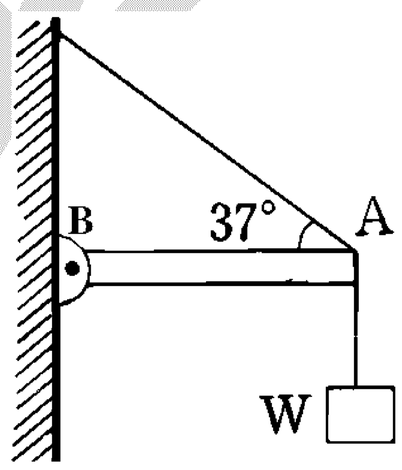
例64. 設右圖之 W 重 25kgw，OA 桿長 3 米，B 爲其中點，其繩成水平，設桿重不計，求 (1)人的拉力應爲若干方能平衡？(2)地面作用於木棒之力爲若干？

答：(1) $\frac{50\sqrt{3}}{3}kgw$ ；(2) $25\sqrt{\frac{7}{3}}kgw$



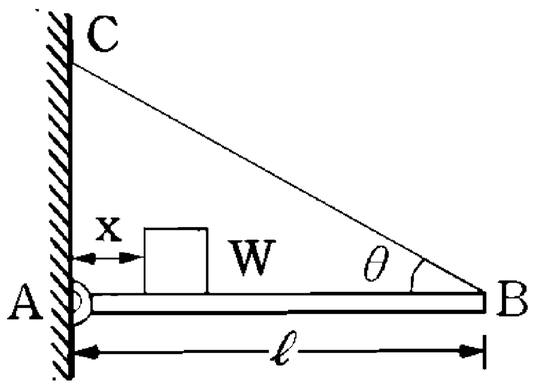
例65. 有一重 W、長 L 的均勻木棒，在其端點懸一重 W 的物體；木棒一端以樞鈕固定於牆上，另一端用繩以 37° 角懸於牆，其平衡狀態如右圖所示，則此繩的張力爲何？B 點施於木棒之作用力？

答：$T=\frac{5}{2}W$ ，$N_B=\frac{\sqrt{17}}{2}W$



例66. 長爲 ℓ、重量可忽略之水平細桿 AB，A 端固定於牆上，B 端則由與水平成 θ 角之細線 C 支持著。重物 W(大小不計)可沿桿任意移動，其與牆之距離爲 x，如右圖所示，則：(1)求繩之張力 T，以 x 函數表之。(2)求 A 點之水平與垂直作用力。

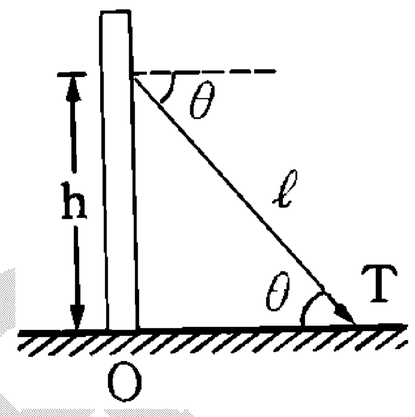
答：(1) $T=\frac{W}{\ell\sin\theta}x$ ；(2) $\frac{Wx}{\ell}\cot\theta$ ，$\frac{l-x}{\ell}W$



吳錫玠物理

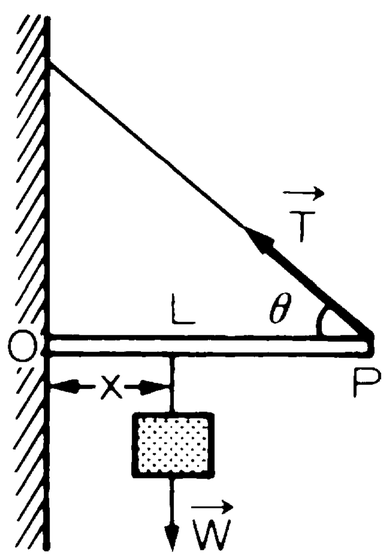
※家庭作業

1.將長為ℓ之繩之一端結於直立柱上，持繩之他端於地上以定力 T 拉之，若柱與地面之摩擦力甚大，則將繩結在柱上若干高處最易拉倒？

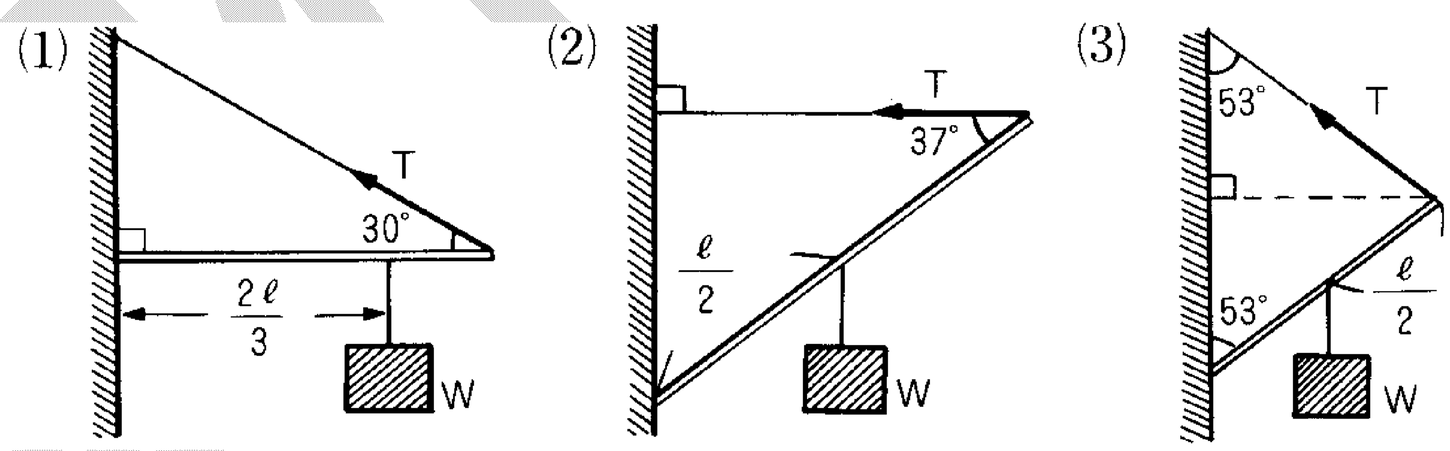


答：(1)若柱長大於$\frac{\ell}{\sqrt{2}}$，則應拉$\frac{\ell}{\sqrt{2}}$處，(2)若柱長小於$\frac{\ell}{\sqrt{2}}$，則應拉柱之頂點

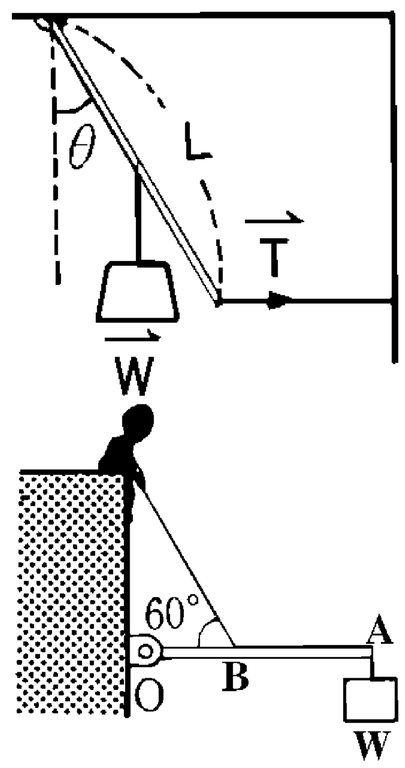
2.一木棒長 L，其重量可忽略，一端 O 以樞鈕固定於牆上，另端 P 用輕繩懸於牆，使木棒成水平，而輕繩與棒成θ之夾角，茲於木棒上距牆為 x 距離處懸一重 W 的物體，其平衡狀態如圖所示。今若將木棒上懸重物之位置右移（即令 x 增大），則下列何者將隨之增大？ (A)樞鈕施予木棒作用力的水平分量 (B)樞鈕施予木棒作用力之鉛直分量 (C)樞鈕施予木棒作用力方向與水平方向的夾角 (D)輕繩上張力的量值 (E)施予木棒的三作用力方向延長線交點與 P 端的距離。答：(A)(D)



3.下列各圖中之木棒長度均為ℓ，重量不計，物重則均為 W，求圖中繩子之張力。答：(1)4/3W；(2)2/3W；(3)5/12W



4.長 L 質量可忽略之木棒，上端以樞鈕固定，另端以水平繩固定在牆上，中央懸一重物 w，恰可平衡(見圖)，若繩的張力為 W/2，則木棒與鉛垂方向夾角為若干？答：45°



5.下頁右圖之 W 重 50 牛頓，0A 長 2 米，其重量不計，B 為其中點。問：(1)人的拉力應為若干？(2)此題 OA 之長度是否與答案有關？

答：(1)$\frac{200\sqrt{3}}{3}$nt；(2)否

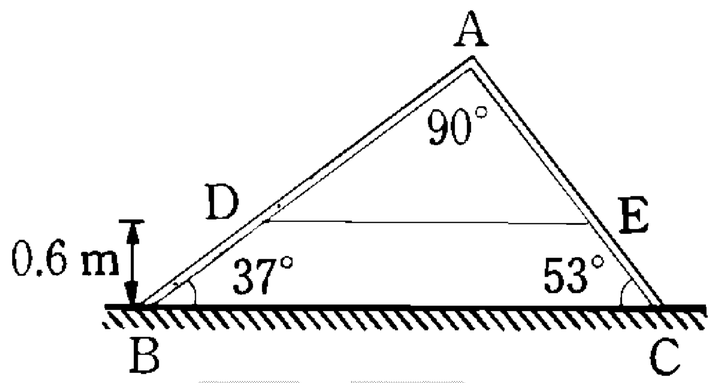
例67. 如圖所示兩個長為 4 米及 3 米之梯子，若兩者在 A 點以釘鎖在一起，且距水平地面 0.6m 之處以一繩水平聯之，各梯之重心在梯子中心，梯分別重 400nt 及 300nt；且地面是光滑：

(1)左側地面施於此梯之作用力大小為若干？

(2)右側地面施於此梯之作用力大小為若干？

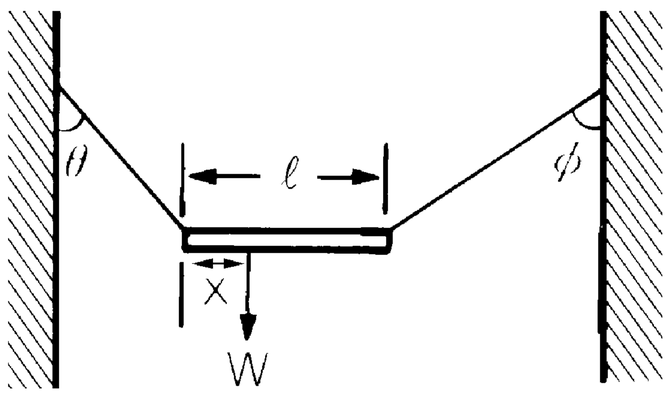
(3)繩上之張力為若干？

(4)在 A 點兩梯互相作用力大小為若干？

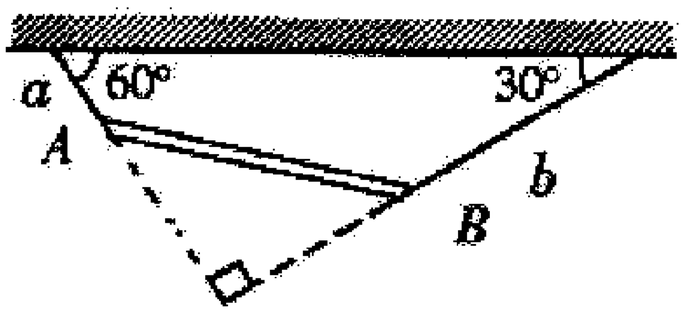


答：(1)326Nt；(2)374Nt；(3)224Nt；(4) $2\sqrt{13913}$ Nt

例68. 重量 W 不均勻之桿，由二細繩懸掛於水平靜止位置，二繩分別與鉛直牆夾角為θ與ϕ，若桿長為ℓ，重心距桿左端為 x。試求 x 值？答：$\dfrac{\ell\cot\phi}{\cot\theta+\cot\phi}$



例69. 如圖 a、b 為兩繩各與天花板成 60° 及 30° 之夾角，AB 為均勻質量之木棒，棒重 W，呈平衡時 a、b 繩上之張力為 T_a 及 T_b，AB 與水平夾角θ，則 T_a、T_b 與θ各若干？答：$T_a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}W$；$T_b=\dfrac{W}{2}$；$\theta=30^{\circ}$



※家庭作業

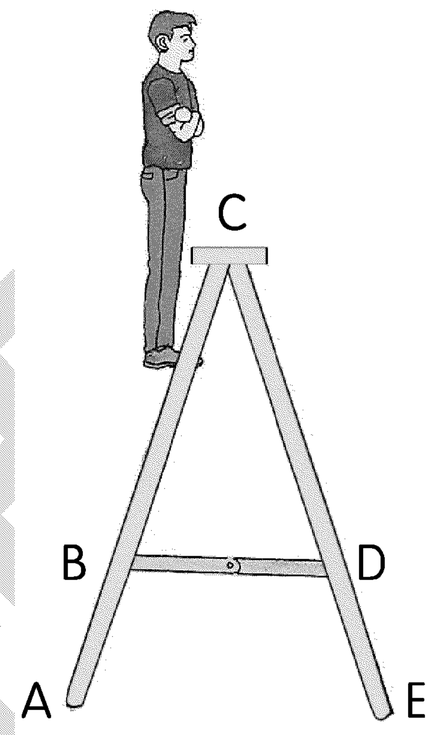
1.一 A 字形摺疊式活梯凳立於地面上，如圖 A 所示，梯凳由左右兩梯子 AC 與 EC 於頂端 C 以鉸鏈連接，兩邊梯子中點 B 與 D 用一可摺疊水平橫棒相連。一質量 70 公斤油漆工人站在梯子上，其位置離底端 3 公尺。假設地面光滑無摩擦，梯子 AC 長 L=4 公尺，BD =1 公尺，梯子重量可不計。試求：

(1)水平橫棒的張力。答：$T=13.57\,\text{kgw}$

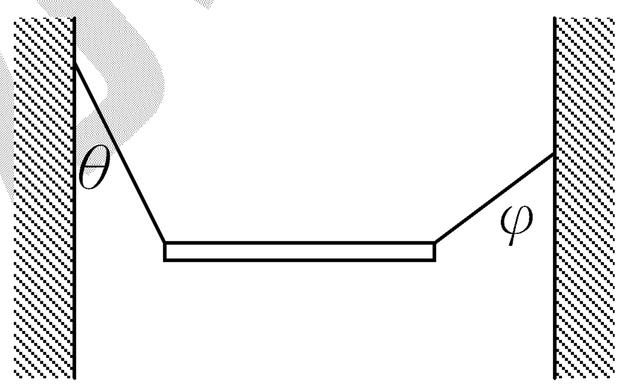
(2)在 A、E 兩底端地面對梯的正向力。

(3)在頂端鉸鏈處，左邊梯子作用在右邊梯子的力。

答：(1) $T=13.57\,\text{kgw}$；(2) $N_A=43.67$，$N_E=26.33\,\text{kgw}$；(3)29.62kgw



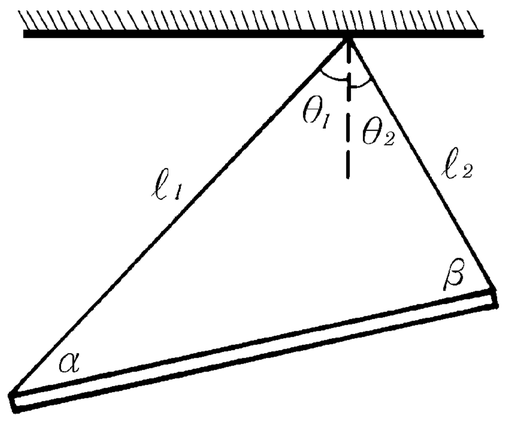
2.一不均勻之桿重爲 W，由兩細繩懸掛於水平位置，如右圖。一繩與牆之夾角爲 $\theta=37°$，另一角爲 $\phi=53°$，若桿長爲 ℓ，則桿質心到左端之距離 x 爲若干？答：$9\ell/25$



3.如圖所示，重量 W 之木棒以長 ℓ_1 及 ℓ_2 兩細繩懸掛在同一點而平衡。若細繩與鉛直夾角各爲 θ_1 及 θ_2，木棒所受重力之合力作用線距兩端各爲 x_1 及 x_2，兩線拉力各爲 T_1 及 T_2，則

(A) $T_1\cos\theta_1+T_2\cos\theta_2=W$ (B) $\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ (C) $\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$

(D) $\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{x_2}{x_1}\cdot\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ (E) $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{\ell_1}{\ell_2}\cdot\dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$。答：(A)(C)(D)(E)

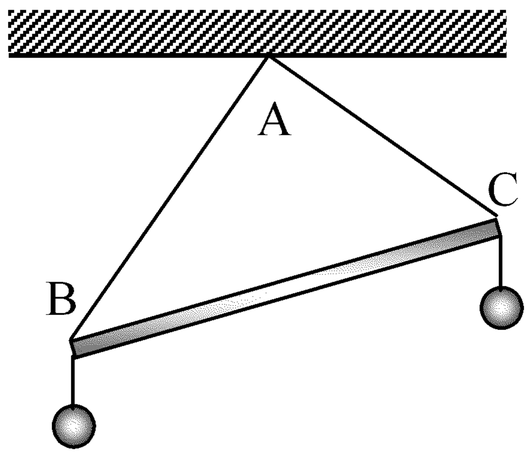


4.長 1 公尺之木棒 BC，質量不計，兩端各有 10 公斤之小球，並各以長爲 0.8 公尺及 0.6 公尺之細繩共懸於 A 點，如右圖，求：

(1)兩繩張力 T_B 及 T_C 分別爲？

(2)若平衡時 BC 棒與水平線之夾角爲 θ，則 $\cos\theta$ 之值爲？

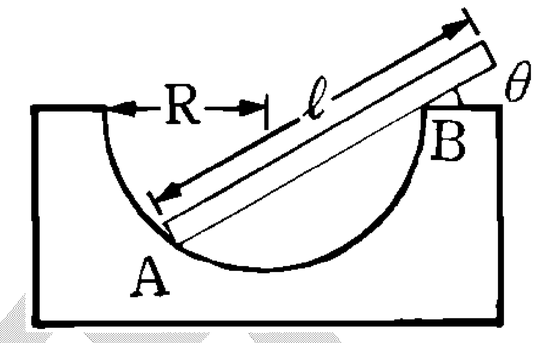
答：(1) $T_B=16$，$T_C=12$；(2) $\cos\theta=\dfrac{24}{25}$



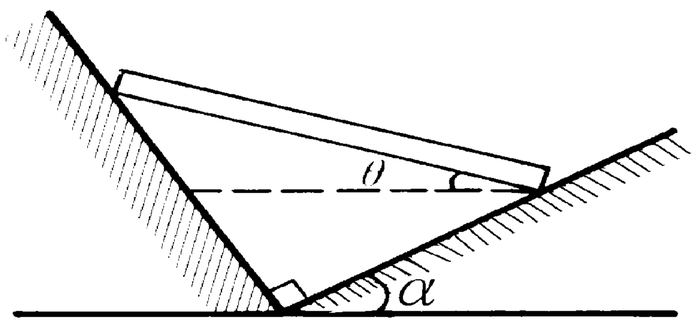
例70. 如圖所示，長為l、重為 W 的均勻圓滑長棒，靜止在半徑為 R 的圓滑半球狀碗中，此處 $R<\frac{l}{2}<2R$。若θ是平衡狀態的角度，而 P 是碗邊緣作用在長棒上的力。試證：

(1) $P=\frac{lW}{4R}$

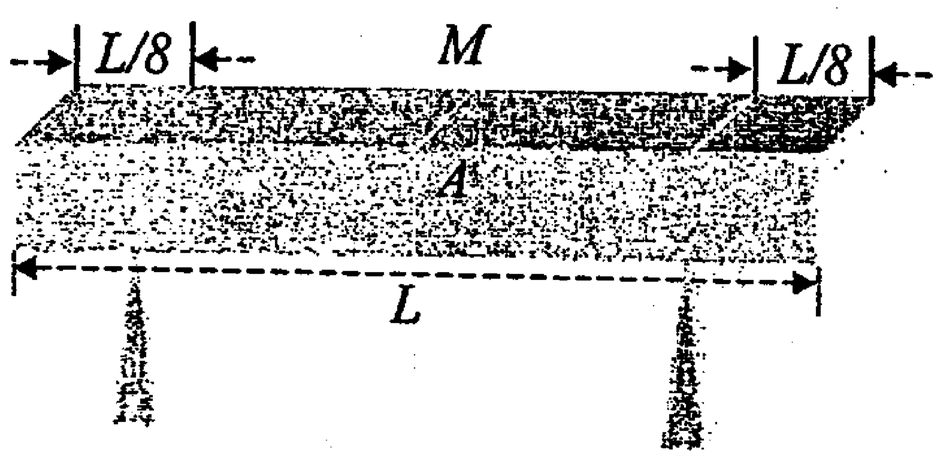
(2) $\frac{\cos 2\theta}{\cos\theta}=\frac{l}{4R}$



例71. 如圖所示，均勻棒被置於互相垂直之光滑斜面上而成平衡，則θ與α之關係為？答：$\tan\theta=\cot 2\alpha$

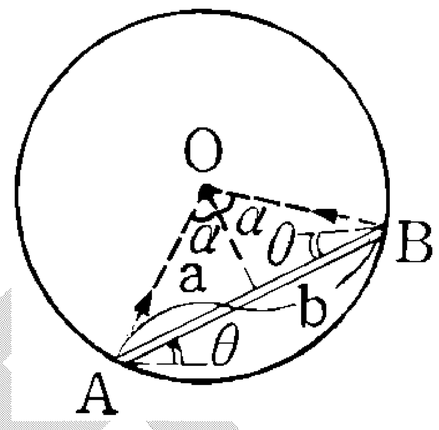


例72. 如右圖所示之均勻長方體剛體，質量為 M，長度為 L，在距離兩端 L/8 處，各以一光滑的刀口支架將其頂住。當靜力平衡時，剛體右半邊透過中分垂直截面 A 施予左半邊的力矩量值為何？【2001 奧林匹亞初選】答：$\frac{MgL}{16}$

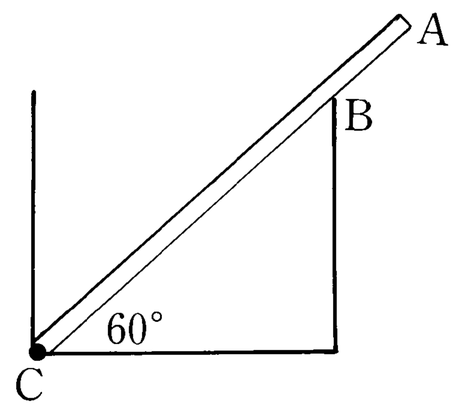


※家庭作業

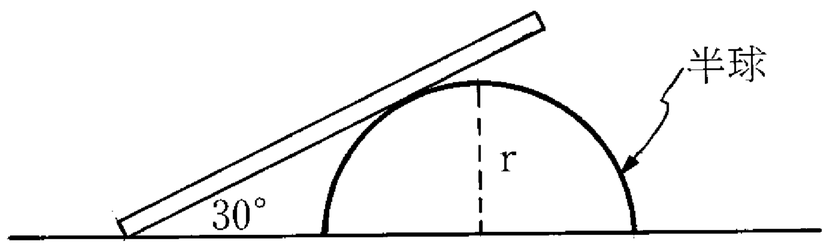
1.如圖所示某木棒 AB，重心與 A、B 兩點各相距 a、b。今將其置於光滑球內面，平衡時 AB 與水平方向夾角 θ，則 tanθ 爲何？(但 AB 對 O 點所張角度爲 2α) (A) $\frac{b+a}{b-a}\sin 2\alpha$ (B) $\frac{b+a}{b-a}\cot 2\alpha$ (C) $\frac{b-a}{b+a}\sin 2\alpha$ (D) $(\frac{b-a}{b+a})^2\cot\alpha$ (E) $\frac{b-a}{b+a}\tan\alpha$ 。答：(E)



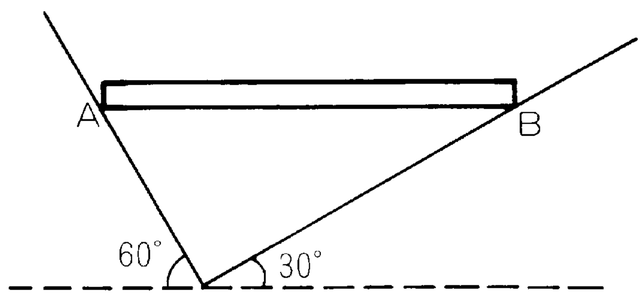
2.如圖，一根質量均勻的木棒擱在杯子上，木棒重量 W，木棒和杯子都是光滑的。若 $\overline{AB}=\frac{1}{3}\overline{BC}$ ，則杯子 B 點對木棒的作用力爲_____。答：$\frac{W}{3}$



3.一均勻木棍重爲 1.6kgw，長度爲 1.2 公尺，斜靠在半徑 r 爲 0.4 公尺的光滑固定半球面上，如圖，若棍與粗糙地面的夾角爲 30°，則木棍作用於球面之力爲_____kgw。答：1.21kgw



4.如圖所示，長爲 4 米，質量爲 2kg 均勻木板 AB 置於斜角各爲 60° 與 30° 之兩光滑斜面間，欲於木板上置一質量爲 10kg 物體，使此木板沿水平保持平衡（靜止），則物體距木板 B 端爲
(A)2 (B)1.6 (C)1.2 (D)0.8 (E)0.4 米。答：(D)



5.有一次，劉德華歌友會結束後，華仔準備回飯店，在途中有相當多的歌迷跟蹤。
華仔體貼的告訴司機「別擔心，因爲她們跟久了累了就會回去的… 」
果然過不多久，許多歌迷紛紛放棄，唯獨一位歌迷繼續跟蹤。
華仔看了，於心不忍，請司機把車停在路旁，準備下車接過她的禮物，並幫她簽個名再走。
歌迷看車停了下來十分高興！加快腳步跑到華仔車旁。
華仔把車窗搖了下來，正要接過禮物時，只見那位歌迷很喘很喘的把禮物遞給華仔，並說：「請幫我拿給郭富城，謝謝！！」

吳錫玠老師 編授

觀念七　「力的合成與分解」實驗

一、目的：使用力桌，設計同平面共點力及不共點力的兩種平衡實驗，來驗證靜力平衡的條件。

二、裝置：

(a) 共點力平衡

(b) 不共點力平衡

三、原理

1. 共點力：$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases}$　　2. 不共點力：(1) $\sum \vec{F} = 0$　(2)對任一支點 $\sum \vec{\tau} = 0$

四、實驗步驟：

1. 共點力：

(1)置水平儀於力桌圓盤上，調整腳架螺絲，使力桌保持水平狀態。

(2)再將三個懸掛不同重量之砝碼之掛鉤，利用細線跟過滑輪和於力桌中心之插栓上。改變其中一滑輪之位置及砝碼重量，使銅環停留於力桌中心，無需靠於插栓而能保持平衡為止。在記錄簿上，記下所量取的三力(砝碼重)及三力的夾角。

(3)以一力為 x 軸，分別計算 $\sum \vec{F}_x$ 、$\sum \vec{F}_y$ 之值。繪出上述實驗，力的向量圖。

2. 不共點力：

(1)將數個鋼珠置於力桌上，並將有孔洞的圓盤置於鋼珠上。使其中心與力桌中心保持重合。

(2)調整滑輪之位置及重量，使圓盤拔去中心之插栓後，不會發生轉動及移動。在紙上照細線之位置劃線，記錄各線之相關重量及方向。作力的作用圖，於圖上任取一點作此點至各力線之垂直直線。

(4)繪出四力靜力平衡之向量圖(如上個實驗)。測任意點至各力線之垂直距離。計算諸力之力矩及其代數和。

五、誤差原因

1. 三力不共面：滑輪不同高度

2. 摩擦力：(1)滑輪的摩擦、鋼珠與圓盤的摩擦。

(2)滑輪與細繩不平行

3. 不水平：在非共點力的平衡實驗中，若力桌不水平，圓盤重量會引響平衡。

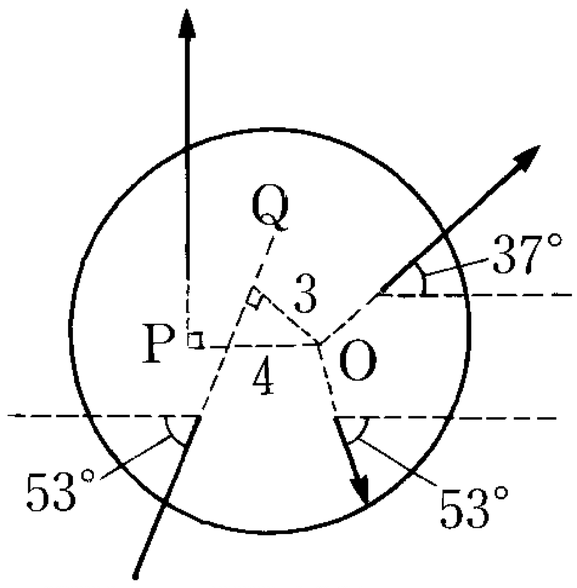
吳錫玠物理

例73. 在力的合成與分解實驗中，以力桌之金屬圓盤做四非共點力之平衡實驗，測得 F_1=100gw，F_2=150gw，F_3=200gw，F_4=50gw，各力方向及作用點如附圖所示，圖中 $\overline{OP}$=4cm，$\overline{OQ}$=3cm，則

(1)求四力之合力的量值。

(2)求四力之合力矩的量值。

(3)實驗結果若無法證明靜力平衡的條件，請舉出產生誤差最可能的原因（至少二個）。



答：(1)x 方向合力：$F_1 \cdot \cos 37° + F_4 \cdot \cos 53° - F_3 \cdot \cos 53° = 100\times\frac{4}{5}+50\times\frac{3}{5}-200\times\frac{3}{5}=-10$(kgw)

y 方向合力：$F_1 \cdot \sin 37° + F_2 - F_3 \cdot \sin 53° - F_4 \cdot \sin 53°$

$=100\times\frac{3}{5}+150-200\times\frac{4}{5}-50\times\frac{4}{5}=10$(kgw)

(2)合力矩量值$=\sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 4F_2 - 3F_3 = 0$

(3)①金屬圓盤、細繩、滑輪與桌面間有摩擦力存在②桌面與金屬圓盤未能呈水平

例74. 在「力的合成與分解」之實驗中，下列敘述何者正確？ (A)力桌是否水平會影響實驗結果 (B)在實驗的整個過程中，銅環或圓盤應一直保持與力桌中心的插栓接觸以防止其滑動 (C)在達到平衡時施於銅環上之諸力以實際量得所作之向量圖必為封閉圖形 (D)在圓盤達到平衡時，作用於圓盤上之諸力對任何軸之力矩和必為零 (E)若有三個不互相平行的共平面力作用於圓盤上，則在圓盤達平衡時，這三個力必交於一點。答：(A)

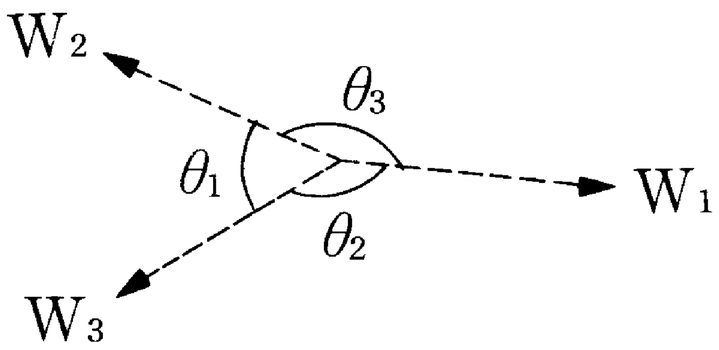
例75. 在「靜力平衡」實驗中，下列敘述何者正確？ (A)本實驗的目的之一，是驗證平衡的條件 (B)圓盤上各力平衡時，只有對力桌中心的力矩和為零：對盤上其他點則否 (C)本實驗的結果顯示，力須按向量加法合成 (D)理論上，四個力若不共平面，亦可能平衡 (E)理論上，三個力若不共平面，亦可能平衡。答：(A)(C)(D)

岩移物理

※家庭作業

1.當一物處於靜力平衡時，下列敘述何者正確？ (A)作用於物體上諸力，可構成一封閉的多邊形 (B)作用於物體上諸力，對任意支點之合力矩必為零 (C)作用於物體上諸力，若為共平面之不平行力，則諸力之作用線必共點 (D)光滑面與物體之間的作用力，只有垂直光滑面方向之力 (E)若此物受有摩擦力，必為最大靜摩擦力。答：(B)(D)

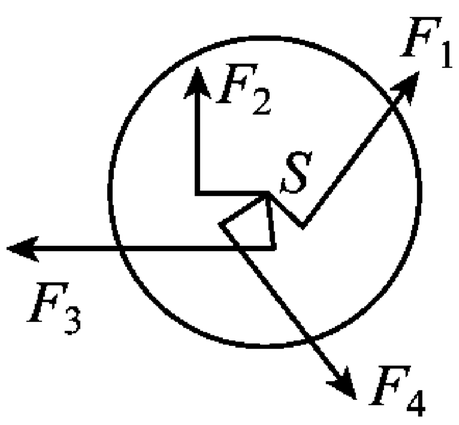
2.在「靜力平衡」的實驗中，若受三力作用之銅環不居於力桌中心（但仍不與插栓接觸），則角度應如何量度或修正？答：因三力平衡時其作用線必交於一點，故應以三細線之延長線的交點中心，則所要量度之角度為如右圖所示θ_1、θ_2及θ_3



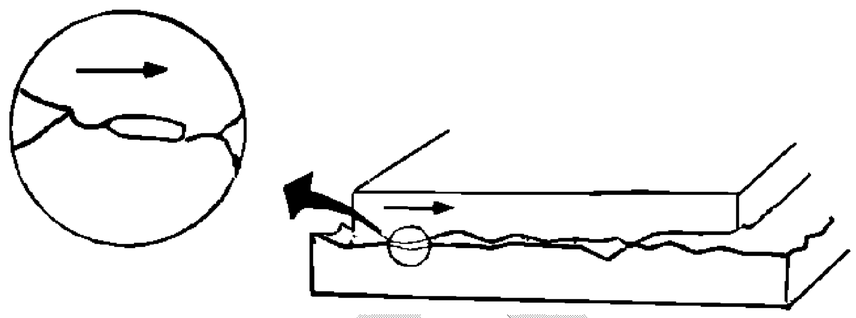
3.在「靜力平衡」實驗中，下列敘述何者正確？ (A)力桌是否水平不會影響實驗結果 (B)在實驗的整個過程中，銅環或圓盤應一直保持與力桌中心的插栓接觸，以防止其滑動 (C)在達到平衡時，施於銅環上之諸力，以實際量得所作之向量圖有可能不封閉 (D)在圓盤達到平衡時，作用於圓盤上之諸力對於任何軸之力矩和，理論上均應為零 (E)若有三個不互相平行的共平面力作用於圓盤上，在圓盤達平衡時，理論上這三個力一定交於一點。答：(C)(D)(E)

4.若物體受多力作用但合力矩為零，則 (A)不會轉動 (B)不會移動 (C)合力必為零 (D)物體處於平衡狀態 (E)只能說物體原轉動的狀態不會改變。答：(E)

5.作四個非共點力實驗中，若不考慮摩擦及其他人為因素（理想狀況）；測得 F_1＝400gw 向東偏北 37°，F_2＝160gw 向北，F_3＝620gw 向西，F_4＝？gw 向東偏南 53°， (1)由淨力平衡，求出 F_4＝_____gw。 (2) 若取 S 為參考點，四力到 S 的垂直距離（力臂）為 L_1、L_2、L_3、L_4，已知 L_1＝1.1cm，L_2＝2.5cm，L_3＝2cm，試由力矩平衡，求得 L_4＝？cm。答：(1)500；(2)2.4



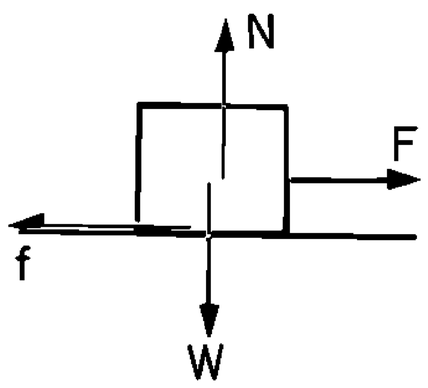
觀念八　摩擦力

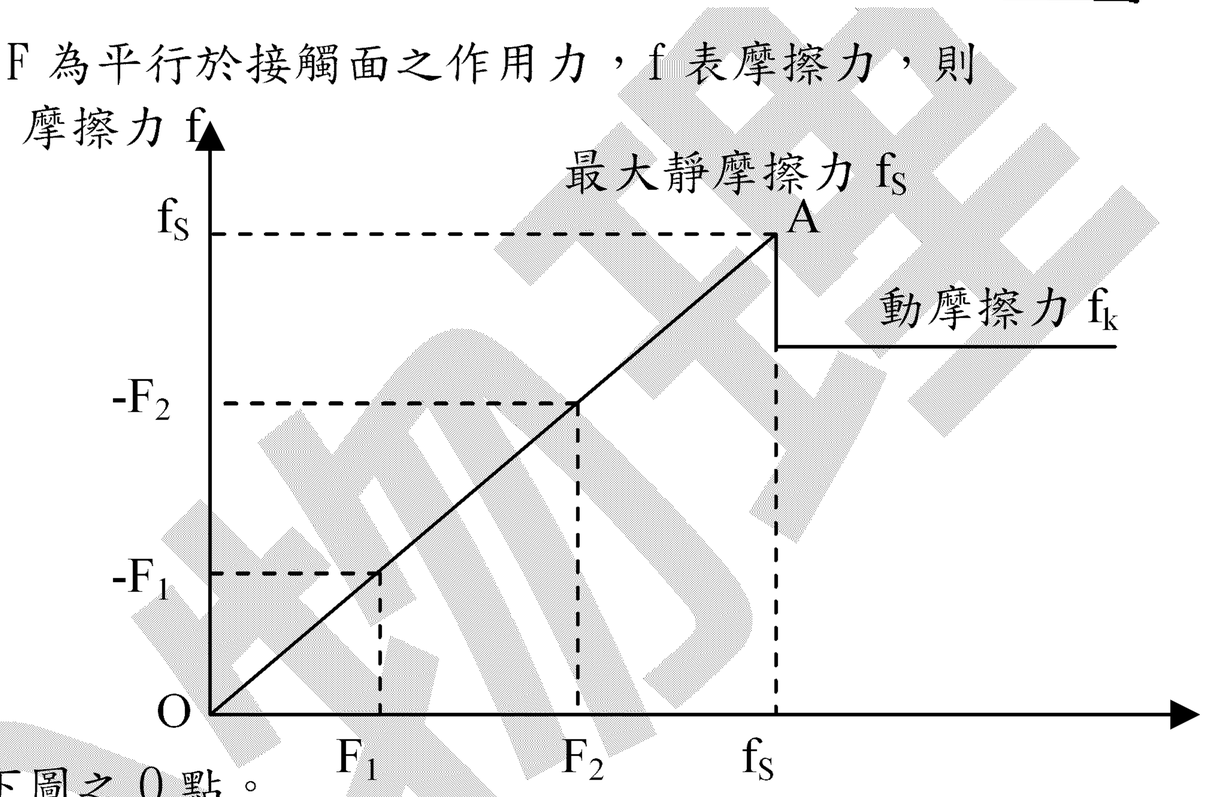


1. 靜摩擦力的產生：兩物體互相接觸，若兩者間有相對運動的趨勢時，接觸面間即存在靜摩擦力。

2. 摩擦力的大小：

如下圖所示，置一物體於粗糙的水平桌面上，F 為平行於接觸面之作用力，f 表摩擦力，則





(1)不施任何力於物體上，靜摩擦力＝0，如下圖之 0 點。

(2)施力 F_1 於物體，若物體不移動，則靜摩擦力＝$-F_1$；

施力 F_2 於物體，若物體不移動，則靜摩擦力＝$-F_2$，如下圖之 OA 段。

(3)若外力增大到某值，物體恰開始移動，表示靜摩擦力為最大值，稱最大靜摩擦力，如下圖之 A 點。

(4)最大靜摩擦力 $f_S = \mu_S N$，（μ_S：靜摩擦係數，N：正向力）

3. 摩擦力的方向：

摩擦力的基本精神就是抵抗，所以判斷摩擦力方向的方法：

(1)靜摩擦力：①靜止：反抗外力

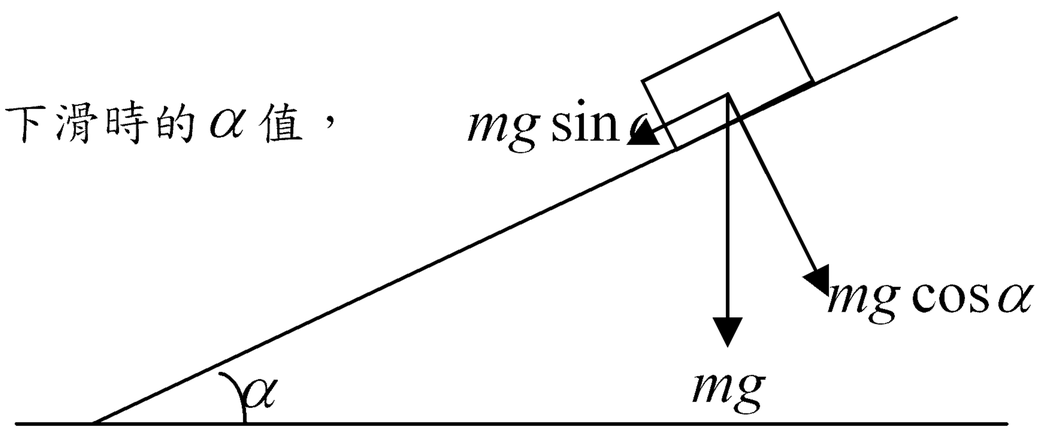
②運動(但接觸面無相對滑動)：藉由運動狀態判斷摩擦力方向

(2)動摩擦力：摩擦力方向與物體的相對滑動方向相反

※不論動、靜摩擦力，摩擦力必與接觸面平行。

4. 摩擦角(休止角)α：

置物體於斜面上，緩慢增加傾斜角，觀察物體開始下滑時的 α 值，此時重力沿斜面的分力恰等於最大靜摩擦力。



$mg\sin\alpha = f_S = \mu_S N = \mu_S mg\cos\alpha$

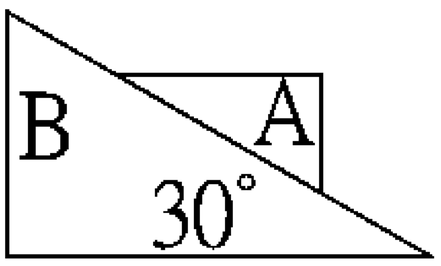
$\mu_S = \tan\alpha$

當一斜面之斜角為 θ，若

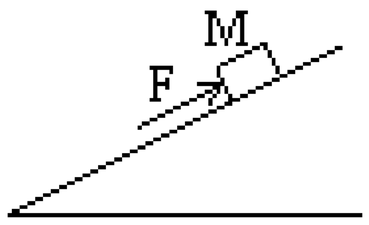
(1) $\tan\theta \le \mu_S$：物體能停在斜面上，不會自動下滑。

(2) $\tan\theta > \mu_S$：物體無法停在斜面上，會自動下滑。

例76. 水平桌面上有 A、B 兩塊楔形木塊堆疊在一起，呈靜止狀態。已知 A、B 兩楔形木塊的重量分別為 w 及 3w，則地面與木塊間的摩擦力為 (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$w (B)4w (C)2$\sqrt{3}$w (D)2w (E) 0 。答：(E)



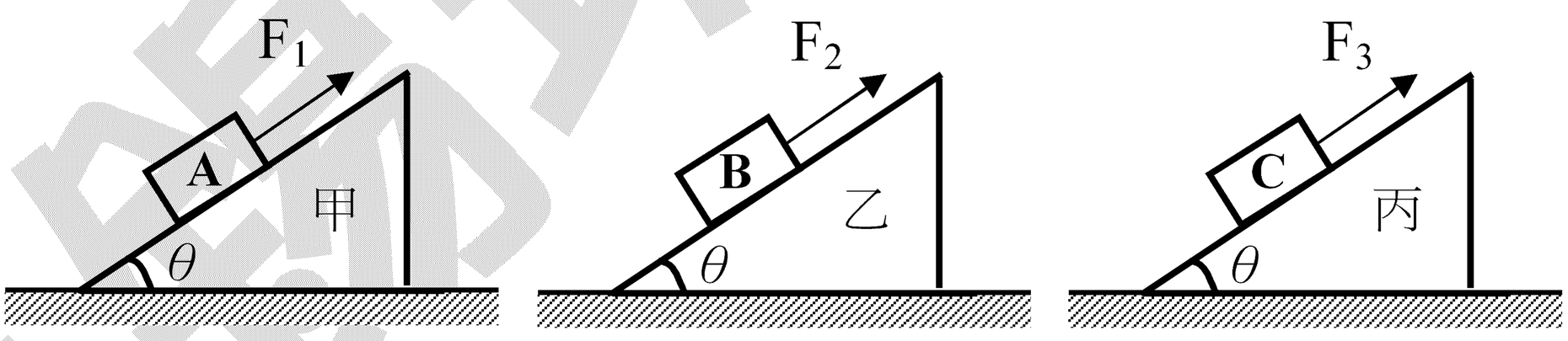
例77. 如圖所示，位於斜面上的物塊 M 在沿斜面向上的力 F 作用下，處於靜止狀態，則斜面作用於物塊的靜摩擦力的



(A)方向可能沿斜面向上 (B)方向可能沿斜面向下

(C)大小可能等於零 (D)大小可能等於 F【1992 大陸高考】答：(A)(B)(C)(D)

例78. A、B、C 為三個質量相等、材料相同的小物塊，在沿斜面向上的拉力作用下，沿相同的粗糙斜面上滑，其中 A 是等速上滑，B 是加速上滑，C 是減速上滑，而斜面體對地均處於靜止。斜面體甲、乙、丙所受地面的摩擦力分別為 f_1、f_2、f_3，該三個力的大小關係是？



(A) $f_1 = f_2 = f_3$ (B) $f_2 > f_1 > f_3$ (C) $f_3 > f_1 >= f_2$ (D) $f_1 > f_2 = f_3$【94 校內初賽】

答：(A)

吳錫玠物理

※家庭作業

1.在火車起動及停止時，使整列火車加速或減速之淨力是靠那種力？ (A)無論加速或減速，都是靠鐵軌上的摩擦力 (B)加速是靠火車頭對車廂之拉力，減速是靠鐵軌上的摩擦力 (C)加速是靠鐵軌上的摩擦力，減速是靠火車頭對車廂之阻檔力 (D)加速是靠火車頭對車廂之拉力，減速是靠火車頭對車廂之阻檔力【71 日大】答：(A)

2.下列敘述何者錯誤？ (A)靜止於斜面上之物體，不受摩擦力作用 (B)摩擦力和接觸面積成正比(C)車輛之起動與停止均須靠摩擦力作用 (D)物體所受靜摩擦力和正向力之比值，即為靜摩擦係數 (E)靜摩擦力恆等於物體所受之外力值。答：(A)(B)(D)(E)

3.下列有關摩擦力的敘述，何者正確？ (A)推不動物體時，摩擦力比推力大 (B)桌上有一張紙，紙上有一本書，慢慢拉動紙張，使紙上的書本跟著移動，則書本所受之力量值等於拉紙張之力量值 (C)銅板放在轉盤上，隨轉盤緩慢轉動，此時銅板所受的摩擦力方向為切線方向 (D)反抗相對運動之摩擦力為動摩擦力 (E)反抗作用相對運動傾向的摩擦力為靜摩擦力。答：(D)(E)

4.有關摩擦力的敘述何者錯誤？ (A)靜摩擦力隨外界作用力而變 (B)物體所受摩擦力不因速度大小而變 (C)摩擦係數與正向力成正比 (D)摩擦係數必大於 1 (E)運動體的摩擦力方向必與運動方向相反。答：(C)(D)(E)

5. 100 kgw 的物體置於最大靜摩擦力為 15 kgw 的水平面桌面上，施一 12 kgw 的水平推力於物體，則物體所受的摩擦力為_____kgw。答：12

如圖，一木塊放在水平桌面上，在水平方向共受到三個力即 F_1、F_2 和摩擦力作用，木塊處於靜止狀態，其中 F_1=10 牛頓、F_2=2 牛頓，若撤去力 F_1，則木塊在水平方向受到的合力為

(A)10 牛頓，方向向左 (B)6 牛頓，方向向右 (C)2 牛頓，方向向左 (D)零【1992 大陸高考】答：(D)

7.有關摩擦力下列何者為正確？ (A)靜摩擦力必大於動摩擦力 (B)靜止狀態的物體不可能受到摩擦力之作用 (C)靜摩擦力隨外界作用力而變 (D)靜摩擦力大小與正向力大小成正比 (E)物體之重量即等於正向力。答：(C)

例79. 重 10kg 之鋼塊靜止於水平桌上，鋼塊與桌面間之靜摩擦係數爲 0.5。則：

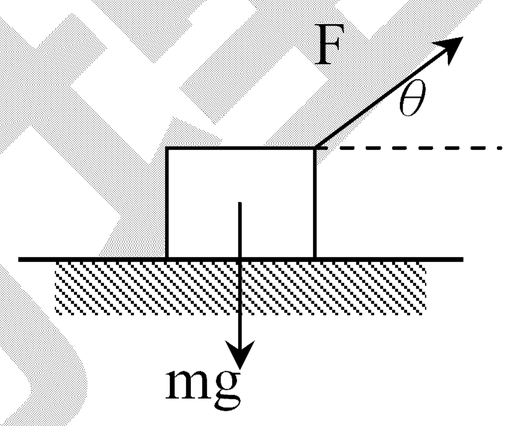
(1)使鋼塊恰能起動，則水平力應多大？答：

(2)若力向上與水平成 60° 時又如何？答：(1)5kgw；(2) $40-20\sqrt{3}$ kgw

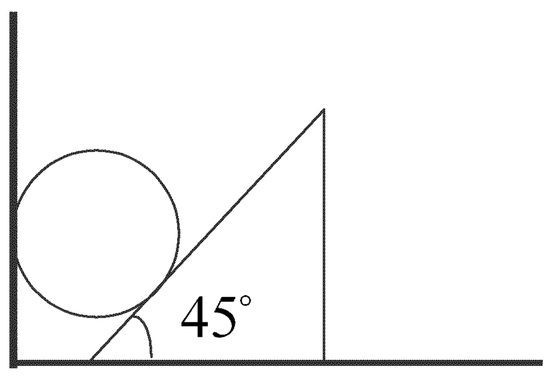
例80. 一質量 m 的物體置於水平地面上，物體與地面間之靜摩擦係數爲 μ，今施一力 F 如圖，則：

(1) θ 不變時，F 之最小值爲？

(2) θ 可變時，F 之最小值爲？此時 $\tan\theta=$？【1997 奧林匹亞初選】答：(1) $\dfrac{\mu mg}{\cos\theta+\mu\sin\theta}$；(2) $\dfrac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$；$\mu$



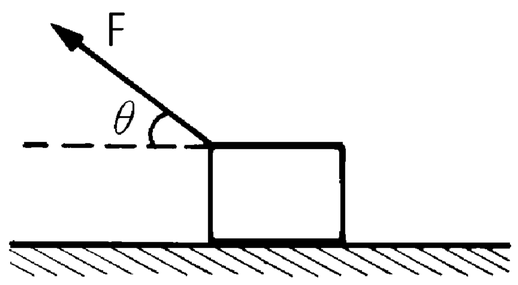
例81. 如圖所示，一個均勻的金屬球，夾在光滑的鉛直平面和傾角爲 45° 的光滑斜面之間等速下落，斜面體重爲 W，它與水平地面之間的滑動摩擦係數爲 μ，求金屬球重？【93 校內初賽】答：$\dfrac{\mu W}{1-\mu}$



吳錫玠物理

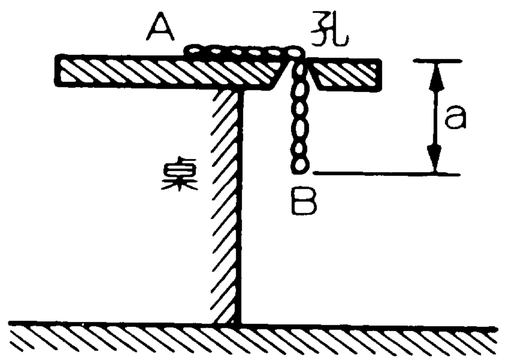
※家庭作業

1.如圖所示，以細繩拉重 W 的物體，繩與水平的夾角為θ如圖，當拉力為 F 時，物體將要開始滑動，則物體與桌面間的靜摩擦係數為 (A) $\frac{F\cos\theta}{W+F\sin\theta}$ (B) $\frac{F\cos\theta}{W-F\sin\theta}$ (C) $\frac{F\cos\theta}{F\sin\theta-W}$ (D) $\frac{W-F\sin\theta}{F\cos\theta}$ (E) $\frac{F\cos\theta}{W}$ 。答：(B)

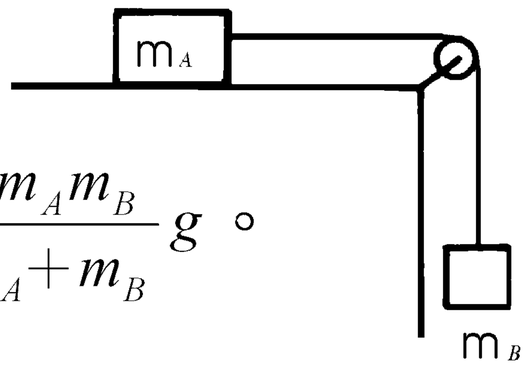


2.重 10kg 之鋼塊靜止於水平桌上，鋼塊與桌面間之靜摩擦係數為 0.5。欲使鋼塊恰能起動，若力向下與水平成 60° 時，則水平力應多大？答：$40+20\sqrt{3}$ kgw

3.長度 l，質量 m 之鍊條 AB 置於水平桌面上，其 B 端穿過桌面上之小孔垂下一長度 a，如右圖所示。小孔與鍊條之間無摩擦。若桌面與鍊條間之靜摩擦係數為 μ ，則鍊條不會下溜之條件為 (A) $\mu\geq\frac{a}{l}$ (B) $\mu\leq\frac{a}{l}$ (C) $\mu\geq\frac{l-a}{a}$ (D) $\mu\leq\frac{l-a}{a}$ (E) $\mu\geq\frac{a}{l-a}$ 。答：(E)



4.如圖所示，



(1)若接觸面間無摩擦力，致使物體以加速度運動，此時繩之張力為 (A) m_Ag (B) m_Bg (C) $(m_A+m_B)g$ (D) $\frac{m_Am_B}{m_A+m_B}g$ (E) $\frac{2m_Am_B}{m_A+m_B}g$ 。

(2)若接觸面間有摩擦力，致使系統保持靜止，此時繩之張力為

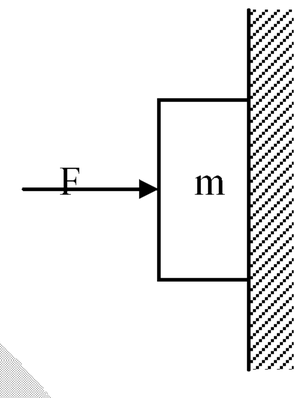
(A) m_Ag (B) m_Bg (C) $(m_A+m_B)g$ (D) $\frac{m_Am_B}{m_A+m_B}g$ (E) $\frac{2m_Am_B}{m_A+m_B}g$ 。

(3)系統保持平衡時，m_A 所受之摩擦力為

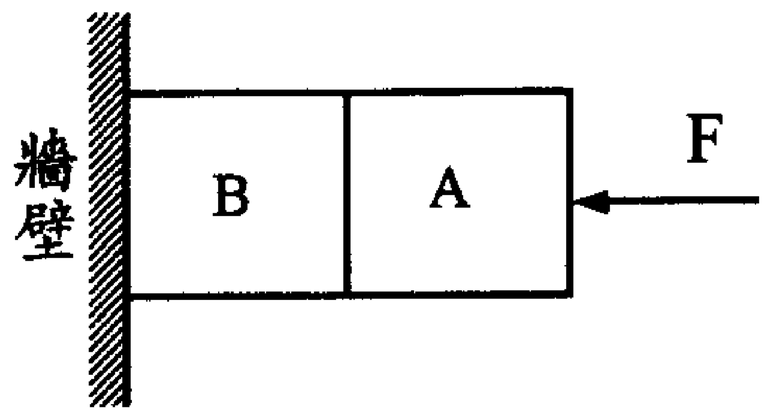
(A) m_Ag (B) m_Bg (C) $(m_A+m_B)g$ (D) $\frac{m_Am_B}{m_A+m_B}g$ (E) $\frac{2m_Am_B}{m_A+m_B}g$ 。

(4) m_A 與桌面之靜摩擦係數 μ_s 應為 (A) $\mu_s\geq\frac{m_B}{m_A}$ (B) $\mu_s\leq\frac{m_B}{m_A}$ (C) $\mu_s\geq\frac{m_A}{m_B}$ (D) $\mu_s\leq\frac{m_A}{m_B}$ (E) $\mu_s=1$ 。答：(1)(D)；(2)(B)；(3)(B)；(4)(A)

例82. 如右圖質量 m 的物體，靠於鉛直牆上與牆之間的靜摩擦係數爲 μ_s，今施一水平力 F 於物體，使物體不滑下，則 (A)F=mg (B) $mg=\mu_s F$ (C)牆與物體間的摩擦力爲 mg (D)牆施於物體的淨力(合力)爲 $F\sqrt{1+\mu_s^2}$ (E)若物體與牆無摩擦，則 F 無論多大均不能平衡。答：(C)(E)



例83. 如圖所示，以一水平力 F，將 A 和 B 兩木塊疊壓在鉛直牆壁上。已知 A 的重量爲 1N，B 的重量爲 3N，A 和 B 之間的靜摩擦係爲 0.2，B 與牆壁間的靜摩擦係數爲 0.5，若欲使 A 和 B 皆不滑動，則 F 的最小值爲何？【2004 奧林匹亞初選】答：8N



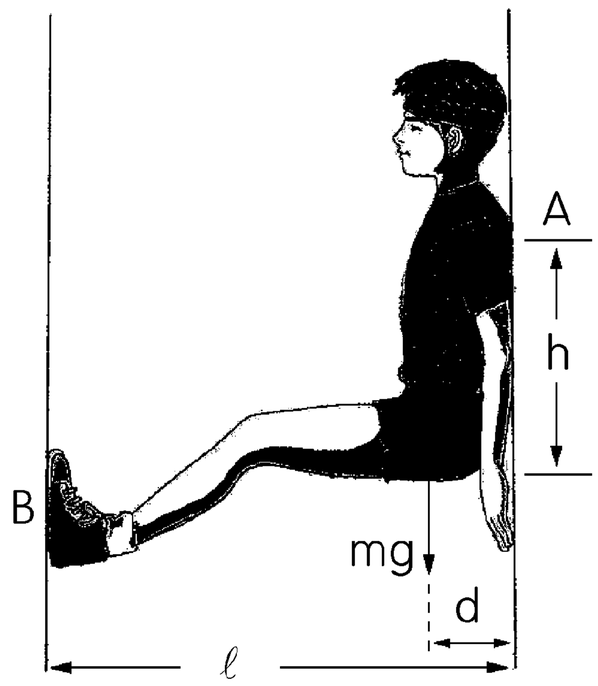
例84. 兩棟建築物之間形成一條狹窄的通道，如圖 A，一人以背部 A 靠右牆並用雙腳 B 頂住左牆，使身體靜止懸在空中。若此人質量爲 m＝55 公斤，通道寬爲 ℓ ＝1.0 公尺，人的質心離右牆的水平距離爲 d＝0.20 公尺，鞋與左牆的靜摩擦係數爲 μ_1 ＝1.1，背部與右牆的靜摩擦係數爲 μ_2 ＝0.70，試求：

(1)此人施予牆的水平力量最小需多少，此人方不致掉落？

(2)承(1)題在該水平力下，此人背部 A 與雙腳 B 的高度差 h 爲多少？

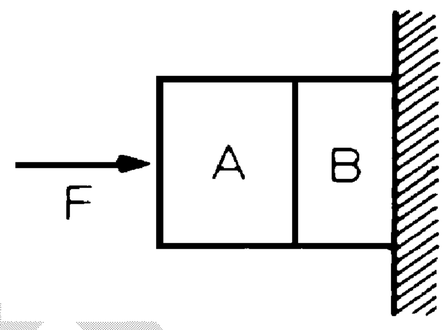
(3)支持此人不致掉落的摩擦力爲多少？

答：(1)30.56kgw；(2)0.74 公尺；(3) $f_1=33.6\,\text{kgw}$， $f_2=21.4\,\text{kgw}$

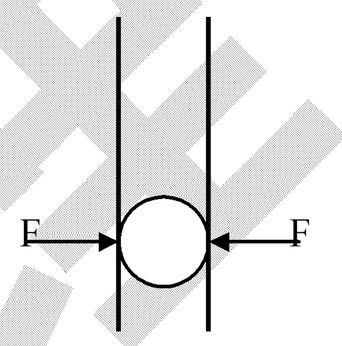


※家庭作業

1.A、B 兩物重量分別為W_1、W_2，施一水平力 F 可使兩物靠在牆上不滑下，如圖所示，則：(1)A 所受之摩擦力？(2)B 與牆壁間之靜摩擦係數μ_s範圍？。答：(1) W_1；(2) $\mu_s \geq \dfrac{W_1+W_2}{F}$



2.如圖，用一雙筷子平行夾住鐵球，鐵球質量為 0.2kg，與筷子的摩擦係數為μ，若將鐵球夾起並靜止在某處，則施力 F 至少為 (A)2/μ (B)2μ (C)1/μ (D)μ (E)4μ 牛頓。答：(C)



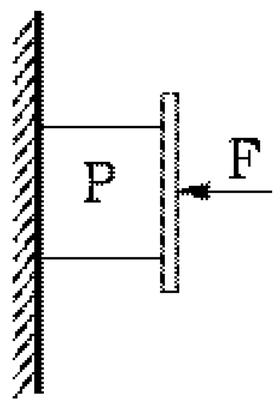
3.某生用一雙筷子夾一個滷蛋，靜止於空中，滷蛋不會掉下之原因是 (A)筷子給予滷蛋的靜摩擦力大於滷蛋重量 (B)筷子給予滷蛋的動摩擦力大於滷蛋重量 (C)筷子給予滷蛋的靜摩擦力大於動摩擦力 (D)筷子給予滷蛋的靜摩擦力等於滷蛋重量。答：(D)

4.質量為 m 之物體，置於傾斜角為θ的斜面上，而保持平衡。斜面施於此物之正向力為 N，摩擦力為 f，靜摩擦係數為μ，重力加速度為 g。下列敘述中，那些是正確的？

(A) $N\cos\theta = mg$ (B) $N\sin\theta = f\cos\theta$ (C) $N^2 + f^2 = (mg)^2$ (D) $f = \mu_s N$ 。【80 夜大】

答：(B)(C)

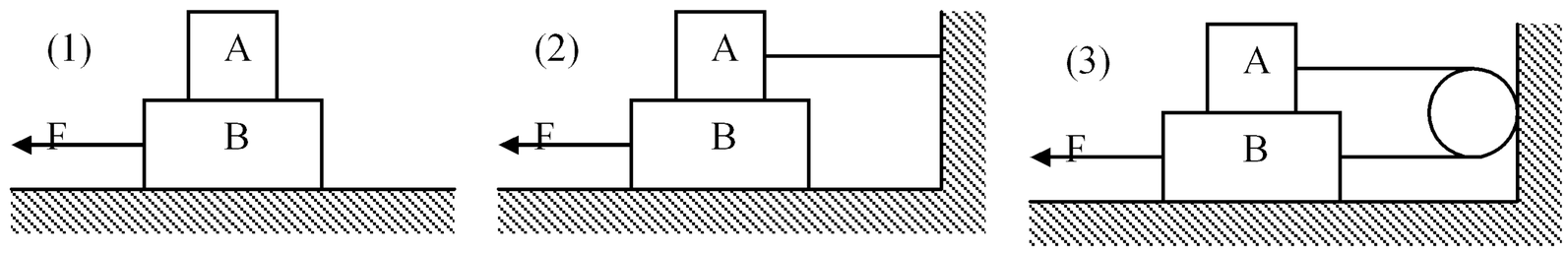
5.右圖所示物體重 P，夾在木板和木板壁之間。在木板上用水平力 F 緊壓木板，使物體不致下滑，如果物體和木板及木板壁間的靜摩擦係數都等於 0.25，則力 F 至少應大於 (A)$\dfrac{P}{2}$ (B)P (C)2P (D)4P (E)$\dfrac{P}{4}$ 。答：(C)



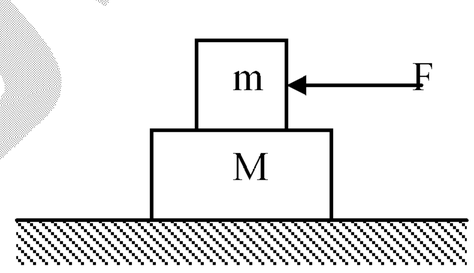
6.板擦重 2 牛頓，今以 10 牛頓之水平力壓向黑板，若板擦與黑板間靜摩擦係數為 0.2，問至少須施多大之向上力，才可使板擦向上移動？ (A)2 (B)4 (C)10 (D)12 (E)6 牛頓。答：(B)

7.一金屬棒重 W，手心與金屬棒間之靜摩擦係數為μs，欲將棒拿成鉛直方向而不滑下，最少需施握力為 (A)μ_sW (B)$\dfrac{W}{\mu_s}$ (C)μ_sgW (D)$\dfrac{gW}{\mu_s}$ (E)（1＋μ_s）gW。答：(B)

例85. 如下圖所示，A、B 兩物體的質量各為 2kg 與 4kg，B 物體均受 F 的拉力作用，假設各接觸面間的摩擦係數均為 0.5，欲使 B 物體等速左移，在三種情況中，所需之拉力為若干？答：(1)3kgw(2)4kgw(3)5kgw

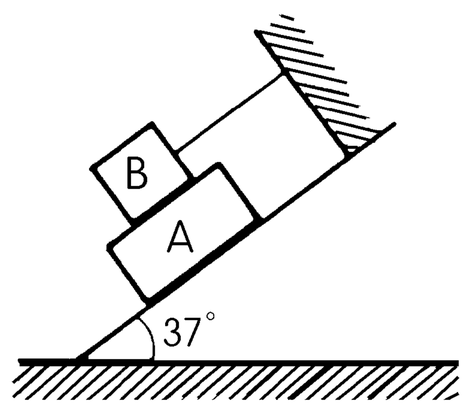


例86. 右圖中 m 與 M 間之靜摩擦係數為 μ_1，M 與地面之靜摩擦係數為 μ_2，今對 m 施以一水平力 F，欲使 m 與 M 一起移動(m 與 M 間沒有滑動)之條件為：



(A) $\frac{\mu_1}{\mu_2} < \frac{M}{m}$ (B) $\frac{\mu_1}{\mu_2} < \frac{M+m}{m}$ (C) $\frac{\mu_1}{\mu_2} > \frac{M}{m}$ (D) $\frac{\mu_1}{\mu_2} > \frac{M+m}{m}$ (E) $\frac{\mu_2}{\mu_1} > \frac{m}{m+M}$。答：(D)

例87. 如圖所示，斜角為 37° 的斜面固定，物體 B 以輕繩繫住，各接觸面間之靜摩擦係數皆為 0.5，物體 A 之重量為 W，圖中恰可成平衡時，B 之重量為

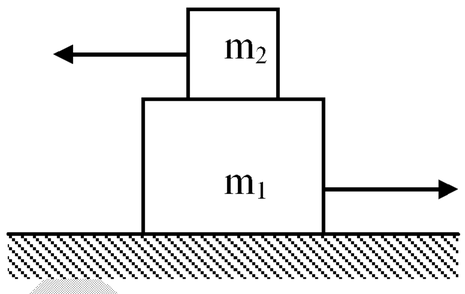


(A) $\frac{1}{4}$ W (B) $\frac{1}{2}$ W (C) $\frac{3}{5}$ W (D) $\frac{4}{5}$ W (E) $\frac{2}{3}$ W。答：(A)

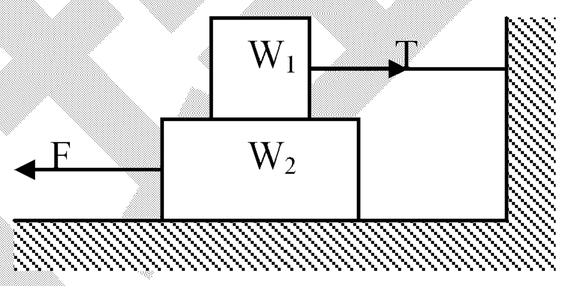
吳錫玠物理

※家庭作業

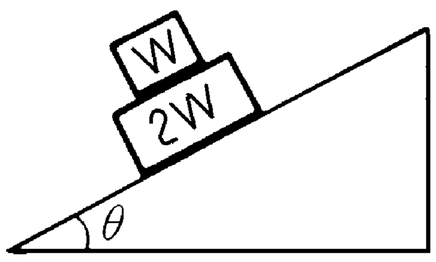
1.有二長方體木塊，質量分別為 m_1 及 m_2，設 m_1 木塊與水平桌面間之動摩擦係數為 μ_1，二木塊間之動摩擦係數為 μ_2。若 m_1 木塊在桌面上向右滑動時，m_2 木塊相對於 m_1 木塊則有向左的滑動，如圖所示。設木塊在水平方向除摩擦力外不受其它作用力，則此時 m_1 木塊加速度之量值為？【84 年大學】答：$\mu_1 g + \frac{m_2}{m_1} g(\mu_1 + \mu_2)$



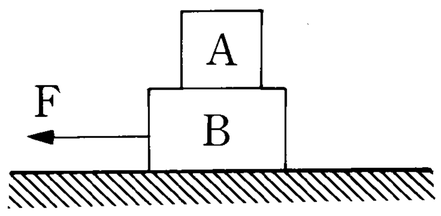
2.右圖中，重物 W_1=5kgw，W_2=20kgw，重疊置於水平地面上，W_1 另以細繩繫於牆上，各接觸面間之靜摩擦係數均為 0.4，今於 W_2 上向外施一力 F，欲使 W2 仍保持靜止，則
(1)F 之最大值為 (A)35 (B)30 (C)12 (D)10 kgw。
(2)細繩之張力為 (A)2 (B)7 (C)10 (D)12 kgw。答：(1)(C)；(2)(A)



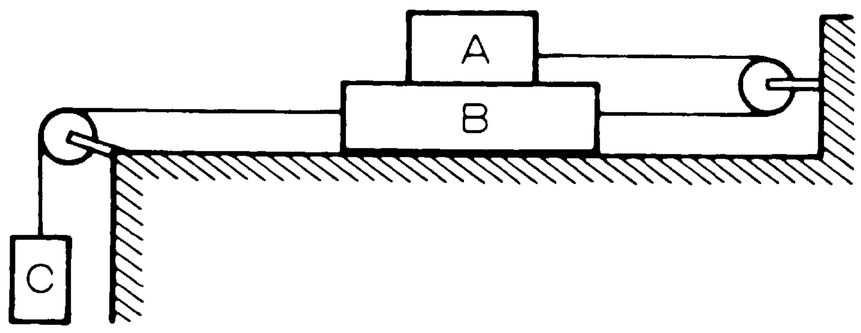
3.如圖，若所有接觸面之摩擦係數均相等，當系統恰保持靜止時，大木塊與斜面之摩擦力為其與小木塊之間摩擦力的 (A)1(B)2(C)3(D)4 倍。答：(C)



4.如附圖所示，A、B 兩個物體在力 F 的作用下一起等速前進，已知 A 與 B 之間，B 與地面之間的摩擦係數都是μ，A、B 的質量分別是 m 和 2m，則作用力 F 的大小為_____。答：3μmg



5.如圖之連接體中，設 A 與 B 間之靜摩擦係數為 0.2，B 與平面間之靜摩擦係數為 0.4，又 A 之質量為 2 公斤，B 為 10 公斤，設滑輪與繩之摩擦不計，則 C 之重量至少須超過多少公斤重？才能拉動此連接體。答：5.6



6.男職員向女主管請假。

男職員：「經理，我想請假去向我女友求婚。」

女主管：「難道你沒有聽過婚姻是愛情的墳墓？」

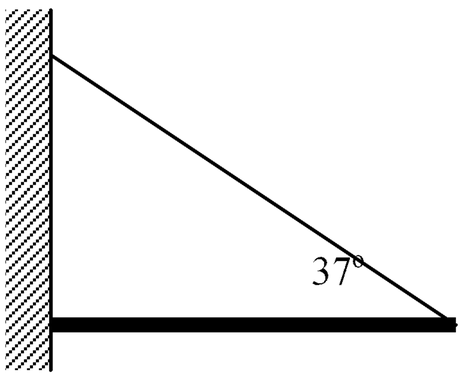
男職員想了一想。

男職員：「那麼我請喪假。」

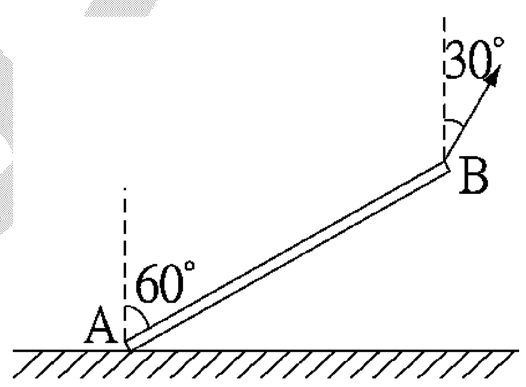
例88. 一均勻木棒重 w，一端頂住鉛直牆面，另一端以輕繩繫於牆上使木棒成水平平衡如右圖，求：

(1)牆對木棒作用力之量值為？

(2)牆與木棒間之靜摩擦係數範圍為？答：(1) $\frac{5}{6}W$ ；(2) $\mu_s \geq \frac{3}{4}$

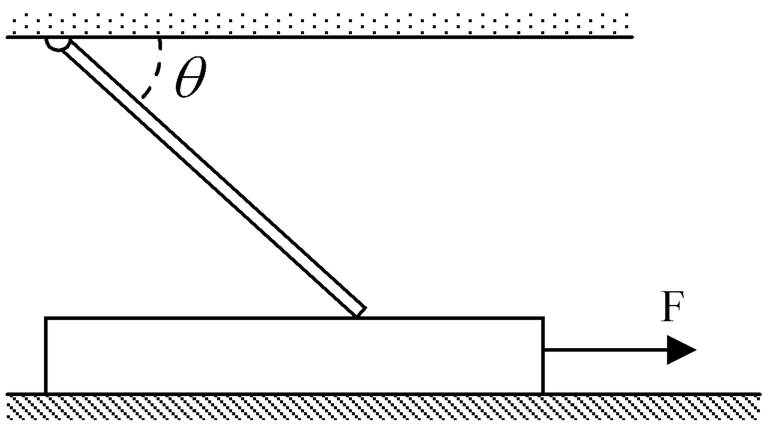


例89. 重 W 均勻木棒 AB 的 B 端以細繩拉引向上，若棒與鉛直夾 60°，細繩與鉛直夾 30° 時，呈平衡狀態，則棒的 A 端與地面之摩擦力大小為？答：$\frac{\sqrt{3}}{4}W$



例90. 如圖，均勻木棒質量 m，木塊質量 M，木棒與木塊間之靜摩擦係數為 μ_1，木塊與地板間之靜摩擦係數為 μ_2。若欲拉動木塊，最少需施力 F=？答：

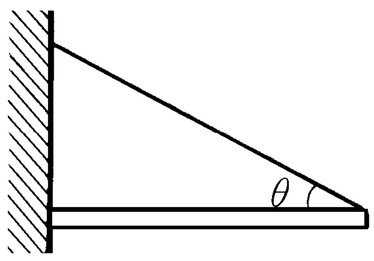
$$\frac{(\mu_1+\mu_2)mg\cdot\cos\theta}{2(\cos\theta+\mu_1\sin\theta)}+\mu_2 Mg$$



吳錫玠物理

※家庭作業

1.一均勻木棒重 W，一端以細繩繫在牆上，另一端垂直靠於牆上如圖所示，則下列敘述何者正確？ (A)若牆面光滑，不論θ角度如何，都無法平衡 (B)若木棒成平衡，則繩子張力爲$W\cot\theta$ (C)若木棒成平衡，則牆作用於棒的摩擦力方向向上 (D)若木棒成平衡，則牆作用於棒的摩擦力，其方向與木棒夾角爲θ (E)若$\theta=45°$時可以平衡，則$\theta=37°$也必可平衡。答：(A)(C)(E)

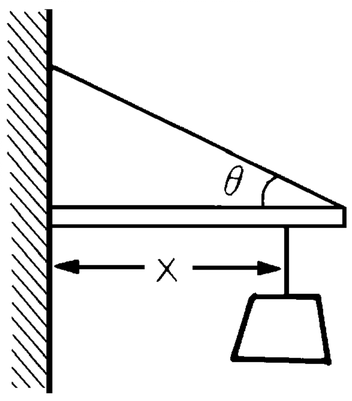


2.如圖所示，一輕繩繫於一米長之均勻木棒一端，而木棒之另一端頂住鉛直牆面，牆與棒之最大靜摩擦係數 0.3，則：

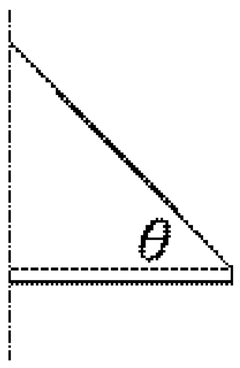
(1)使棒平衡θ之最大值滿足 (A)cosθ＝0.3 (B)sinθ＝0.3 (C)tanθ＝0.3 (D)secθ＝0.3 (E)cscθ＝3。答：(C)

(2)設θ＝10°，若一物重恰等於棒重且此物懸吊距牆 X 距離處，則 X 之最大值爲若干，方可使棒保持平衡？ (A)24 (B)36 (C)48 (D)64 (E)72 cm。(cot10°＝5.67)答：(A)

(3)欲使物體吊於木棒左端而成平衡且θ保持10°，則木棒與牆間之最大靜摩擦係數爲 (A)0.3 (B)0.4 (C)0.45 (D)0.48 (E)0.53。答：(1)(C)；(2)(A)；(3)(E)



3.右圖中均勻長棒的一端垂直頂在一鉛直牆上，另一端以輕繩繫於牆，棒與牆的靜摩擦係數爲$\frac{1}{\sqrt{3}}$，欲使棒保持水平，繩與棒夾角θ的最大值爲何？ (A)30° (B)37° (C)45° (D)53° (E)60° 。答：(A)



4.鄉音濃重的國文老師，爲學生們朗讀一首題爲「臥春」的陸游古詩，要大家聽寫在筆記本上：

《臥春》

暗梅幽聞花，臥枝傷恨底，遙聞臥似水，易透達春綠。

岸似綠，岸似透綠，岸似透黛綠。

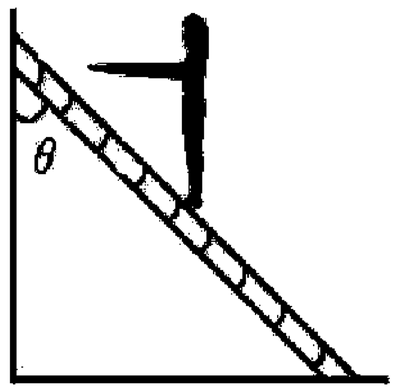
沒想到，有一位同學的筆記本裡竟是這樣寫的：

《我蠢》

俺沒有文化，我智商很低，要問我是誰，一頭大蠢驢。

俺是驢，俺是頭驢，俺是頭呆驢。

例91. 若一梯子長 L，重可不計，靠在牆與地面，如圖，牆面光滑，一重 W 的人立於梯的中間。試求：



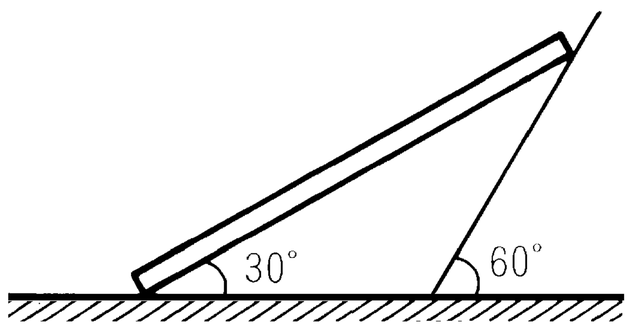
(1)梯子與牆作用力若干？答：

(2)梯子與地面作用力若干？答：

(3)若人稍往上一爬，梯子便開始下滑，則梯與地面的摩擦係數？答：(1) $\frac{W}{2}\tan\theta$ ；(2) $\frac{W}{2}\sqrt{4+\tan^2\theta}$ (3) $\frac{1}{2}\tan\theta$

例92. 有一梯子斜靠在鉛直的牆壁上，梯子和水平地面之間的夾角爲 θ，設梯子與牆壁之間無摩擦力，而與地面之間的靜摩擦係數爲 μ_s。若梯子的質量很輕可以忽略不計，現有一質量爲 m 的人在梯子上向上爬，則梯子不會滑動的條件爲何？【2002 奧林匹亞初選】答：$\mu_S \geq \cot\theta$

例93. 一均勻棒重 W，一端置於粗糙的地面上，另一端置於斜角 60° 的光滑斜面上，若此棒與地面成 30° 角，求：



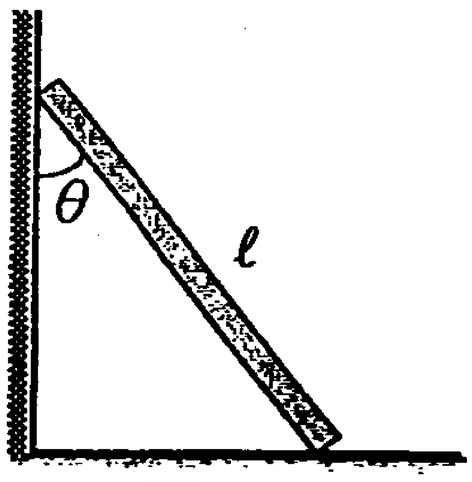
(1)棒的下端之摩擦力？(2)光滑斜面對棒之作用力？

(3)地面對棒的作用力？答：(1) $\frac{\sqrt{3}}{4}W$ ；(2) $\frac{W}{2}$ ；(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}W$

吳錫玠物理

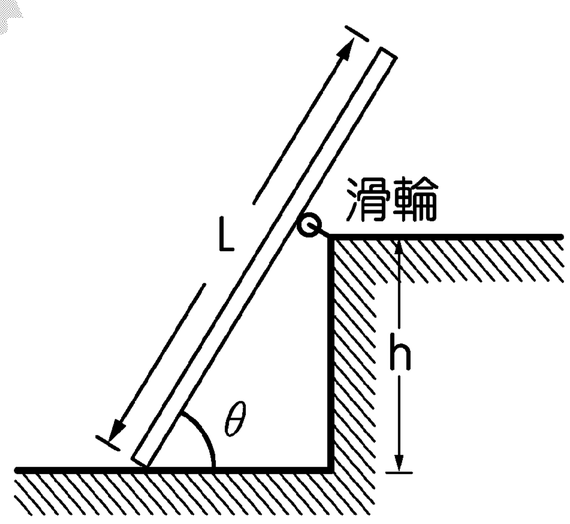
※家庭作業

1.一長度為ℓ的均勻長桿，斜靠在一面光滑的鉛直牆壁上，如右圖所示。若桿子和地面之間的靜摩擦係數μ=0.5，則欲使桿子保持平衡，不致於滑動，桿子和牆壁之間的夾角θ應在什麼範圍內？_____。【2001 奧林匹亞初選】答：$0° \le \theta \le 45°$

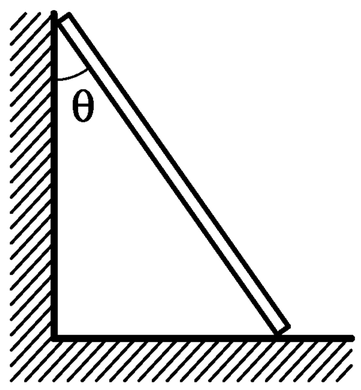


2.一梯子上端斜靠鉛直光滑牆面，梯與牆之夾角為θ；梯的下端在水平地面上。梯長為 L，其質量可以不計。重量為 W 的人，直立於梯上 L/3 處(沿梯自下端量起)，則下列敘述中，那些是正確的？ (A)地面施於人之力、梯施於人之力、及地球施於人之萬有引力的量值均為 W (B)牆施於梯的鉛直力為 W/3 (C)地面施於梯的水平力為(W$\tan\theta$)/3 (D)若此人往上爬到 L/2 處，梯便開始下滑，則梯與地面的靜摩擦係數為 ($\tan\theta$)/2。【81 夜大】答：(C)(D)

3.如圖所示，一塊木板之底端 A 立於地面上，身子斜靠在一固定在牆上的滑輪上，木板與地面間斜角為θ，$\theta \ge 70°$ 時，木板可維持平衡，但$\theta < 70°$ 時，木板便會下滑，設 L＝2 公尺，h＝1 公尺，試求木板與地面間的靜摩擦係數。答：0.34



4.有一梯子以傾斜角θ（$\theta \ne 0$）斜靠牆上（如圖所示），若地面無摩擦而牆與梯子間之摩擦係數為μ_s，則 (A)$\tan\theta < 2\mu_s$ 時可以平衡 (B)$\sin\theta < 2\mu_s$ 時可以平衡 (C)$\cos\theta < 2\mu_s$ 時可以平衡 (D)無論如何不能保持平衡。【日大】答：(D)

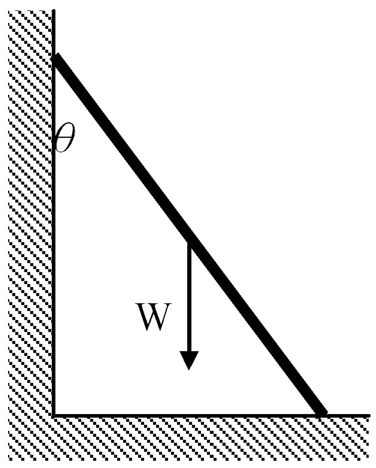


5.如右圖所示，一重量為 W 之均勻梯子，一端立於水平地面，而另一端倚靠在鉛直牆上，設樓梯與牆壁之靜摩擦係數為μ_1，樓梯與地面之靜摩擦係數為μ_2，若梯子與牆面成θ角時恰欲滑下，求：

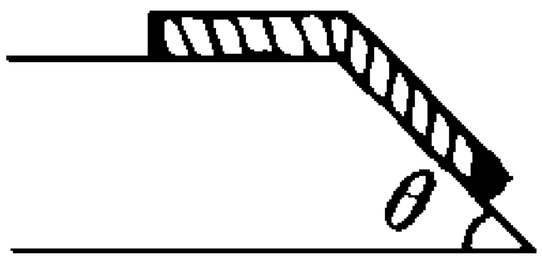
(1)牆面施於梯之作用力？

(2)地面施於梯之作用力？

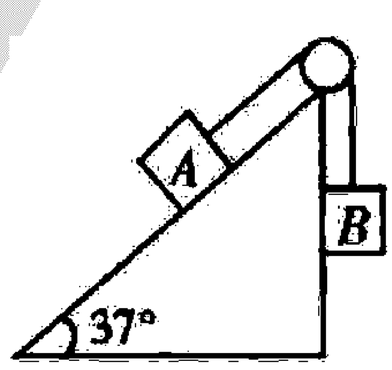
(3)$\tan\theta$＝？答：(1)$\sqrt{1+\mu_1^2} \times \dfrac{\mu_2 W}{1+\mu_1\mu_2}$；(2)$\sqrt{1+\mu_2^2} \times \dfrac{W}{1+\mu_1\mu_2}$；(3)$\dfrac{2\mu_2}{1-\mu_1\mu_2}$



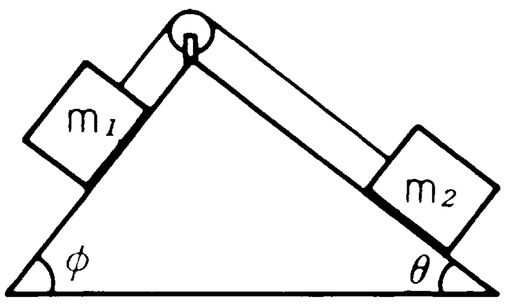
例94. 一均勻柔軟的繩長ℓ，當$\frac{2}{3}\ell$在斜面上時，恰將下滑，則繩子與斜面間的靜摩擦係數為何？(但斜面傾斜角為θ)答：$\frac{2\sin\theta}{1+2\cos\theta}$



例95. 右圖中已知物體 A 的質量m_A=5kg，且與斜面之靜摩擦係數為0.1，若欲使系統成靜力平衡，則物體 B 的可能質量m_B為何？答：2.6kg≦m_B≦3.4kg



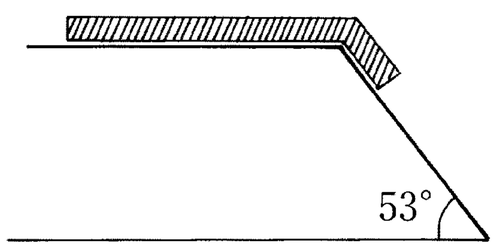
例96. 如圖所示，質量為m_1和m_2的兩木塊，被穿過定滑輪之細線所連結。兩斜面之傾斜角分別為ϕ及θ（$\phi>\theta$），且斜面之靜摩擦係數均為μ，若m_1、m_2能在斜面上保持靜止，則m_1和m_2的比值最大為？答：$\frac{\sin\theta+\mu\cos\theta}{\sin\phi-\mu\cos\phi}$



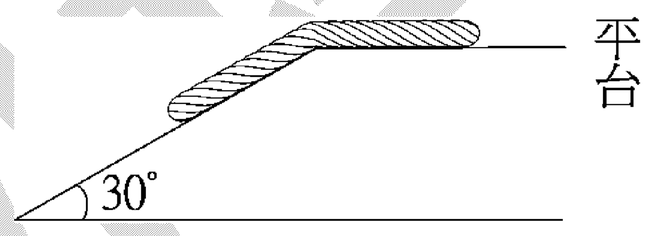
吳錫玠物理

※家庭作業

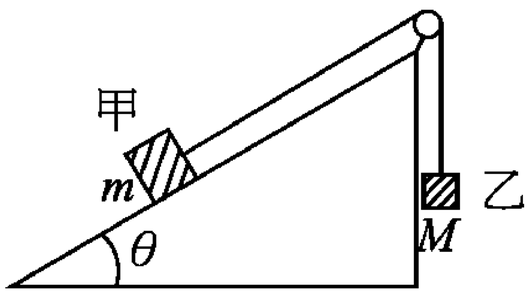
1.如圖均勻柔軟之繩長ℓ質量 m，當$\frac{1}{4}\ell$在斜面上時，繩子靜止，則繩與接觸面間之摩擦力爲_____，當$\frac{2}{3}\ell$在斜面上時，恰將下滑，則繩與接觸面間之靜摩擦係數爲_____。答：(1)0.2mg；(2)$\frac{8}{11}$



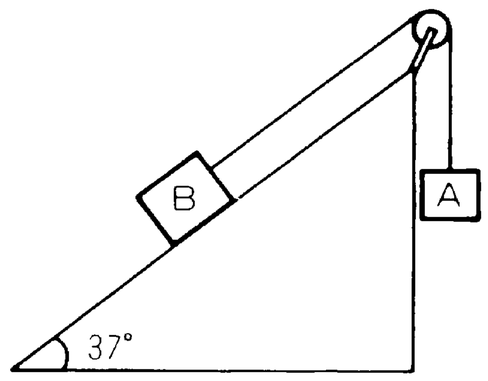
2.有一粗糙的平台，其邊緣爲一斜角30°的光滑斜面，今將一條均質繩置放其上，如附圖所示，若繩與平台間之靜摩擦係數爲$\frac{1}{4}$，則在光滑斜面上的長度爲全長的_____倍時，恰可使繩沿光滑斜面下滑。答：$\frac{1}{3}$



3.如圖所示，在傾斜角爲θ的斜面上，將質量爲 m 的甲物體，以質量可以不計的細繩，繞過無摩擦之滑輪後，與質量爲 M 的乙物體連接。若斜面與甲物體間的靜摩擦係數爲μ，而甲與乙均靜止不動，則可確定其質量比 M/m 必爲下列何者？ (A)M/m＝$(\sin\theta+\mu\cos\theta)$ (B)M/m＝$(\sin\theta-\mu\cos\theta)$ (C)M/m＝$(\cos\theta+\mu\sin\theta)$ (D)$(\cos\theta-\mu\sin\theta)\leqq M/m\leqq(\cos\theta+\mu\sin\theta)$ (E)$(\sin\theta-\mu\cos\theta)\leqq M/m\leqq(\sin\theta+\mu\cos\theta)$。答：(E)



4.如圖所示，B 物體之質量爲 10kg 與斜面間之靜摩擦係數爲 0.5。
(1)欲使 B 物體開始向上滑動，A 之質量不能小於 (A)10 (B)8 (C)6 (D)4 (E)2 kg。答：(A)
(2)欲使 B 物體開始向下滑動，A 之質量不能大於 (A)10 (B)8 (C)6 (D)4 (E)2 kg。答：(E)



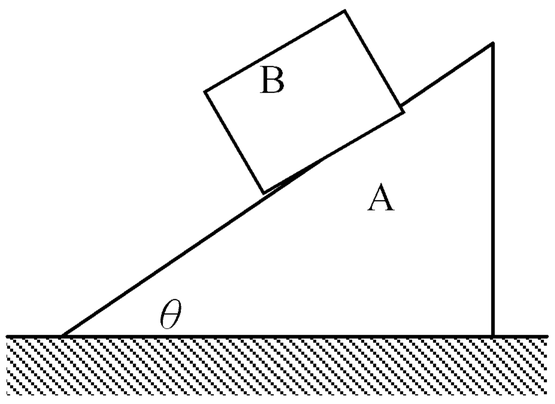
物理

例97. 質量爲 1 公斤之木塊放置於與水平面成 37° 角之斜面上，木塊與斜面之靜摩擦係數爲 1/4，今以一與斜面平行之力作用於物體上，而使物體保持靜止不動，則
(1)F 的範圍爲何？
(2)F=0.5kgw，則物體將如何？摩擦力？答：(1) 0.4kgw≦F≦0.8kgw (2)靜止；0.1kgw

例98. 一物體靜止放在與水平成 30° 角的斜面上。設欲推動該物體沿斜面上滑所需平行於斜面之力爲 F，欲推動該物體沿斜面下滑所需平行於斜面之力爲 F/9，則該物體與斜面間之靜摩擦係數約爲： (A)0.80 (B)0.72 (C)0.58 (D)0.40【70 年大學】答：(B)

例99. 質量 M、傾斜角 θ 的光滑斜面放在粗糙地面上，今將質量 m 的 B 物體置於斜面上。在 B 沿斜面下滑的過程中，若斜面 A 始終不動，則 A 與地面間之靜摩擦係數 μ_s 應有何限制？

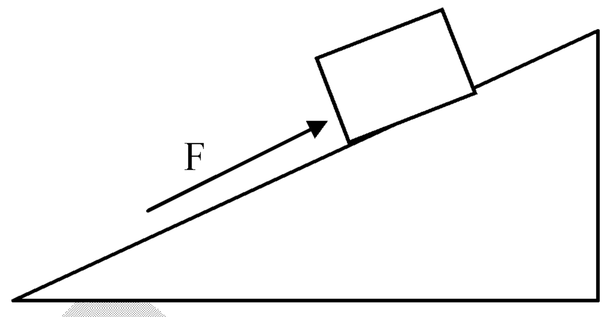
答：$\mu_s \geq \dfrac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\cos^2\theta}$



吳錫玠物理

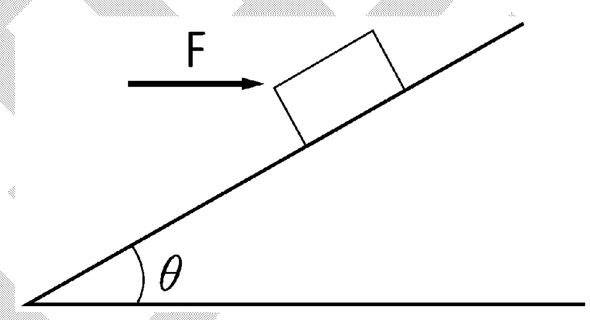
※家庭作業

1.在傾斜角為θ的粗糙斜面上靜置一物體，以平行於斜面方向向上之力支持之，在物體得以平衡的範圍內，改變力的大小，發現其最大值為最小值的 n 倍(n>1)，求斜面之靜摩擦係數？答：$\frac{n-1}{n+1}\tan\theta$



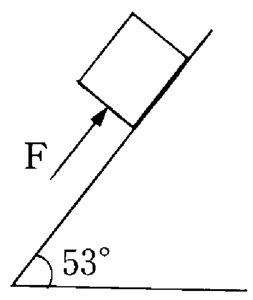
2.一向右水平力 F 頂住一木塊，如圖所示，斜面之斜角為θ，木塊重為 W，若木塊與斜面間的靜摩擦係數為μ，欲使木塊靜止於斜面上，試求 F 的量值應在什麼極限範圍內？

答：$\frac{\sin\theta-\mu\cos\theta}{\cos\theta+\mu\sin\theta}W\le F\le\frac{\sin\theta+\mu\cos\theta}{\cos\theta-\mu\sin\theta}W$



3.質量為 0.7 公斤的某物體靜置於與水平面成θ角的斜面上，當θ增至 37°時，物體開始下滑。現將θ增至 45°，並以一水平力作用於物體上，使物體保持靜止不動，試問此水平力之量值的範圍為何？【83 夜大】答：0.1≦F≦4.9 (kgw)

4.重量為 W 的均質木箱，與斜面間之靜摩擦係數為 0.8，欲使木箱靜止於斜面上，則沿斜面所施之力 F，至少應多若干？ (A)0.32W (B)0.16W (C)0.4W (D)0.46W (E)0.5W 。答：(A)

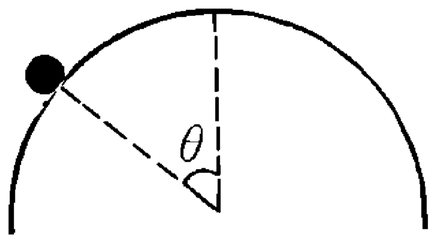


5.質量為 1 公斤的木塊置於斜角 37° 的斜面上，斜面與木塊之靜摩擦係數為 0.25，今以一與斜面平行之力 F 作用於木塊上，而使木塊靜止不動，則力 F 之量值可能為若干 kgw？ (A)0.3 (B)0.4 (C)0.5 (D)0.7 (E)0.9。答：(B)(C)(D)

6.一質量為 20kg 之物體，置於斜角 30° ，摩擦係數 0.2 之斜面上，欲使其既不上移亦不下滑，所需之力 F（與斜面平行）為 (A)6.5kgw (B)13.5kgw (C)6.5kgw＜F＜10kgw (D)10kgw＜F＜13.5kgw (E)6.5kgw＜F＜13.5kgw。答：(E)

7.質量為 100g 之木塊放置於與水平面成 37° 角之斜面上，接觸面之靜摩擦係數為 $\mu_s=0.5$，今以一與斜面平行之力作用於物體上，而使物體保持靜止不動，則此最大為 (A)10gw (B)20gw (C)100gw (D)110gw。答：(C)

例100.如圖，木塊在大球上面維持靜止時，其所在位置之半徑與鉛直線所成之最大夾角為θ，則木塊與球面之靜摩擦係數為若干？
答：tanθ



例101.一螞蟻在半徑 R 之碗中，沿碗壁上爬，若螞蟻與碗壁摩擦係數為 $\sqrt{3}$ ，則

(1)此螞蟻可爬昇距碗底之最大鉛直高度為何？

(2)此時之正向力大小為何？答：(1)R/2；(2)

例102.(1)一物體與木板間靜摩擦係數為 3/4，動摩擦係數為 1/4，若將木板逐漸傾斜，其傾斜角為若干時，物體即將開始下滑？ (A)30° (B)37° (C)45° (D)53° 。

(2)物體開始滑動後之加速度大小？答：(1)(B)；(2)

吳錫玠物理

※家庭作業

1.物體由斜角θ的固定斜面恰可等速下滑，則物體與斜面間的動摩擦係數=？答：$\tan\theta$

2.一傾斜角可隨意調整的木板上，靜置一物體，質量爲 m，該處的重力加速度爲 g，則：

(1)當傾斜角增大至θ角時，物體恰欲滑下，則靜摩擦係數=？

(2)當傾斜角爲$\frac{\theta}{2}$時，摩擦力=？答：(1)$\tan\theta$；(2) $mg\sin\frac{\theta}{2}$

3.一螞蟻在半徑 5 公分之碗內沿壁爬行，若螞蟻與碗壁間摩擦係數爲 3/4，則此蟻可以爬昇至距碗底之鉛直高度 H？答：1 cm

4.(1)一螞蟻在半徑 R 之碗中，沿碗壁上爬，若螞蟻與碗壁摩擦係數爲μ，則此螞蟻可爬昇距碗底之最大鉛直高度爲何？

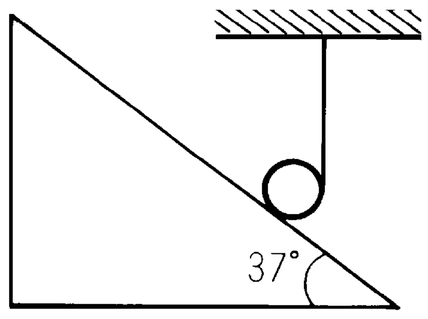
(2)若螞蟻質量 m，此時碗壁給予螞蟻之正向力？答：(1) $(1-\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}})R$；(2) $\frac{mg}{\sqrt{1+\mu_s{}^2}}$

5.把重量 W 的物體置於平面上，緩緩將平面傾斜，當它與地面的夾角爲θ時，物體即開始滑下，則此時物體所受之(1)摩擦力？(2)正向力？(3)兩接觸面間之靜摩擦係數？答：(1) $W\sin\theta$；(2)$W\cos\theta$ (3) $\tan\theta$

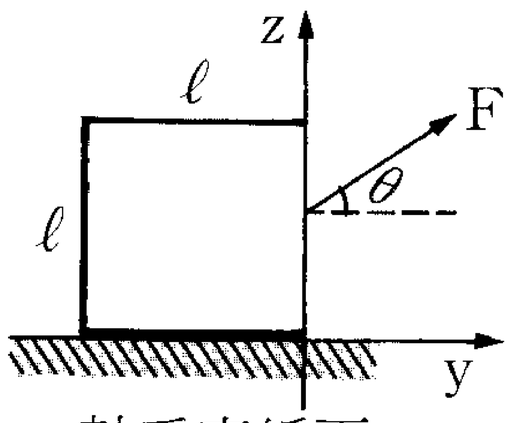
6.質量 m 之物與斜面間之靜摩擦係數爲 0.8，動摩擦係數爲 0.6，將此物置於此斜面上，當斜角由 0° 增爲 37° 時，該物所受之摩擦力爲

(A)$\frac{12}{25}$mg (B)$\frac{3}{5}$mg (C)$\frac{4}{5}$mg (D)$\frac{9}{25}$mg (E)$\frac{16}{25}$mg。答：(B)

7.如圖所示，一球以繩懸掛於天花板且能靜止於傾斜角 37° 的斜面上，則球與斜面之間的靜摩擦係數至少應爲若干？才能使輕繩維持鉛直方向。答：0.75

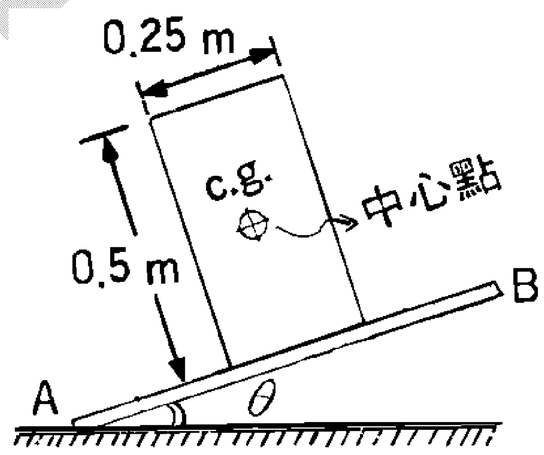


例103.水平桌面上有一邊長爲 L 的正立方體，今在此立方體的某垂直面（x-z 平面）的正中央繫繩，繩在 yz 平面且與水平的 y 方向成 θ 角，如圖所示。當拉力 F 逐漸增大時，發現在立方體開始滑動的同時，亦開始以 x 軸爲轉軸發生轉動。設桌面與立方體間的靜摩擦係數爲 μ_S，則 μ_S 之值爲 (A) $\dfrac{(1+\tan\theta)}{\cos\theta}$ (B) $1+\tan\theta$ (C) $\dfrac{1}{(1-\tan\theta)}$ (D) $\dfrac{\cos\theta}{(1-\sin\theta)}$ (E) $\dfrac{1}{(1+\tan\theta)}$。【81 年大學】答：(C)

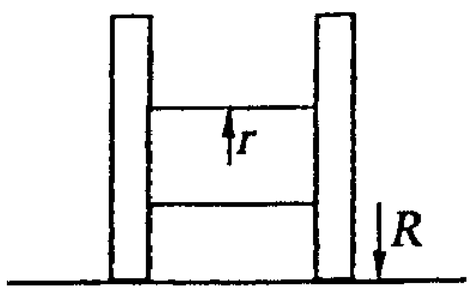


x 軸垂直紙面

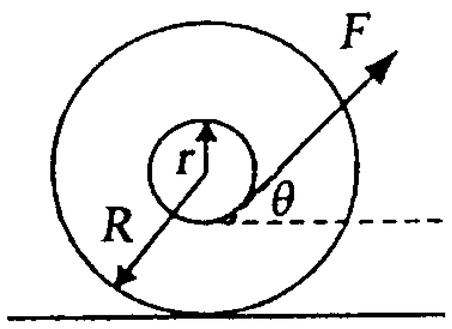
例104.如右圖所示，有一長 0.5m，寬 0.25m 的均質木箱靜止在一厚板 AB 上。木箱與厚板的靜摩擦係數是 0.4。若將厚板 B 端慢慢舉起，則木箱傾倒之前會開始滑動嗎？試求木箱開始下滑或傾倒的角度？
答：(1)先滑動(2) $\theta_{滑動}=21.8^{o}$；$\theta_{傾倒}=26.6^{o}$



例105.在一水平面上有一線軸，其重量爲 W，內軸半徑爲 r，外軸半徑爲 R，線軸與水平面的動摩擦係數爲 μ_K，如圖(一)所示，將一細繩的一端纏繞於線軸，另一端以力 F 斜向上拉，施力方向與水平面的夾角爲 θ，如圖(二)所示，則當滿足下列哪一條件時，此線軸會在水平面上等速移動而不會轉動？



圖(一)



圖(二)

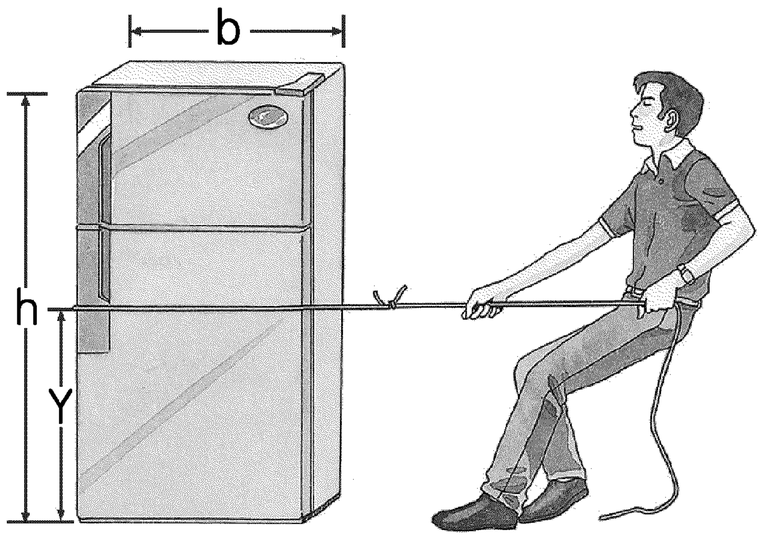
(A) $F\sin\theta=\mu_K W$ (B) $W\cos\theta=F$ (C) $Fr=\mu_K WR$ (D) $\sin\theta=\dfrac{r}{R}$ (E) $\cos\theta=\dfrac{r}{R}$。
【91 指考】答：(E)

※家庭作業

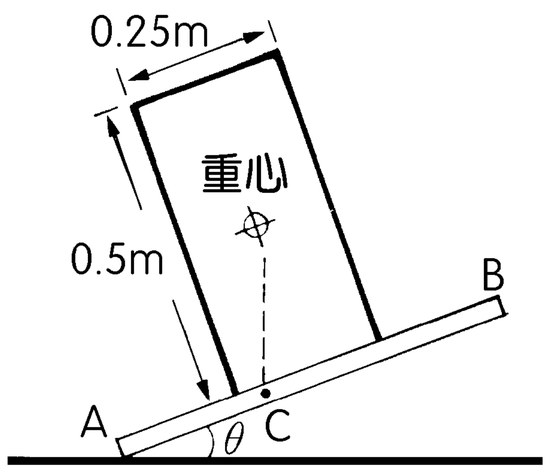
1.一人以一水平力 F 拖冰箱使其向右等速滑動，如圖所示，設冰箱質量爲 25 公斤，b 爲 50 公分，h 爲 1.1 公尺，g 爲 9.8 公尺／秒 2，冰箱與地板間動摩擦係數 μ_k 爲 0.4，試求：

(1)若 F＝10kgw 時，則綑綁冰箱的繩子高度 y 最大多少時，冰箱仍不致於翻轉倒下。

(2)若水平拉力 F 改爲通過冰箱的重心，則地面對冰箱的正向力作用在冰箱的何處？答：(1)62.5cm；(2)距右端 3cm



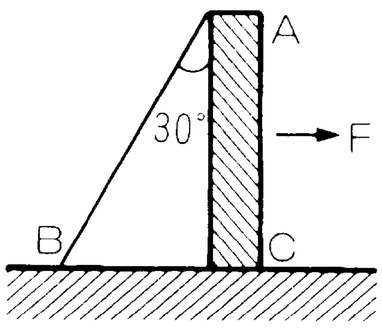
2.如圖所示，有一長 0.5m、寬 0.25m 的均質物體靜止在厚板 AB 之上。物體與厚板的靜摩擦係數是 0.4。若將厚板的 B 端慢慢舉起，則(1)物體在傾倒之前會開始滑動嗎？(2)物體開始下滑或傾倒的角度 θ = ？答：(1)會；(2) $\tan^{-1}\frac{2}{5}$



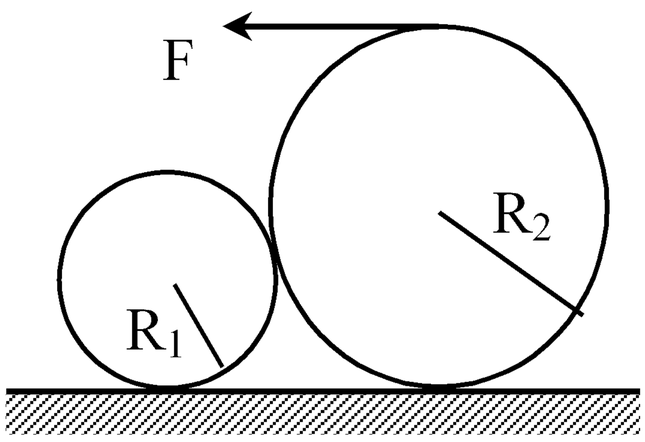
3.如圖中，一電線桿重量爲 50kgw，放置在粗糙水平面上，其接觸面靜摩擦係數爲 0.3，在桿的頂端繫一繩使其與電線桿成 30°，若有一水平力 F 作用於桿上，不使電線桿滑動時，在下列情況下 F 的最大值各爲若干？

(1)F 在桿的中點時，其值爲【　　】kgw。

(2)F 距 A 端爲桿長 1/10 的地方時，其值爲【　】kgw。



＊4.如右圖所示，半徑分別爲 R_1、R_2 的兩個均勻圓柱體置於一水平面上，在大圓柱上繞有一細線，透過細線對大圓柱施以水平拉力 F。設所有接觸處的靜摩擦係數均爲 μ，爲使在此力作用下，大圓柱能翻過小圓柱，則靜摩擦係數 μ 應滿足何條件？【92 校內複賽】答：$\mu \geq \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$



觀念九　重心

1. 重心的意義：重力對物體產生之合力與合力矩之作用點

說明：在重力場中，系統各質點之總重量，可視為集中在重心(合力的作用點)；任選一個支點，系統各質點所受重力對該支點產生之力矩的總和，與重心對該支點產生的力矩相等(合力矩的作用點)

2. 重心的計算：

(1)選擇一座標系，使座標系之 x 軸與重力場垂直，若系統中各質點的質量分別為 m_1、m_2、m_3....，各質點的座標分別為 x_1、x_2、x_3…..，今以原點為支點，依重心之定義

各質點對支點的力矩和＝重心(G)對支點的力矩

$$\Rightarrow m_1g_1\cdot x_1+m_2g_2\cdot x_2+m_3g_3\cdot x_3+\cdots=(m_1g_1+m_2g_2+m_3g_3+\cdots)x_G$$

$$\Rightarrow x_G=\frac{m_1g_1\cdot x_1+m_2g_2\cdot x_2+m_3g_3\cdot x_3+\cdots}{m_1g_1+m_2g_2+m_3g_3+\cdots}=\frac{\sum_i m_ig_i\cdot x_i}{\sum_i m_ig_i}$$

(2)將座標系與系統一起旋轉 $90°$，使座標系之 y 軸與重力場垂直，同理可得

$$\Rightarrow y_G=\frac{m_1g_1\cdot y_1+m_2g_2\cdot y_2+m_3g_3\cdot y_3+\cdots}{m_1g_1+m_2g_2+m_3g_3+\cdots}=\frac{\sum_i m_ig_i\cdot y_i}{\sum_i m_ig_i}$$

(3)由上述可知，系統的重心

$$(x_G,y_G,z_G)=\frac{m_1g_1\cdot(x_1,y_1,z_1)+m_2g_2\cdot(x_2,y_2,z_2)+m_3g_3\cdot(x_3,y_3,z_3)+\cdots}{m_1g_1+m_2g_2+m_3g_3+\cdots}=\frac{\sum_i m_ig_i\cdot(x_i,y_i,z_i)}{\sum_i m_ig_i}$$

3. 質心：

(1)定義：物體質量的集中點，物體各質點的群體運動可簡化為以質心的運動來代表。

(2)公式：在均勻重力場中，$g_1=g_2=\cdots=g$，將重心公式中各項之 g 消去，可得

$$(x_c,y_c,z_c)=\frac{m_1\cdot(x_1,y_1,z_1)+m_2\cdot(x_2,y_2,z_2)+m_3\cdot(x_3,y_3,z_3)+\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots}=\frac{\sum_i m_i\cdot(x_i,y_i,z_i)}{\sum_i m_i}$$

(3)在均勻重力場中，質心與重心相同；但若在不均勻重力場中，質心與重心不相同。

(4)在失重狀態下，質心位置不變，但重心不存在。

吳錫玠物理

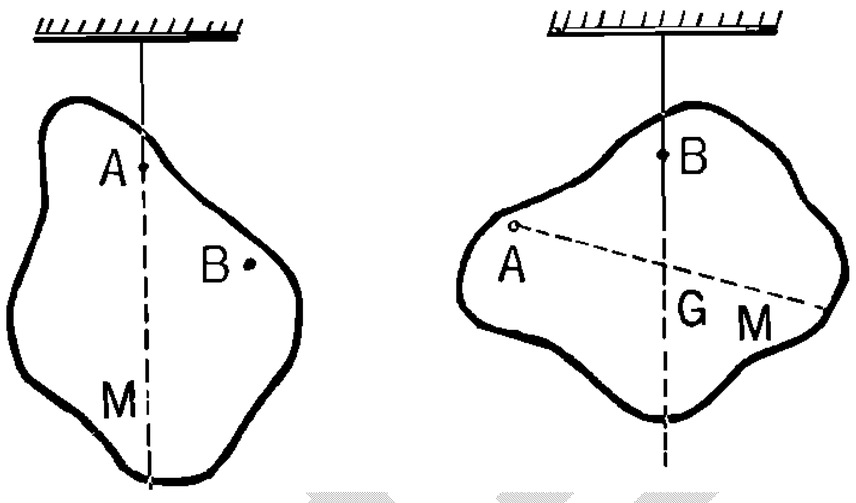
4.形狀規則物體的重心位置：在均勻重力場中，密度均勻的物體，其重心位置在幾何中心處。

(1)均勻正方形、長方形、平行四邊行的重心：兩對角線的交點。

(2)圓、圓環、球、球殼的重心：圓心或球心處。

(3)三角形平板的重心：三中線交點處。

5.形狀不規則物體之重心位置的求法：在均勻重力場中，任取不同的兩點A、B，以小釘及線懸吊之，因為重心的位置G必在通過懸點的鉛直線上，故三鉛直線的交點G必為物體的重心。



6.女人用右腦外遇，

男人用左腦外遇。

女人出軌的經常是精神，

男人出軌的通常是肉體。

女人通常坐而言但不起而行；

男人通常坐而言不如起而行。

女人外遇的對象，通常是她愛的人；

男人外遇的對象，通常是愛他的人。

女人幽會通常躲進飯店賓館，因為隱密；

男人幽會通常是到情婦家中，因為省錢。

幽會回家後，女人會對老公比較冷淡；

幽會回家後，男人會對老婆溫柔。

男人最想到大陸包二奶，

女人最想到國外譜戀曲。

女人的外遇比較光明正大，

男人的外遇比較偷偷摸摸。

幽會時只要擁抱就能滿足的是女人，

幽會時不上床就不能滿足的是男人。

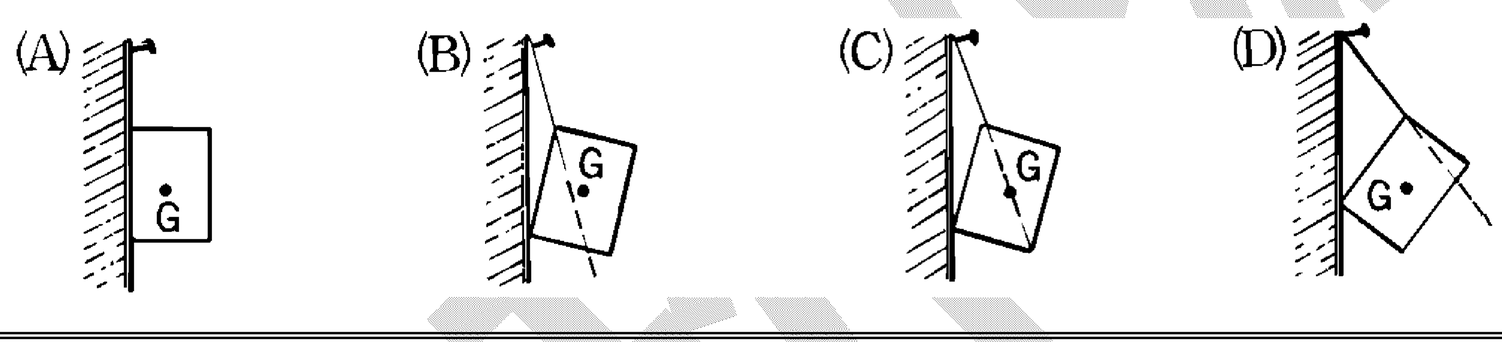
女人的出軌像紀念，只要一次就回味終身，

男人的出軌像吸毒，只要一次就很難戒。

均勻物理

例106.下列敘述何者正確？(A)一系統的重心可能位於此系統外空間某點 (B)重心對某一支點的力矩，應等於所有質點對同一支點的力矩和 (C)一個物體僅有一個重心 (D)重心位置可能隨重力場之不同而改變 (E)在失重太空船內，重心無意義，但質心仍有意義。答：(A)(B)(D)(E)

例107.下列四圖表示一個空罐懸於牆上的情形。G 點為罐之重心。設牆為光滑者，故牆對罐之推力與牆垂直。問那一個情形最接近平衡狀態？答：(B)



例108.A、B 兩球質量相同，今 A 球置於地面，B 球高度恰為地球半徑 R，則 A、B 兩球的重心距離地面： (A)$\frac{1}{2}$ (B)$\frac{1}{3}$ (C)$\frac{1}{4}$ (D)$\frac{1}{5}$ (E)$\frac{1}{6}$ R。答：(D)

吳錫玠

※家庭作業

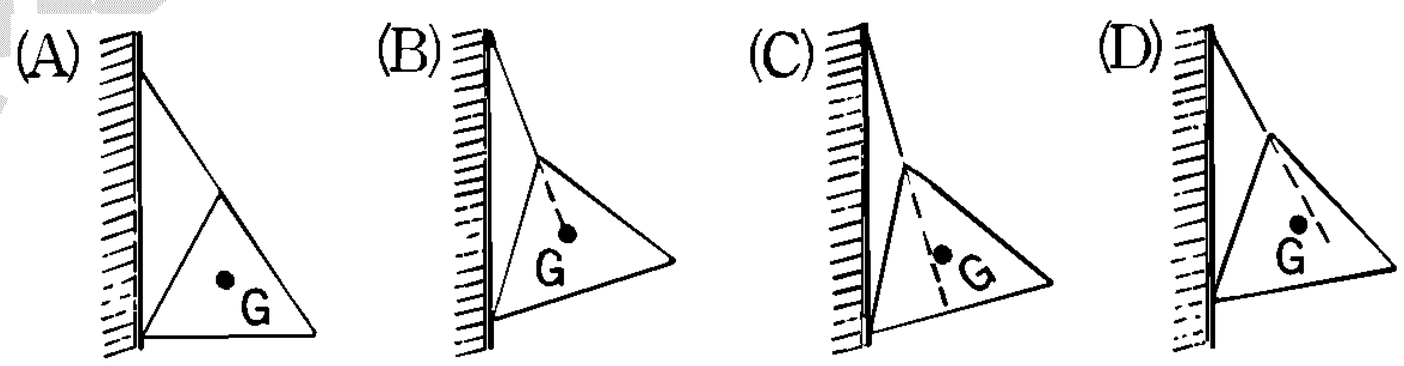
1.有關「重心」的敘述，下列何者正確？ (A)一個系統的重心處，不一定有物質存在 (B)作用於物體重心之力，對物體不能產生轉動效果 (C)質點系統重心對某支點的力距，必等於各質點重量對該支點的合力矩 (D)物體的重心超過其底面積範圍時，呈現不平衡狀態 (E)在環繞地球運動的太空梭內，物體沒有「重心」。答：(A)(B)(C)(D)(E)

2.下列有關「質心與重心」的比較，何者正確？ (A)沒有重力的地方，有質心而無重心 (B)質心處必有質點，重心處則不一定 (C)在地表附近，質心與重心位於相同位置 (D)質心的運動可以代表物體整體的運動，重心則是物體重量的集中點 (E)失重狀態下，沒有重心而有質心。答：(A)(C)(D)(E)

3.有關重心與質心，下列敘述何者正確？ (A)物體的重心必在物體上 (B)我們所說的物體位置，係指此物體質量中心的空間坐標 (C)物體的質量中心和重心必重合 (D)一三角形鐵板，質量中心就是位於幾何中心 (E)不管物體大小如何，質量中心就是重心位置。答：(B)

4.下列敘述何者正確？(A)一系統的重心可能位於此系統外空間某點 (B)重心對某一支點的力矩，應等於全部質點對同一支點的力矩和 (C)一個物體僅有一個重心 (D)重心位置可能隨重力場之不同而改變 (E)質心之運動可代表整個系統的運動。答：(A)(B)(D)(E)

5.下列四圖表示一個正三角形均質木板懸於牆上的情形，G為木板之重心，設牆為光滑者，問何者最接近平衡狀態？答：(C)

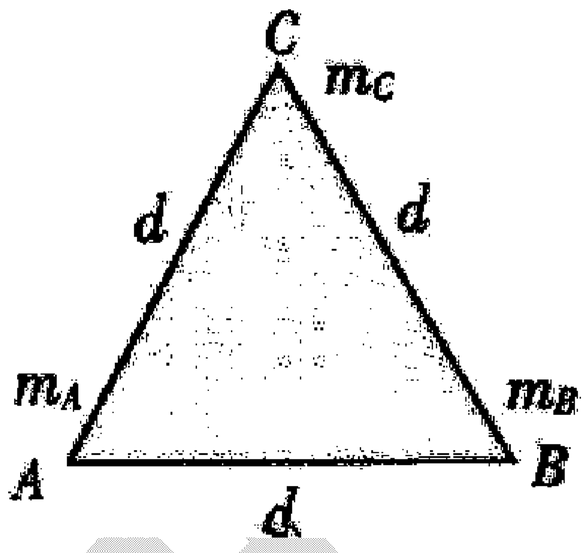


6.兩質點 A 與 B 質量相同，將 A 質點置於地面，而 B 質點高度恰為地球直徑，已知質點重與質點距離地心距離平方成反比，則：

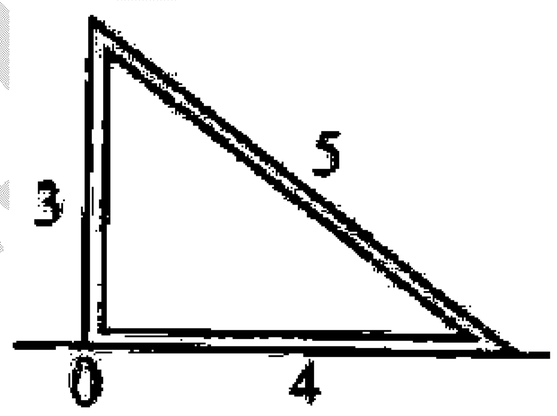
(1)B 質點所受之重力為 A 質點的___倍

(2)兩質點之重心距離地表高度為地球直徑的___倍。答：1/9 ;1/10

例109.邊長為 d 之三角板 ABC 各頂點分別有球體 m_A=m，m_B=2m，m_C=3m，此系統之質心距頂點 C 之距離為 (A) $\frac{\sqrt{7}}{3}$d (B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$d (C) $\frac{\sqrt{7}}{6}$d (D) $\frac{\sqrt{7}}{5}$d (E) $\frac{\sqrt{7}}{4}$d。答：(C)



例110.長度為 3 米、4 米、5 米的三根均勻木棒圍成一直角三角形(如右圖)，若以直角頂為正交坐標的原點，則重心坐標以米為單位是 (A)（0，0）(B) (1，15) (C) (1.5，1) (D)(1.5，1.5)。答：(C)



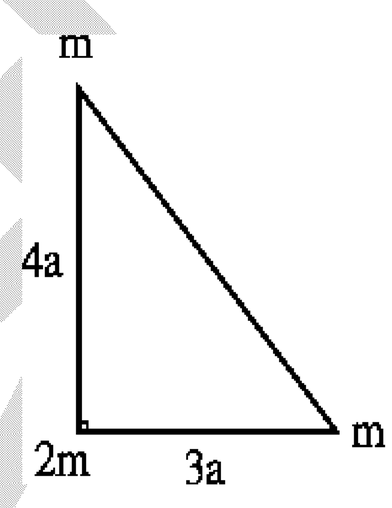
例111.設均勻桿 AB 重為$(n+1)$kg，長為$n$cm，今在桿上懸重 1，2，3，…，n kgw，而與桿之 A 端距離依次為 1，2，3，…，ncm，則此桿之重心與 A 端相距 (A)$\frac{n}{2}$ (B)$\frac{n^2+3}{2n}$ (C)$\frac{2n^2+3}{5n}$ (D)$\frac{n+3}{2n^2}$ (E)$\frac{2n}{3}$ cm。答：(E)

吳錫玠物理

※家庭作業

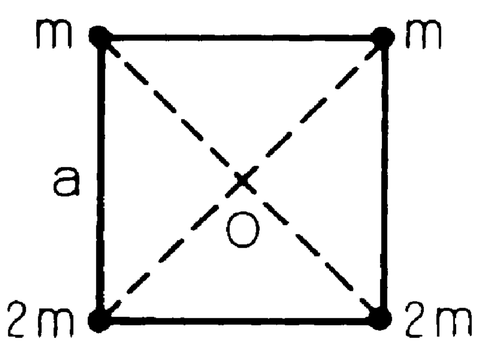
1.質量各為 m_1、m_2 與 m_3 之三質點位於不共線之三點上，則此系統之質心位於以三質點為頂點所構成之三角形上之 (A)內心 (B)外心 (C)垂心 (D)重心 (E)以上皆非。
答：(E)

2.直角△的三頂點分別放置質量為 m，2m，m 的質點，如圖，則此系統的質心與直角頂的距離為_____a。答：$\frac{5}{4}$

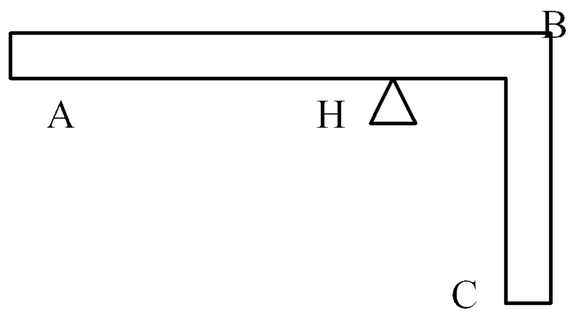


3.質量分別為 m 與 2m 的 A、B 兩質點，分別置於點(0，2)與點(0，5)，則當 A 移動至點(3，0)，B 移動至點(6，0)，則系統重心位移為若干？
(A)(3，4) (B)(3，－4) (C)(5，4) (D)(4，5) (E)(5，－4) 。答：(E)

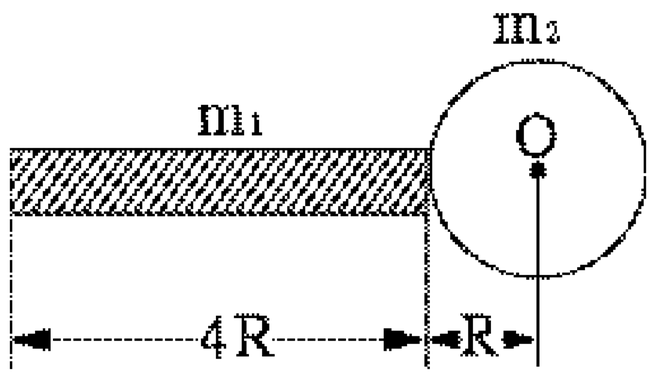
4.四個質點排成一正方形，其質量如圖所示，若各質量均以 v 之速率向 O 點運動，此時，其質量中心與 O 點之距離為
(A)0 (B)$\frac{a}{6}$ (C)$\frac{a}{3}$ (D)$\frac{a}{2}$ (E)$\frac{2a}{3}$ 。(a 為正方形之邊長)答：(B)



5.有一均勻的直角矩 ABC，AB=12cm，BC=6cm。今在 H 點頂起角矩而恰呈平衡，則角矩之 c.g.在 H 正下方多少 cm 處？
(A)1 (B)2 (C)3/2 (D)3 (E)2/3。答：(A)



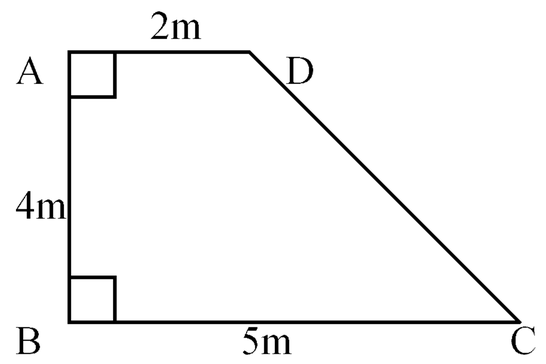
6.質量 m_1、長 4 R 之均質木棍與質量為 m_2、半徑為 R 之圓球緊密接合，如圖，則此系統之質量中心與球心 O 之距離？
答：$\frac{m_1}{m_1+m_2}\times 3R$



7.若將長ℓ的均勻木棒，鋸去$\frac{\ell}{3}$，則此木棒的質心移動之距離為
(A)$\frac{\ell}{4}$ (B)$\frac{\ell}{5}$ (C)$\frac{\ell}{6}$ (D)$\frac{\ell}{8}$ (E)$\frac{\ell}{9}$ 。答：(C)

學物社

例112.如圖所示，梯形 ABCD 之重心 G，則 (A)與 AB 相距 $\frac{13}{7}m$ (B)與 AB 相距 $\frac{9}{5}m$ (C)與 BC 相距 $\frac{12}{7}m$ (D)與 BC 相距 $\frac{8}{5}m$。答：(A)(C)



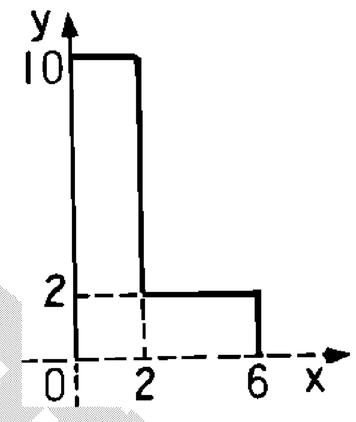
例113.由均勻薄鐵片製成邊長為 2 公尺的正六面體，今去掉其中的一面，則所剩無蓋鐵箱的質心距盒底多遠？答：0.8 公尺

例114.材料不同之 A、B 二均勻實心球，半徑各為 r_1 及 r_2，正切外接在一起，其重心恰在切點處，則 A、B 二球之密度比為_____。答：$r_2^4 : r_1^4$

吳錫玠物理

※家庭作業

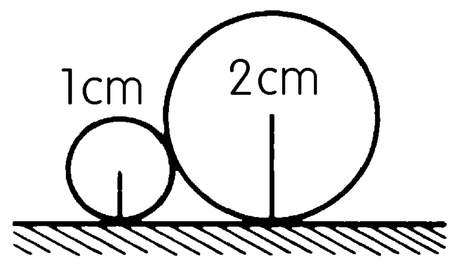
1.已知一均勻 L 形板，各邊長度如圖所示，單位均為 cm，求此板重心位置座標為何？答：$(\frac{13}{7},\frac{27}{7})$



2.已知半徑 R 及 $\frac{R}{2}$ 的兩空心鐵球互相內切，則共同質心距大球球心為

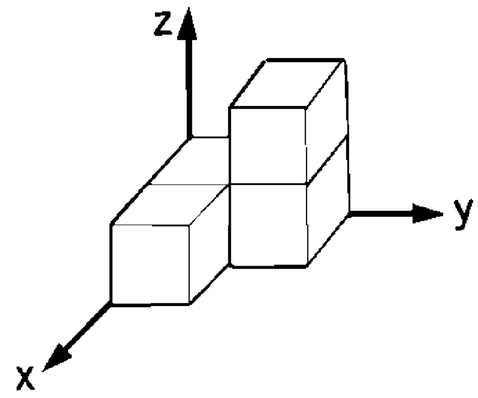
(A)$\frac{R}{10}$ (B)$\frac{R}{8}$ (C)$\frac{R}{6}$ (D)$\frac{R}{5}$ (E)$\frac{R}{4}$。(兩鐵球厚度相同)答：(A)

3.質料相同的大小兩實心球，半徑分別為 2cm 和 1cm，靜置於水平地面，則兩球系統之重心高度為若干 cm？



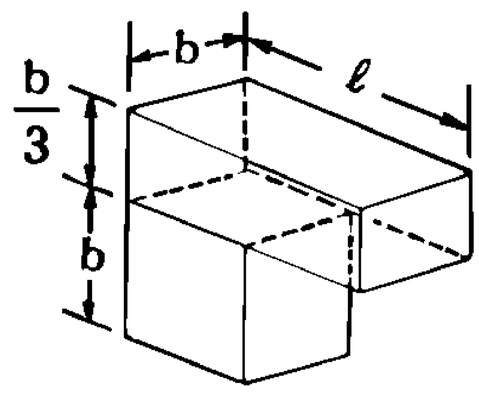
(A)$\frac{7}{5}$ (B)$\frac{3}{2}$ (C)$\frac{5}{3}$ (D)$\frac{17}{9}$ (E)$\frac{18}{11}$ 。答：(D)

4.四個邊長 1cm 的均勻立方體靠座標軸放置如右圖，求重心位置？



(A)($\frac{3}{4}$，1，$\frac{3}{4}$) (B)(1，1，$\frac{3}{4}$) (C)(1，$\frac{3}{4}$，$\frac{3}{4}$) (D)($\frac{4}{3}$，$\frac{3}{2}$，$\frac{4}{3}$) (E)(1，$\frac{3}{4}$，1) 答：(A)

5.由相同材料作成的均勻立方體與長方體膠黏在一起，立方體邊長為 b，長方體體積為 $b\times\frac{b}{3}\times\ell$，在不翻倒的的條件下，試以 b 表示 ℓ 的最大值。答：$\ell=3b$

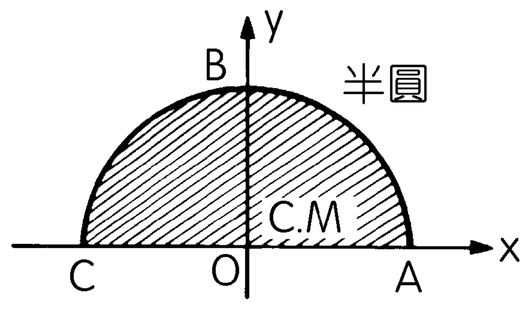


＊6.兩均質平板半徑為 R，則

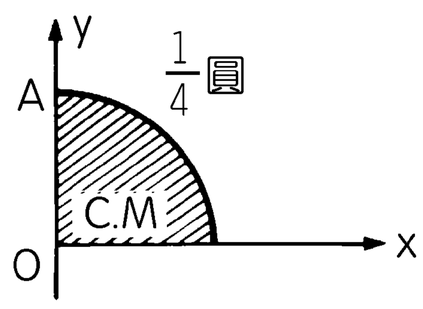
(1)圖(1)之質心與 O 點距離？

(2)圖(2)之質心與 O 點距離？

答：(1)$\frac{4R}{3\pi}$；(2)$\frac{4\sqrt{2}R}{3\pi}$



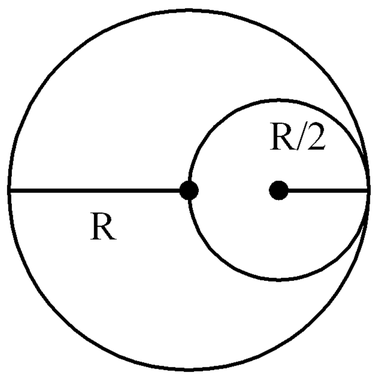
圖(1)



圖(2)

吳柏毅物理

例115.半徑 R 之均勻圓形板挖去內切半徑 R/2 之圓後，如圖，其剩餘部份之質量中心在何處？答：距原質心 $\frac{R}{6}$ 處



例116.一圓板，其直徑爲 20 厘米，今在其上作 AB 及 CD 二直徑，且互成直角，在 A 點切去一直徑爲 4 厘米之內切圓板，在 C 點切去一直徑爲 6 厘米之內切圓板，求所餘部份的重心距大圖板中心之距離？答：0.812cm

例117.將一半徑爲 r 之均勻球體，挖去一直徑爲 r 之小球體(與大球體內切)，則殘留部分的重心與原來重心相距若干？答：$\frac{r}{14}$

吳錫玠物理

※家庭作業

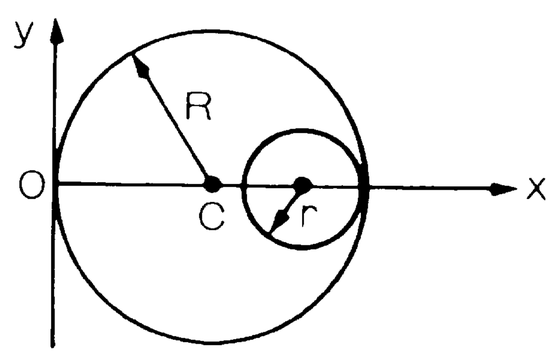
1.一均勻圓平板，其半徑為 1.5 公尺，則：(1)若切去一半徑為 0.5 公尺之內切圓板，求所餘部分重心的位置距原重心之距離。(2)若附加上另一塊同質料同厚薄直徑為 1 公尺之均勻圓木板與之內切，則連接體之重心至切點的距離為何？答：(1)0.125m (2)1.4m

2.一厚度及密度均勻之圓板，半徑為 9 公分，今從其中割去一個內切而半徑為 2 公分之小圓，則殘餘部分之重心距圓心若干公分？ (A)$\frac{2}{9}$ (B)$\frac{4}{13}$ (C)$\frac{3}{4}$ (D)$\frac{4}{11}$ (E)$\frac{2}{11}$。答：(D)

3.有一厚度均勻的圓金屬板，直徑 4 米，若在圓板內挖去一個直徑為 2 米之內切圓，則剩餘部分之質量中心距原來的圓心 (A)$\frac{1}{4}$ (B)$\frac{1}{2}$ (C)$\frac{1}{3}$ (D)1 (E)2 米。答：(C)

4.有一厚度及密度均勻之圓板，半徑為 9cm，今從其中割去一個內切而半徑 3cm 之小圓，則殘餘部分之重心距圓心 (A)1 (B)$\frac{1}{2}$ (C)$\frac{3}{4}$ (D)1.5 cm。答：(C)

5.設有一半徑為 R 之均勻圓形薄板，若將其挖去一半徑為 r 之內切圓孔，如圖所示，則其剩下部分的質心位置坐標？



答：$(R-\frac{r^2}{R+r},0)$

6.一位著名的少爺向俱樂部裡的僕人問道：「你得到最多的小費有多少？」

「一百美金。」

少爺從皮夾子裡掏出了兩百元美金給他道：「下次再有人問你，誰給你的小費最多時，別忘了提起我的名字。」

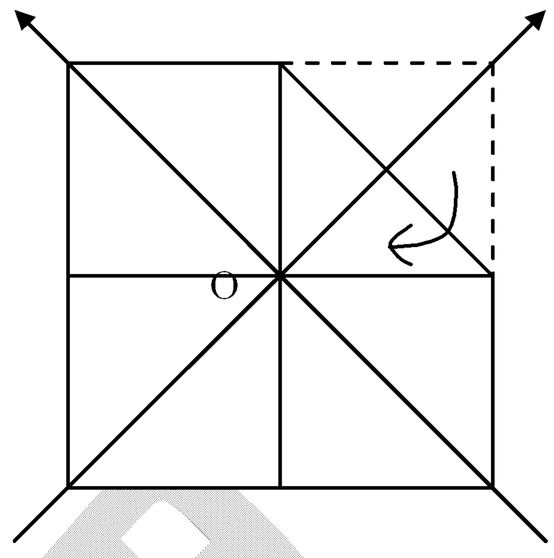
「是」，僕人匆促地把鈔票塞進了口袋中。

「啊！」少爺忽然想起了問：「那一百元是誰給你的呢？」

「先生，也是你呀。」

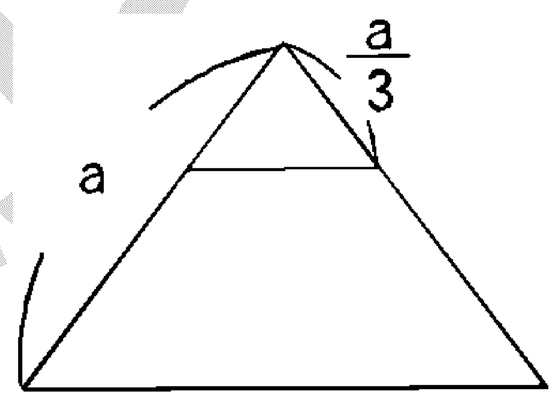
例118.對角線長爲 L 之均質正方形薄紙摺爲如圖時，其重心(或質心)距正方形薄紙中心 O 爲

(A)$\frac{L}{12}$ (B)$\frac{L}{16}$ (C)$\frac{L}{24}$ (D)$\frac{L}{30}$ (E)$\frac{L}{48}$。答：(E)

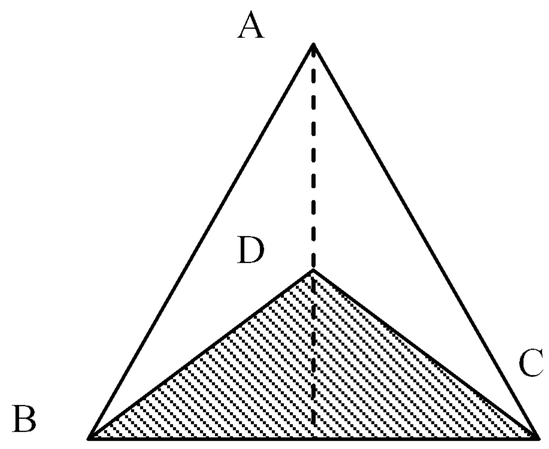


例119.一均勻正三角形，邊長爲 a，放上一同質料邊長爲 a/3 之正三角形於一頂點，如右圖，若不計厚度，則重心移動若干？

答：$\frac{\sqrt{3}}{45}a$



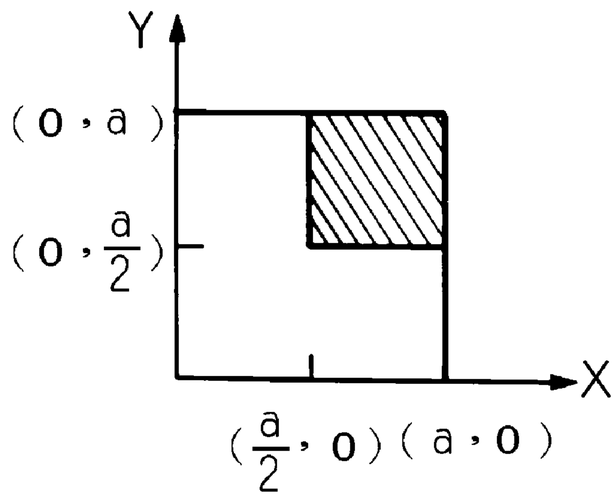
例120.等邊三角形薄版 ABC,其高 $\overline{AH}=h$，若將三角形 BCD 切除後，使剩餘部分四邊形 ABDC 的質心恰在 D 點，則 $\overline{AD}$ 爲 h 的幾倍？答：1/2



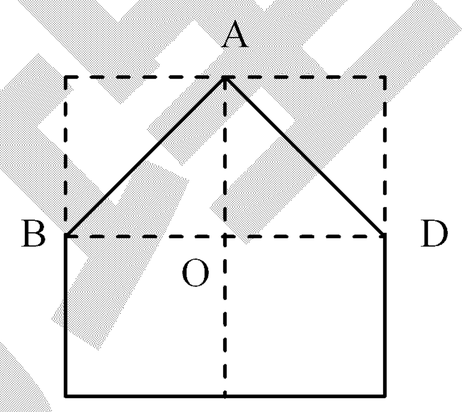
吳錫玠物理

※家庭作業

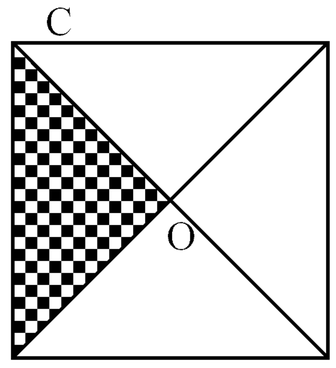
1.右圖為一正方形長寬均為 a，則切去斜線部分後之質量中心坐標為 (A)$(\frac{5a}{12}，\frac{5a}{12})$ (B)$(\frac{7a}{12}，\frac{7a}{12})$ (C)$(\frac{7a}{18}，\frac{7a}{18})$ (D)$(\frac{5a}{18}，\frac{5a}{18})$ (E)$(\frac{5a}{7}，\frac{5a}{7})$ 。答：(A)



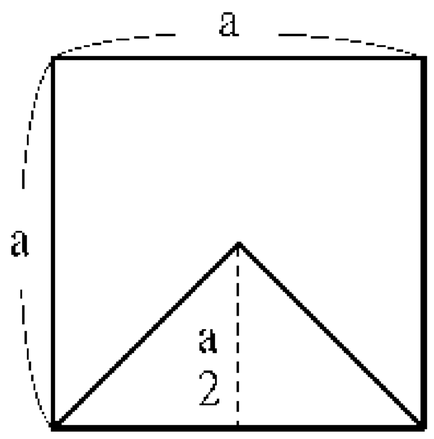
2.如右圖之正方形均勻薄板，對角線長為 36cm，A、B、C、D 為各邊之中點，若沿 AB 及 AD 將左上角及右上角切除，則剩餘之重心距原中心 O 為多少公分？答：$2\sqrt{2}$ cm



3.組織均勻，厚薄一致，每一邊邊長均為 a 之正方形鐵板，如右圖，挖出 1/4 後則其殘留部分之重量中心距 O 點 (A)$\frac{a}{2}$ (B)$\frac{a}{3}$ (C)$\frac{a}{6}$ (D)$\frac{a}{8}$ (E)$\frac{a}{9}$ 。答：(E)



4.如圖為一邊長為 a 的均質正方形薄板，今將圖中高為 $\frac{a}{2}$ 的等腰三角形截去，則薄板質心移動的距離為_____。答：$\frac{a}{9}$

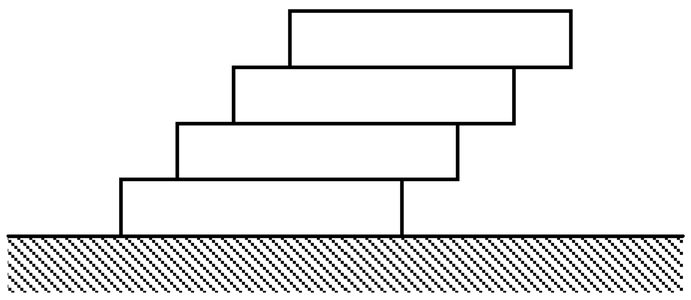


5.若將邊長為 d 之正方形，且厚薄均勻的木板，沿任一對角線切開，則切開前質心與切開後之三角形的質心相距 (A)$\frac{\sqrt{2}}{3}$d (B)$\frac{\sqrt{2}}{4}$d (C)$\frac{\sqrt{2}}{5}$d (D)$\frac{\sqrt{2}}{6}$d (E)$\frac{\sqrt{2}}{7}$d。答：(D)

6.自邊長為 6 公分，質料均勻之正三角形 ABC 木板中裁去三角形 ABO 部分後（O 為三角形之重心），則剩餘木板 ACBO 之重心距原三角形重心 O 的距離為 (A)$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B)$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C)$\sqrt{3}$ (D)$\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (E)$2\sqrt{3}$ cm。答：(A)

易物林

例121.長爲 L 的磚四塊，每塊磚伸出其下磚塊之外圍。若此系統平衡，則其最大伸出量爲若干？答：$\frac{11}{12}L$

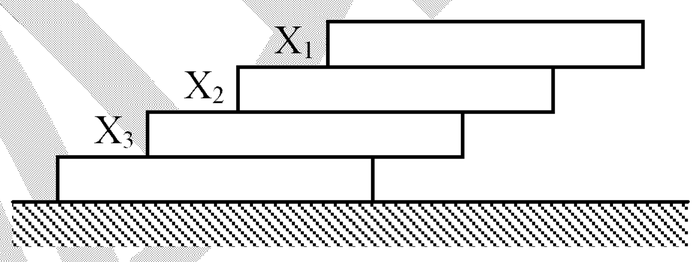


例122.有四個磚塊完全相同，每一磚塊長度 30cm，堆積成如右圖所示，而系統仍能平衡。則

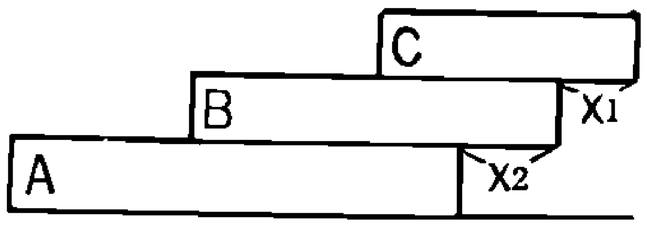
(1)若 $X_1=X_2=X_3$，則 $X_1+X_2+X_3$ 最大值爲？

(2)若 $X_1：X_2：X_3=3：2：1$，則 $X_1+X_2+X_3$ 最大值爲？

(3)若每一塊儘量伸出，則 $X_1+X_2+X_3$ 最大值爲？答：(1)22.5cm；(2)27cm；(3)27.5cm



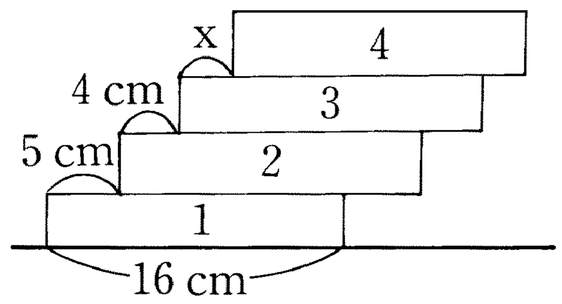
例123.密度相同之木塊 A、B、C，長度分別爲 10cm、8cm、6cm(X_1=2cm)，且截面積相同，靜置如右圖，則 X_2 之最大值？答：$\frac{19}{7}$cm



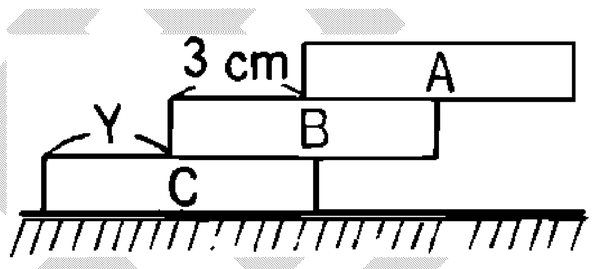
吳錫玠

※家庭作業

1.相同的長方體木塊數塊，底邊長為 16 公分，如圖方式堆積；第二塊與第一塊相距 5 公分，第三塊與第二塊相距 4 公分，則第四塊必須與第三塊相距 x 為_____公分，此堆積恰好平衡。答：1

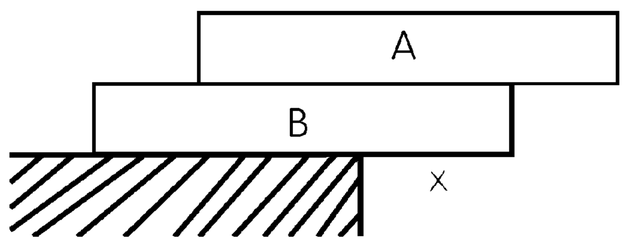


2.A、B 與 C 均為長度 10cm 的磚塊，質量比為 1：2：3，若 A 與 B 間錯開的距離為 3cm，如圖所示，使磚塊不致傾倒，則 B 與 C 間錯開的距離 Y 最大值為多少 cm？答：4cm



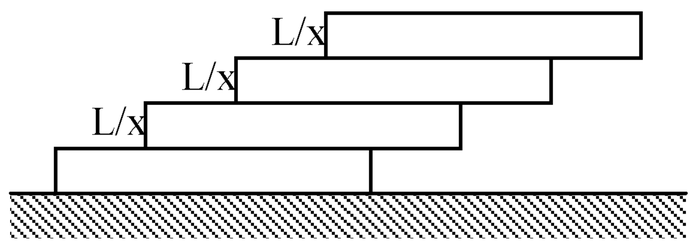
3.如圖是兩塊長為ℓ的相同長方形木塊，疊放在一起，A 木塊向右伸出 B 木塊$\frac{\ell}{4}$的長度，B 木塊置於水平桌面上，為保持兩木塊都不翻倒，B 木塊伸出桌邊的長度 x 之最大值？

答：$\frac{3}{8}$L

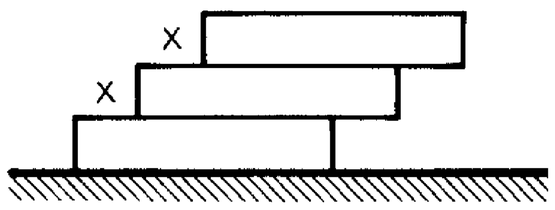


4.完全相同而長 L 的均勻木板如右圖疊合，每次皆向右伸長$\frac{L}{x}$，試問最多全部可疊幾塊而不翻倒？(但 x 為正整數)

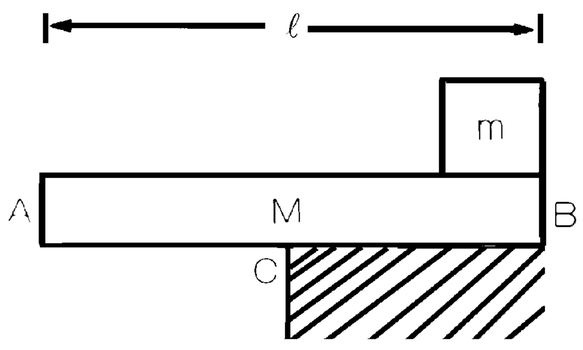
答：x



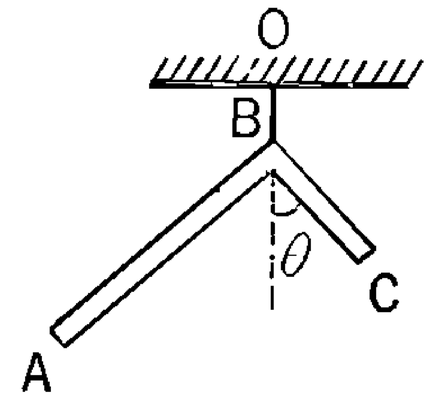
5.三塊質量相同，長度為ℓ的磚塊重疊如右圖所示，則可平衡的最大 x 之值為何？【79 日大】答：$\frac{\ell}{3}$



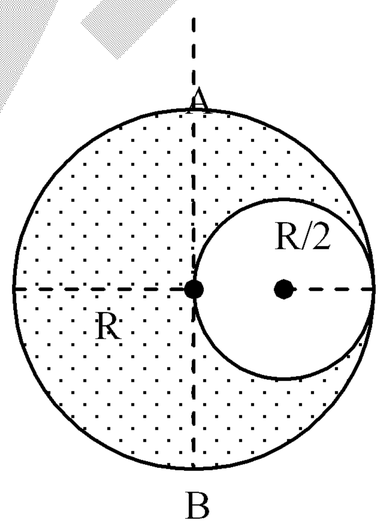
6.右圖之均勻木板長度為 l，質量 M，若於 B 端放質量 m 之均勻立方形木塊後放對齊，木塊邊長為 a，則$\overline{AC}$最長為_____，尚可保持平衡？答：$\frac{Ml+m(2l-a)}{2(M+m)}$



例124.例 47.一均勻直角矩被懸掛於 B 點，$\overline{AB}=2\overline{BC}$，當平衡時 $\overline{BC}$ 與鉛直方向成 θ 角，則 tan θ =(A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)4/3。答：(D)



例125.一均勻圓板半徑 R，若挖去半徑爲 R/2 的一個內切圓如右圖，求(1)剩餘部分之重心於距原來圓心之距離？(2)若剩餘部分以細繩自 A 點吊起，平衡時 AB 直徑與鉛直線夾角爲 θ。則 tan θ =？
答：(1)R/6；(2)1/6

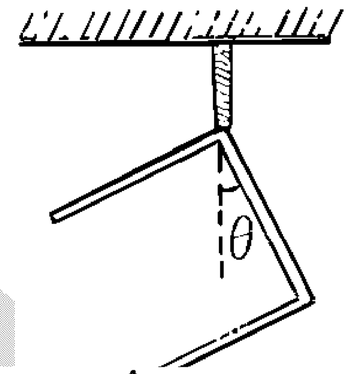


例126.等邊三角板 ABC，重 W，於 A 點以線懸起，若在 C 點懸重 $\frac{W}{2}$ 之物，則平衡時 AB 邊所轉過之角度爲？答：$\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{7}$

吳錫玠物理

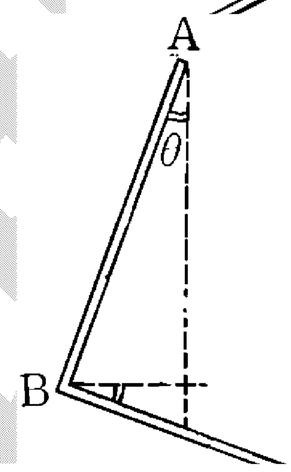
※家庭作業

1.把一粗細均勻的鐵絲彎成三邊等長之 U 形，將一底端用繩吊起如圖，則平衡時傾斜角 θ 之正切值 tan θ = (A)1/2 (B)2 (C)1/3 (D)2/3 (E)3/2 。答：(D)

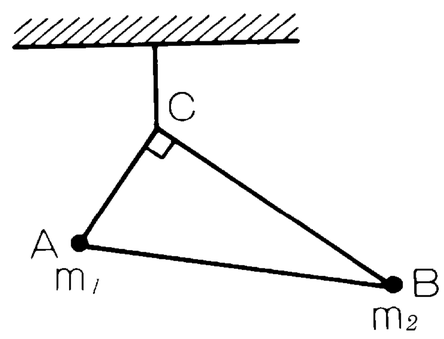


2.圖示木匠用的直角矩，AB 部分長 2a，質量 m_1；BC 部分長 2b，質量 m_2。今將 A 端自由懸起，求 AB 與鉛直線之夾角。

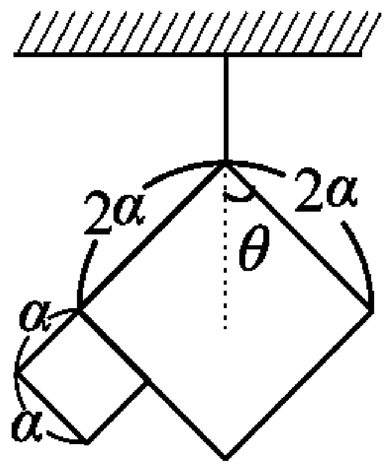
答：$\theta = \tan^{-1}\dfrac{m_2 b}{a(m_1+2m_2)}$



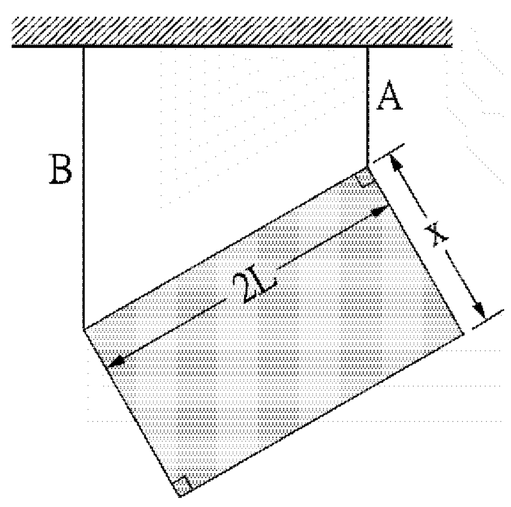
3.如圖所示，質量不計的直角三角形 ABC，在 A、B 兩頂點各放置質量為 m_1 及 m_2 的質點，將直角頂 C 懸起時可自由轉動，BC＝a，AC＝b，則靜止時兩質點質心位置距 C 為 (A) $\dfrac{m_1b+m_2a}{m_1+m_2}$ (B) $\dfrac{m_1a+m_2b}{m_1+m_2}$ (C) $\dfrac{m_1m_2(a+b)}{m_1+m_2}$ (D) $\dfrac{(m_1b+m_2a)^2}{m_1+m_2}$ (E) $\dfrac{\sqrt{(m_1b)^2+(m_2a)^2}}{m_1+m_2}$ 。答：(E)



4.如圖所示，兩塊邊長分別為 2a、a 之正方形均質厚度相同物體，當達平衡時 tanθ 值為_____。答：$\dfrac{13}{9}$



5.有一均勻密度矩形薄木板，厚度各處相同，長度為 x，寬度為 2L，重量為 W，以兩繩 A 及 B 垂直懸掛在天花板上，如附圖所示。兩繩 A 及 B 的長度分別為 L 及 2L，則當木板處於靜止狀態時，下列敘述何者正確？ (A)當 x＝L 時，則繩 A 的張力較繩 B 的張力大 (B)不論 x 值為何，繩 A 的張力恆等於繩 B 的張力 (C)不論 x 值為何，繩 A 的張力恆大於繩 B 的張力 (D)當 x≧$2\sqrt{3}$L，繩 B 的張力為零 (E)不論 x 值為何，繩 A 的張力與繩 B 的張力對木板重心之力矩，量值恆相等。答：(A)(C)(D)(E)

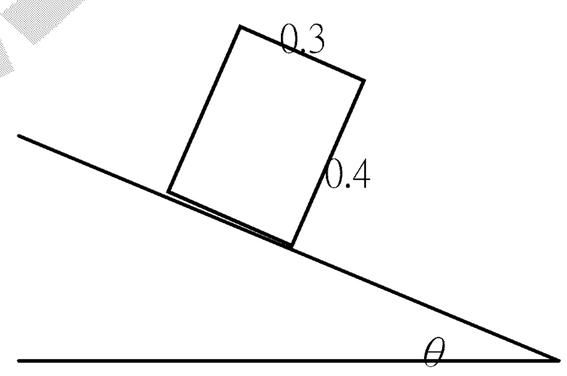


例127.比薩斜塔高 55 米，直徑 7.0 米，塔頂偏離原鉛直方向的位置 4.5 米，若視斜塔爲一均勻的圓柱體，矗立在地面上，則：

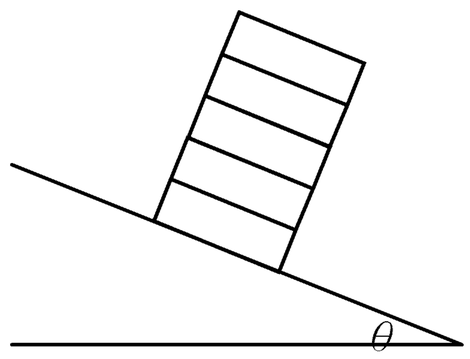
(1)塔頂再偏離多少距離，斜塔就會傾覆？

(2)此時塔頂斜角度的正切值爲何？答：(1)2.5m；(2)$\frac{7}{55}$

例128.高 0.4m，寬 0.3m 的長方體均勻木箱立於斜面上，當斜面逐漸增大到何角度後木箱傾倒？答：37°



例129.厚 5cm，長 15cm 之磚，重疊於 30o 之斜坡上(並不滑動)，問最多可疊幾塊？答：5 塊

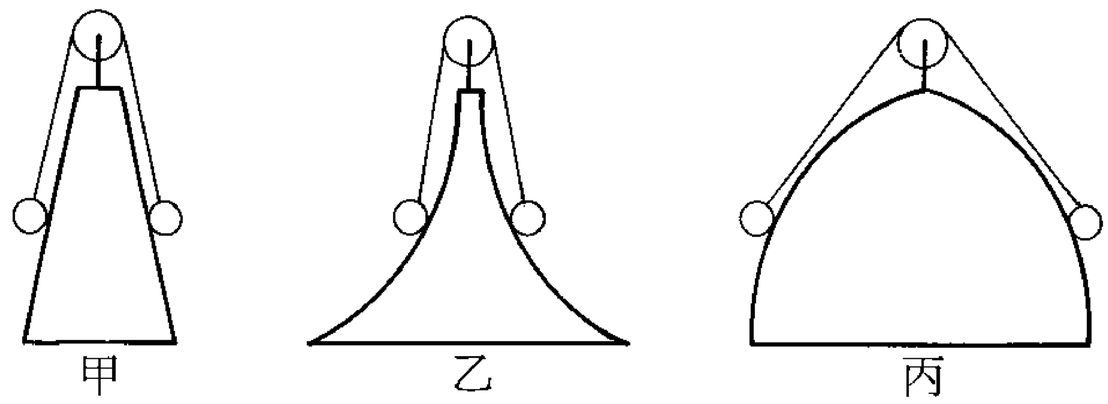


吳錫玠物理

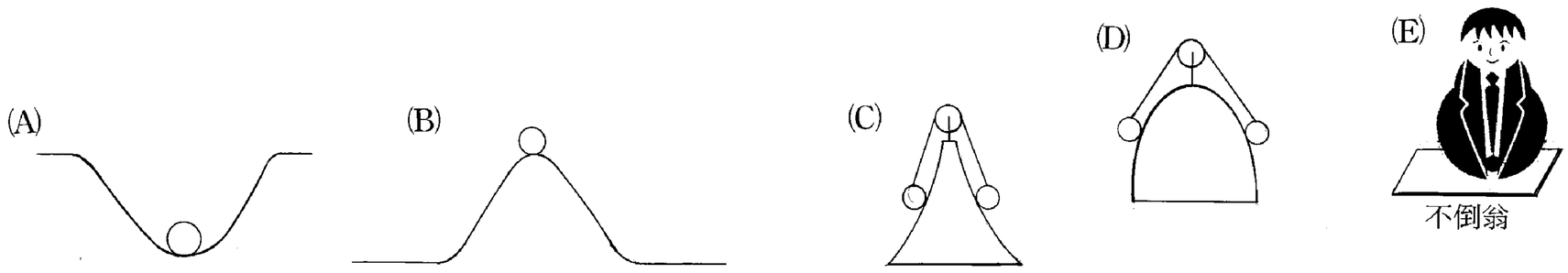
※家庭作業

1.厚度 a、長度 3a 的磚塊，重疊於 30° 的斜坡上，而不滑動，最多可疊塊。答：5

2.上列三圖中之裝置均各由兩個重量相等的球以細繩連接，並跨過一滑輪分別放在不同形狀的錐體上，若繩重及摩擦不計，則何者屬於穩定平衡？ (A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)乙及丙 (E)三者皆是。答：(B)



3.下列各圖中，哪些屬於穩定平衡？



答：(A)(C)(E)

4.有位性專家應邀參加一個演講。在會場上他提出一個理論，認爲性行爲越多的人越快樂，精神越好，臉上的笑容越多。

他對聽眾說道:『如果大家懷疑的話，我們現場作個調查。請每天一次的人舉手!』

果然，舉手的人很明顯的比會場上的其它人看來更快樂。

『一週一次的請舉手』舉手的人多了些，這些人看起來還不錯，但比不上一天一次的人。

『那麼一個月一次的人請舉手?!』這時候舉手的人看起來都沒什麼笑容，看來這位專家的理論真的沒有錯。

最後專家又問道: 『請問有沒有一年一次的? 一年一次的朋友請舉手?!』

結果真的有一名聽眾舉手了。這下問題來了! 這個人看起來很興奮，笑容滿面，似乎是會場內最快樂的一個人。

專家頗爲不解，這個人怎麼不合他的理論?於是專家便請教他能這麼快樂的原因。

這個人帶著興奮的語氣說: 『因爲.....』

『就是今晚! 就是今晚!! 』 :)