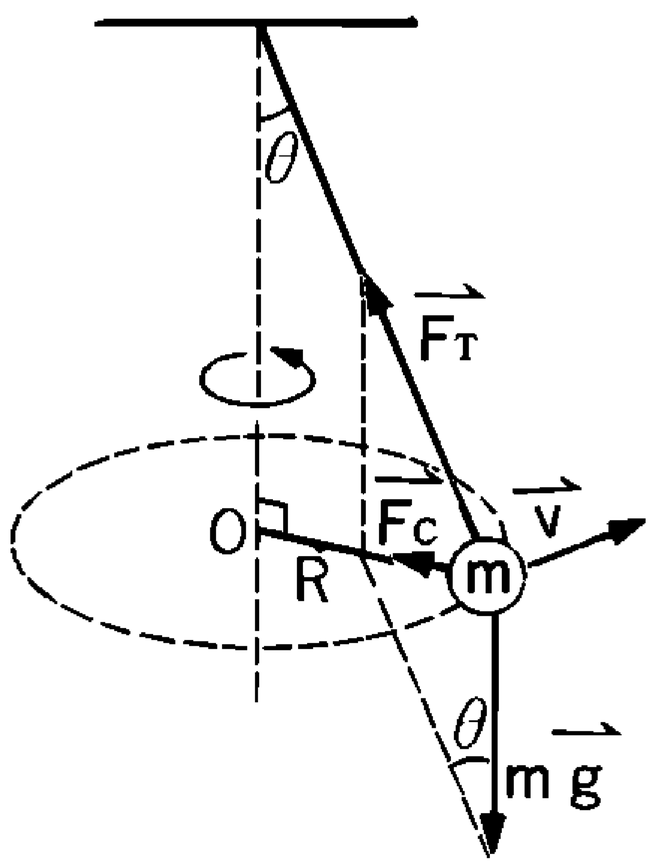
PHYSICS

第四章

牛頓運動定律



_____年 _____班 _____號

姓名：_____

吳錫玠老師 編授

觀念一　牛頓第一運動定律

一、慣性定律(牛頓第一運動定律)：

物體若不受外力，或所受外力和為零時，靜者恆靜，動者恆沿一直線作等速度運動。

1. 慣性：物體具有保持其原來運動狀態的特性。慣性是每一個物體的固有性質，物體並不需要外力來維持其運動。
2. 牛頓第一定律的主要意義，即在於替慣性座標下定義。

   「在某一座標系中，觀察一受合力為 0 物體的運動，若測得該物體的加速度為 0，則稱此座標系為慣性座標系(inertial reference frame)」

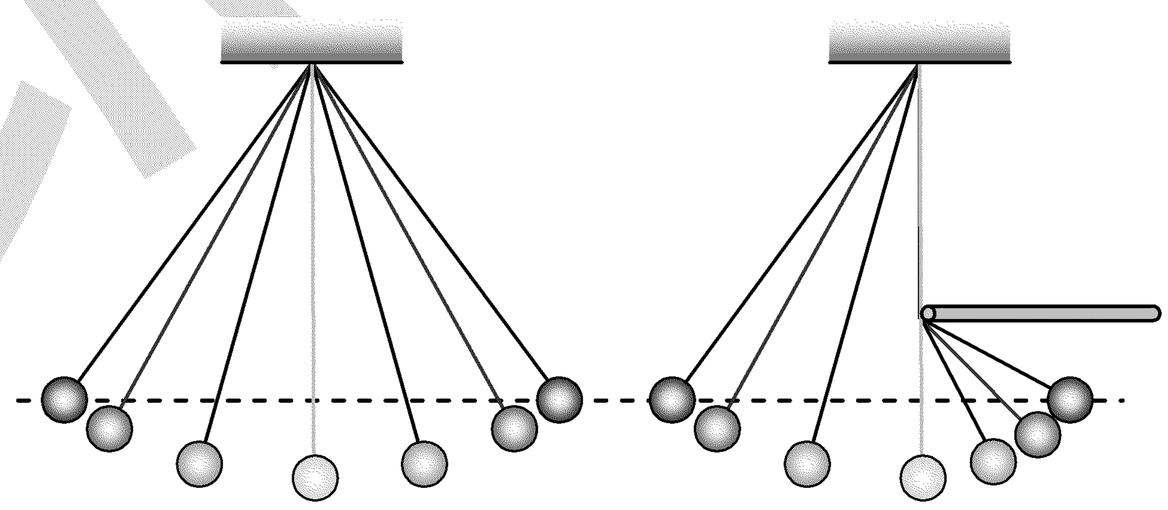
   →①凡是靜止或做等速度運動的座標系即為慣性座標係。

   →②地球本身可勉強視為一慣性座標系。(特殊狀況：佛科擺的進動(precession))

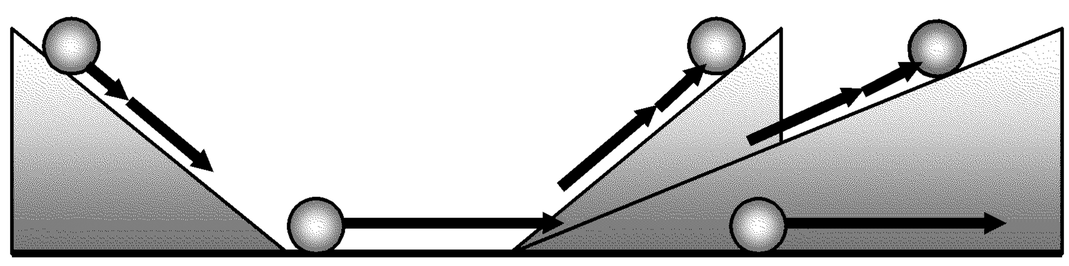
   →③牛頓運動定律只適用於慣性座標系。
3. 牛頓同時也給出了力的定義：『改變物體運動態的因素』稱為力。
4. 在此所謂的不受外力作用，係指一切作用力總和為 0。
5. 慣性定律糾正了自西元前三、四世紀至十七世紀的錯誤觀念，所以在物理的發展史上有其重要性。因此不可將此視為第二定律的特例，而忽略其內涵。

二、伽利略的慣性實驗

1. 單擺實驗：將擺錘從某一高度由靜止釋放，擺錘擺動到另一邊約相同高度才會停止。即使用一根釘子擋住擺線來改變擺錘的擺動路徑，只要釘子的位置不會太低，擺錘仍然可以上升到釋放時的高度。



2. 斜面實驗：物體沿左側光滑斜面向下運動時會加速；若沿右側光滑斜面向上運動時會減速。如果右斜面的傾斜角變小一些，則物體將會往前滑遠一些。右斜面愈平緩，物體在右斜面上的滑行就愈遠，直到約回到原來高度為止。



   依此推論：右斜面如果為水平面，則物體將不停地往前滑行。
3. 伽利略(Galileo Galilie，1564~1642)對運動的觀點：

   (1)力是改變物體運動狀態的原因，而非維持物體運動狀態的原因。

   (2)物體一但有了速度，除非有外力作用，否則其速度將不會改變。

   (3)物體的慣性與其質量有關。

吳錫玠物理

(a)物體的質量愈大，改變它的運動狀態愈不容易(愈難被加速或減速)，因此其慣性也愈大。

(b)物體的質量愈小，改變它的運動狀態愈容易(愈容易被加速或減速)，其慣性就愈小。

4. 伽立略所考慮的，是沒有摩擦力的情形，現在許多力學實驗的設計，如滑車的輪、乾冰圓盤或氣墊軌道的設計，甚至利用磁斥力而浮起的磁浮裝置，都是為了要減少摩擦，模擬物體不受外力的理想狀況。

三、常見的慣性現象：

(1)甩動雨傘除去傘上的水。

(2)拍打衣服除去灰塵。

(3)汽車突然開動，車上的人因慣性向後仰；汽車突然煞車，車上的人因慣性向前衝。

(4)賽跑的人到達終點，不能立即停止。

(5)由急行的車上跳下，常易跌倒。

(6)揮筆驟停，可灑去筆上墨汁。

(7)搖果樹，而使果實脫落。

(8)在北半球向北發射之長程砲彈，著地點偏東(科氏力)。

(9)從高塔頂自由落下的物體，落點偏東(科氏力)。

(10)汽車轉彎時，車上的人會向外滑。

四、台灣某飛日本的旅行團，團員清一色阿公阿媽。

登機時，阿公阿媽一看到商務艙比較豪華就往前鑽，坐商務艙的旅客請他們起來，他們竟說：「這是博愛座，少年ㄟ去坐後面。」

連服務員也沒辦法，於是班機就延誤了。

在後面的另一團導遊等得不耐煩了，於是上前察探，在明白情況後就說：「早說嘛，這我有經驗，看我的。」

只見那導遊上前去，大聲向那群阿公阿媽說：「阿公阿媽！這頭前是要飛美國的啦，飛日本ㄟ要坐後面啦。」

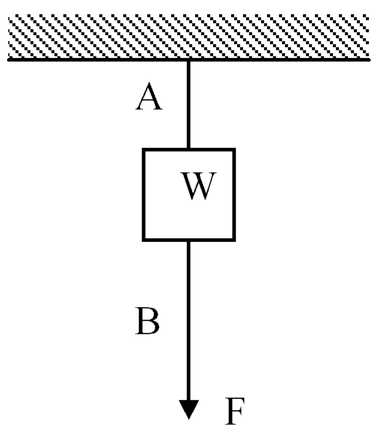
於是一大群阿公阿媽慌慌張張爬起來衝到後面去…

呂氏物理

例1. 下述物理現象何者可以慣性定律解釋？ (A)在等速度進行的火車中，鉛直上拋一球仍回原處 (B)斧頭鬆脫時，執柄向下敲擊，斧頭即自動嵌入柄內 (C)一玻璃杯置於長條紙上，若用手急拉，則杯穩然不動 (D)站在汽車內的乘客當汽車突然開動易向後仰，突然停止易向前傾 (E)馬戲圓騎師在奔馳的馬背上躍起，依然落在馬背上。
答：(A)(B)(C)(D)(E)

例2. 在行進中的火車上，鉛直拋出一球，當火車(1)等速度(2)加速度(3)等減速度前進時，球落於何處？車內與地面的觀察者，所見球的運動軌跡又為何？
答：(1)球落回車上原起拋點。車內的觀察者見軌跡為鉛直上拋的直線，地面的觀察者見軌跡為與車同向的斜向拋射運動。
(2)球落於拋出點的後方。車內的觀察者見軌跡為與車行反向的斜向拋物線，地面的觀察者見軌跡為與車同向的斜向拋射運動。
(3)球落於拋出點的前方。車內的觀察者見球作與車行同方向之斜向拋射運動，地面的觀察者見小球作與車同向的斜向拋射運動。

例3. 如圖裝置，A、B 係想條完全相同之繩，W 為物體重量，用有拉 B 繩，則：
(1)力量逐漸加大，則何繩先斷？
(2)用手猛拉 B 繩，則何繩先斷？答：(1)A 繩；(2)B 繩

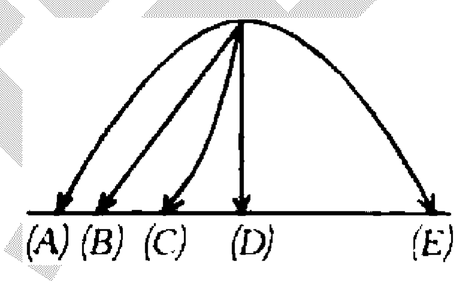


吳錫玠

※家庭作業

1.自一無頂火車上鉛直向上丟一球，不計空氣阻力： (A)如果火車係等速前進，對地面上觀察者，此球軌跡爲拋物線，而落於拋者手中 (B)若火車係等加速度前進，對地上之觀察者而言，球爲與車行同向之斜向拋射運動 (C)同(B)對車內之觀察者而言，球爲與車行反向之斜向拋射運動 (D)若火車係等減速度前進，對地上之觀察者而言，球爲與車行反向之斜向拋射運動 (E)同(D)對車內之觀察者而盲，球爲與車行同向之拋射運動。答：(A)(B)(C)(E)

2.在等速運動的火車中，向後水平拋射一物體。由站在車外地面上的人看來，其運動軌跡可能成爲右圖中那條？【67 年大學】答:(A)(D)(E)



3.靜懸於等速上升之透明電梯中的單擺，其擺繩突然斷裂時，電梯中的人見擺錘之運動爲何？地上之觀察者所見擺錘之運動爲何？

答：電梯中的人見擺錘由靜止自由落下；地上之觀察者見擺錘作鉛直上拋。

4.旋轉雨傘，則雨水飛去，此現象是受： (A)慣性 (B)離心力 (C)向心力 (D)地心引力 (E)切線方向的力。答：(A)

5.下述物理現象何者可以慣性性質解釋？ (A)賽跑者到終點仍向前衝幾步 (B)斧頭鬆脫時，執柄向下方敲擊，斧頭即自動嵌入柄內 (C)一玻璃杯置於長條紙上，若用手急拉，則杯穩然不動 (D)站在汽車內之乘客，當汽車突然開動易向後仰，突然停止易向前傾 (E)從火車上跳下之人仍須向前走幾步，才不會跌倒。答：(A)(B)(C)(D)(E)

6.下列何項不是牛頓第一運動定律的表現？ (A)汽車剎車時，人向前傾 (B)物體在斜面上等速下滑 (C)雨滴以終端速度等速落下 (D)人造衛星繞地球等速率運動 (E)物體掛在彈簧下靜止，使彈簧伸長。答：(D)

7.直線前進的汽車，速度表上顯示穩定的 60km/hr.，則這部汽車所受外力和是 0 嗎？在水平面作等速圓周運動的物體，所受外力和是 0 嗎？答：是、否

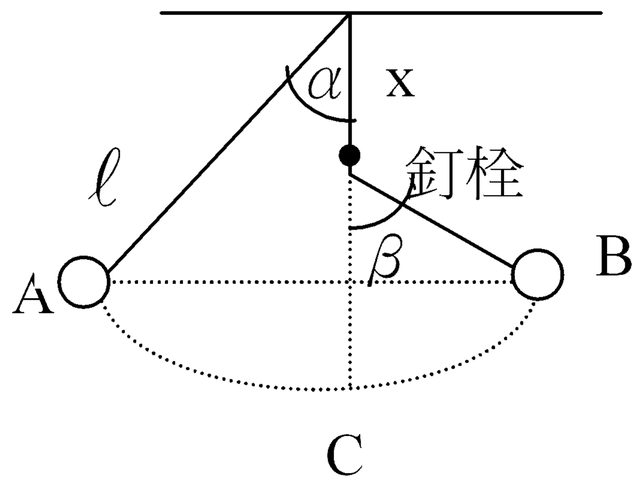
8.數力同時作用於物體，其合力等於零時，此物體:(A)可能靜止不動 (B)可能等速移動 (C)可能等加速度運動 (D)可能在原處轉動 (E)可能作簡譜運動。答：(A)(B)(D)

例4. 右圖中擺長ℓ的細繩下懸擺錘，自 A 點釋放，擺至右邊 B 點時停止，則

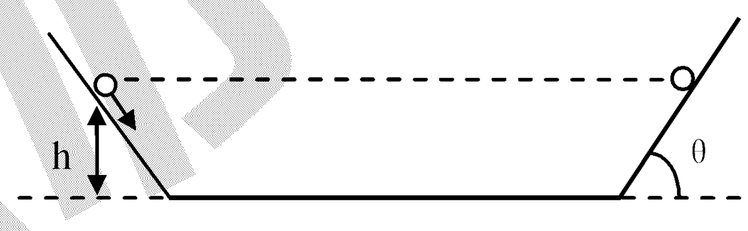
(1) α與β的關係為何？

(2)若$\alpha = 30°$、$\beta = 60°$，則 X=？

答：(1) $\ell(1-\cos\alpha) = (\ell - x)(1-\cos\beta)$ (2) $(\sqrt{3}-1)\ell$



例5. 一球由左側斜面，距離底面高 10 公分處，由靜止釋放：(1)如不計摩擦力，則此球在右邊上爬之鉛直高度可達若干？(2)設右邊斜面每經水平距離 10 公分即升高鉛直高度 1 公分，問此球在斜面所行經之水平距離為若干？(3)又若右邊斜面之傾斜角 $\sin\theta = \dfrac{1}{20}$，則此球在此斜面所行之距離為若干？



答：(1)10 公分；(2)100 公分；(3)200 公分

例6. (1)北半球的長程砲欲命中正北方的目標，應朝何方射擊？(2)南半球的長程砲欲命中正北方的目標，應朝何方射擊？ 答：(1) 向北偏西(2) 向北偏東

吳錫玠物理

※家庭作業

1.在摩天大樓上自由落下一石子，應落於原鉛直線的何方？答：東方

2.地球由西向東自轉，跳遠能力一定的人在赤道上向東或向西跳何者跳較遠？答：一樣遠

3.跳遠能力一定的人，向東和向西跳，何者較遠？答：相同

4.下列有關慣性現象的敘述，何者正確？ (A)北半球的長程大砲往正北方發射，將命中其正北方目標物的西方 (B)北半球的長程大砲，欲命中其正北方的目標，應朝北偏西發射 (C)不計空氣阻力等速飛行的飛機上，陸續丟下一批炸彈，在遠處拍下飛機與正在落下的炸彈照片，見飛機與陸續丟下的數顆炸彈的連線爲拋物線 (D)同(C)爲直線 (E)一乾冰圓盤靜置於一靜止轉盤的邊緣，因兩者間無摩擦，故當轉盤開始旋轉時，乾冰盤沿切線方向飛出。答：(B)(D)

5.下列敘述何者正確？ (A)一物體以 $2.0\,m/s$ 沿光滑水面移動 2 秒後之速度大小仍爲 2.0 m/s (B)跳遠能力一定的人，向東跳之記錄比向西跳的記錄爲大，因地球由西向東轉 (C)在赤道上向正北發射一長程砲彈，則著地點向東偏 (D)汽車由靜止起動，由於慣性，乘客身向前傾 (E)自等速前進之火車天花板上落下之擺錘，對地而言作水平拋射運動。答：(A)(C)(E)

6.伽立略慣性實驗改用單擺的擺動 (A)主要目的是減少摩擦 (B)若擺長 50cm 的線懸掛 10g 的物體自右邊高 15cm 處擺下，則擺至左邊的高度爲 15cm (C)如在最低點往上高 10cm 處置一阻攔的橫桿，不使擺線完全擺動，只有小部分擺動，則在左邊的高度爲 10cm (D)當質量改爲 20g 時，擺至左邊高度仍爲 10cm (E)增高橫桿的高度，就如同伽立略實驗時，增加斜面之上滑斜度。答：(A)(B)

7.從靜止開始沿左邊斜面滾下物體，斜面光滑，能滾上右邊另一斜面一直到原有高度爲止。若右邊斜面坡度減小時，則：(A)每次在右邊斜面上所能到達的鉛直高度仍相同 (B)在右邊斜面的水平距離增加 (C)在右邊斜面上的運動增加 (D)在右邊斜面上運行時間增加 (E)在右邊斜面上的速度變小。答：(A)(B)(C)(D)(E)

觀念二　牛頓第二運動定律

一、$\vec{F}=m\vec{a}$ 的解題步驟：

1、目標：

(1)有了受力目標，才能確認目標受哪些力以及力的方向。

(2)一個複雜的題目往往可以有多種目標的選擇方式，選擇適當的目標可以簡化解題的過程。

2、力：

(1)確認力的大小、方向、施力點。

(2)要直接不要間接：只考慮直接作用在目標上的力(包含接觸力&超距力)，其餘皆不考慮。

(3)要外力不要內力：因內力必成對存在(作用&反作用)，會彼此抵銷。

3、加速度：

(1)判斷加速度的方向：

①直線加速的物體，通常其加速度是沿著平面或斜面的方向。

②圓周運動的物體，通常將其加速度分為切線方向與法線方向(向心方向)。

註：有圓心找圓心，沒圓心找斜面。

(2)判斷加速度的大小：

在多目標的題目中(如：動滑輪)，各目標的加速度大小可能不同，但其間有相關性。

4、$\vec{F}=m\vec{a}$

(1)分解力：將目標所受的所有力，分解為平行 $\vec{a}$ 與垂直 $\vec{a}$ 兩個方向

$$\begin{cases}\text{平行}\vec{a}\Rightarrow\text{合力}\vec{F}=m\vec{a}\\ \text{垂直}\vec{a}\Rightarrow\text{合力}=0\end{cases}$$

(2)分解 $\vec{a}$：將加速度分解為一組互相垂直的分量，各寫一個 $\vec{F}=m\vec{a}$

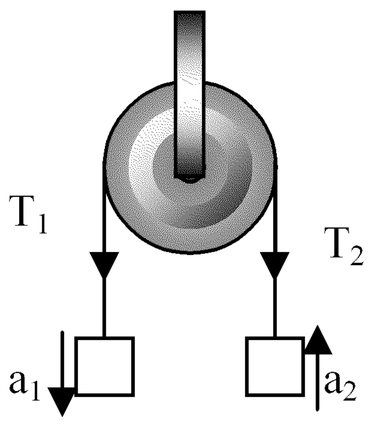
$$\begin{cases}x\text{方向合力}\vec{F}_x=m\vec{a}_x\\ y\text{方向合力}\vec{F}_y=m\vec{a}_y\end{cases}$$

二、滑輪

1. 定滑輪：

(1)力：$T_1=T_2$

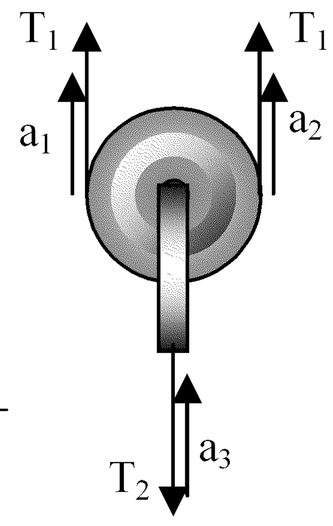
(2)加速度：$a_1=a_2$



2. 動滑輪：

(1)力：$T_2=T_1\times 2$

(2)加速度：$a_3=\dfrac{a_1+a_2}{2}$



吳錫玠物理

例7. 一質量爲 2kg 的物體，在光滑桌面上，以每秒 3 米的速度向東前進，當此物體受到向南 6 牛頓及向東 2 牛頓之兩力同時時作用 2 秒鐘，求：

(1)自受力到 2 秒末，此物體的速度爲若干？

(2)2 秒末，物體位移爲何？答：(1) $\sqrt{61}m/s$ ；(2)10m

例8. 一個質量爲 0.2kg 之球，從高 19.6m 靜止降落，著地後反跳高度爲 4.9m，若地與球接觸時間爲 0.05 秒，則球施地之平均力大小？答：120 牛頓

例9. 一汽車的車身長度爲 4.65m，車體連同司機的總質量爲 1060kg，以 45 km/hr 的時速在道路上行駛，不幸發生車禍，車子正向撞上一堵堅固的牆壁。碰撞後，車體被擠壓，車身長度縮短爲 4.05m。坐在車內的司機，質量爲 60 kg，由於安全帶的束縛作用，使他往前衝的速度在 0.10 秒內停止下來。假設汽車的車身結構均勻，在碰撞過程中，車子可視爲被均勻擠壓，則(1)汽車衝撞牆壁的平均作用力的大小=？N；(2)又安全帶對司機的平均束縛力的大小=？N。【2005 奧林匹亞初選】

答：(1) 2.8×10^{5} ；(2)7500

學物理

※家庭作業

1.有一 3.0 牛頓之力和一 4.0 牛頓之力同時作用於 9.0 公斤的物體上，此兩力作用時所相交的角是 60° 。若此物體從靜止開始運動，3.0 秒後其速度為何？答：$\frac{\sqrt{37}}{3} m/s$

2.質量為 4.0 公斤的物體於 12 秒的時間內，速度由 $v_o=48\vec{i}+36\vec{j}$ 變為 $v=18\vec{i}-4\vec{j}$，以 M.K.S.制為單位，則物體所受的平均力大小為若干牛頓？答：$\frac{50}{3}$

3.汽車以 72km/hr 之速度行駛，煞車後滑行 10 米而停止，若 $g=10m/s^2$，則 (A)輪與路面摩擦係數為 0.2 (B)輪與路面摩擦係數為 2 (C)若汽車載重量增大，則滑行距離增大 (D)若汽車載重量增大，滑行距離將減小 (E)若車速增為 2 倍，滑行距離將增為 4 倍。答：(B)(E)

4.一機車交通手冊上記載，當機車時速為每小時 60 公里時，正常的煞車距離為 32 公尺，跟車距離至少應為 40 公尺，請依上述資料估算：
(1)機車輪胎與地面間的摩擦係數為何？
(2)一般人的反應時間為何？(即從看到前方有狀況到真正開始煞車的時間)
【85.奧林匹亞初選試題】答：(1)0.44；(2)0.48sec

5.我們考慮一汽車以時速 48km(相當 13.4m/s)正面撞上堅固牆壁，發生車禍的情形，估算駕駛員及乘客所遭遇的狀況。根據測試，車頭受撞擊時，平均凹陷約 0.7 公尺後停止。駕駛盤與駕駛員上半身的間距為 0.36 公尺。則
(1)若駕駛員旁邊的乘客座位有人用手抱著 20kgw 的小孩，假設大人上半身完全被安全帶扣住，則大人的手臂需施多大的力才可能抱得住小孩。
(2)若駕駛員為未繫上安全帶，從駕駛員上半身撞到駕駛盤到車子完全停止期間(人也同時停止)，駕駛盤因強大作用力又往前凹陷 0.2 公尺，假設駕駛員上半身的質量為 30kg，試估算上半身所受到的平均撞擊力？(假設從撞擊瞬間到上半身撞到駕駛盤，上半身皆作等速直線運動，且在此期間車子仍然在前進)
【87.奧林匹亞初選試題】答：(1)2560nt；(2)10800nt

例10. 施力 F 於 A 加速度爲 a_1，施力 2F 於 B 加速度爲 a_2，今若以 3F 作用於 A 與 B 之合體，則其加速度若干？答：$\dfrac{3a_1a_2}{2a_1+a_2}$

例11. 氣球載有沙包 2 包時，以加速度 a 上升。載有沙包 6 包時，以加速度 a 下降。若氣球重量及沙包浮力不計，則欲使氣球不升降時，應載沙包 (A)3 包 (B)4 包 (C)5 包 (D)10 包【66 夜大】答：(A)

例12. 一物體 m 在水平面而受一理想彈簧作用之，當伸長 x 時，m 作等速度運動，當伸長 2x 時，加速度爲 a，則 (A)彈簧伸長 4x 時，物體加速度爲 3a (B)兩條彈簧並聯，作用於 m 而伸長 2x，則物體之加速度爲 2a (C)兩條彈簧串聯作用於 m，共伸長 x，則物體之加速度爲零 (D)兩條彈簧並聯作用於 m 上，伸長 x，則加速度爲 a (E)物體 m 在平面上滑動所受摩擦力爲 ma。答：(A)(D)(E)

李翰物理

※家庭作業

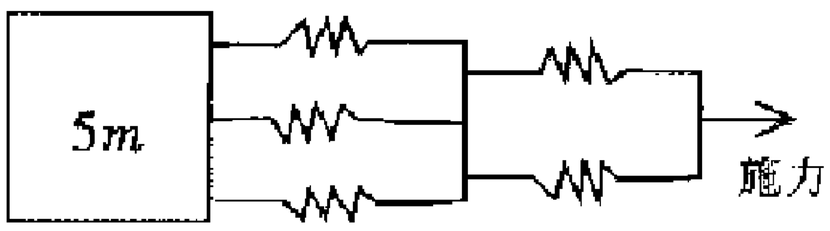
1.將三物體分別置於光滑水平面上，受同大之水平力作用時，得 a_1、a_2 及 a_3 的加速度值，今將此三物體繫結在一起，施以與前同大的水平力時，其所得的加速度大小為

(A) $a_1+a_2+a_3$ (B) $a_1^2+a_2^2+a_3^2$ (C) $\sqrt[3]{a_1a_2a_3}$ (D) $\sqrt{a_1a_2a_3}$ (E) $\dfrac{a_1a_2a_3}{a_1a_2+a_2a_3+a_3a_1}$。

答：(E)

2.質量 M 之氣球載有質量 m 的之小鐵塊，以加速度 a 上升，如將小鐵塊推下，氣球上升加速度變為若干？答：$\dfrac{m}{M}(g+a)+a$

3.若一條彈簧對質量 m 之物體施力，當伸長量為 x 時，加速度為 a。則相同彈簧組成如圖，總伸長量為 3x 時，對質量 5m 之物施力，則加速度若干？

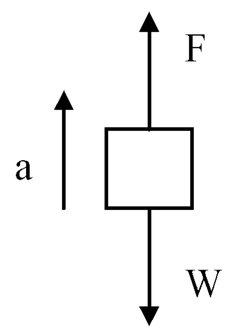


答：$\dfrac{18}{25}a$

4.一個熱氣球正以 $\dfrac{1}{10}$g 的加速度上升，若拋出總質量 $\dfrac{1}{10}$ 的物體，則加速度變成多少？（g 為重力加速度） (A)$\dfrac{1}{8}$g (B)$\dfrac{2}{9}$g (C)$\dfrac{3}{10}$g (D)$\dfrac{1}{3}$g 。答：(B)

5.熱氣球載有沙包 2 包時，以加速度 2a 上升；載有沙包 8 包時，則以加速度 a 下降。若不計氣球本身的重量及沙包的浮力，而欲使熱氣球以 g/3 的加速度上升時，應載沙包幾包？ (A)3 (B)4 (C)5 (D)6 (E)7 包。答：(A)

6.重量 W 之物以繩繫之，施鉛直向上 F 拉力，F＞W，如圖，則其加速度若干？答：$\dfrac{F-W}{W}g$

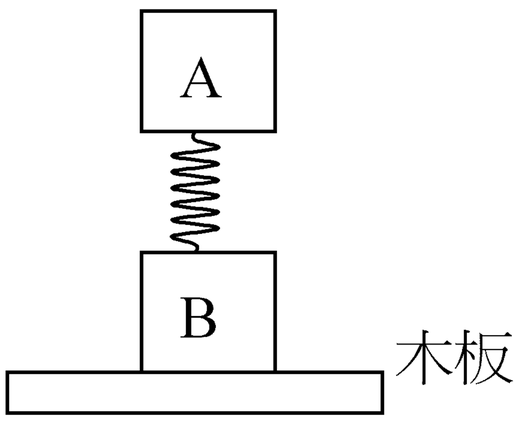


7.質量 2kg 之物以繩繫之，鉛垂直方向以 3 仟克重之力拉之，則其加速度若干？

答：$4.9\,m/\sec^2$

例13. 一塊木板上托著兩塊中間夾有彈簧的 A、B 兩木塊，兩木塊質量相等並處於平衡狀態，現在突然把木板撤去，在這一瞬間，A、B 兩木塊的加速度各為何？

答：$a_A = 0$，$a_B = 2g$

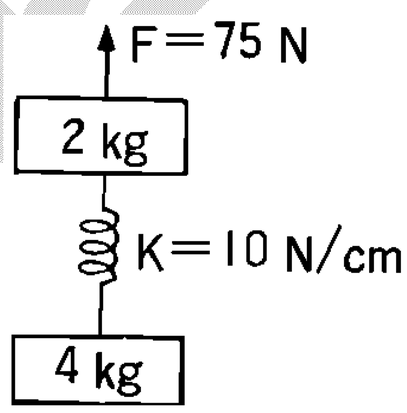


例14. 如右圖所示，以一拉力 F=75 牛頓垂直向上拉 2kg 的物體，且連結於 2kg 和 4kg 物體之彈簧彈力常數 k=10N/cm，(g=10 m/s^2)，則：

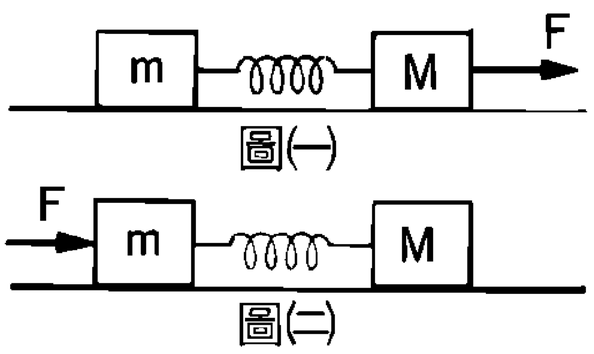
(1)彈簧伸長量？

(2)將拉力 F 取消瞬間，2kg 的物體其加速度？

答：(1)5cm；(2)35 m/s^2



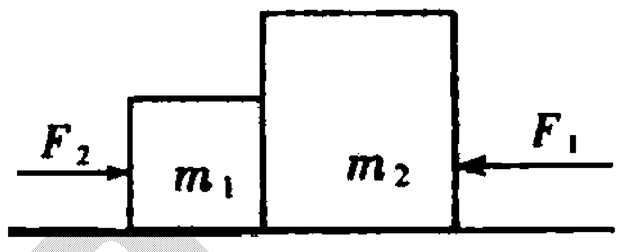
例15. 在光滑平面上，有質量為 m 與 M 兩物體，兩者之間以彈力常數 k 的彈簧連結，在圖(一)中，以 F 之定力作用，彈簧伸長量 X_1，在圖(二)中，以 F 之推力作用，彈簧壓縮量 X_2，則 $\frac{X_1}{X_2}$ = ? 答：$\frac{m}{M}$



易物理

※家庭作業

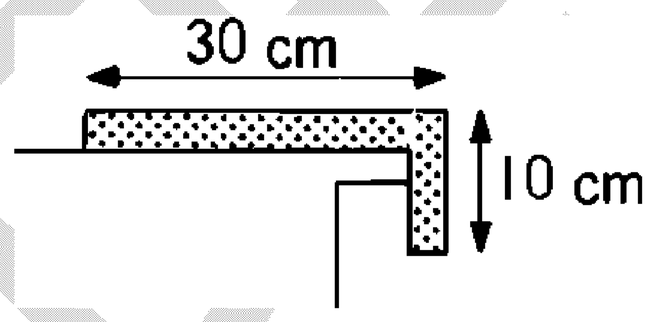
1.兩木塊質量分別為m_1及m_2($m_1 > m_2$)，相互接觸置於光滑水平面上，如右圖所示，今同時以量值為F_1之水平力由右側推動m_1，以量值為F_2之水平力由左側推m_2，($F_1 > F_2$)兩物體之加速度為 a，二物體間之作用力為 F，若F_1、F_2同時增加ΔF，則 (A)a 變大，F 不變 (B)a 不變，F 不變 (C)a 變大，F 變大 (D)a 不變，F 變大 (E)以上皆可能。答：(D)



2.均勻粗繩長 40cm，靜置於光滑水平桌面上，有 10cm 垂下，用手固定；若繩重 4kg，當放手後，至下垂部分長 30cm 之瞬間，則：

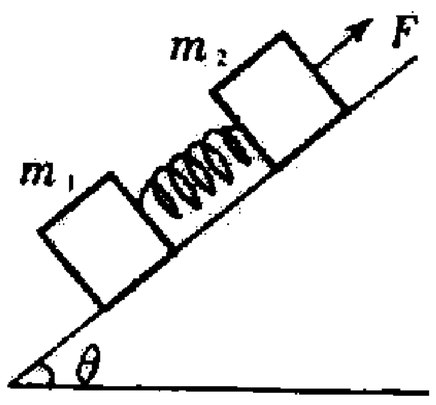
(1)繩子的瞬時加速度為？

(2)繩子中點(離底端 20cm)處之張力為多少牛頓。(g=10m/s^2)答：(1)7.5m/s^2；(2)5nt

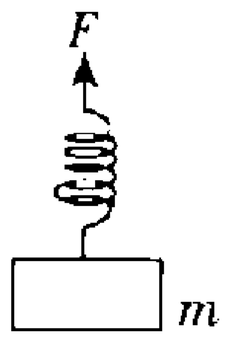


3.質量 2kg、長 20cm 的均勻粗繩，靜置於光滑水平桌面上，有 5cm 長沿桌子邊緣鉛直下垂，釋放後，(A)起初，粗繩的加速度量值為 2.5m/s^2。(B)起初在桌子邊緣處，粗繩的張力為 5nt。(C)當下垂的長度為 15cm 時，粗繩的加速度量值為 7.5m/s^2。(D)當下垂的長度為 15cm 時，粗繩中點的張力量值為 2.5nt。(E)當繩子完全離開桌面時，粗繩中點的張力為 0。答：(A)(C)(D)(E)

4.如圖，m_1和m_2兩物體以力常數 k 之理想彈簧相連接，置於斜角$\theta = 30°$之光滑斜面上，g=10m/s^2，受平行斜面向上的固定力 F 作用，在斜面上作等速度運動，若m_1=4kg，m_2=6kg，F=30N，彈力常數 k=10N/cm，則彈簧之伸長量為何？答：1.2 公分



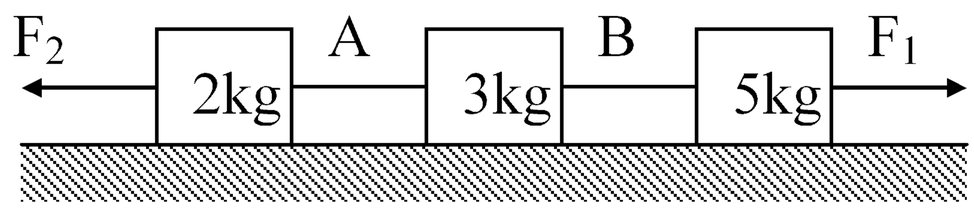
5.如右圖，K=100nt/m，而 m=2kg，若 g=10m/s^2，今減速 2m/s^2下降，則彈簧之伸長量為若干？答：0.24m



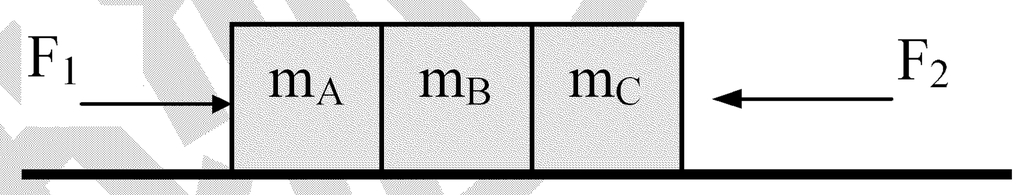
6.有一繩質量 m，下懸一重物質量 M，若系統以 a 的加速度上升，則繩子中點的張力為何？答：$(m/2+M)(g+a)$

7.有一每公尺質量為 m 的均勻細繩，自一端向上提起，加速度 a，則距繩子下端 x 公尺處的張力大小為何？(x<繩長)答：xm(g+a)

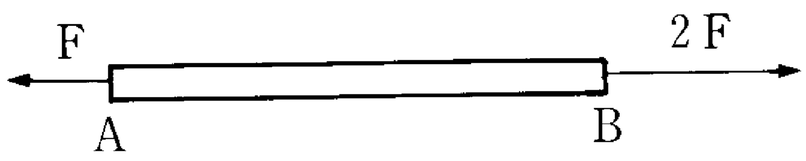
例16. 如右圖，F_1=50nt，F_2=10nt，則(1)系統受力？(2)2kg 物受力？(3)3kg 物受力？(4)5kg 物受力？(5)A 繩張力？(6)B 繩張力？答：(1)40nt；(2)8nt；(3)12nt；(4)20nt；(5)18nt；(6)30nt



例17. 右圖中，質量不同的木塊 m_A＝2kg，m_B＝4kg，m_C＝3kg 緊靠放在光滑桌面上，今施水平力 F_1＝120N 向右，F_2＝30N 向左，若不計一切摩擦作用，則 (1)全體加速度大小為若干？(2)B 對 C 的作用力為若干？(3)B 對 A 的作用力為若干？(4)B 所受淨力大小為若干？答：(1)10m/sec^2；(2)60N；(3)100N；(4)40N



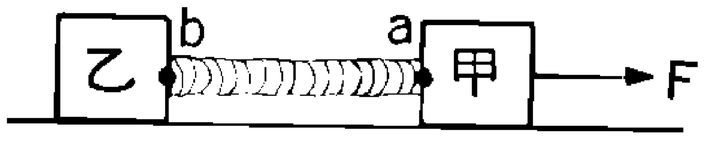
例18. 一條均質的繩子，A、B 兩端分別施以 F 與 2F 之拉力，使其沿水平移動，如圖，若繩上一點與 A、B 兩端之距離比為 2：3，則此點的張力為何？答：$\frac{7}{5}$F



學霸班

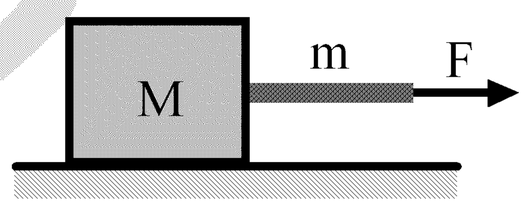
※家庭作業

1.如圖所示，甲、乙兩木塊置於光滑的水平面上以繩連接。若甲、乙兩木塊的質量分別為 m_1 及 m_2，繩子的質量為 M，而在甲木塊上施一水平力 F，則 a，b 兩點間張力差為多少？答：$\dfrac{MF}{M+m_1+m_2}$

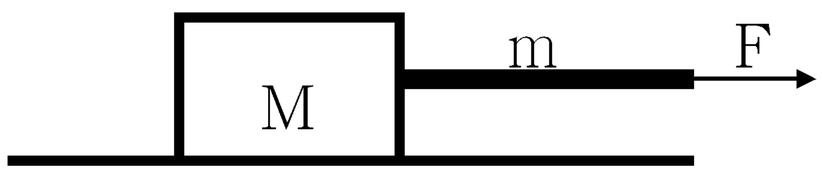


2.六個相同的木塊，每個質量為 1 公斤，置放在平滑的水平桌面上。以 1 公斤重的恆力 F 水平的作用在第一塊木塊上，其方向如右圖所示。 (1)求每一塊木塊所受合成力的量值？ (2)第四塊木塊作用在第五塊的力是多少？【84 夜大】答：(1)1.6N (2)3.2N

3.一繩之質量為 m，連於質量為 M 的木塊(如附圖)。木塊置於光滑水平桌面。設某人以量值為 F 之力，水平地拉著繩子，而木塊加速度為 a，則木塊施於繩的力之量值為(A)Mg (B)(M+m)g (C)F-ma 或 Ma (D)F 或(M+m)a 。【80 夜大】答：(C)

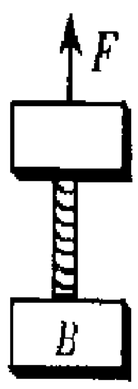


4.右圖中一粗細均勻的繩子，質量m，經此繩以F力拉一木塊M，則繩拉木塊之作用力為何？若m《M，則如何？答：$\dfrac{M}{M+m}F$；F



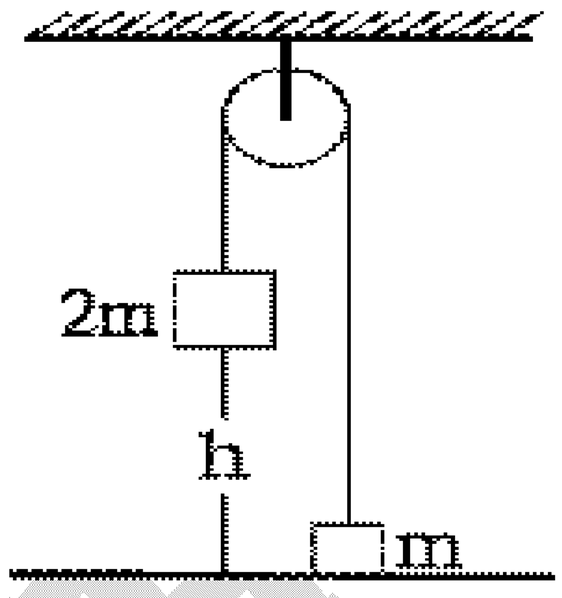
5.密度均勻的繩子，其質量為 2 公斤，在其一端繫 4 公斤物體，他端施力使物體作 $3m/s^2$ 向上加速運動，則繩中點的張力為何? 答：64 牛頓

6.若 m_A=3kg，m_B=2kg，繩重 2kgw，施以 9kgw 之外力 F，求：
(1)加速度？
(2)粗繩中點之張力？答：(1)2.8 m/s^2；(2)37.8nt



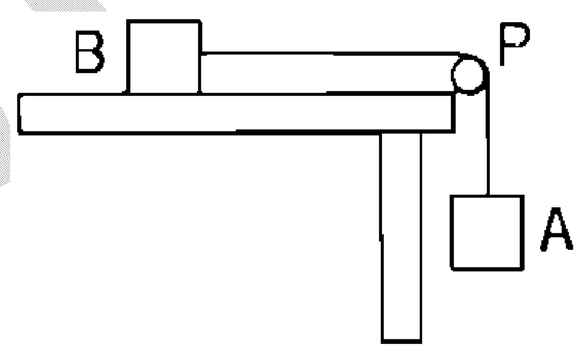
7.女兒赴男友約會，向母親說晚上回來的時間要晚一點。
父親一旁憤怒的說：不行！要是超過深夜十二點妳就不要回來啦。
女兒會錯意：好！爸爸萬歲！

例19. 附圖中質量爲 m 與 2m 的物體用細繩連接跨過定滑輪，不計任何摩擦力及繩與滑輪的質量。m 最初在地面，而 2m 由距離地面高 h 處釋放，則下列敘述何者正確？ (A)2m 在落地前的加速度爲 g/3 (B)2m 在落地前繩的張力是 mg/3 (C)系統質心加速度是 g/6 (D)m 可達地面的最大高度是 4h/3 (E)m 由開始向上到最高點作等加速度運動。答：(A)(D)



例20. 如右圖，設 A、B 兩木塊之質量分別爲 m_A 與 m_B，B 與桌面無摩擦力；當用手拉住使木塊靜止時，繩 P 中之張力爲 T_1，當放手使木塊運動時，繩中之張力爲 T_2，則 $\frac{T_2}{T_2}=$？

答：$\frac{m_A+m_B}{m_B}$



例21. 甲乙兩物體的質量各爲 1.0kg 和 4.0kg，以細繩連接，跨過質量可不計的滑輪，置於兩個斜角均爲30° 的光滑長斜面上，如圖 1 所示。若兩物體自靜止釋放，經過 1.0 秒，乙物體沿斜面移動多少 m？(設 g=10 m/s^2)(A)0 (B)1.5 (C)2.0 (D)2.5 (E)3.0 。

【95 指考】答：(B)

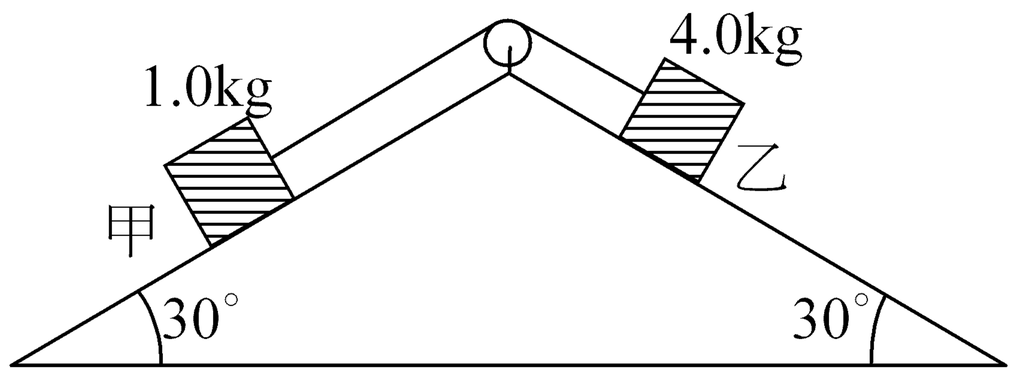
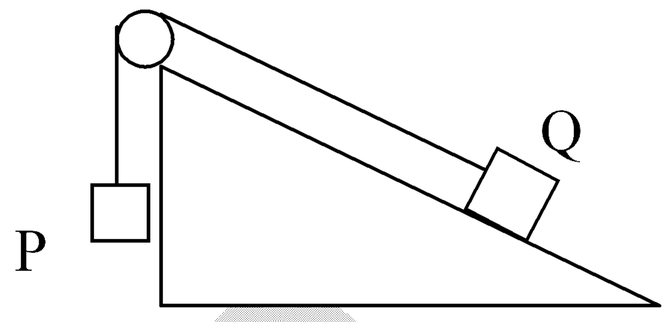


圖 1

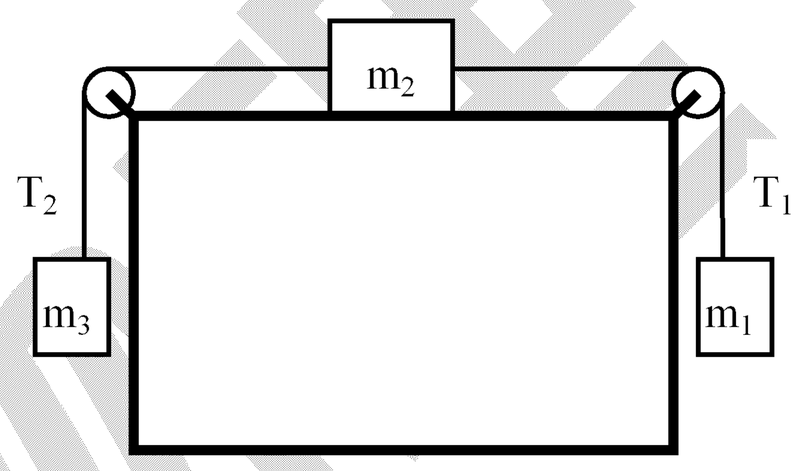
物理

※家庭作業

1.如右圖 PQ 兩物體連結以輕繩跨過無摩擦之滑輪，其中 P 鉛直懸吊，Q 則置於斜角 30° 之光滑斜面上，若 P 落下一段距離的時間爲其自由落下同距離所需時間之 4 倍，則 P 與 Q 質量比爲若干？答：3：5

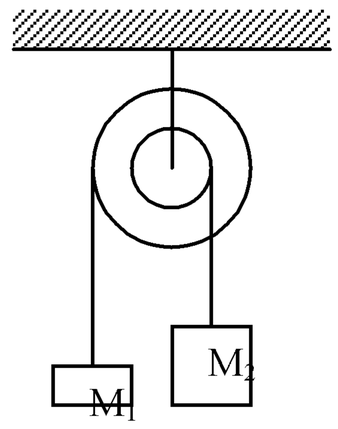


2.如右圖之裝置，$m_1=5$kg，$m_2=2$kg，$m_3=3$kg，重力加速度爲 g，不計一切摩擦力求(A)系統之加速度大小？(B)繩子張力 T_1 爲若干？(C)繩子張力 T_2 爲若干？答：(A)$\frac{g}{5}$；(B)4g；(C)3.6g



3.如右圖一輪軸，其半徑分別爲 2r 及 r，繩之質量及滑輪之質量與摩擦均不計，當 m_1=1kg，m_2=6kg，m_2 之加速度爲：

(A)$\frac{g}{5}\uparrow$ (B)$\frac{g}{5}\downarrow$ (C)$\frac{2g}{5}\uparrow$ (D)$\frac{2g}{5}\downarrow$ (E)$\frac{3g}{5}\downarrow$。答：(D)



4.如圖(1)所示，一輕繩跨過定滑輪，兩端各懸掛三個質量皆相等的木塊，呈平衡狀態。現將右端的一個木塊取下，改掛至左端，如圖(2)所示。若摩擦力可不計，試問繩上張力變爲原來平衡狀態時的幾倍？

(A)$\frac{3}{2}$ (B)$\frac{4}{3}$ (C)$\frac{9}{8}$ (D)$\frac{8}{9}$ (E)$\frac{3}{4}$ 。【94 指考】答：(D)

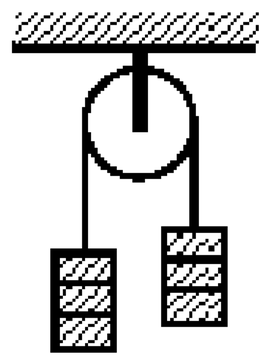


圖 1

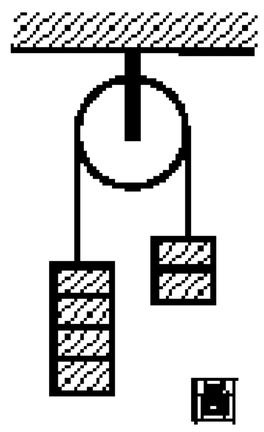
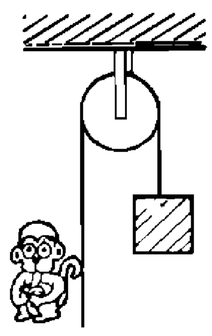
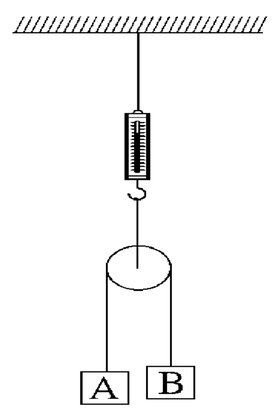


圖 2

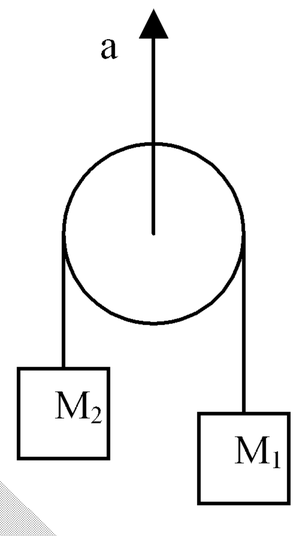
5.如右圖，猴子重 3kgw，物重 2kgw，猴子應作何種運動可使物體保持靜止？ (A)向上等速運動 (B)向下等速運動 (C)向上 2g/3 等加速運動 (D)向下 2g/3 等加速度運動 (E)向下 g/3 等加速度運動 。答：(E)



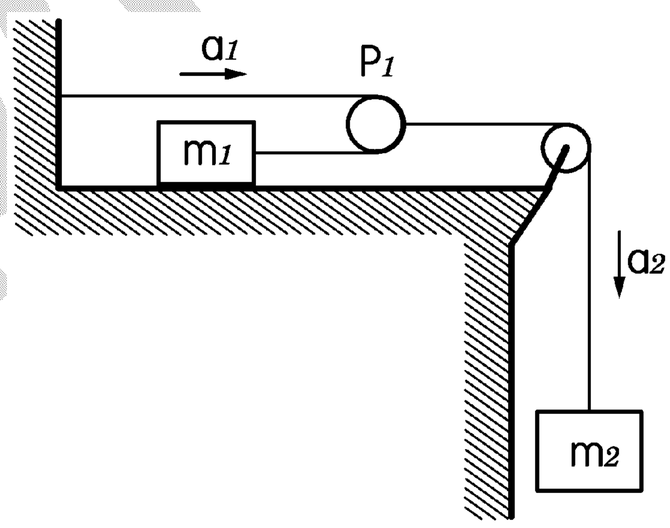
6.如附圖，彈簧秤上繫於天花板，下繫一質量不計之滑輪，以輕繩跨接於滑輪，兩端並連結 A、B 兩物，若 A、B 質量分別爲 3 公斤、2 公斤，則彈簧秤上的讀數爲_____公斤重。(g=10 m/s^2)。答：4.8



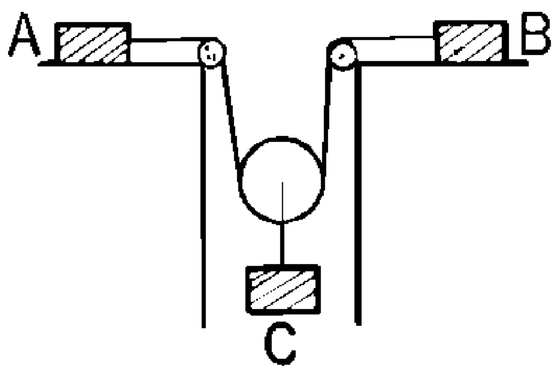
例22. 質量爲 m_1 ，$m_2(m_1>m_2)$之兩物繫於繩之兩端跨過一質量不計的滑輪，滑輪以 a 之加速度上升時，(1)繩之張力爲何？(2) m_1 之加速度大小爲何？(3)向上施於滑輪之力爲何？答：(1) $\dfrac{2m_1m_2}{m_1+m_2}(g+a)$ ；(2) $\dfrac{2m_2a+(m_2-m_1)g}{m_1+m_2}$ ；(3) $\dfrac{4m_1m_2}{m_1+m_2}(g+a)$



例23. 質量分別爲 m_1 及 m_2 之兩木塊，與無質量、無摩擦的兩滑輪相連，如圖所示，m_1 與水平面間無摩擦，
(1)若 a_1 與 a_2 分別爲 m_1 與 m_2 的加速度，則 a_1 與 a_2 間有何種關係？
(2)試求 a_1 ，a_2 及兩條繩子的張力。



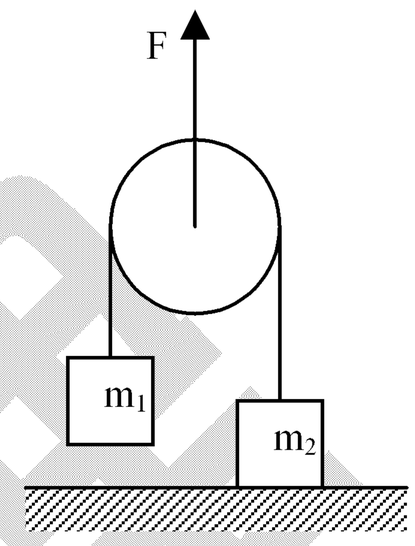
例24. 圖所示，$m_A=m_C=2kg$，$m_B=1kg$，不計摩擦力、繩重及滑輪質量，
(l)C 的加速度？(2)A 的加速度？(3)B 的加速度？(4)連結 A、B 兩物體細繩的張力？(5)連結 C 物體之細繩的張力？
答：(1) $\dfrac{3}{7}g$ ；(2) $\dfrac{2}{7}g$ ；(3) $\dfrac{4}{7}g$ ；(4) $\dfrac{4}{7}g$ ；(5) $\dfrac{8}{7}g$



林物理

※家庭作業

1.某人施一向上力 F 於滑輪軸上，假設滑輪及繩均無質量，且無摩擦，兩物體 m_1=1kg，m_2=2kg，連接於繩之兩端，如圖所示，物體 m_2 置於地板上，則：



(1)F 最大是多少時，m_2 仍可靜止於地板上？(g=10 m/s^2)

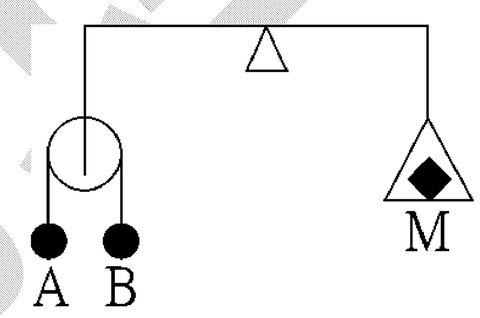
(2)若 F=100N 向上，則繩之張力是多少？

(3)於(2)中，m_1、m_2 之加速度分別爲何？

(4)滑輪此時的加速度？

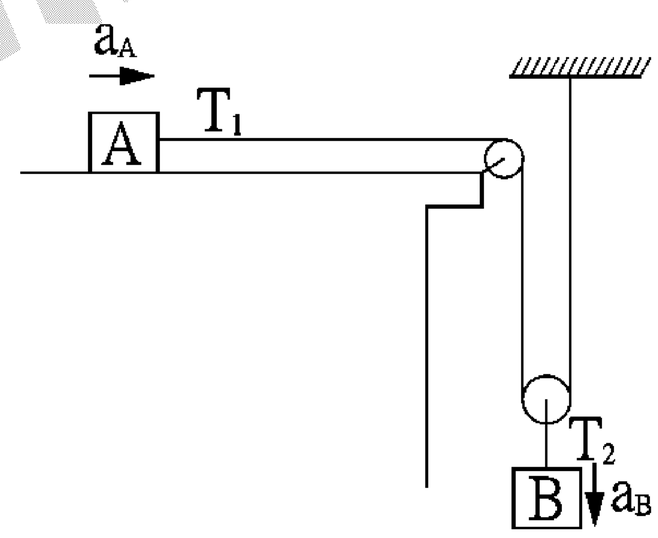
答：(1)40nt；(2)50nt；(3) a_1=40 m/s^2，a_2=15 m/s^2；(4)22.5 m/s^2

2.質量分別爲 3m、m 之 A、B 兩物，以輕繩連結後，跨過質量不計之滑輪（光滑可上下移動），滑輪吊於等臂天平之一端，欲使天平呈平衡狀態則 M＝ (A)m (B)2m (C)3m (D)4m (E)5m。答：(C)

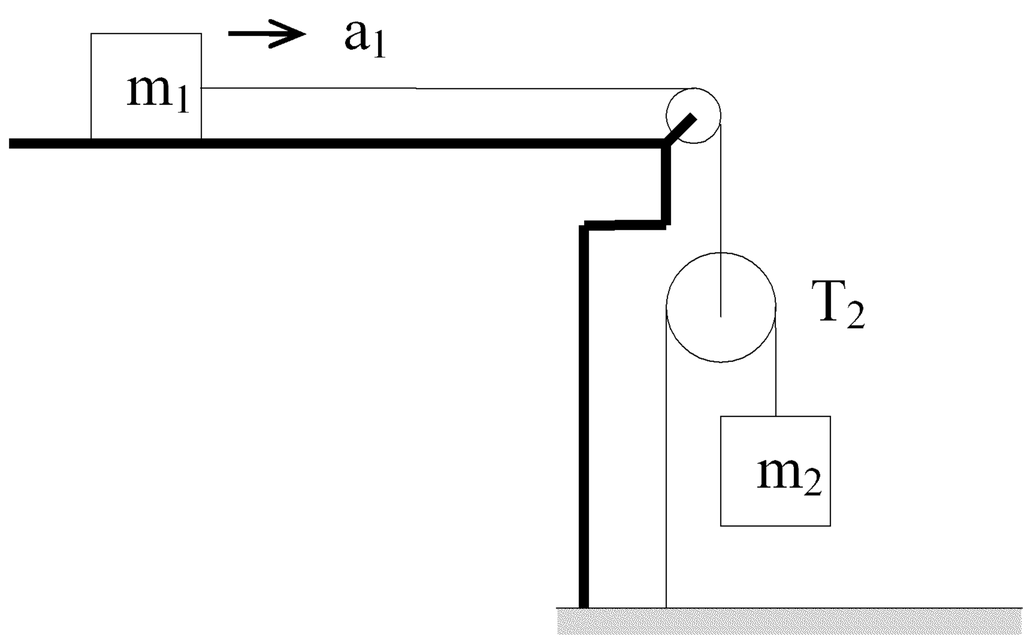


3.忽略一切摩擦阻力，不計繩及滑輪重，如附圖所示，A 的加速度爲 4m/s^2，B 的質量爲 1 公斤，則下列何者正確？（g＝10 m/s^2） (A)T_1 之值爲 4 牛頓 (B)A 的質量爲 0.5 公斤 (C)B 的加速度大小 2 m/s^2 (D)T_2 之值爲 8 牛頓 (E) B 的視重爲 0.8 公斤重。

答：(A)(C)(D)(E)



4.如右圖 m_1＝2.0kg，m_2＝3.0kg，桌面無摩擦，且滑輪重不計時，m_1 之加速度 a_1 爲若干？T_2＝？答：a_1＝4.2m/sec^2；T_2＝4.2N



5.修女問神父說：“是不是每一個人都看的到上帝？”

神父說：“只要你有誠心，一定見得到上帝！”

修女說：“我認識一對非常有誠心的夫婦，他們每天晚上都見到上帝。”

神父問：“何以見得？”

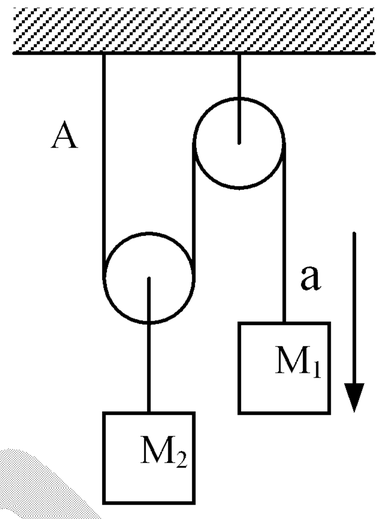
修女答：“因爲那個女的每天都這樣向上帝祈禱：OH！！MYGOD……”而上帝不知道跟那個男的講了什麼，只聽到那個男的回答：“OH！！YES……YES……”

神父：“……@#%@##%@%@”

例25. 如圖，滑輪均爲光滑，繩重及滑輪重均不計，物體質量 m_1 及 m_2，若加速度如圖示方向，求：

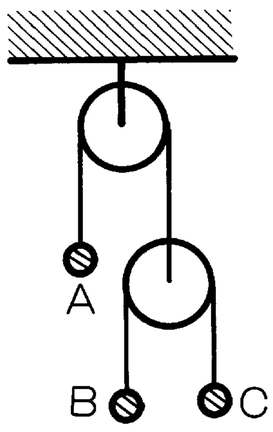
(1)繩 A 之張力？(2) m_1 及 m_2 加速度？

答：(1) $\dfrac{3m_1m_2}{4m_1+m_2}g$；(2) $\dfrac{4m_1-2m_2}{4m_1+m_2}g$；$\dfrac{2m_1-m_2}{4m_1+m_2}g$



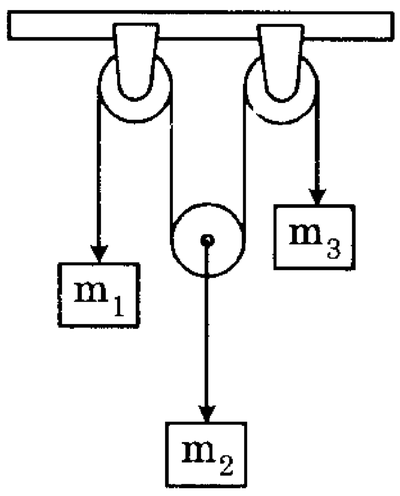
例26. 如圖所示，A、B、C 之質量分別爲 3kg，2kg 及 1kg（動滑輪及繩重均不計），則三物體之加速度？

答：$a_A=\dfrac{1}{17}g$ 向下，$a_B=\dfrac{5}{17}g$ 向下，$a_C=\dfrac{7}{17}g$



例27. 如右圖所示，有三個摩擦力可忽略的滑輪，其上用繩索懸掛三個質量分別爲 m_1=4.0kg、m_2=8.0kg、m_3=9.0kg 的物體。假設此三個滑輪及其間的繩索之質量均可忽略。試求各繩索上的張力？及三個物體各別的加速度？【92 校內初賽】

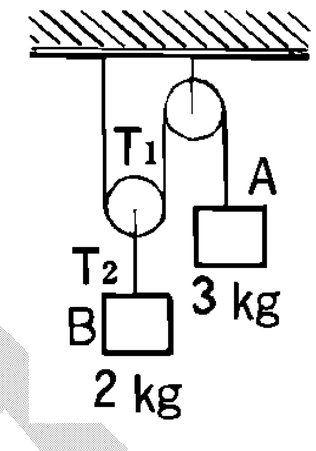
答：$a_1=a_2=\dfrac{5}{31}g$，$a_3=\dfrac{15}{31}g$



張旭物理

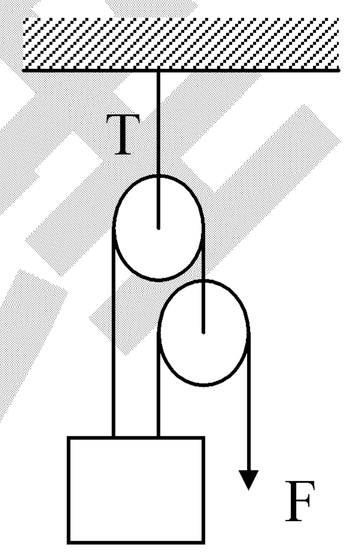
※家庭作業

1.如圖，不計滑輪及繩重，亦無摩擦力，$g=10m/s^2$，求 T_1 及 T_2 分別爲若干？

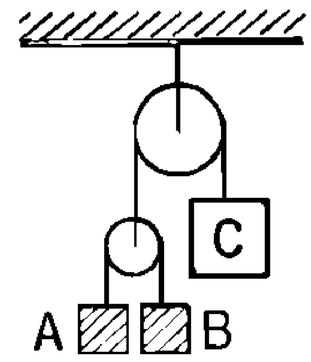


答：$\frac{90}{7}$nt；$\frac{180}{7}$nt

2.如圖，力 F 恰可支撐 9 公斤重之物體。若滑輪重不計，且不考慮摩擦，則最上端繩的張力 T=？公斤重。答：12

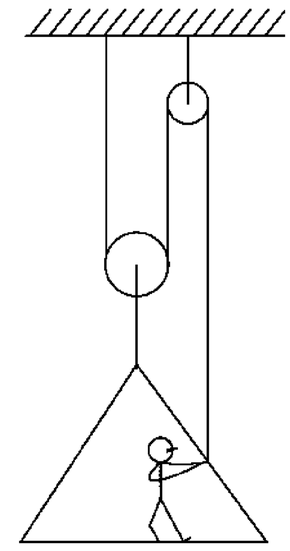


3.如右圖，A、B 質量爲 m 及 2m，滑輪及繩重不計。若不使定滑輪轉動，則 C 的質量爲多少？答：$\frac{8}{3}m$

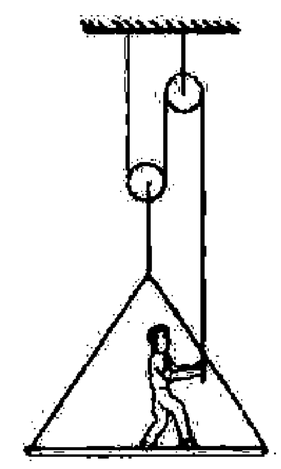


4.質量 m 的人站立於質量 2 m 的平台上，如附圖所示，若不考慮滑輪質量及任何摩擦阻力，則下列敘述何者正確？（重力加速度爲 g） (A)若平台不升不降，則需施力 2 mg (B)若平台以 $\frac{1}{2}$g 的加速度上升，則人與平台間的作用力大小爲零 (C)承(B)，人需施力 $\frac{3}{2}$mg (D)若平台以 $\frac{1}{2}$g 的加速度下降，則人與平台間的作用力大小爲零 (E)承(D)，人需施力 $\frac{1}{2}$mg。

答：(B)(C)(D)(E)



5.右圖，人的質量 50 公斤，平臺質量 10 公斤，人與平臺一起以 $a=4\,m/s^2$ 向下作等加速度運動時，人與平臺間之正向力爲若干牛頓？($g=10\,m/s^2$)



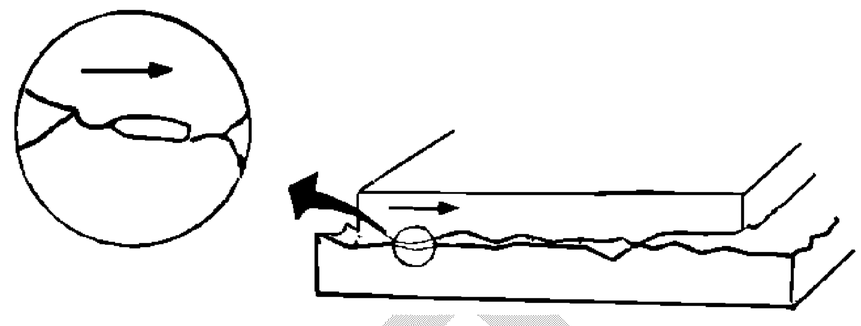
6.手機不可掉入馬桶裡

猜一個 4 字成語

答案是 機不可失(溼)

吳錫玠物理

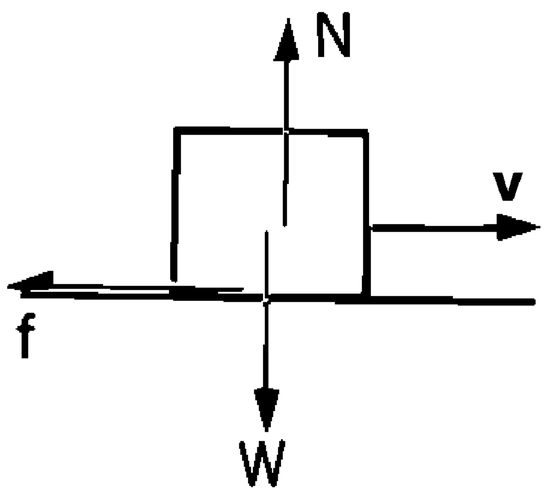
觀念三　動摩擦力

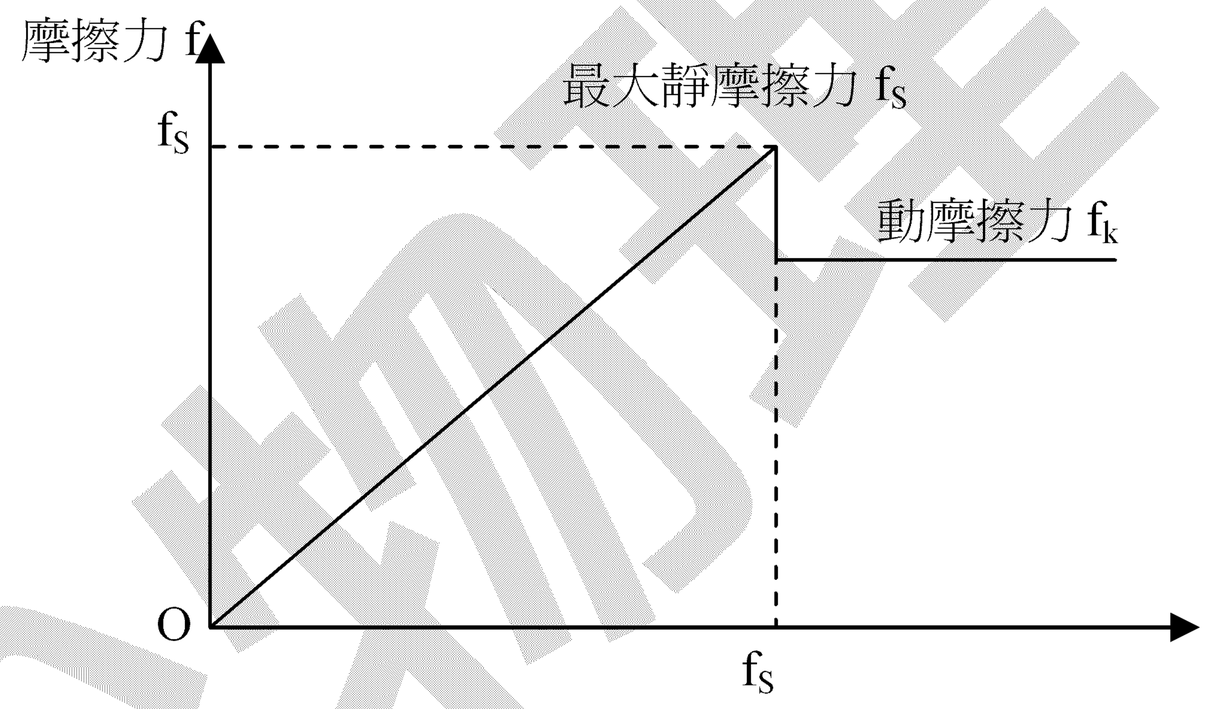


1. 動摩擦力的成因：兩物體互相接觸，若兩者間正在作相對運動時，接觸面間即存在動摩擦力。

2. 動摩擦力的大小：

如下圖所示，置一物體於粗糙的水平桌面上，v 表運動方向，f 表摩擦力，則





(1)動摩擦力約為定值，與速度快慢、水平作用力大小、接觸面積無關。

(2)動摩擦力小於最大靜摩擦力。

(3)動摩擦力與物體滑動的方向相反。

(4)動摩擦力 $f_k = \mu_k N$（μ_k：動摩擦係數，N：正向力）

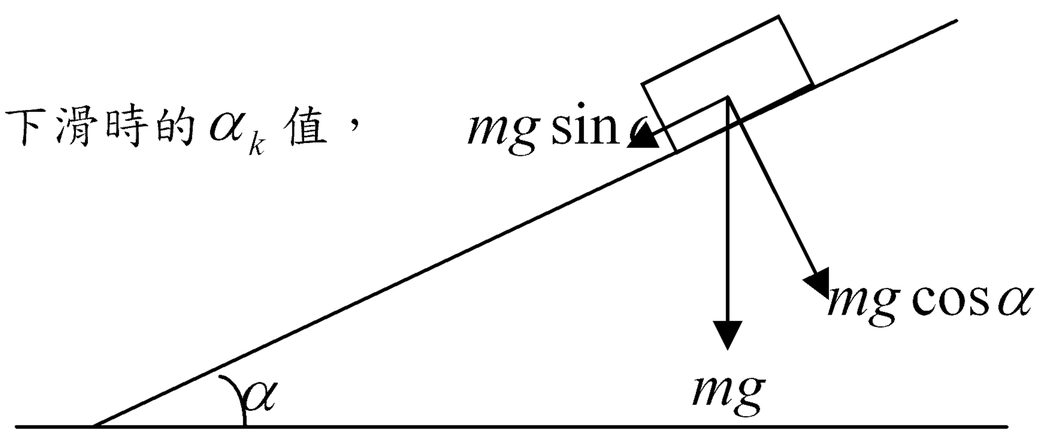
3. 摩擦力的方向：

動摩擦力：摩擦力方向與物體的相對滑動方向相反

※不論動、靜摩擦力，摩擦力必與接觸面平行。

4. 動摩擦角 α_k：

置物體於斜面上，緩慢增加傾斜角，觀察物體等速下滑時的 α_k 值，此時重力沿斜面的分力恰等於動摩擦力。



$mg\sin\alpha_k = f_k = \mu_k N = \mu_k mg\cos\alpha$

$\mu_k = \tan\alpha_k$

(1) $\because \mu_k < \mu_s \Rightarrow \tan\alpha_k < \tan\alpha_s$

(2)當斜面增至靜摩擦角而物體開始下滑後，因 $mg\sin\alpha_s = f_s > f_k$，物體將會以等加速度下滑。

5. 情人節，一對走在街上的情侶聽到身邊一位男士正打著行動電話向花店訂花…

女友：「你看！人家多浪漫，我都沒有…」

語未畢，只聽見那位男士接著說：

「嗯，麻煩送到第二殯儀館。」

例28. 汽車以 72km/hr 之速度行駛，剎車後滑行 10m 而停止，若 g＝10 m/s^2，則 (A)輪與路面的摩擦係數爲 0.2 (B)輪與路面的摩擦係數爲 2 (C)若汽車載重增大，則滑行距離增大 (D)若汽車載重增大，滑行距離將減小 (E)若車速增爲 2 倍，滑行距離將增爲 4 倍。答：(B)(E)

例29. 水平桌面上，有質量爲 m 的物體，二者間之動摩擦係數爲 μ_k。今以量值爲 F，與水平面成 θ 角之力拉此物體，使其沿桌面作等加速度運動。
(1)寫出水平及鉛直方向之運動方程式(即水平及鉛直方向的牛頓第二運動定律)。
(2)求摩擦力 f_k 和加速度 a。【78 夜大】答：(1) $F\cos\theta - \mu_k(mg - F\sin\theta) = ma$ (2) $f_k=\mu_k(mg-F\sin\theta)$, $a = \frac{F}{m}(\cos\theta + \mu_k\sin\theta) - \mu_k g$

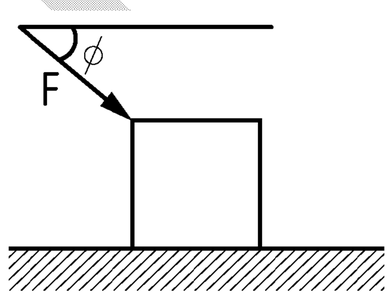
例30. 已知質量爲 m 的木塊在大小爲 T 的水平拉力作用下沿粗糙水平地面作勻加速直線運動，加速度爲 a，則(1)木塊與地面之間的滑動摩擦因數爲何？(2)若在木塊上再施加一個與水平拉力 T 在同一豎直平面內的推力，而不改變木塊速度的大小和方向，則此推力與水平拉力 T 的夾角爲何？【1995 大陸高考】答：

吳錫玠

※家庭作業

1.質量爲 M 的木塊位於粗糙水平桌面上，若用大小爲 F 的水平恒力拉木塊，其加速度爲 a。當拉力方向不變，大小變爲 2F 時，木塊的加速度爲 a’，則
(A)a’=a (B)a’<2a (C)a’>2a (D)a’=2a【1997 大陸高考】答：(C)

2.有一箱重 w（牛頓）置於水平地板上，箱和地面之動摩擦係數爲 μ，今以一個與水平成!角之推力（俯角）使箱作等加速度 a 運動，則



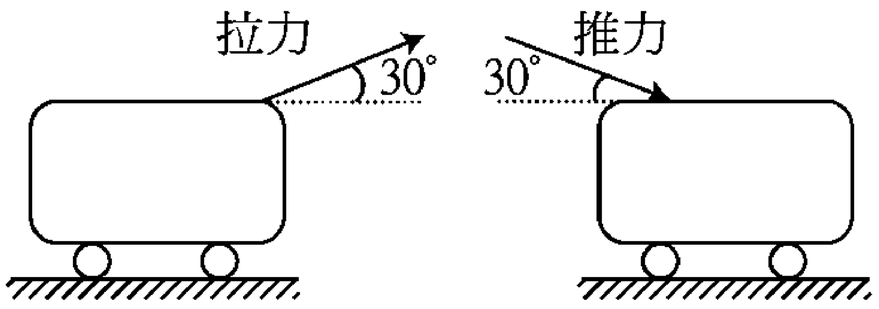
推動力爲 (A) $\dfrac{w(a+\mu g)}{g(\cos\phi+\mu\sin\phi)}$ (B) $\dfrac{w(a+\mu g)}{g(\cos\phi-\mu\sin\phi)}$

(C) $\dfrac{w(a-\mu g)}{g(\cos\phi+\mu\sin\phi)}$ (D) $\dfrac{w(a+\mu g)}{g(\cos\phi)}$ (E) $\dfrac{w(a+\mu g)}{\cos\phi-\mu\sin\phi}$。答：(B)

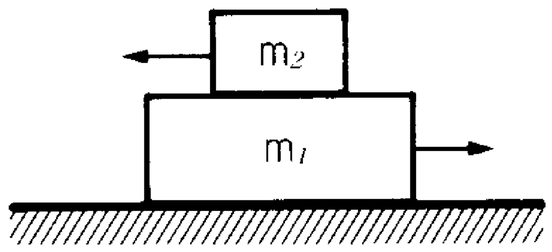
3.機車交通安全手冊上記載，當機車時速爲每小時 60 公里時，正常的煞車距離爲 32 公尺，跟車距離至少應爲 40 公尺。請依上述資料估算:
(A)機車輪胎與地面之間的摩擦係數爲_____。
(B)一般人的反應時間(即從看到前方有狀況到真正開始煞車的時間)爲_____秒。
【1996 奧林匹亞初選】答：(A)0.44 (B)0.48

4.在火車起動及停止時，使整列火車加速或減速的淨力是靠那種力？ (A)無論加速或減速都是靠鐵軌上之摩擦力 (B)加速是靠火車頭對車廂之拉力，減速是靠鐵軌上之摩擦力 (C)加速是靠鐵軌上之摩擦力，減速是靠火車頭對車廂之阻擋力 (D)加速是靠火車頭對車廂之拉力，減速是靠火車頭對車廂之阻擋力。【71 日大】答：(A)

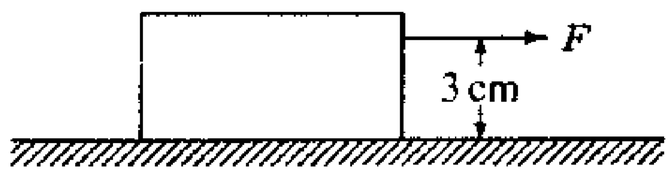
5.如附圖所示，在水平地面上，某人以斜向上拉或斜向下推的方式，使行李箱沿地面等速度移動，若拉力或推力與水平面的夾角 30°，行李箱與地面間的摩擦力分別爲 $f_{拉}$和 $f_{推}$，則下列敘述何者正確？ (A)$f_{拉}<f_{推}$，斜向上拉會比斜向下推省力 (B)$f_{拉}<f_{推}$，斜向上拉會比斜向下推費力 (C)$f_{拉}>f_{推}$，斜向上拉會比斜向下推費力 (D)$f_{拉}>f_{推}$，斜向上拉會比斜向下推省力。答：(A)



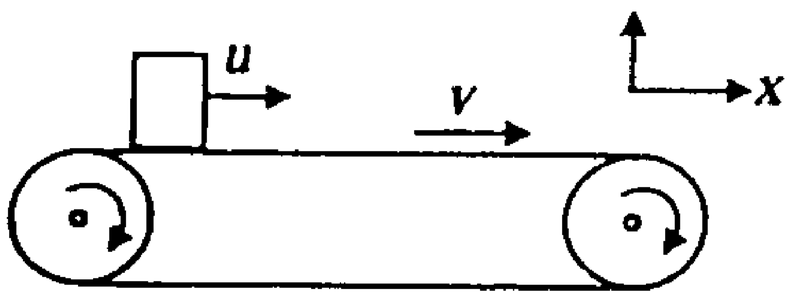
例31. 有二長方體木塊，質量分別為 m_1 及 m_2，設 m_1 木塊與水平桌面間之動摩擦係數為 μ_1，二木塊間之動摩擦係數為 μ_2。若 m_1 木塊在桌面上向右滑動時，m_2 木塊相對於 m_1 木塊則有向左的滑動，如圖所示。設木塊在水平方向除摩擦力外不受其它作用力，則此時 m_1 木塊加速度之量值為？【84 日大】答：$\dfrac{(\mu_1+\mu_2)m_2g}{m_1}+\mu_1 g$



例32. 質量 2.0kg，長、寬、高為 5.0cm×5.0cm×4.0cm 的均勻木塊，置放在水平桌面上，在距桌面高 3.0cm 處，施一水平力 F 向右，已知 F＝5.0N 時方能拉動靜止的木塊，木塊拉動後，F＝2.0N 即可使之做等速滑動，則下列敘述哪些正確？(A)木塊與桌面間之靜摩擦係數為 0.20 (B)木塊做等速度滑動時，作用於木塊的合力矩為零 (C)木塊做等速度滑動時，桌面施於木塊之正向力，對通過木塊質心(轉軸垂直於紙面)所施的力矩大小為 0.06N・m (D)木塊被拉動後，若 F＝5.0N，則木塊的加速度為 2.5m/s2 (E)當木塊以 v＝1.0m/s 的等速率運動時，若改施以 F＝4.0N 的力，則在 2 秒鐘後，木塊速率變為 3.0m/s。【92.指考】答：(B)(C)(E)

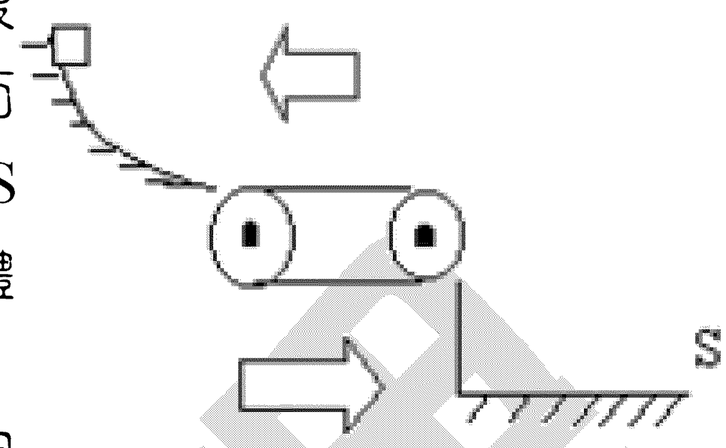


例33. 一水平輸送帶恆以等速度 v 沿+x 方向移動，在時刻 t＝0 時，將一質量為 m 的箱子以水平速度 u＝0 置於輸送帶上，如右圖所示，若箱子與輸送帶之間的靜摩擦係數為 μ_s，動摩擦係數為 μ_k，重力加速度為 g，則下列有關此箱子的敘述，何者正確？ (A)摩擦力對箱子所做的總功為 $-0.5mv^2$ (B)當 $t=\dfrac{v}{\mu_k g}$ 時，箱子的速度會等於輸送帶的速度 (C)在時刻 t＝0 時，箱子所受的淨力為 $\mu_s mg$，向+x 方向 (D)在時刻 t＝0 時，箱子所受的淨力為 $\mu_k mg$，向－x 方向 (E)當箱子的速度等於 v 時，箱子所受的摩擦力為 $\mu_s mg$，向+x 方向。【91 指考】答：(B)



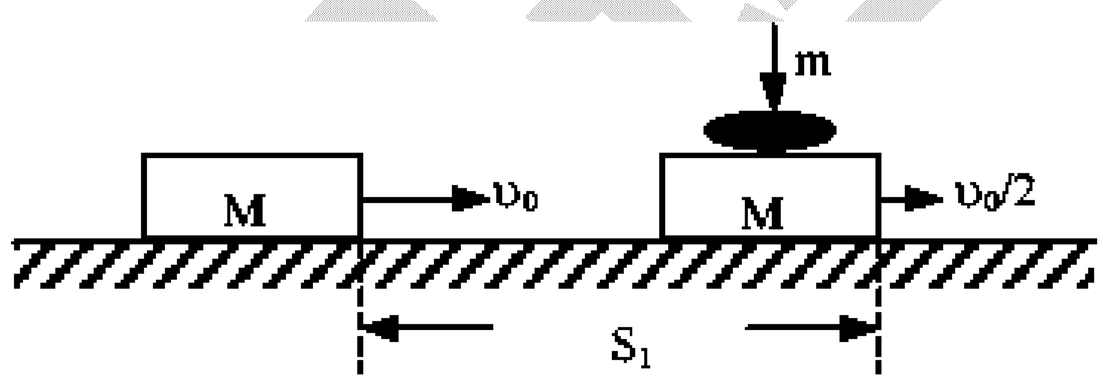
※家庭作業

1.一小物體 m，由固定不動的曲面頂端自由釋放而滑下，後經過一水平放置的粗糙的傳送帶之後，而落於水平地面上。若傳送皮帶沒運動時，物體滑過傳送帶落於地面 S 處。當傳送帶如圖示的逆時針方向運轉時，若仍將物體由原處釋放，它將落在



(A) S 處 (B) S 處左方 (C) S 處右方 (D)不能確定，因皮帶速度未給量值【94 校內初賽】答：(A)

2.質量 M 的木塊在水平地面上以初速度 v_o 滑出。已知木塊與地面間的動摩擦係數爲 μ_k，回答下列各問題。



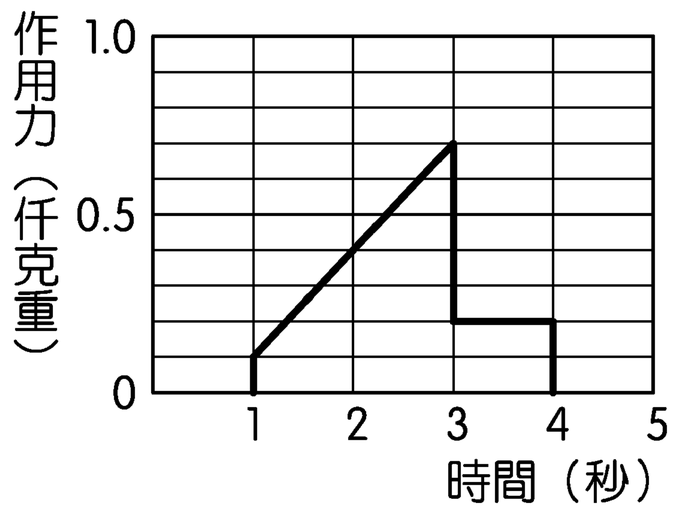
(1)若木塊滑行一段距離 S_1 後，速度變成 $\frac{v_o}{2}$，求 S_1。

(2)試問木塊滑行多少時間(以符號 t_1 表示)後，速度由 v_o 變成 $\frac{v_o}{2}$。

(3)當木塊的速度變成 $\frac{v_o}{2}$ 的瞬間，有一質量爲 m 的物體從木塊的正上方以接近零的速度落下，如圖 所示，並和木塊黏在一起。試問這兩個物體可繼續滑行多遠(以符號 S_2 表示)後才停住？【93 指考】

答：(1) $S_1=\frac{3v_o^2}{8\mu_k g}$；(2) $t_1=\frac{v_o}{2\mu_k g}$；(3) $S_2=\frac{M^2v_o^2}{8(M+m)^2\mu_k g}$

3.重一仟克的物體停放在有摩擦的平面上，如此物體和桌面間靜摩擦係數爲 0.5，動摩擦係數爲 0.2；用一水平力推此物，並且此力大小的變化如圖所示，問：



(1)0.5 秒時摩擦力爲何？

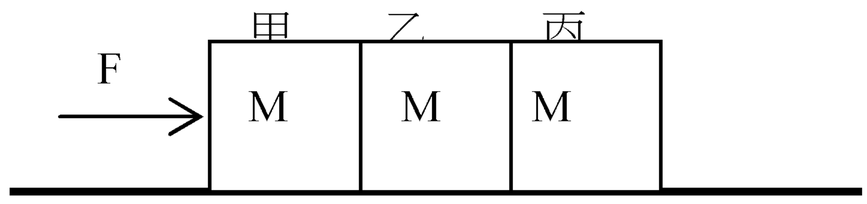
(2)2 秒時摩擦力爲何？

(3)3.5 秒時摩擦力爲何？

(4)受力物體在 4.5 秒的瞬時加速度爲【夜大】

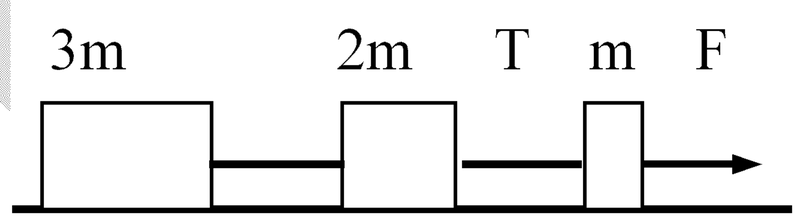
答：(1)0；(2)0.4kgw；(D)；(3)0.2kgw；(4)1.96 m/s^2

例34. 甲、乙、丙三物體質量均為 M 並排置於一水平桌上並以一水平力 F 施甲體如圖示。設甲、丙兩物體與桌面之摩擦可以忽略而乙物體與桌面之靜摩擦係數為 0.7，動摩擦係數為 0.6 則下列敘述何者為正確? (g 為重力加速度)(A)當 F=0.5Mg 時甲物體施於乙物體之力為 0.5Mg。

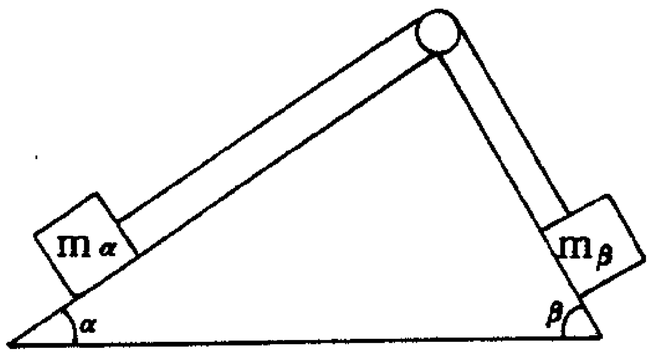


(B)當 F=0.5Mg 時乙物體施於丙物體之力為 0.5Mg。
(C)當 F=3Mg 時三物體之加速度均為 0.8g。
(D)當 F=3Mg 時甲物體施於乙物體之力為 2.2Mg。
(E)當 F=3Mg 時乙物體施於丙物體之力為 0.8Mg。【86 日大】答：(A)(C)(D)(E)

例35. 有三個質量分別為 m，2m 及 3m 之木塊，以質量可以忽略之細繩相連接，此三個木塊被置於一水平桌面上，設桌面與木塊間之動摩擦係數為 μ。今以一水平力 F 拉動此三木塊以等加速度前進，則第一根細繩上之張力 T 與拉力 F 之比值 T/F=？【89 日大】答：5/6



例36. (1)如圖，在不同斜面的兩物體，質量分別為 m_α、m_β，由一輕繩通過滑輪連在一起，不計摩擦力和繩子的質量，若 m_α 沿著斜面向下滑動，則(A) $m_\alpha \sin\alpha > m_\beta \sin\beta$



(B) $m_\alpha \cos\alpha > m_\beta \cos\beta$ (C) $m_\alpha g > m_\beta g$ (D) $\alpha > \beta$。

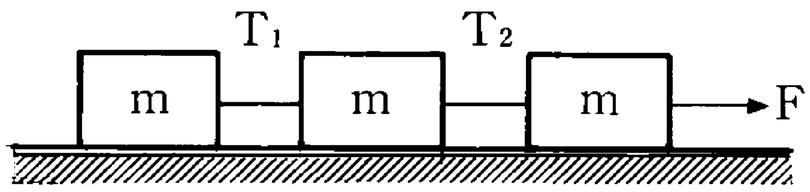
(2)上題中若 $m_\alpha = 100\,\text{kg}$，$m_\beta = 50\,\text{kg}$，$\alpha = 30°$，$\beta = 60°$，則此系統沿斜面之加速度之大小為多少 m/s？

(3)上題中繩子的張力為多少牛頓？【65.夜大】答：(1)(A)；(2)0.44；(3)450

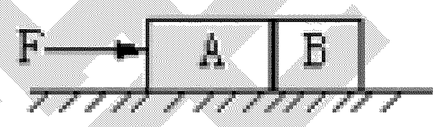
吳錫玠物理

※家庭作業

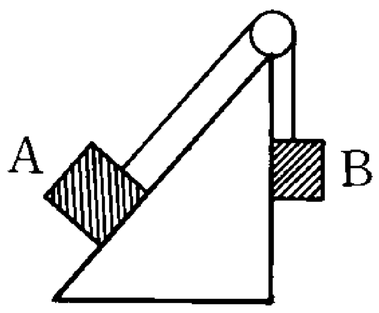
1.三木塊質量均為 m，以細繩串連，受拉力 F 而向右做等速運動（如附圖所示）。設各木塊與桌面之摩擦係數均相同，細繩質量可忽略不計，則二繩中張力之比 $\frac{T_1}{T_2}$ 為_____。【85 日大】答：$\frac{1}{2}$



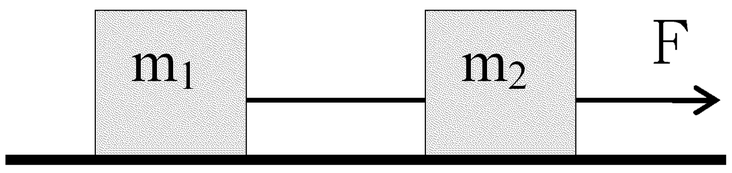
2.如圖，質量 2m 的物塊 A 與水平地面的摩擦可忽略不計，質量 m 的物塊 B 與地面的摩擦係數 μ．在已知水平推力 F 的作用下，A、B 作加速運動，A 對 B 的作用力為_____．【1998 大陸高考】答：$\frac{1}{3}(F+2\mu mg)$



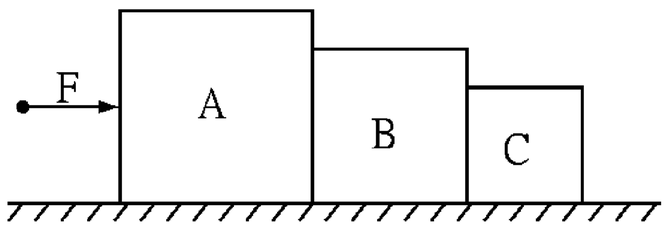
3.如附圖所示，斜面長 50 厘米，高 40 厘米，重 25 公斤之物體 A 與斜面之靜摩擦係數為 0.40，滑動摩擦係數為 0.20，滑輪之摩擦不計，則 (A)B 重為 23 公斤，B 可加速下降 (B)B 等速上升時，B 重應為 17 公斤 (C)系統靜止時，B 重應大於 14 公斤而小於 26 公斤 (D)B 等速下降時，B 重應為 23 公斤 (E)同(D)項繩之張力為 23 公斤。答：(B)(C)(D)(E)



4.如右圖，水平桌面上之二個物體 m_1 與 m_2 以細繩相連接，m_1 與桌面無摩擦，m_2 與桌面的動摩擦係數為 μ_k，如以力 F 拉動此系統時，加速度為若干？答：$\frac{F-\mu_k m_2 g}{m_1+m_2}$



5.A、B、C 三物體質量分別為 3 公斤、2 公斤和 1 公斤，靜止並排置於一水平桌上，以一水平力 F＝12 牛頓施於物體 A，如附圖所示。設該處的重力場強度 g＝10 公尺/秒 ^{2}，則 (1)若靜摩擦係數 μ_s＝0.15，動摩擦係數 μ_k＝0.1 時，則物體 A 對物體 B 的作用力為何？ (2)若靜摩擦係數 μ_s＝0.3，動摩擦係數 μ_k＝0.15 時，則物體 A 對物體 B 的作用力為何？答：(1) 6 牛頓；(2)3 牛頓



例37. 如圖 4 質量爲 m 的物體 A 放置在質量爲 M 的物體 B 上，B 與彈簧相連，它們一起在光滑水平面上作簡諧振動，振動過程中 A、B 之間無相對運動。設彈簧的倔強係數爲 k.當物體離開平衡位置的位移爲 x 時，A、B 間摩擦力的大小等於

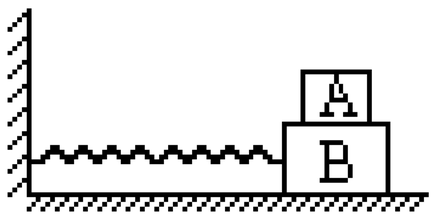
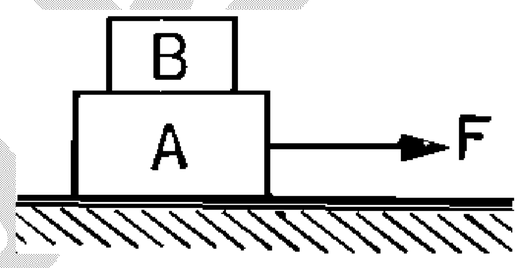


圖4

(A)0　(B)kx　(C)$(\frac{m}{M})kx$　(D)$(\frac{m}{M+m})kx$　【1995 大陸高考】答：(D)

例38. 如右圖，A、B 質量分別爲 30kg 及 20kg，所有接觸面均爲水平，重力加速度 g=10m/s^2，則：



(1)若所有接觸面均光滑而作用力 F=15N 時，則 A 物之加速度爲何？

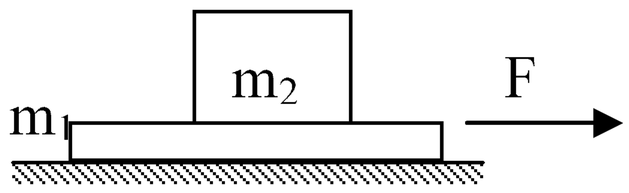
(2)若 A、B 間靜摩擦係數(μ_s=0.6)，兩地面爲完全光滑，欲使 B 靜止於 A 上不滑動，則拉力 F 須爲若干？

(3)若 A、B 間靜摩擦係數 μ_s=0.6，A 與地面間 μ_k=0.5，欲 A 運動後 B 仍靜止於 A 上，則施於 A 之最大拉力爲若干？

(4)承(3)，若 F=650N，則 A、B 對地之加速度分別爲何？

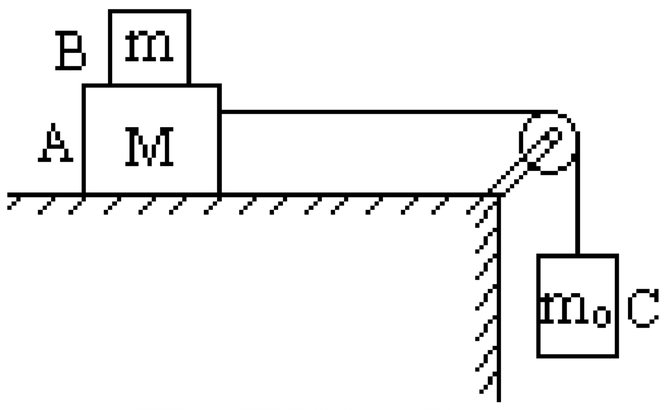
答：(1)0.5m/s^2；(2)F≦300nt；(3)550nt；(4)$10\,m/s^2\rightarrow$；$5\,m/s^2\rightarrow$

例39. 桌面上有一質量 m_1=1kg 的木板，板上放著一質量 m_2=2kg 的物體，已知物體和板之間的動摩擦係數 μ_2=0.4，靜摩擦係數 μ_0=0.5，板與桌面間的動摩擦係數 μ_1=0.3，若要將板從物體下面抽出，則至少需用水平力？牛頓。答：23.52



※家庭作業

1.A、B、C 三物塊質量分別爲 M、m 和 m_o，作如圖所示的聯結。繩子不可伸長，且繩子和滑輪的質量、滑輪的摩擦均可不計。若 B 隨 A 一起沿水平桌面作等速運動，則可以斷定



(A)物塊 A 與桌面之間有摩擦力，大小爲 $m_o g$

(B)物塊 A 與 B 之間有摩擦力，大小爲 $m_o g$

(C)桌面對 A，B 對 A，都有摩擦力，兩者方向相同，合力爲 m0g

(D)桌面對 A，B 對 A，都有摩擦力，兩者方向相反，合力爲 $m_o g$【1993 大陸高考】

答：(A)

2.如圖 19-8 所示，C 是水平地面，A、B 是兩個長方形物塊，F 是作用在物塊 B 上沿水平方向的力，物體 A 和 B 以相同的速度作勻速直線運動.由此可知，A、B 間的滑動摩擦係數 $\mu 1$ 和 B、C 間的滑動摩擦係數 $\mu 2$ 有可能是

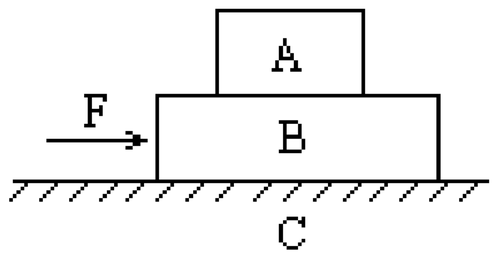
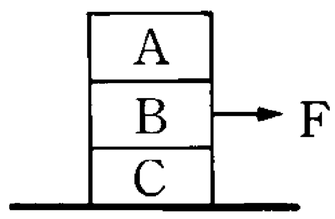


圖19-8

(A) $\mu_1 = 0$，$\mu_2 = 0$　(B) $\mu_1 = 0$，$\mu_2 \neq 0$

(C) $\mu_1 \neq 0$，$\mu_2 = 0$　(D) $\mu_1 \neq 0$，$\mu_2 \neq 0$【1994 大陸高考】答：(B)(D)

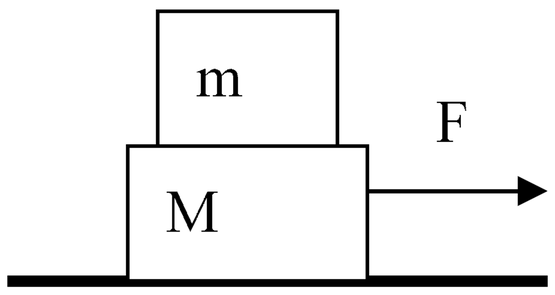
3.在水平桌面上有三個物體 A、B、C 疊放在一起，在 B 物體上施以水平拉力 F，則 A、B、C 三者共同以速度 V 在桌面上等速滑動，如附圖。則在等速滑動的過程中：



(1)物體 B 作用於物體 A 的摩擦力大小爲_____。

(2)物體 B 作用於物體 C 的摩擦力大小爲_____。答：(1)0；(2)F

4.m=1kg、M=4kg，m 與 M 間靜摩擦係數爲 0.15，動摩擦係數爲 0.1，在 M 上施以水平拉力 F=9N 時，(1)m 的加速度爲？m/s^2，(2)M 的加速度爲？m/s^2。答：(1)1；(2)2



5.幼稚園老師教小朋友認識公雞：

老師：哪一種動物有兩隻腳，每天太陽出來時會叫，而且叫到你起床爲止？

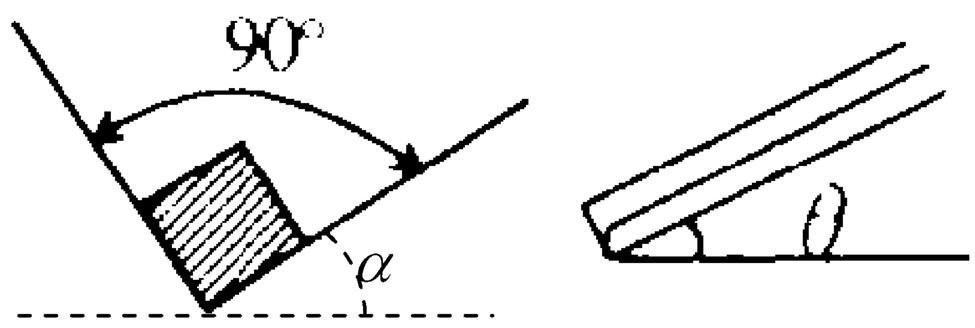
小朋友異口同聲大叫：媽媽！

例40. 物體沿動摩擦係數 $\mu = 0.5$ ，斜角爲 $37°$ 的斜面自下方以 10m/s 初速上滑，(g=10 m/s^2)，則下列敘述何者正確？ (A)上滑減速度爲 10 m/s^2 (B)下滑時加速度爲 2 m/s^2 (C)上滑最大位移爲 5 米 (D)下滑回到起點的速率小於 10m/s (E)上滑時間與下滑時間比爲 1：1 。答：(A)(B)(C)(D)

例41. 將一木塊沿一斜面下拋見其以等速下滑，若摩擦係數爲 μ，則將此木塊沿同一斜面往上拋射時，其加速度之大小爲何？答：$2\mu g/\sqrt{1+\mu^2}$

例42. 如右圖，一質量 m 的木塊在一傾斜角 θ 的直角槽內滑行，若槽與木塊間之動摩擦係數爲 μ_k ，則木塊的加速度 a 爲何？

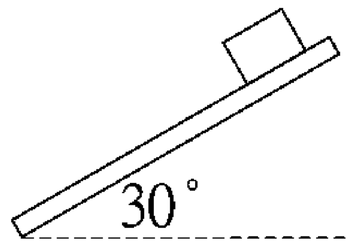
答：$g[\sin\theta - \mu_k \cos\theta \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha)]$



吳錫玠物理

※家庭作業

1.一木塊沿著一斜面以等加速運動下滑。若斜面的傾斜角爲30°，木塊沿斜面下滑的加速度爲$\frac{g}{3}$,(其中 g 爲重力加速度),則動摩擦係數μ_k=？



【87 日大】答：$\frac{\sqrt{3}}{9}$

2.一木塊置於傾斜角爲θ之斜面上，恰可等速滑下，今以初速v_o令木塊自斜面底端沿斜面上滑，則木塊沿著斜面所能滑行之最大距離爲何？答：$\frac{v_o^2}{4g\sin\theta}$

3.一木塊置於斜角爲 30°之斜面上，恰可等速滑下。今以初速 v 令木塊自斜面底端沿斜面上滑,則滑行至最大高度時所需時間爲 (A)$\frac{v}{4g}$ (B)$\frac{v}{2g}$ (C)$\frac{v}{\sqrt{3}g}$ (D)$\frac{v}{g}$ (E)$\frac{2v}{g}$ 。【68 日大】答：(D)

4.一木塊置於一木板上，今改變木板的水平夾角至37°時，木塊恰好下滑，且在 4 秒內滑動 4 公尺，則木塊與木板間之動摩擦係數爲？(g=10m/s^2)答：$\frac{11}{16}$

5.質量 m 之物體在斜角爲θ之斜面上等速下滑，g 爲重力加速度，則知 (A)物體所受淨力量值爲 mg sinθ (B)斜面對物體之作用力量值爲 mg sinθ (C)物體所受摩擦力量值爲 mg sinθ (D)接觸面之動摩擦係數爲 tanθ (E)將斜角θ減小時，下滑速度會變快。答：(C)(D)

6.木塊沿傾斜角 60° 之斜面恰可等速滑下，今以初速 v0 沿同一斜面，但斜角變爲 30° ，由斜面底上滑到停止，則木塊沿斜面滑行之距離爲？答：$\frac{{v_0}^2}{4g}$

7.有一天小明訂了一個 PIZZA.

服務生問:請問你的 PIZZA 要切成四塊還是六塊呢?

小明:那我切成四塊好了,因爲切六塊我吃不完!

例43. 一質量 m 之物體自斜面底沿斜面以初速 v 上滑距離 d 後滑回原處，其末速為 $\frac{2v}{3}$，則物體與斜面間之動摩擦力為？答：$\frac{5mv^2}{36d}$

例44. 如圖 19-18 所示，質量 M=10kg 的木楔 ABC 靜置於粗糙水平地面上。在木楔的傾角 θ 為 30° 的斜面上，有一質量 m=1.0kg 的物塊由靜止開始沿斜面下滑。當滑行路程 s=1.4 米時，其速度 v=1.4 米/秒，在這過程中木楔沒有動。求地面對木楔的摩擦力的大小和方向？(g=10 m/s^2)【1994 大陸高考】答：0.606 牛，向左

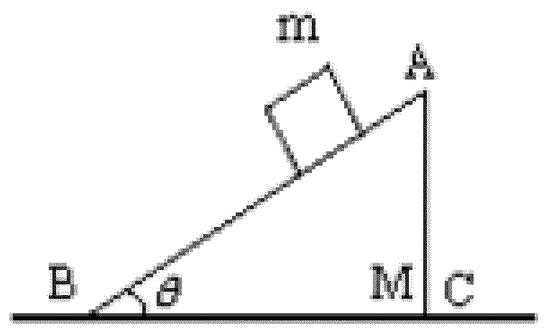


圖19-18

例45. 物體以 20m/s 沿斜角 37° 的粗糙斜面上滑，上滑時間與下滑時間之比為 1：2，則：(重力加速度為 g) (A)滑回原處時，速率為 15m/s (B)動摩擦係數為 $\frac{9}{20}$ (C)上滑時加速度量值為 0.96g (D)下滑時間為 2.5 秒 (E)上滑的最大位移為 25 公尺。答：(B)(C)

吳錫玠物理

※家庭作業

1.物體自仰角爲θ之光滑斜坡自由滑下，歷時 t 秒，若斜坡改爲粗糙，物體再自同一位置滑下，歷時 2t 秒，則此物體與斜面間動摩擦係數爲何？答：$\frac{3}{4}\tan\theta$

2.一物由傾斜角θ之粗糙面下滑至底之末速爲自同高度處自由下落至與斜面底同一水平面時末速之$\frac{1}{2}$，若物、面間之動摩擦係數爲$\frac{3}{4}$，則θ值=？答：45°

3.令一物體從一可改變斜角之斜面上自靜止開始滑下兩次，物體與斜面間的摩擦係數爲定值。設第一次滑下時，斜面之斜面角爲$\theta(<45°)$，滑行路程爲2ℓ；第二次滑下時，斜角爲2θ，行程爲ℓ，則第一次滑下的末速v_1與第二次滑下的末速v_2相比，其關係爲 (A)$v_1<v_2$ (B)$v_1>v_2$ (C)$v_1=v_2$ (D)v_1、v_2何者較大並不一定，要看摩擦係數大小而定。(E)v_1、v_2何者較大並不一定，要看ℓ長短而定。【73 日大】答：(D)

4.一物體自靜止滑下53°的粗糙斜面所經時間，爲自靜止滑下53°的光滑斜面的$\sqrt{2}$倍，設下滑的長度相同，則物體與粗糙斜面間的動摩擦係數應爲：

(A)$\frac{1}{2}$ (B)$\frac{2}{3}$ (C)$\frac{3}{4}$ (D)$\frac{3}{5}$ (E)$\frac{4}{5}$。答：(B)

5.一斜面長爲ℓ和水平面夾θ角，一物自靜止從斜面滑下(摩擦係數爲μ)，費時爲 t。但若沒有摩擦，則只需時間t_o $(t>t_o)$即可，則下列敘述何者錯誤？ (A)沒有摩擦時，該物的加速度爲$g\sin\theta$ (B)有摩擦時，該物的加速度爲$g(\sin\theta-\mu\cos\theta)$ (C)$t_o=\sqrt{\frac{2\ell}{g\sin\theta}}$ (D)$\frac{t_o}{t}=\sqrt{1-\mu\cot\theta}$ (E)摩擦係數$\mu=[1-(\frac{t_o}{t})^2]\cot\theta$。【76 夜大】

答：(E)

例46. 如圖 15 所示，在光滑水平面上有相互重疊之甲乙兩木塊，其質量各爲 2m 與 m。起初，甲木塊靜止在水平面上，而乙木塊在甲木塊上之左緣以初速 v 向右運動。已知甲乙兩木塊之間的動摩擦係數爲 μ_k，回答以下各問題 (以 m、v、μ_k 及重力加速度 g 表示)。(1)假設甲木塊夠長，使得乙木塊不會掉落到水平面上。一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動，求 v_f。(2)承(1)小題，求甲乙兩木塊達到同一速度 v_f 所需的時間。(3)若不計乙木塊之長度，則甲木塊至少要多長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落？【95 指考】

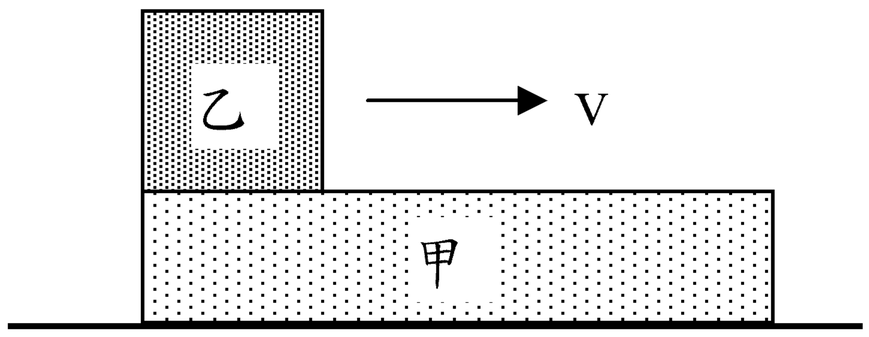
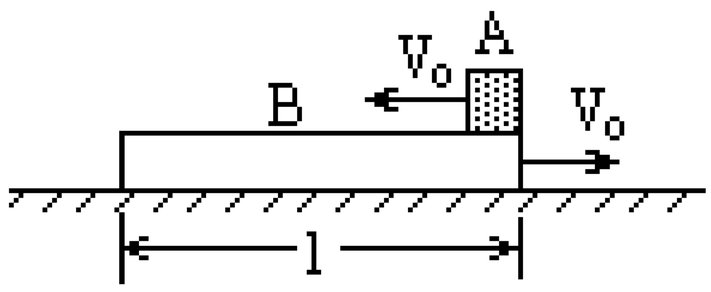


圖 15

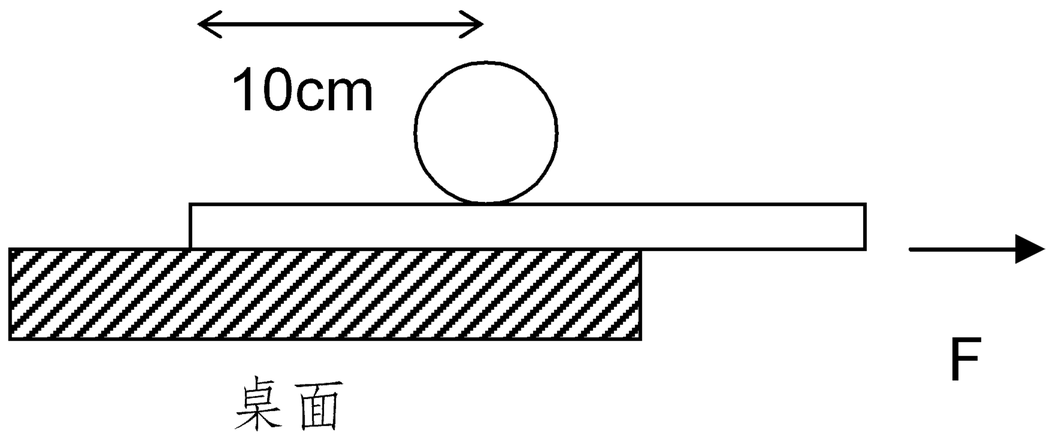
例47. 如圖所示，一質量爲 M、長爲 ℓ 的長方形木板 B 放在光滑的水平地面上，在其右端放一質量爲 m 的小木塊 A，m<M。現以地面爲參考座標，給 A 和 B 以大小相等、方向相反的初速度(如圖)，使 A 開始向左運動、B 開始向右運動，但最後 A 剛好沒有滑離 L 板。



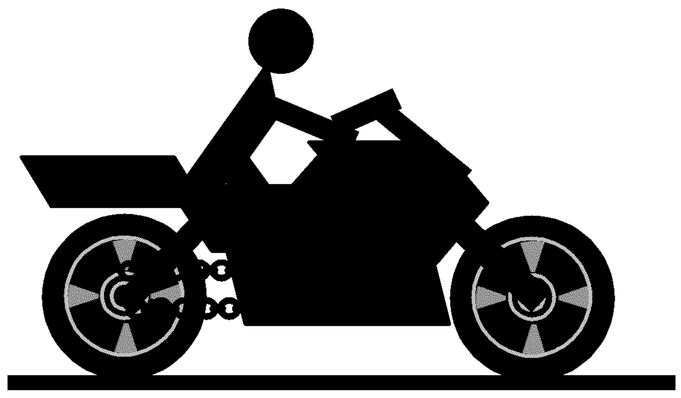
(1)若已知 A 和 B 的初速度大小爲 v_o，求它們最後的速度的大小和方向。

(2)若初速度的大小未知，求小木塊 A 向左運動到達的最遠處(從地面上看)離出發點的距離.【1992 大陸高考】答：(1) $\dfrac{M-m}{M+m}v_o$ 向右；(2) $\dfrac{M+m}{4M}\ell$

例48. 如下圖所示，一質量爲 $m_1 = 1\text{kg}$ 的鋼球，壓住一片放置在水平桌面上的金屬板(質量爲 $m_2 = 0.5\text{kg}$)。球心與金屬板左邊緣的距離爲 10cm。鋼球與金屬板之間，以及金屬板與桌面之間的摩擦係數皆爲 0.1。現以一水平定力 F 作用於金屬板的右邊緣，使金屬板得以抽出。問在金屬板抽出時，爲了不致使鋼球移動的距離(相對於桌面)，超過 1mm，則所須 F 力的最小值爲若干？(設 g=10 m/s^2)【1997 奧林匹亞初選】答：53N



例49. 如右圖，一輛機車其兩輪軸心相距 2d，重心距離地面高度爲 h、且重心的鉛直線與後輪心距離爲 $\frac{2}{3}$d，後輪與地面間之摩擦係數爲μ，前輪與地面間之摩擦可忽略不計

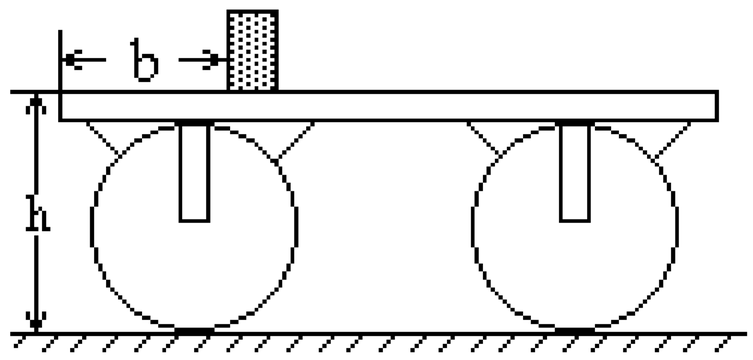


(1)當機車以加速度 a 前進時，求μ的最小值（答案以 d、h、a、g 表示）

(2)設μ夠大，當加速度過大時，前輪會翹起，求此最大加速度（答案以 d、h、g 表示）【93 校內初賽】答：(1) $\frac{6ad}{3ah+4gd}$ ；(2) $\frac{2dg}{3h}$

※家庭作業

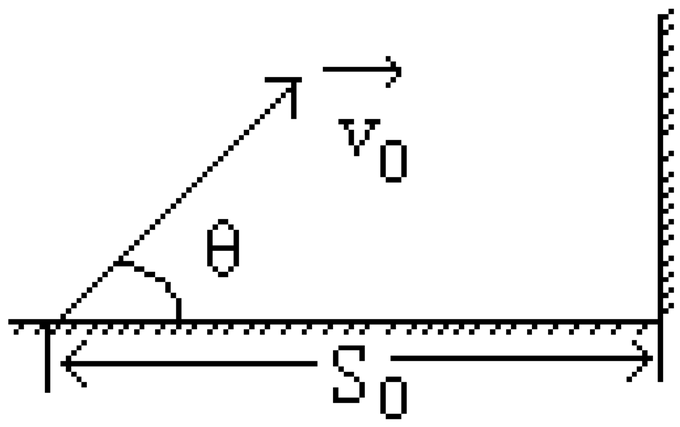
1.一平板車，質量 M=100kg，停在水平路面上，車身的平板離地面的高度 h=1.25 米，一質量 m=50kg 的小物塊置於車的平板上，它到車尾端的距離 b=1 米，與車板間的滑動摩擦係數 $\mu = 0.2$，如圖所示。今對平板車施一水平方向的恒力，使車向前行駛，結果物塊從車板上滑落。物塊剛離開車板的時刻，車向前行駛的距離 $S_o = 2$ 米。求物塊落地時，落地點到車尾的水平距離 S ？(不計路面與平板車間以及輪軸之間的摩擦，取 g=10 m/s^2)【1993 大陸高考】答：1.625 公尺



2.一質量爲 M 的長木板靜止在光滑水平桌面上，一質量爲 m 的小滑塊以水平速度 v0 從長木板的一端開始在木板上滑動，直到離開木板。滑塊剛離開木板時的速度爲 $v_0/3$。若把該木板固定在水平桌面上，其他條件相同，求滑塊離開木板時的速度？【1996 大陸高考】答：$\sqrt{\dfrac{M+4m}{9M}}v_o$

3.軍訓中，戰士距牆 S_o 以速度 v_o 起跳，如圖所示，再用腳蹬牆面一次，使身體變爲堅直向上的運動以繼續升高。牆面與鞋底之間的靜摩擦係數爲 μ。求能使人體重心有最大總升高的起跳角 $\theta =$？【93 校內複賽】

答：$\tan\theta = \dfrac{1}{\mu}$ 時，最大高度 $H = \dfrac{v_o^2(\mu^2+1)}{2g} - \mu S_o$



4.我們考慮一汽車以時速 48 公里(相當於 13.4m/s)正面撞上堅固牆壁，發生車禍時的情形，估算駕駛員及乘客所遭遇的狀況。根據測試，車頭受撞擊時，平均凹陷約 0.7 公尺後停止，駕駛盤與駕駛員上半身的間距爲 0.36 公尺。

(1)若駕駛員旁邊的乘客座位有人用手抱著 20 公斤重的小孩，假設大人上半身完全被安全帶扣住，則大人的手臂需施多大的力才可能抱得住小孩？_____kgw

(2)若駕駛員疏忽而未繫安全帶，從駕駛員上半身撞到駕駛盤到車子完全停止(人也同時停止)期間，駕駛盤因強大作用力又往前凹陷 0.2 公尺，假設駕駛員上半身的質量爲 30 公斤，試估算上半身所受到的平均撞擊力？_____kgw。【1998 奧林匹亞初選】＊假設從撞擊開始瞬間到上半身撞到駕駛盤，上半身皆作等速直線運動。(注意:在此期間車子仍然在前進。)答：(1)260 (2)1100

觀念四　假想力

1. 成因：因觀察者運動狀態改變(例如：觀察者身在加速座標系中)，而使被觀察目標之

(1)受力：產生一個假想力使牛頓第二運動定律於加速座標系中依然成立。

(2)運動狀態　改變的現象。

2.

呂維物理

例50. 一彈簧秤懸吊於一電梯之天花板下。當電梯以向上 g/3 之等加速度垂直上升時彈簧之伸長量為 S；則當電梯以向下 $g/3$ 之等加速度垂直下降時，彈簧之伸長量為：(A)$\frac{S}{4}$ (B)$\frac{S}{3}$ (C)$\frac{S}{2}$ (D)S 。【71 大學】答：(C)

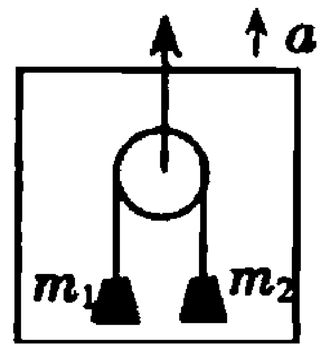
例51. 一升降機正以 3g 之加速度垂直上升(設重力加速度 g 為常數)。其天花板上懸吊一物，該物離升降機地板之高度為 h。若該物突然掉落，則歷時？秒會碰到地板。【84 日大】答：$\sqrt{\frac{h}{2g}}$

例52. 一重量 60kg 之人進入電梯後，立於一彈簧磅秤上。當電梯開始運動時，他發現彈簧磅秤的指標在開始 5 秒鐘內指示於 72kg，5 秒至 10 秒間指示於 60kg，最後 5 秒內指示於 48kg，然後電梯停止，則在此 15 秒鐘內電梯所行之距離為： (A)98 米 (B)147 米 (C)196 米 (D)245 米 (E)294 米。【70 大學】答：(A)

吳錫玠物理

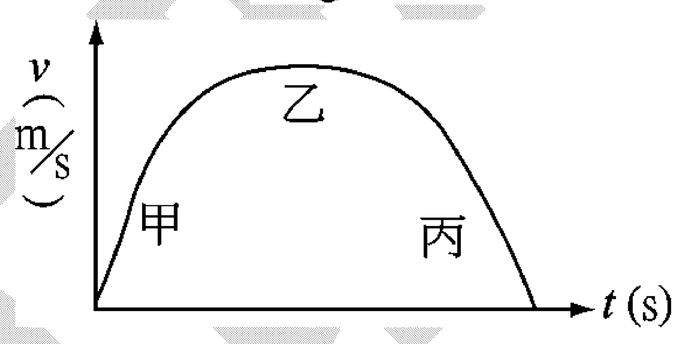
※家庭作業

1.如右圖，一定滑輪裝置於一等加速度 a=5 m/s^2 上升之電梯中，若 m_1=3kg，m_2=2kg，滑輪及繩之質量與摩擦均不計，則 m_1 之加速度對地而言爲： (A)3 m/s^2↑ (B)2 m/s^2↑ (C)8 m/s^2↓ (D)2 m/s^2 ↓ (E)3 m/s^2 ↓。答：(B)



設 $g = 10m/sec^2$

2.小明靜止站立於磅秤上量體重時，磅秤的讀數爲 W，在時刻 t=0 時他開始曲腿下蹲。若以垂直向下爲速度的正方向，他的質心速度 v 隨時間 t 的變化如圖所示，其中乙點代表最大速度，則下列敘述，何者正確？ (A)在甲點時，磅秤的讀數小於 W (B)在甲點時，磅秤的讀數大於 W (C)在乙點時，磅秤的讀數小於 W (D)在乙點時，磅秤的讀數大於 W (E)在丙點時，磅秤的讀數小於 W。答：(A)



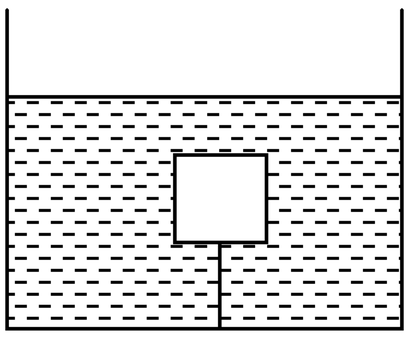
3.將使用單擺的時鐘吊在氣球下。若該氣球以 3 公尺/秒 ^{2} 的加速度鉛直下降，則時鐘每小時 (A)快 10 分 (B)慢 10 分 (C)快 12 分 (D)慢 12 分(E)快 12 分 15 秒。【72 日大丙組】答：(B)

4.一地板爲圓形(半徑爲 R)的電梯，以加速度 a（a<g）下降。設電梯地板上堆有沙堆，且每顆沙粒之質量爲 m，沙粒間彼此的靜摩擦係數爲 μ_s。若不要任何沙粒滑出地板外，則地板所堆起的沙堆的最高高度爲

(A) $\dfrac{\mu_s R(g-a)}{g}$ (B) $\mu_s R$ (C) $\dfrac{\mu_s Rg}{(g-a)}$ (D) $\dfrac{\mu_s R(g+a)}{g}$ 。【85 夜大】答：(B)

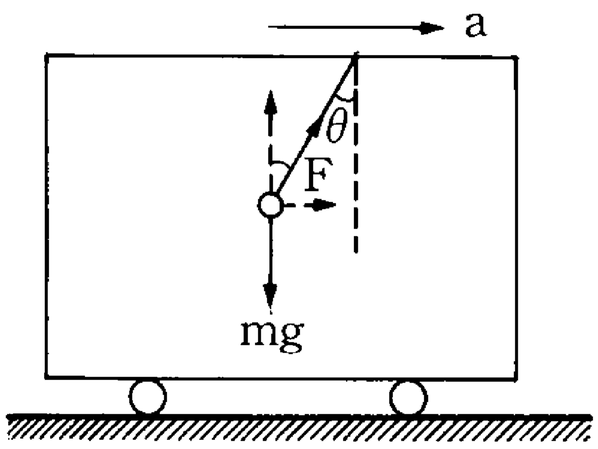
5.質量相等的兩物體各靜止於天平的二盤中，當天平在電梯中向上或向下加速時，是否仍平衡？答：仍平衡

6.如右圖所示，一物體以細繩繫之於容器底部，使浮於某液體中(液體的密度大於物體的密度)已知容器靜止時，繩上的張力爲 T_0，則當此容器以加速度 a 垂直向上運動時，繩上的張力爲何？



【1999 奧林匹亞初選】答：$T_0(1+\dfrac{a}{g})$

例53. 等加速度前進之火車中，懸一質量 m 之物，當平衡時懸線與鉛直線夾θ角，則(1)懸線之張力？ (2)火車之加速度？答：(1) $\dfrac{mg}{\cos\theta}$ ；(2) $g\tan\theta$

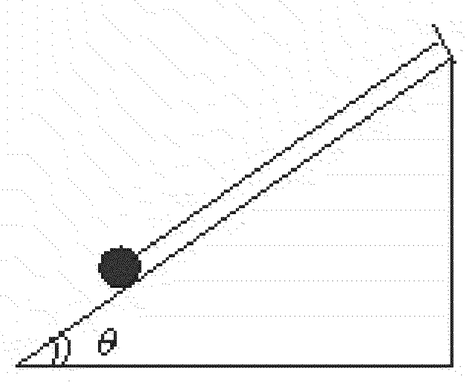


例54. 一圓柱體的高度爲 h，直徑爲 d(d<h)，直立在一火車車廂內的地板上。圓柱體與地板間的靜摩擦係數爲μ。若火車從靜止開始，突然以加速度 a 啓動，則相對於火車而言，(1)爲使此圓柱體不致於在地板上滑動，加速度 a 需滿足什麼條件？(2)若欲使圓柱體不至於翻倒，則其條件？【2000 奧林匹亞初選】

答：(1) $a \le \mu g$ ；(2) $a \le \dfrac{d}{h} g$

例55. 一個質量爲 0.2 kg 的小球用細線吊在傾斜角θ=53° 的斜面頂端，斜面靜止時，球緊靠在斜面上，繩與斜面平行，不計摩擦，當斜面以 10 m/s^2 的加速度向右做加速運動時，求斜面對小球的正向力？【94 校內初賽】

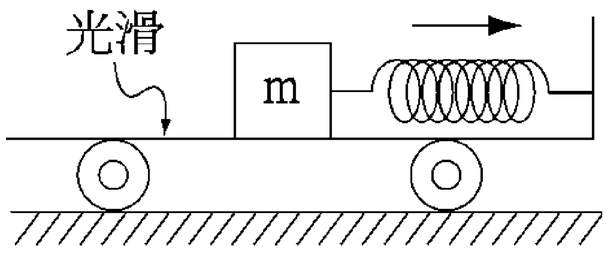
答：0



吳錫玠

※家庭作業

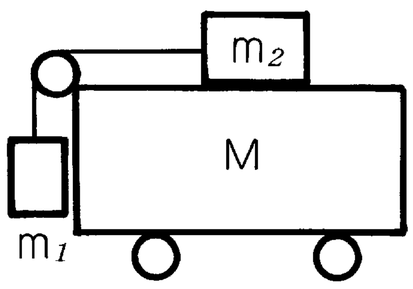
1.質量 m 的物體懸掛於鉛直輕質彈簧的下端，伸長量為 x，今將此裝置放置在底面光滑的台車上，如附圖所示，若台車以 $\frac{1}{2}g$ 的等加速度向右加速運動，則彈簧的形變量為何？(要寫出壓縮或伸長)答：伸長 $\frac{1}{2}x$



2.質量為 m 的小球，以線懸於電車車廂的天花板下，當電車以 $\sqrt{3}g$ 的的加速度水平行進時，則：（g 為重力加速度） (A)懸線與鉛直方向的夾角為 30° (B)懸線上的張力為 2mg (C)對地面上靜止的觀察者而言，擺錘所受的淨力為零 (D)若使小球作小角度的擺動，則週期為 $2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$ (E)小球的視重為 2mg。答：(B)(E)

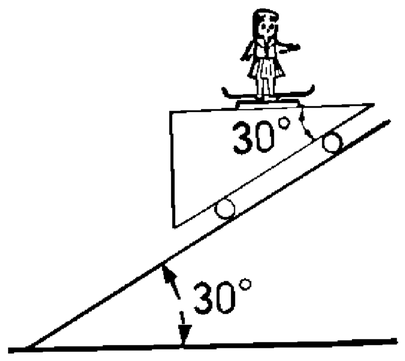
3.小明坐在一輛下坡的公車內，直線斜坡的傾斜角度為 37°。公車原本等速行駛，後來因前方有突發狀況而緊急煞車，此時小明觀察到公車車內，有一以細線懸掛在天花板的小球，在公車煞車期間懸線從原來位置偏離了 16°，小明可藉此估計出公車煞車時之加速度量值為？(以重力加速度 g 表示) 答：$\frac{7}{15}g$

4.如圖，設不計摩擦力，欲使 m_2 靜止不動於車上時，車的加速度為何？答：$\frac{m_1}{m_2}g$

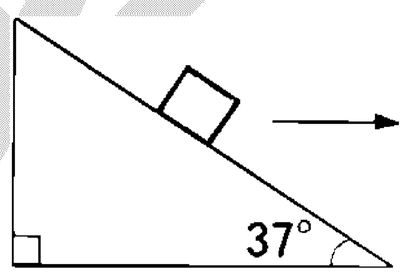


5.質量 m 的木塊，與彈力常數 k 的彈簧相連，置於一光滑斜面上，彈簧之另一端固定於斜面上，如右圖所示。當斜面以等加速度 a 向右運動時，木塊與斜面間之正向力恰為零，則此時彈簧之伸長量為？(重力加速度為 g，以 k、m、g、a 表示)答：$\frac{m\sqrt{g^2+a^2}}{k}$

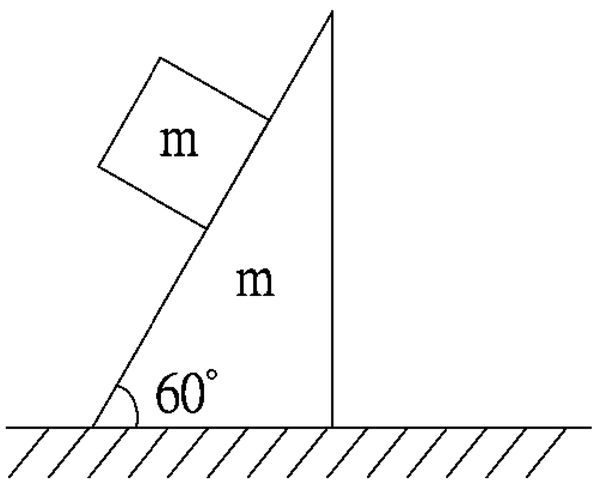
例56. 一人站在一滑車的磅秤上，滑車則在一斜角爲30°之光滑斜面上滑下。設此人的質量爲 60kg，則滑車上的磅秤讀數爲何？【1994 奧林匹亞初選】答：45kg



例57. 質量 10 公斤的物體置於三角形木塊斜面上，當三角形木塊以 $8\,m/s^2$ 沿水平光滑面向右行進，如右圖，則：
(1)欲使物體不沿斜面滑動，物體與斜面間的摩擦力應有多大？
(2)此時最小靜摩擦係數應爲若干？($g=10\,m/s^2$)答：(1)4；(2)1/32



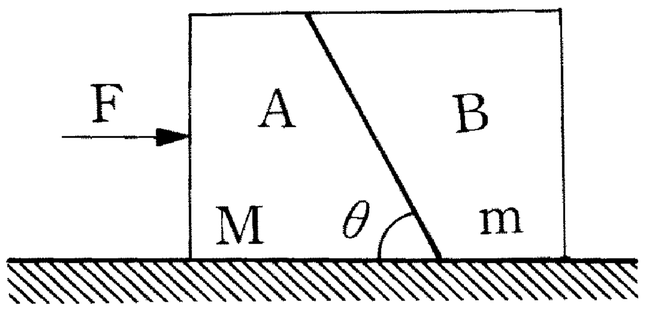
例58. 質量 m 的木塊置於斜角60°的斜面上，假設所有接觸面均完全光滑，當木塊在斜面上滑動時，斜面作用於木塊的正向力爲多少？(重力加速度爲 g，斜面質量爲 m)
(A)$\frac{1}{6}$mg (B)$\frac{2}{7}$mg (C)$\frac{3}{8}$mg (D)$\frac{4}{9}$mg。答：(B)



學務處

※家庭作業

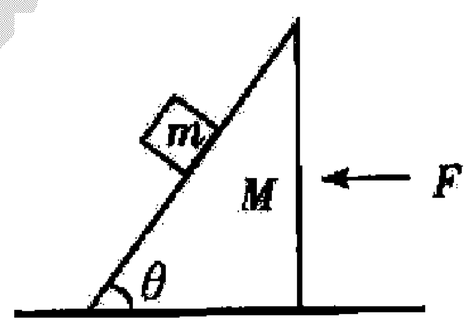
1.把一長方體切成如右圖所示的 A、B 兩部分，質量分別爲 M、m，向右施一水平力 F 於 A 部分，使其沿光滑水平面滑行，若 A、B 間無摩擦力，且 A、B 間相對位置不變，則：A、B 間的正向作用力 N 爲何？



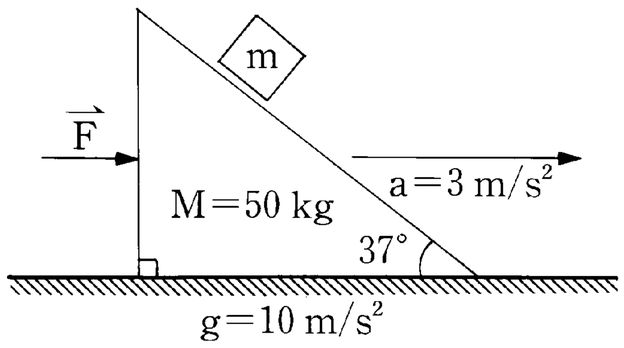
答：$\dfrac{mF\csc\theta}{M+m}$

2.在與水平成θ角的一平滑斜面上放一物體。今令此斜面以一加速度 a 沿水平方向運動。設物體正好在斜面上保持靜止，則加速度 a 大小等於
(A)gsinθ (B)gcosθ (C)gtanθ (D)g (E)gsin2θ。【72 日大】答：(C)

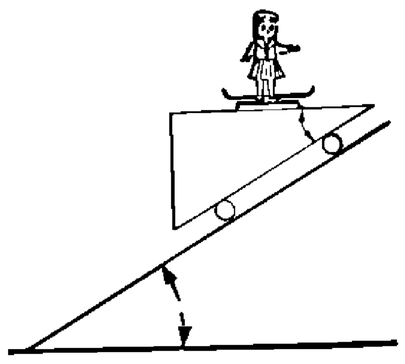
3.如右圖，各接觸面均爲光滑，m 與 M 均表質量，θ爲斜角，則欲 m 相對於 M 靜止，施力 F 須若干？答：$(M+m)g\tan\theta$



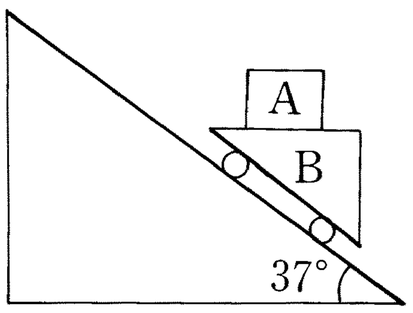
4.質量 m=10 仟克的塊狀物體置於斜角爲37°的三角形木塊 M 上，三角形木塊以 $3.0\,m/s^2$ 的加速度向右運動，如圖所示。欲使物體不沿斜面滑動，且設 g=$10\,m/s^2$，試求物體與斜面間之最小靜摩擦係數 μ_s=_____。答：0.37



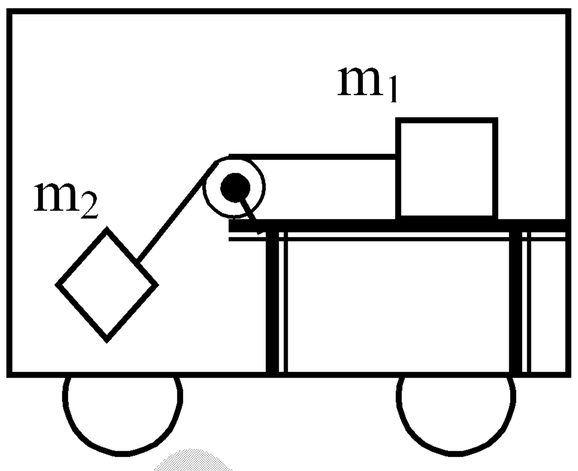
5.質量 80kg 的人站在磅秤上，磅秤固定在小車上，人、磅秤、小車沿光滑固定之斜面滑下，人相對於磅秤靜止，磅秤的讀數 60kg，則知θ等於 (A)30° (B)45° (C)53° (D)60°。答：(A)



6.如右圖，台車 B 在光滑斜面上加速下滑。若 A 物置於 B 上且與 B 不分離，則 AB 間的靜摩擦係數至少爲若干？
(A)0.6 (B)0.75 (C)0.36 (D)0.64 (E) 0.48。答：(B)



7.有一天.....
爸爸.媽媽帶影子去海洋館看鯨鯊..服務人員問:有誰知道鯨鯊是鯨魚還是鯊魚?
有一個小朋友說:巧克力!"

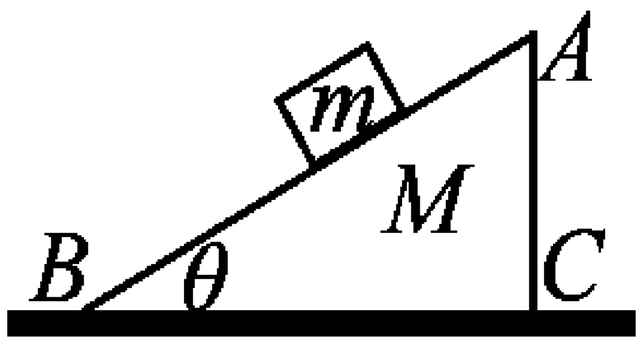


例59. 如右圖，沿一水平方向運動的車廂內放置一個水平桌面，有質量為 m_1 和 m_2 的物體以不可伸長的輕繩跨過滑輪(滑輪質量不計、且無摩擦)連接。若車子向右加速運動，使懸掛 m_2 的輕繩與鉛直線夾角為 30°，試回答下列問題：

(1)若二者相對於車子而言均靜止不動，m_1 所受的摩擦力為何？m_1 的摩擦係數至少應為若干？

(2)若桌面光滑，則繩子張力為何？；m_1 的加速度為何？(4%) 【92 校內初賽】答：

(1) $\frac{g}{\sqrt{3}}(m1+2m2)$；$\frac{m_1+2m_2}{\sqrt{3}m_1}$；(2) $\frac{m_1m_2g}{\sqrt{3}(m_1+m_2)}$；$\frac{(m_1+2m_2)g}{\sqrt{3}(m_1+m_2)}$



例60. 如圖所示，質量 M＝15kg 的楔形木塊 ABC 置於光滑水平地面上，另一小木塊 m＝5kg 則放在 M 之斜面上，小木塊與斜面間之靜摩擦係數為 0.8，動摩擦係數為 0.6，$\theta=37^{\circ}$，g＝$10\,m/s^2$，$\overline{AB}$＝7m 。今施一水平向右的力 F 拉動楔形木塊，回答以下各問題：

(1)若要小木塊停在楔形木塊上，不至於產生相對滑動，則拉力 F 最大不能超過多少？

(2)當拉力為某一量值，使得楔形木塊以一加速度 a＝$5m/s^2$ 向右運動時，小木塊由楔形木塊上 A 點滑到底部 B 點需要多少時間？此拉力之量值為若干？(小木塊之體積可忽略)【95 校內初賽】答：(1)6.25N；(2) $\sqrt{2}$ s，72N

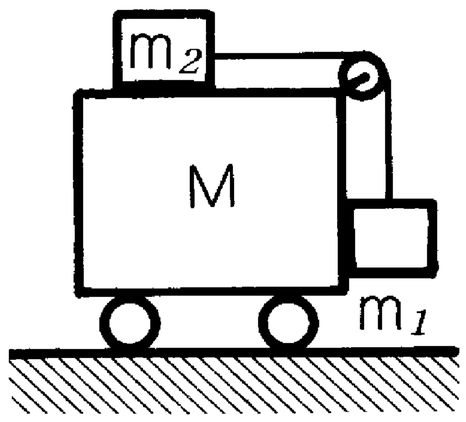
吳錫玠物理

※家庭作業

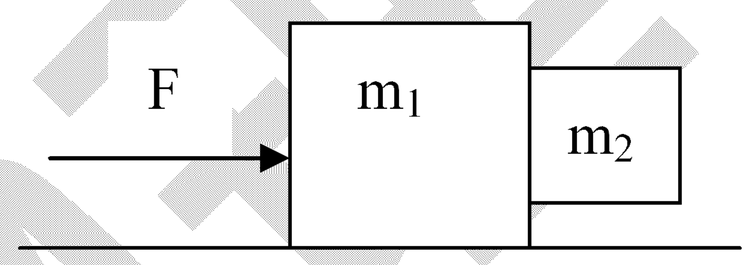
1.如圖所示，m_1與 M 間的摩擦係數是μ_1，m_2與 M 間的摩擦係數爲μ_2，m_1與m_2對 M 沒有相對運動，則：

(1)車的最小加速度爲？

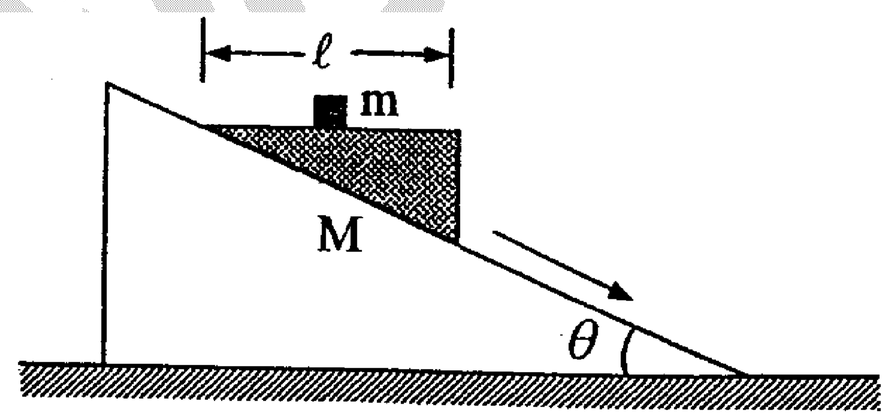
(2)繩子的張力爲？答：(1)$\dfrac{m_1-\mu_2 m_2}{m_2+\mu_1 m_1}g$；(2)$\dfrac{(1+\mu_1\mu_2)\ m_1 m_2}{m_2+\mu_1 m_1}g$



2.質量分別爲 m_1、m_2的兩木塊，其間的靜摩擦係數爲μ，今以一定力 F 將此兩木塊所組成之系統在光滑平面上推動（如右圖所示）「則欲使 m_2 木塊不致落下，所需力 F 的最小值爲？【1994 奧林匹亞初選】答：$(m_1+m_2)g/\mu$



3.一質量爲 m 的質點放置在一塊質量爲 M 的楔形木塊的上表面，此楔形木塊連同其上的質點，從靜止開始，沿著一斜角爲θ，固定的光滑斜面上滑下來，如右圖所示。楔形木塊的上表面爲水平面，寬度爲ℓ，質點與此平面之間的動摩擦和靜摩擦係數皆爲μ，且 tanθ＞μ。質點在起始時位於楔形木塊的中央位置，若在楔形木塊尚未到達斜面底端之前，質點早已滑離楔形木塊平面，則(a)在楔形木塊的下滑過程中，質點所受的鉛直正向力爲何？



(b)自楔形木塊開始下滑後，將歷時多少，質點才會離開楔形木塊的平面？(答案以ℓ、g、θ、和μ表示之。)【2003 奧林匹亞初選】

答：(a)$\dfrac{Mmg\cos^2\theta}{M+m\sin\theta(\sin\theta-\mu\cos\theta)}$；(b)$\sqrt{\dfrac{l(M+m\sin\theta(\sin\theta-\mu\cos\theta))}{(M+m)g\cos\theta(\sin\theta-\mu\cos\theta)}}$

4.畢業典禮上，校長宣布全年級第一名的同學上台領獎，
可是連續叫了好幾聲之後，那位學生才慢慢的走上台。
後來，老師問那位學生說：「怎麼了？是不是生病了？
還是剛才沒聽清楚？」
學生答：「不是的，我是怕其他同學沒聽清楚。」

觀念五　F=ma 實驗

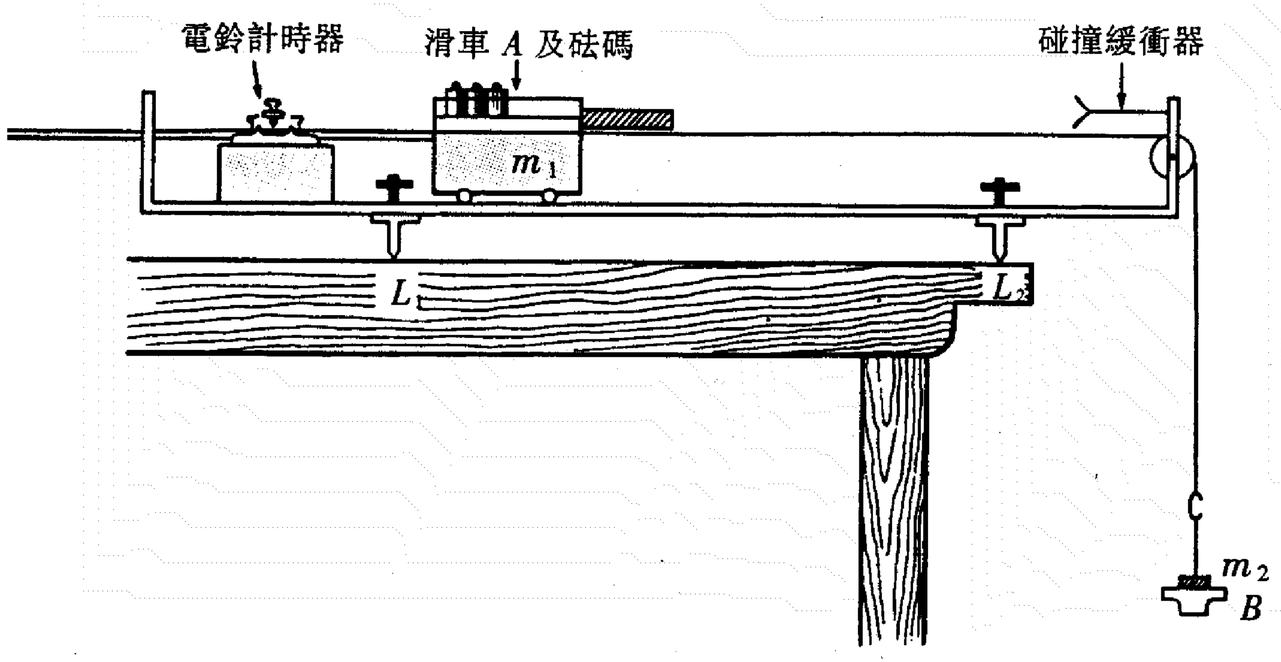
1. 本實驗之目的在了解作用力 F 與質量 m 對加速度的影響，實驗可分為兩部分：

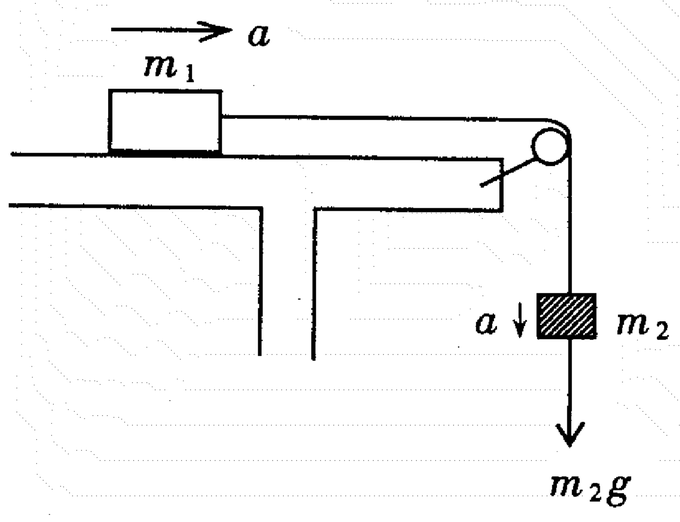
(1)質量 m 固定：求 F 與 a 的關係。

(2)作用力 F 固定：求 m 與 a 的關係。

2. 本實驗操作前要調整水平螺絲 L_1 與 L_2，使滑車在軌道上呈等速度運動，表示滑車的下滑力與摩擦力抵銷。

3、裝置：如下圖所示。





4、原理：如右圖，拉動整個裝置之有效外力為 m_2g，而拉動之總質量為 m_1+m_2。

(1)質量 m 固定：逐次減少 m_1 之質量，並將減少之質量增加於 m_2，使得總質量 m_1+m_2 不變，而外力 m_2g 增加，並測出對應之加速度。

(2)作用力 F 固定：固定 m_2 的質量，改變 m_1 的質量，使得外力 m_2g 不變，而總質量 m_1+m_2 增加，並測出對應之加速度。

5、實驗結果：

(1)質量 m 固定：對質量相同的物體加不同的外力時，其加速度與力成正比，即

m 固定時，$a \propto F$

(2)作用力 F 固定：在相同的外力作用下，質量不同的物體，其加速度與質量成反比，即

F 固定時，$a \propto \dfrac{1}{m}$

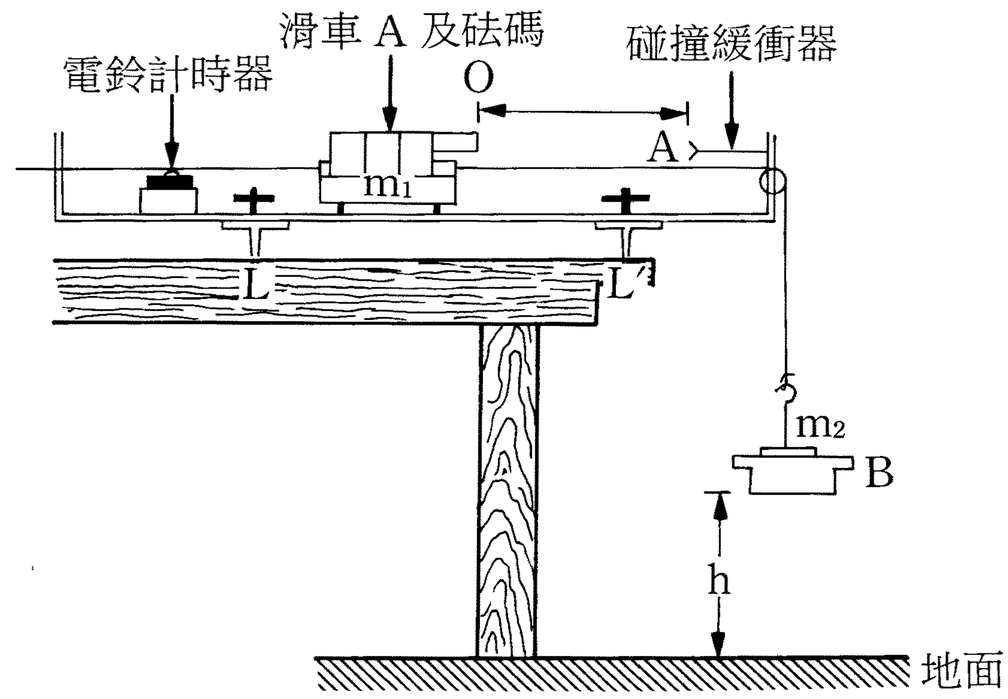
(3)由(1)及(2)可知，物體受外力作用，則在沿力之方向生一加速度，其大小和外力成正比，和物體質量成反比，即

$$a \propto \frac{F}{m} \Rightarrow F \propto ma$$

(4)上式之關係為一正比的關係，並非相等。若欲相等，則需取適當的單位，即可得 $F=ma$

例61. 如圖裝置做「牛頓第二運動定律」的實驗步驟如下：

(1)滑車上先載三個砝碼(每個砝碼均 50 公克)，滑輪下端懸掛一個砝碼，調整水平螺絲至滑車可作等速度運動後，扣住滑車。



(2)測量 $\overline{OA}$ 距離($\overline{OA} < h$)

(3)釋放滑車，測量滑車行經 $\overline{OA}$ 的時間 t，

重複此步驟三次。

(4)將滑車上砝碼逐一拿到懸掛砝碼的一端，並重複(2)(3)步驟四次，

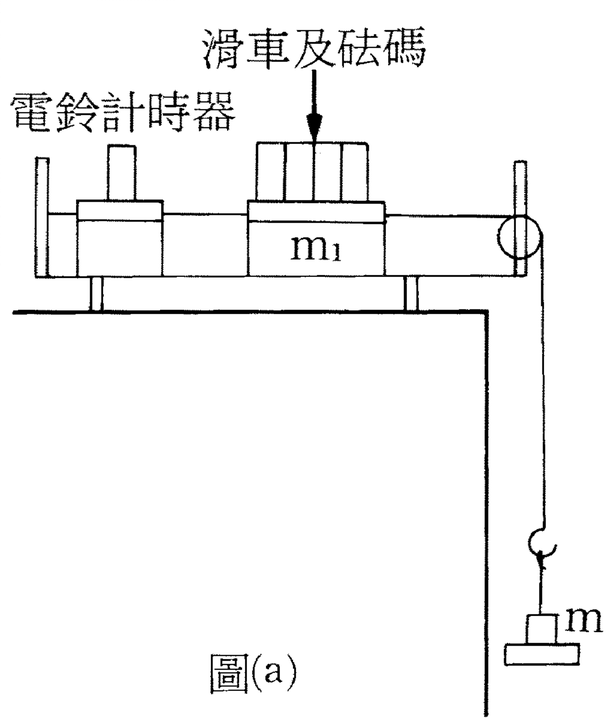
問：(a) 步驟 (4)之目的何在？

(b) 如欲證明滑車作等加速度運動，則需在步驟 (3)後再加何種實驗步驟？

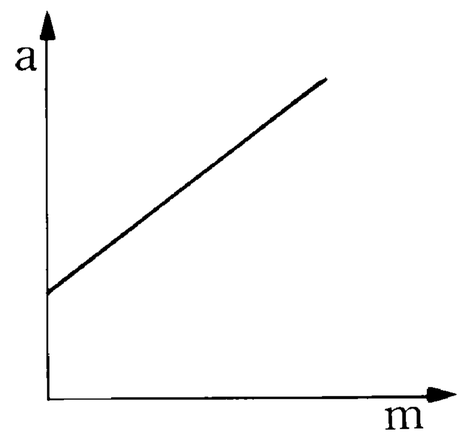
答：(a)保持運動系統之質量一定，證明外力與加速度成正比之關係。

(b)改變滑車位置（即 OA 間距），再測量滑車行經 OA 之時間 t。

例62. 某生做「牛頓第二運動定律」，裝置如圖(a)，其依次將砝碼移到掛鈎上，分別測得滑車加速度 a 與掛鈎及砝碼總質量 m，繪成 a-m 關係圖，如圖(b)，則下列敘述何者正確？ (A)圖(b)直線不通過原點，是因為桌面不水平 (B)直線在 m 軸上的截距，會隨著桌面材料而定 (C)滑車與砝碼系統質量越大，直線在 m 軸上的截距亦越大



圖(a)

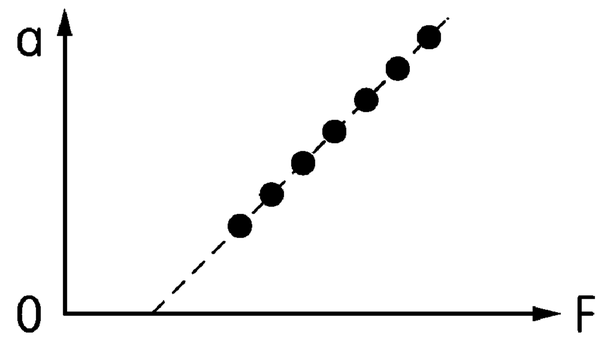


圖(b)

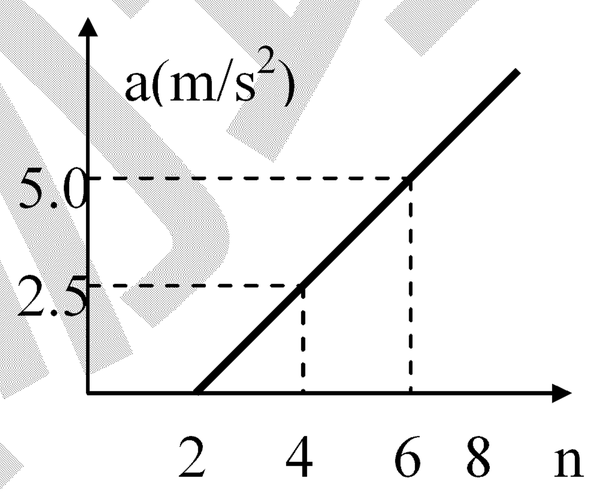
(D)圖(b)直線之斜率，表示滑車的質量大小 (E)調整滑車軌道，使掛鈎未掛砝碼前滑車做等速度運動，再開始實驗，則所繪得 a-m 圖會通過原點。答：(C)(D)(E)

例63. 在「牛頓第二運動定律」的實驗中，調整水平螺絲的目的並不一定在使軌道成水平狀態，試論其原因。答：只要滑車能等速下滑，則其與軌道間之摩擦力為滑車之下滑分力抵消，則只需帶動滑車之砝碼及掛鈎質量（即淨力 F）與滑車加速度 a 成正比，即可驗證 $F \propto a$ 之關係

例64. 一質量為 M 之物體，置於水平之桌面上。以平行於桌面之力 F 拉之，測得其加速度 a 與 F 之關係如圖所示為一直線。若只考慮動摩擦，則下列敘述何者正確？ (A)直線在 F 軸上之截距，會隨 M 而變 (B)直線在 F 軸上之截距，因桌面材料而異 (C)直線之斜率，會隨 M 而變 (D)直線之斜率，因桌面材料而異 (E)因直線不通過原點，知牛頓第二運動定律在力量小時不適用。【77 日大】答：(A)(B)(C)



例65. 在水平桌面上分別用 2 條、4 條、6 條、.....相同橡皮帶並聯，拉動 2.0kg 的物體，每次保持相同伸長量，可得加速度 a 對橡皮帶數 n 之關係，如右圖所示，求桌面對物體的摩擦力。答：5nt



例66. 某生做滑車實驗如圖 5 所示，每次實驗在吊掛之處逐次增加一個質量為 50 g 的砝碼，並且記錄滑車的加速度。如果滑車質量為 100 g，細繩質量可忽略，則下列曲線，何者最適合描述滑車加速度隨著吊掛砝碼個數的變化？

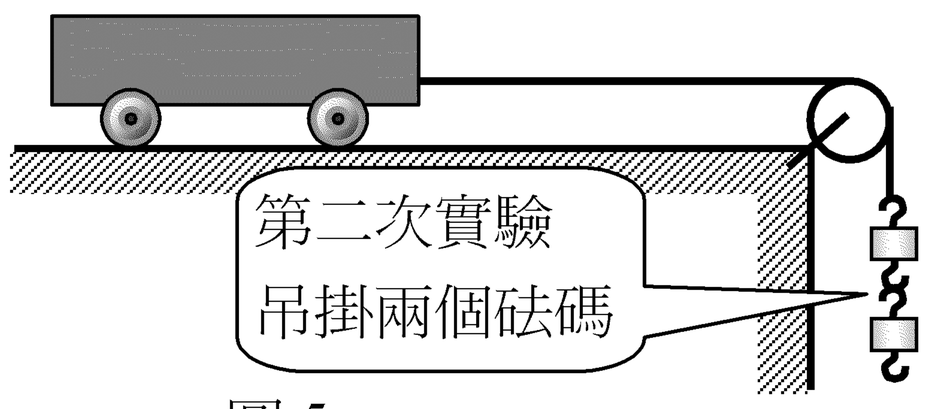
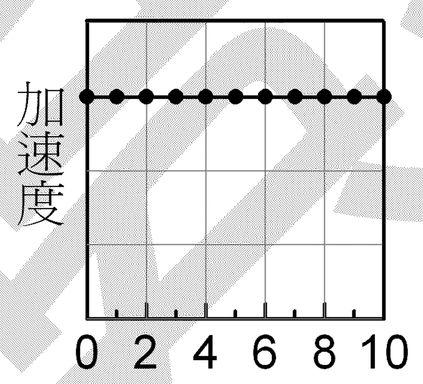
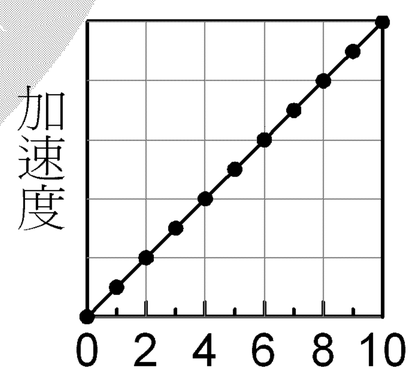


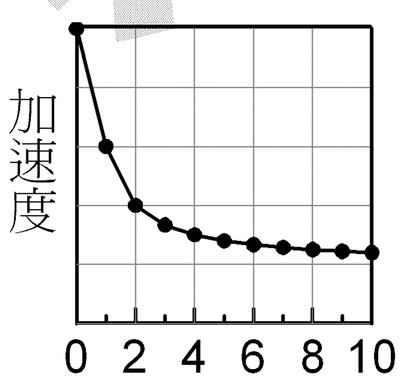
圖 5



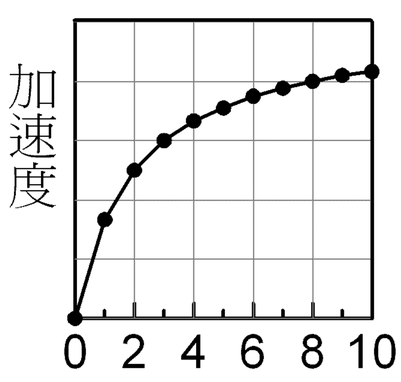
(A)



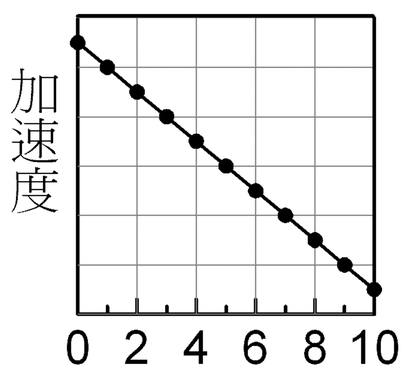
(B)



(C)



(D)

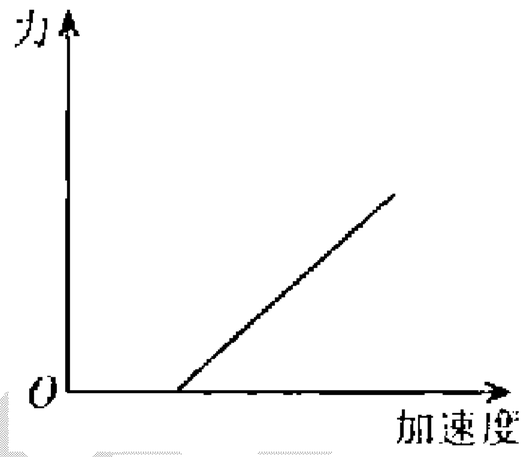


(E)

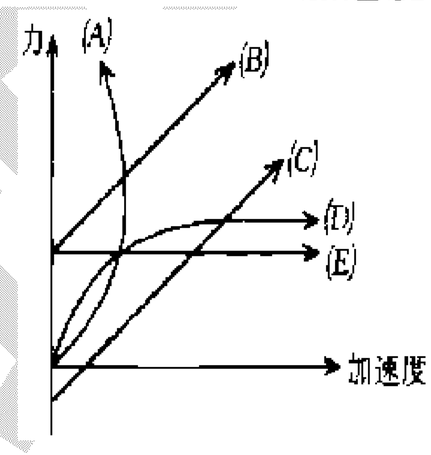
【95 指考】

※家庭作業

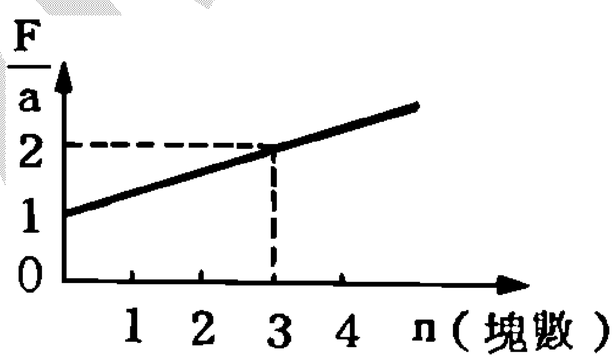
1.在「加速度與力及質量間關係」實驗中，若所測得力與加速度之關係如右圖，則此直線不通過原點之最可能的原因為： (A)桌面有摩擦力 (B)桌面稍有凹凸不平 (C)桌面不水平 (D)所用滑車太重【70 年大學】答：(C)



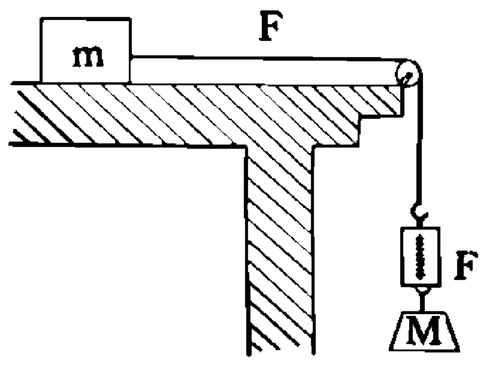
2.「加速度與力及質量間的關係」的實驗中，如對滑車的摩擦力不可忽略，則所得力與加速度之關係曲線應為圖中那一條？【67 年大學】答：(B)



3.用定力以拉負載為等質量之磚塊的滑車，沿水平光滑桌面前進作實驗，測得力 F 與加速度 a 之比值 F/a 對磚塊數 n 之關係如右圖，則滑車質量等於若干磚塊之質量？答：3 塊



4.在光滑桌面上有一質量 m，接以一線，繞過桌邊的定滑輪，再接連一極輕之彈簧秤的掛鉤上，秤的另一端懸質量 M 的砝碼，當 m 作等加速度運動時，秤上指示力量是 F，則：



(1)m 向右的加速度為？

(2)試以 m、F 及當地的重力加速度 g 來表示 M=？

(3)若欲 m 的加速度增為原來 2 倍，則彈簧秤上的指示力量應增為？此時砝碼質量應改為 M'=？(以 m、F、g 表示)答：(1) $\frac{Mg}{M+m}$ ；(2) $\frac{mF}{mg-F}$ ；(3)2F； $\frac{2mF}{mg-2F}$

5.有一天,小明問小麗怎麼讓珍珠奶茶變大杯?

想到了嗎?

再想想看!

真的想不到嗎?

好吧,我公布答案吧

答:大悲咒

觀念六　牛頓第三運動定律

1. 定義：凡是有一個作用力產生，必同時產生一個反作用力

2. 性質：作用力與反作用力

(1)同生同滅

(2)大小相等，方向相反，成一直線 $\Rightarrow \vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$

(3)作用在不同物體上，故不能互相抵銷

(4)若兩受力體屬於同一系統，則作用力與反作用力為系統內力，不影響系統之運動狀態。

3. 牛頓第三運動定律之限制：

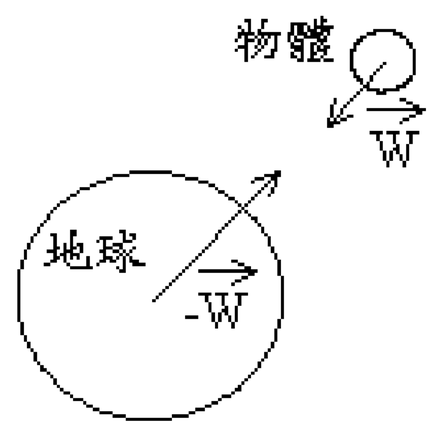
只適用於慣性坐標系，因為在加速坐標系中常導入一假想力，此時僅有受力體而沒有施力體，故不能以此定律說明之。

4. 力的平衡 V.S. 反作用力

力的平衡	反作用力
作用在同一物體	作用在不同物體
可以抵消	不能抵消
不成對存在	成對存在
各自獨立	同生同滅

5. 反作用力必回到作用力的來源：欲找一作用力之反作用力，必須能描述此力為某某施給某某的力，再將施力體與受力體互換，即為其反作用力。

6. 牛頓第三運動定律常見之例子：



(1)物體與地球的交互作用：如圖，地球施引力於一物體，物體亦施引力於地球，此二力的量值相等而方向相反。

(2)人與地面的交互作用：人在地面上(不光滑)向前進行時，以腳(鞋底)施力向後推地，同時地面(地球)亦施力於人(鞋底)。此二力的量值相等而方向相反。人之所以能前進者，是由於地面(地球)所施的推力所致。

(3)槍枝發射子彈，槍施一作用力於子彈，使其前進；子彈施一反作用力，使槍後退(稱為後坐力)。

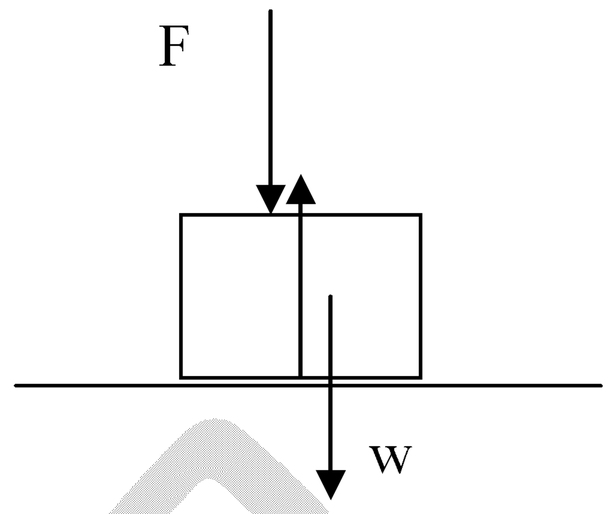
(4)火箭升空時，火箭施力給氣體向後推，得到一反作用力而前進。

(5)兩個帶負電的電子有互相推斥的庫侖靜電力，互為作用與反作用力。

(6)氫原子核中的質子(正電)對核外的電子(負電)有吸引力，而電子亦對核有吸引力，為作用力與反作用力。

吳錫玠物理

例67. 如圖所示，有人施力 F 於一放置在桌面上的木塊。設木塊受地球引力爲 w，桌面作用於木塊之力爲 N。則下列敘述正確的是



(A)F 和 w 互爲作用力與反作用力

(B)F 和 N 爲作用力與反作用力

(C)w 和 N 爲作用力與反作用力

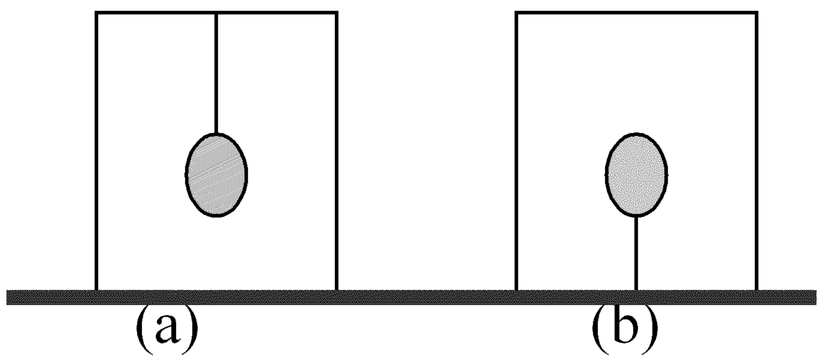
(D)F、w 和 N 三者同時互爲作用力與反作用力

(E)F、w 和 N 三者中沒有任何作用力與反作用力的關係。答：(E)

例68. 手持細繩上端，繩之下端繫重量爲 W 之物，繩重可以不計。以 $\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$、$\vec{F}_3$、$\vec{F}_4$ 分別表示手對繩、繩對手、繩對物、物對繩所施之力，則下列敘述中，那些是正確的？

(A)若物體向上等速運動，則 $|\vec{F}_1|=|\vec{F}_2|=|\vec{F}_3|=|\vec{F}_4|=W$ (B)承(A)所述，則 $\vec{F}_1=-\vec{F}_4$ 爲一對作用力及反作用力 (C)若物體以等加速度 a 上升，重力加速度爲 g，則 $|\vec{F}_1|=W(1+a/g)$ (D)承(C)所述，則 $|\vec{F}_3|=W(1-a/g)$。【78 夜大】答：(A)(C)

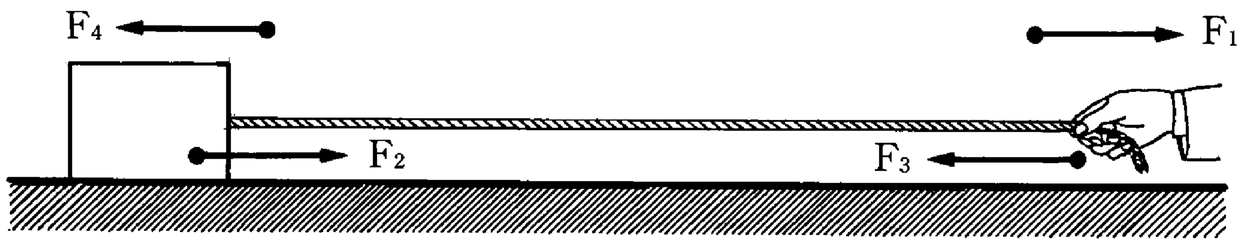
例69. 右圖(a)、(b)爲兩個裝滿水的水槽，在水槽(a)中，一個鐵球以線懸掛於上；在水槽(b)中，一個汽球以線繫於地板上。倘若水槽中的線突然斷裂了，鐵球開始加速下沉，而汽球則加速上浮，則地面對(a)、(b)兩水槽的作用力比原來的增加或減少?



答：(a)減少，(b)增加

※家庭作業

1.如圖所示，F_1為手拉繩子之力，F_2為繩子拉物體之力，F_3為繩子作用於手之力，F_4為物體作用於繩子之力。試問：

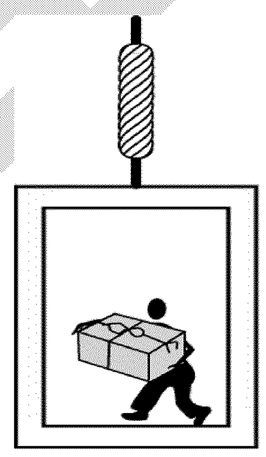


(1) F_1的反作用力為？

(2) F_4的反作用力為？

(3)繩子若處於靜止平衡時，則其受_____與_____兩力而平衡。答：(1) F_3；(2) F_2；(3) F_1，F_4

2.小明抱著一口箱子搭乘電梯，已知箱子的重量為 w，小明的體重為 w'，小明抱著箱子向上的力為 F'，電梯地板施於小明的力為 F。今已知電梯上升的加速度為 a，則 (A)w 與 F'為一對作用力與反作用力 (B)F=w+w' (C)w<F' (D)F>w+w' (E)F'=wa。答：(C)(D)



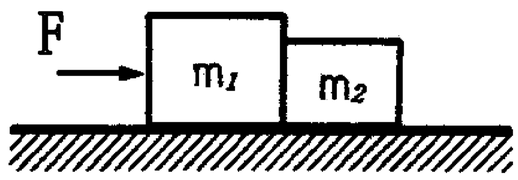
3.下列敘述何者正確？ (A)只要大小相等，方向相反的兩力，都互為一對作用力與反作用力 (B)磁力可能不服從牛頓的作用力與反作用力定律 (C)對外力作用而言，作用力與反作用力可以抵消 (D)若將火箭及廢氣合成一系統則二者間的作用力與反作用力互相抵消 (E)噴射機的飛行是藉空氣之反作用力。答：(B)(D)

4.兩物體的互相作用力與反作用力： (A)必大小相同，方向相反 (B)必同時發生 (C)對每一物體而言，均為外力 (D)必互相抵消 (E)作用力有時大於反作用力 。答:(A)(B)(C)

5.下列何者正確？ (A)作用力與反作用力相等 (B)作用力與反作用力同時發生 (C)作用力與反作用力同時作用在同一個物體上 (D)宇宙間之力總數為偶數 (E)向心力與離心力是作用力與反作用力。答：(B)(D)

6.下列敘述何者正確？ (A)地球上的人同時自西向東跳時，地球的自轉可能停止 (B)船靠在岸上時人往岸上跳船必後退 (C)作太空漫步之太空人可利用火箭噴氣的反作用力返回太空艙 (D)噴射機的飛行是靠空氣的反作用力 (E)兩人打架時互相作用的力總和必大小相等。答：(A)(B)(C)(E)

例70. 兩木塊質量分別為 m_1 及 $m_2(m_1>m_2)$，相互接觸置於光滑水平面上，如圖所示。今以量值為 F 之水平力由左側推動 m_1，導致兩木塊間產生接觸力，其量值為 F_L。若以同量值 F 之水平力由右側推動 m_2，兩木塊間接觸力之量值為 F_R，則二力之比值，F_L/F_R 為？【81 日大】答：m_2/m_1



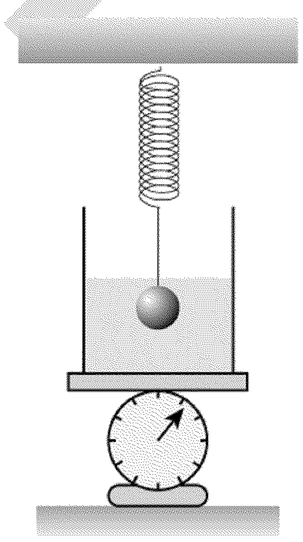
例71. 有一個燒杯連同水的重量為 w_1，另有一個鐵球在空氣中重 w_2，今將此球以彈簧懸掛置於水中時，測得鐵球重量為 w_3。若彈簧的彈力常數為 k，則

(a)鐵球在空中時，掛於彈簧下可使彈簧伸長多少?

(b)鐵球掛於水中時，彈簧的伸長量為多少?

(c)鐵球沒入水中時，磅秤的讀數為何?

答：(a) $\frac{w_2}{k}$ (b) $\frac{w_3}{k}$ (c) $w_1+w_2-w_3$



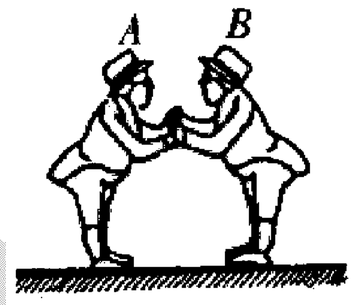
例72. 直立圓柱形桶中，盛重量為 W，密度為 ρ 之液體，今於此液中，放入一重為 W_0 密度為 d 之物且 $d>\rho$，則

(1)當此物在液中等速下降時，器底所受之總力為若干？

(2)當此物在液中等加速下降時，器底所受之總力為若干？答：(1) $W+W_0$；(2)

※家庭作業

1.A 與 B 互推，A 施力 10nt，B 施力 2nt，則



(1)A 所受之反作用力=？nt，A 受淨力=？nt。

(2)若 A 與 B 質量各爲 50kg 及 100kg，則 A 加速度=？m/s^2 。

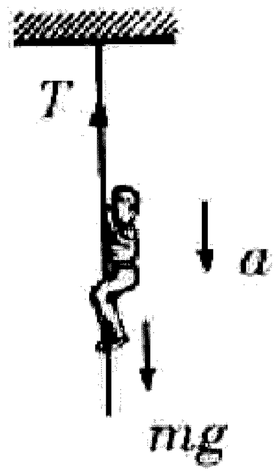
(3)B 受反作用力=？nt，B 受淨力=？nt，B 之加速度=？m/s^2

(4)A 與 B 看成一個系統，受淨力=？nt

答：(1)10，12；(2)0.24；(3)2；12；0.12；(4)0

2.甲、乙、丙三個固定的點電荷以庫侖力交互作用。已知甲受的合力爲 $2\vec{i}$ 牛頓，乙受的合力爲 $-3\vec{j}$ 牛頓，其中 $\vec{i}$ 與 $\vec{j}$ 分別代表沿 +x 軸與 +y 軸之單位向量；則丙受的合力爲_____。【86 日大】答：$-2\vec{i}+3\vec{j}$

3.某人體重爲 980nt 住某大廈，有一天大廈失火，他沿繩下滑以逃生，但繩僅能負擔 755nt 之重量，問



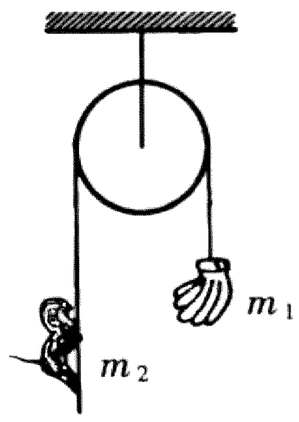
(A)此人下滑之最小加速度爲若干？方不致使繩拉斷。

(B)此人下滑 8m 後，其末速最小爲若干？

(C)又此人下滑 18m 所需之時間最長爲若干？

答：(1)$2.25m/s^2$；(2)6m/s；(3)4sec

4.如下圖 $m_1>m_2$，滑輪光滑，繩重不計，欲香蕉靜止，則



(1)此時繩張力若干？ (2)猴上爬之加速度爲若干？

答：(1) m_1g；(2) $\dfrac{m_1-m_2}{m_2}g$

5.村裡住著一位對自己始終守身如玉頗感自豪的老處女。

她知道自己將不久於人世，於是告訴村裡葬儀社的老闆，她的墓誌銘要這麼寫：「生是處女，活是處女，死是處女。」

不久老處女真的在睡夢中平靜地過世了，葬儀社老闆告訴刻墓碑的石匠她想要的墓誌銘。

石匠是個極爲實事求是的人，他想了想，認爲這個墓誌銘有點不必要的囉嗦，於是自作主張的改成：「原封退還」。

觀念七　圓周運動

一、等速率圓周運動公式回顧(請看第二章第 70 頁 觀念二十)：

1. 角速度 $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$

2. 切線速率 $v = \dfrac{2\pi R}{T} = \omega R$

3. 向心加速度 $a_C = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2} = \omega^2 R$

二、圓周運動的解題

1. 目標

2. 力

(1)力的分解決定於 $\bar{a}_C$ 的方向。(有圓心，找圓心)

(2)作用於物體的所有力在向心方向分量之合力稱為向心力。

(3)向心力可能是由張力、彈力、摩擦力、正向力、引力……所組成。

3. 加速度

(1)圓周運動之物體，必有向心加速度(法線加速度)

(2)若為等速圓周運動，則切線加速度 $a_t = 0$

若為變速圓周運動，則切線加速度 $a_t \neq 0$

(加速度：切線管快慢，法線管方向)

4. $\bar{F} = m\bar{a}$ 。

三、變速圓周運動(不在本章範圍)

一般高中常見有規律性的變速率圓周運動有：

1. 鉛直圓周運動(第七章 功與能)

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{利用力學能守衡} \Rightarrow \text{求速度} v \\ \text{利用} F = ma \Rightarrow \text{求繩子張力或軌道正向力} \end{cases}$$

2. 等角加速度運動(第九章 轉動)

四、小彬和媽媽上街，看見一個窮苦女人帶著黝黑瘦弱的小孩子，

哀憐的求助：「請可憐可憐這孩子吧！他沒有父親呀！」

小彬的母親趕緊丟了一個十元硬幣給那孩子。

小彬有點迷惑的說：「媽媽，您給他錢有什麼用？他要的是父親呀！」

例73. 一物體作等速率圓周運動，其週期爲π秒，半徑 10m，質量 1kg，求下列各物理量之量值：(1)速度＝？(2)角速度＝？(3)向心加速度＝？(4)向心力＝？
答(1)20m/s；(2)2rad/s；(3)40m／s^2；(4)40N

例74. 若地球半徑約 6400 公里，則繞地表運行之人造衛星，受那幾個力？其速率爲若干？(設地表附近的重力加速度爲 $10m/s^2$)

例75. 一細線長 50 公分，一端繫 10 公克的小錘，另一端固定於光滑水平桌面上作爲圓心。今以 3 週/秒的頻率；在該水平桌面上使細線及小錘轉動時，細線恰好斷裂。若以此細線鉛直懸吊一物，則最大可吊多少質量？ (A)0.02 公斤 (B)0.06 公斤 (C)0.18 公斤 (D)1.8 公斤 (E)0.06 公斤【73 夜大】答：(C)

吳錫玠物理

※家庭作業

1.一質量 m 的乾冰碟置於無摩擦的桌面上，以線繫之，線跨過桌子中央小洞而與質量爲 M 的重物連接，今 m 在桌面上作半徑爲 R 的等速圓周運動，欲使 M 不致升降，則 m 的速率爲：(A)$\sqrt{\frac{MR}{mg}}$ (B)$\sqrt{\frac{MgR}{M+m}}$ (C)$\sqrt{\frac{MgR}{m}}$ (D)$\sqrt{\frac{mgR}{M}}$ (E)$\sqrt{gR}$。答：(C)

2.長度 1 公尺的輕繩恰可懸吊 10 公斤的重物，今以此繩連接 4 公斤的物體，使物體作水平面等速率圓周運動，則此物體的最大轉速爲_____弧度/秒。($g=10\,m/s^2$)答：5

3.光滑水平面上立一釘，釘上繫一線，長 40cm，若線所能忍受之最大張力爲 5kgw ，今於線之一端繫一質量爲 0.4kg 之小球，並使之於光滑桌面上旋轉，若欲繩不斷裂則球之速率最大可爲多少？ (設重力加速度值爲 $9.8m/s^2$)答：7m/s

4.繩之抗張力與其截面積成正比，今以長ℓ之繩繫質量 m 之物使在光滑水平桌面上做週期 T 之等速率圓周運動，繩恰可支持，若將繩長改爲 2ℓ，質量改爲 2m，週期變爲 2T，則繩之直徑須變爲原來的多少倍，才又恰能支持？答：1 倍

5.月球繞地球轉動的半徑大約爲3.8×10^8公尺，平均週期爲 27.3 天，月球質量爲7.34×10^{22}公斤，問月球受力若干？答：1.98×10^{20}N

6.下列有關「等速率圓周運動」的敘述，何者正確？ (A)因爲等速率，所以物體的動量亦爲定值 (B)地球上的物體隨地球自轉的向心力皆指向地心 (C)同一物體隨緯度的增加而向心加速度變小 (D)物體的動量變化量值不隨時間而變 (E)物體的衝量時變率量值爲一定值。答：(C)(E)

7.下列關於”等速圓周運動”之敘述，何者爲正確的？ (A)爲等速率運動 (B)爲等速度運動 (C)爲等加速度運動 (D)受定力作用 (E)動量爲定值。答：(A)(E)

8.每天我送往迎來

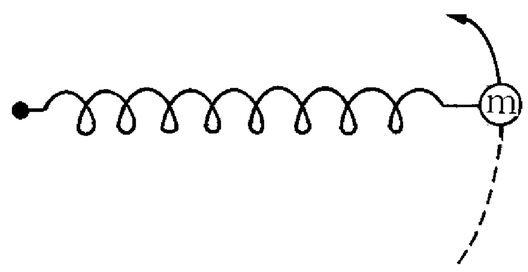
看盡不同的屁股

有痔瘡的，有便秘的，有吃壞肚子的，偶而還出現喝醉酒的糟老頭臉，

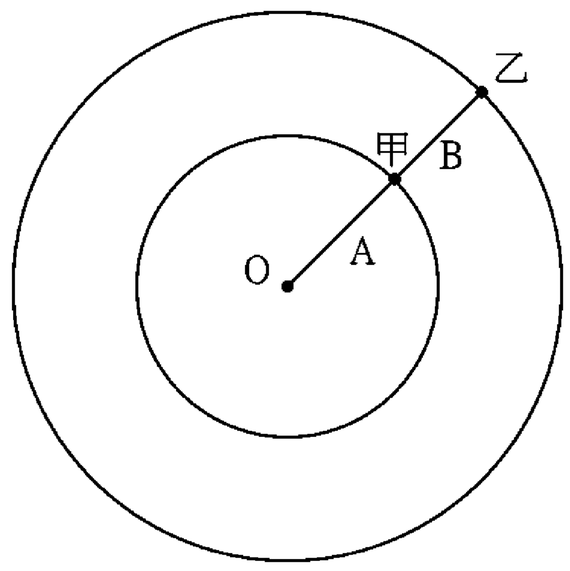
可是.....媽@＃＄％＆＊.....爲什麼我看不到我自己的屁股！

例76. 一條長ℓ的彈簧，一端固定，一端繫一質量爲 m 的物體，使之在光滑水平面上作等速率圓周運動，此時，彈簧總長度爲$\frac{4}{3}\ell$，若彈力常數爲 k，則此物體之速率爲多少？ (A)$\frac{2\ell}{3}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (B)$\frac{\ell}{2}\sqrt{\frac{3k}{m}}$ (C)$\frac{3\ell}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (D)$\ell\sqrt{\frac{k}{m}}$。答：(A)

例77. 某彈簧下端懸掛質量爲 m 的物體時，伸長 x，今將此裝置置於光滑水平面上，並使物體作等速率圓周運動，如圖，若運動週期爲 2π，則此時的伸長量是彈簧自然長度的_____倍。答：$\frac{x}{g-x}$



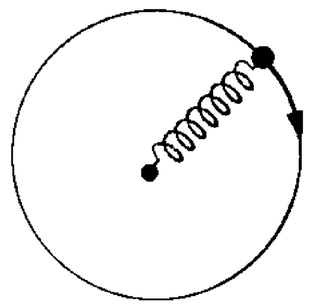
例78. 如圖所示，有甲、乙兩物體質量分別爲 2 m 及 m，以相同長度 L 的繩 A 及繩 B 連結。兩物體均繞著轉軸 O，以等角速度ω在水平面上旋轉，則繩 A 及繩 B 的張力爲何？
答：$T_A = 4m\ell\omega^2$，$T_B = 2m\ell\omega^2$



吳錫玠物理

※家庭作業

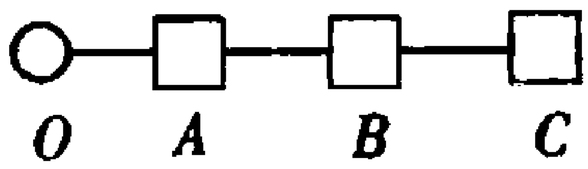
1.物體繫於彈簧的一端在水平上作等速率圓周運動，若物體的動量大小為 P，週期為 T，彈力常數為 2π，則彈簧的伸長量為_____。答：$\dfrac{P}{T}$



2.彈簧自然長度ℓ，力常數為 k，一端縛一質量 m 之球，一端固定於光滑水平圓桌上作等速率圓周運動，角速度為ω，則彈簧之全長為何？答：$\dfrac{k\ell_0}{k-\omega^2 m}$

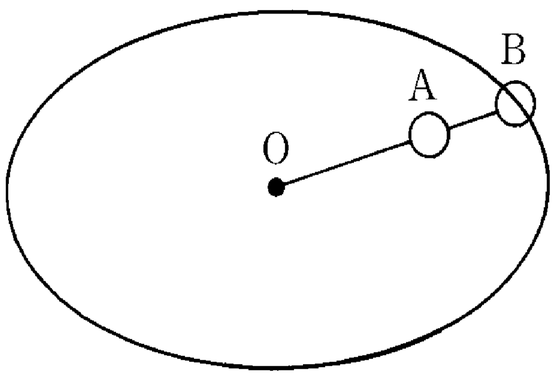
3.有一根自然長度為ℓ的彈簧，若鉛直懸掛質量為 m 的物體達平衡時，伸長 a，今將此裝置放在光滑水平桌面上，固定一端使物體在桌面上作角速度為ω的等角速度轉動，則此時彈簧的伸長量為多少？答：$\dfrac{a\ell\omega^2}{g-a\omega^2}$

4.如右圖，OA=AB=BC，且 A、B、C 懸質量 m、2m、3m，使以 O 為圓心，做同心圓、同週期運動，則 ABC 三點之速度比為_____，OA、AB、BC 三段之張力比=_____。
答：1：2：3；14：13：9



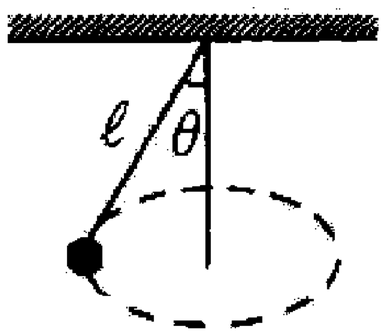
5.如圖，A、B、C 三物質量均為 m，以三段等長不計質量之繩聯結，今以 O 為圓心，在光滑水平面上作等速圓周運動，則 A、B、C 三球之速率比為及三繩之張力比為何？答：1：2：3，6：5：3

6.有 A、B 兩物以細繩相連，在光滑水平面上作等速率圓周運動，如圖，若 A、B 質量比為 1：2，$\overline{OA}=\overline{AB}$ 且 A、B 間繩子張力為 F，則 O、A 間繩子之張力為_____。答：$\dfrac{5}{4}$F



7.三歲的女兒敏敏一向對白紗禮服懷有美麗的憧憬，一日帶她參加朋友的婚禮。
她不但繞著新娘團團轉，最後竟還對新娘阿姨說：「阿姨！妳的新娘禮服好漂亮，下次妳結婚時，我還要再來看！」

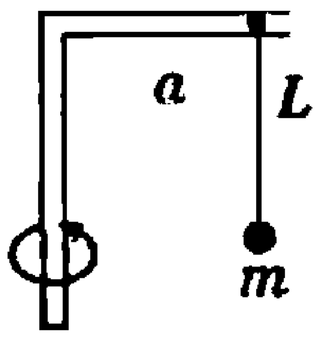
例79. 長ℓ之單擺懸質量 m 之物，使做如右圖之運動，若已知擺角θ，則懸線之(1)張力=？(2)向心力=？(3)旋轉半徑=？(4)轉動周期=？(5)切線速率=？



答：(1) $F=\dfrac{mg}{\cos\theta}$ ；(2) $F_c=mg\tan\theta$ ；(3) $R=l\sin\theta$ ；

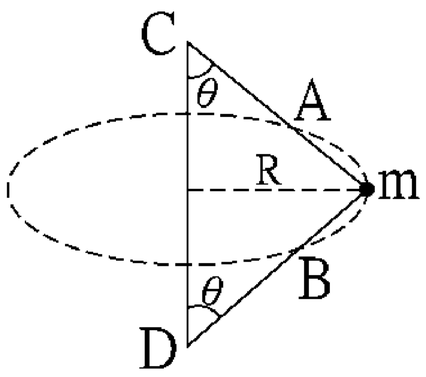
(4) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l\cos\theta}{g}}$ ；(5) $v=\sqrt{gl\sin\theta\tan\theta}$

例80. 右圖的裝置要使懸線與鉛垂方向維持37°，則旋轉的周期是多少？



答：$4\pi\sqrt{\dfrac{5a+3L}{15g}}$

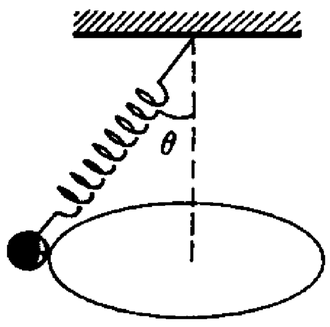
例81. 如圖所示，質量 m 的物體以 CD 為鉛直軸作半徑 R，速率 v 的水平圓周運動，A、B 兩繩張力各為 T_A、T_B，則 $\dfrac{T_A+T_B}{T_A-T_B}$ 的比值為何？答：$\dfrac{v^2\cot\theta}{gR}$



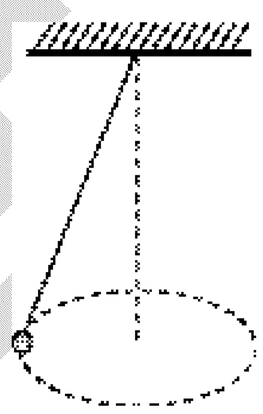
吳錫玠物理

※家庭作業

1.有一彈簧長 10cm，將一端固定，而在另一端懸掛一物體時伸長 2cm。若以通過固定端的鉛直線爲軸，使該物體旋轉(如右圖)，則在測得彈簧長爲 14 厘米時，彈簧和旋轉軸間的角度θ爲 (A)15° (B)30° (C)45° (D)60° (E)75° 。【65 日大】答：(D)

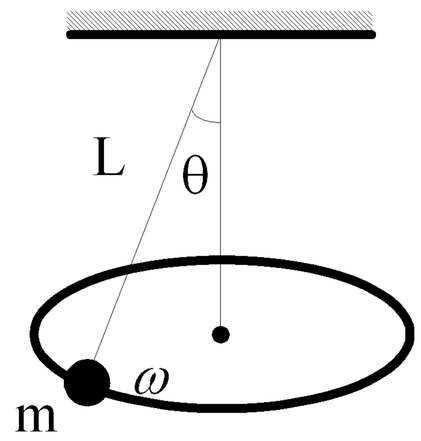


2.長度爲 1 米的細繩，上端固定，下端栓一個質量爲 0.1kg 的小球，使小球在一個水平面內作等速圓周運動，如右圖所示。如果繩受到 10 牛頓的拉力就斷，則作圓周運動的角速度大小不能超過_____弧度/秒。
答：10



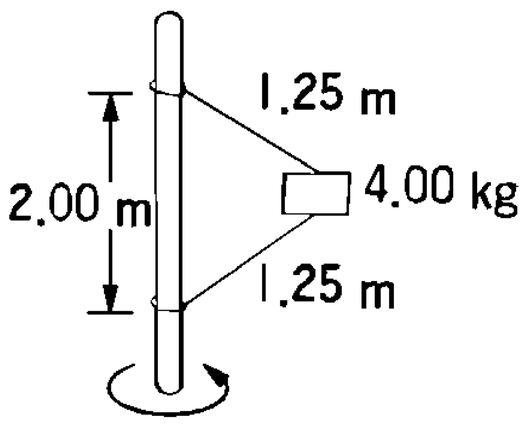
3.有一物體作夾角 37° 的錐動擺，向心力爲 X，若夾角增爲 53°，則此時繩上張力爲若干？
(A)$\frac{20}{9}$X (B)$\frac{16}{3}$X (C)$\frac{15}{4}$X (D)$\frac{14}{5}$X (E)$\frac{14}{3}$X。答：(A)

4.單擺長 ℓ，擺錘質量 m，當擺錘在一水平面上以等角速ω繞鉛垂線旋轉時，如擺線與鉛垂線的夾角爲θ，則 cosθ之值爲何？【79 日大】答：$g/\ell\omega^2$



5.長 L 之彈簧，下懸質量 m 之物體，靜止時之長爲 1.5L，使此裝置做錐動擺使用。當幅角爲 60° 時，此彈簧之長度變爲？答：2L

6.一 4kg 之物體由兩細弦聯至一垂直桿上，當物體繞著此桿旋轉時，其狀態如圖所示，此時上弦之張力爲 85 牛頓，則下弦之張力爲多少牛頓？此時物體每秒旋轉多少周？(g=10 m/s^2)
答：35nt；0.78 周

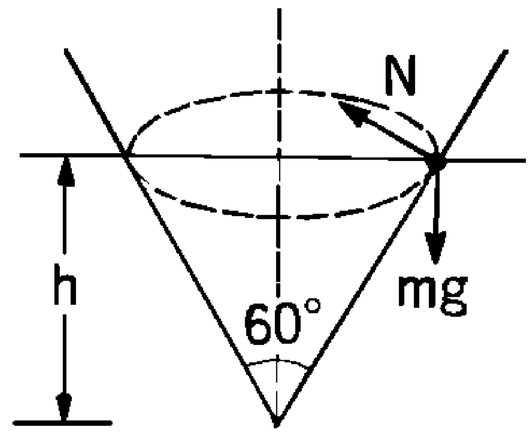


7.多年前的一個黃昏，小華流連在台北街頭的錄音帶店，正在挑選 CD 時，身後傳來了一個聲音...原來是個某高中的學生。
他指著一組三盒的"空白錄影帶"問老闆，他問：「老闆，請問有沒有 "單賣(丹麥)" 的？」
老闆竟回答說: 「對不起!! 高中生, 我們不賣 A 片.....」

例82. 如右圖，質量爲 m 之小球，在一頂角爲 60° 之光滑玻璃漏斗上距地高 h 之水平面上，作等速圓周運動，則：

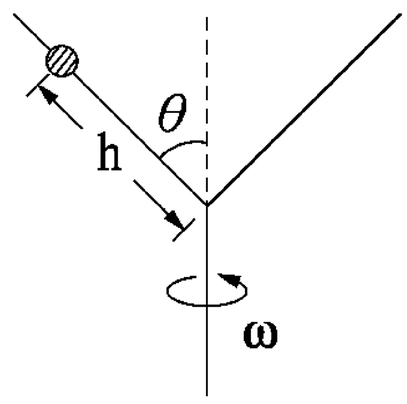
(1)小球作用於漏斗壁上的正向力爲若干？

(2)球旋轉週期爲若干？答：(1)2mg；(2) $2\pi\sqrt{\dfrac{h}{3g}}$



例83. 有一質量爲 m 之小珠，串於 Y 形桿上，如右圖所示，該 Y 形桿繞鉛直軸旋轉，使小珠維持於一固定長度 h 處，若小珠與 Y 形桿間無摩擦，則 Y 形桿旋轉的角速度 ω 爲何？【91 指考】

答：$\omega=\sqrt{\dfrac{g\cos\theta}{h\sin^2\theta}}$



例84. 以 36 km / hr 的速度在半徑 200m 的彎路上行駛之火車，欲使鐵軌不受側壓，則外側鐵軌應較內側鐵軌高出若干？(但二鐵軌之間之距離爲 120 cm 而 $g=10\ m/s^2$)

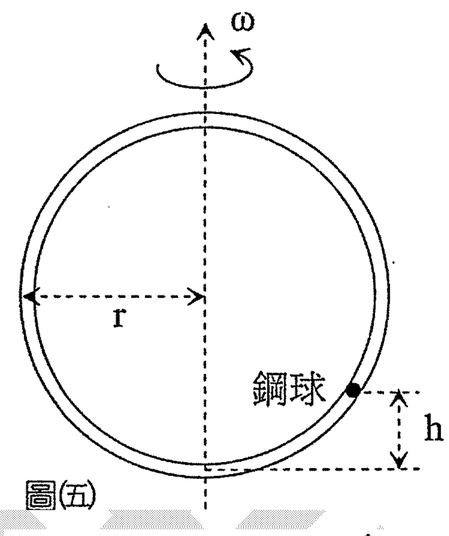
答：6(cm)

吳錫玠物理

※家庭作業

1.如右圖所示，以內壁光滑的圓筒細玻璃管製成半徑 r 的圓環， 內置一小鋼球，使此圓環於鉛直面上，以通過其圓心的鉛直線爲轉軸轉動，當轉動角速率爲 ω 時，則圖中的高度 h 爲何？

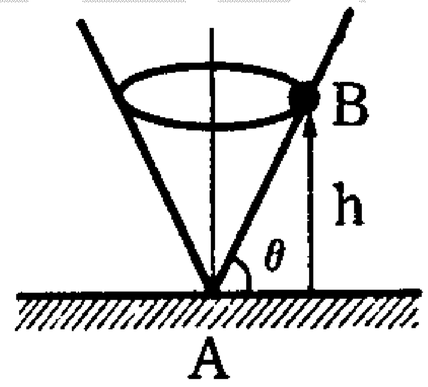
答：$r-\dfrac{g}{\omega^2}$



圖(五)

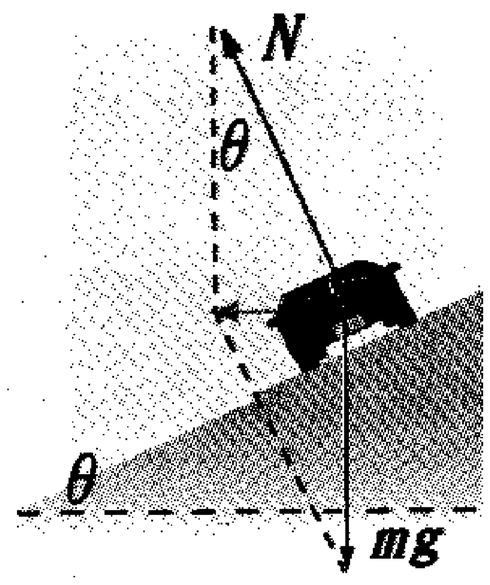
2.一中空之圓錐，其軸鉛直，錐面與地面夾角 θ，當質點在錐面以頻率 f 做水平等速率圓周運動時，恰不滑落，則 h 值爲若干？

答：$\dfrac{g\tan^2\theta}{4\pi^2 f^2}$



3.路面施滑時，摩擦力不足以提供汽車轉彎所需的向心力，故常將彎曲路面築成外側較高之斜面。有一曲率半徑爲 R 的彎道，路面傾斜角爲 θ，若不計路面之摩擦力，欲使質量 m 的汽車行經此彎道而不向外滑去或向內滑下，車速最大應保持多少？

答：$\sqrt{gR\tan\theta}$

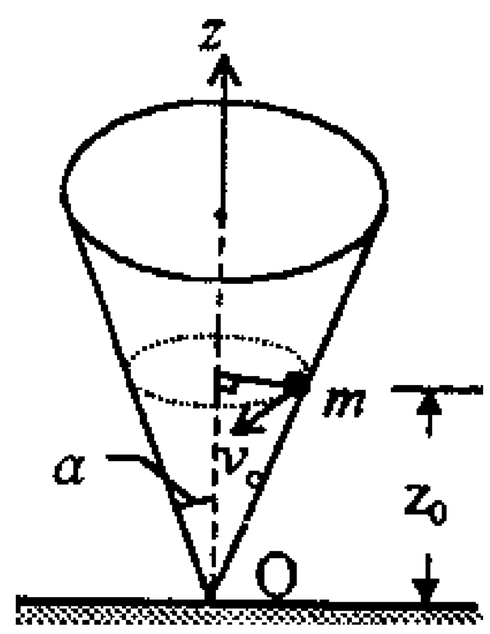


4.汽車在一傾斜角爲 37° 的光滑彎道上轉彎時，已知彎道的曲率半徑爲 20/3 米，則汽車之行車速率以_____米/秒來轉彎時，最爲安全無慮。答：$\sqrt{50}$

＊5.有一質量爲 m 之質點，在一鉛直倒立之光滑圓錐面上運動，如右圖所示。假設該質點的起始點距圓錐頂點的垂直距離爲 z_0，其起始速度 v_0 只有水平方向的分量。圓錐的頂角爲 α

(a)如果該質點的運動軌跡能一直維持在起始的水平面上，則 v_0=_____。

(b)如果該質點的起始速度小於(a)中之值，則該質點運動軌跡的最低點與圓錐頂點的垂直距離爲 z=_____



答：$\sqrt{gz_o}$ ，$\dfrac{{v_o}^2}{4g}\left(1+\sqrt{1+\dfrac{8gz_o}{{v_o}^2}}\right)$【1999 奧林匹亞初選】

例85. (1)一人騎腳踏車以 10m/s 的速度前進，當其進入水平彎路後車身傾斜一角度，若彎路之曲率半徑爲 20 米，則車身與鉛直方向所成之角度爲？

(2)車輪與路面摩擦係數最小須爲？【設 $g=10\,m/\sec^2$】答：(1) $\tan^{-1}\frac{1}{2}$ ；(2)0.5

例86. 和水平面夾角爲θ之圓形賽車跑道，其半徑爲 R，跑道和車之間的靜摩擦係數爲 μ ，若欲車在跑道上轉彎不發生側滑，求車速之範圍？

答：$\sqrt{\frac{gR(\tan\theta-\mu)}{\mu\tan\theta+1}} \le v \le \sqrt{\frac{gR(\mu+\tan\theta)}{1-\mu\tan\theta}}$

例87. 如圖所示，表演者與可繞中心軸轉動的圓桶桶壁間的靜摩擦係數爲μs，欲使表演者緊貼桶壁而不滑下，圓桶的最小轉速爲若干? 設圓桶半徑爲 r。答：$\sqrt{\frac{rg}{\mu_s}}$

吳錫玠物理

※家庭作業

1.一硬幣放置在水平轉盤上，其與盤中心 O 距離 R，若硬幣與盤面之靜摩擦係數為 μ_S，動摩擦係數為 μ_k，欲使硬幣在轉盤上不生相對運動，轉盤最大轉速為何？答：$\sqrt{\dfrac{\mu_s g}{R}}$

2.(1)賽車場之外側較高，若轉彎半徑 R，速率限制，則外側高若干？答：

(2)若上題路面不傾斜，則人半身應傾斜與鉛直夾角若干？答：(1) $\dfrac{V^2}{g}$ ；(2) $\tan^{-1}\dfrac{V^2}{gR}$

3.一人騎腳踏車以速率 V 前進，轉彎時車身與鉛直線夾 θ 角，則(1)其迴轉半徑為何？(2)若車輪與地面之靜摩擦係數為 μ_S，動摩擦係數為 μ_K，則其傾斜角最大可為何？

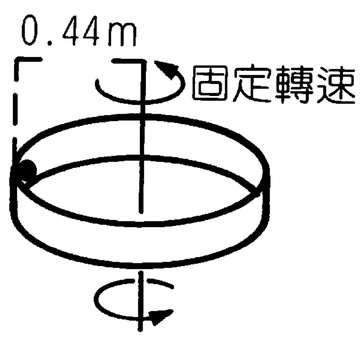
答：(1) $\dfrac{V^2}{g\tan\theta}$ ；(2) $\tan^{-1}\mu_S$

4.在圓形公路的轉彎處，將轉彎處路面築成斜面。外側較高，若不考慮地面摩擦力，以 R 表示彎路半徑，v 表示行車速率，已知 $g=10m/s^2$，若在相同的傾斜路面上行駛，當 v=6m/s，R 的最大極限為 12m，則以下何項行車資料可確保行車安全？ (A)v=10m/s、R=5m (B)v=8m/s、R=10m (C)v=9m/s、R=18m (D)v=5m/s、R=8m (E)v=7m/s、R=17m。
答：(E)

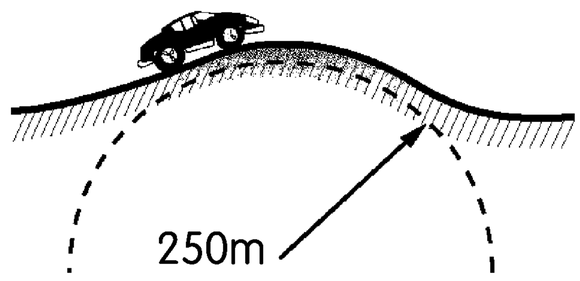
5.一輛汽車在彎道半徑為 R 的水平路面上行駛，輪胎與路面的靜摩擦係數為 μ，若欲使車子不向外側滑，則車子沿彎道行進之最大速率為_____。答：$\sqrt{ugR}$

6.一人騎車繞半徑 10m，做週期 2π 秒之等速率圓周運動，則車身傾斜與鉛垂線之夾角為 _____。($g=10m/s^2$) 答：45°

7.如圖，已知一小物體 A 和圓筒牆之間的靜摩擦係數為 0.30，則使物體 A 一直維持與牆接觸的最低速率 v＝？m/s。答：3.8

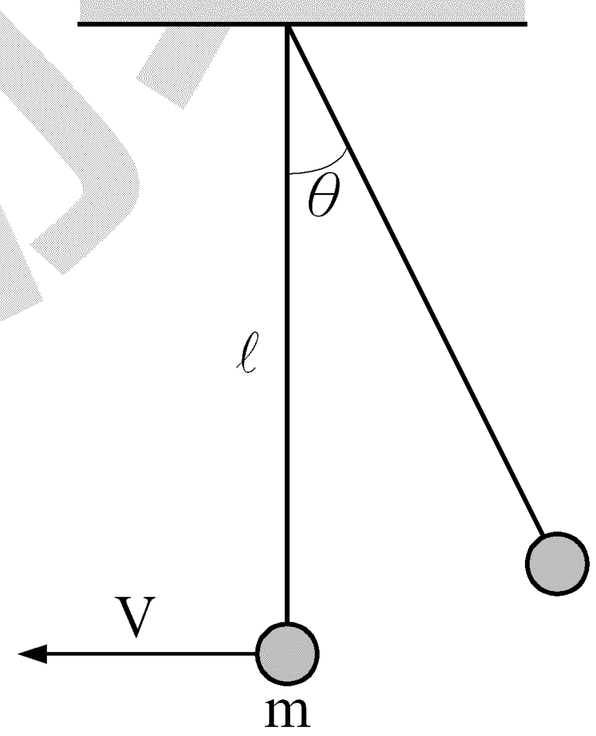


例88. 一特技演員駕駛一汽車凌越一山峰，地勢的剖面圖如圖所示，山峰的表面近似於半徑爲 250 公尺的圓，試求車速最大不能超過多少，汽車方能保持一直與地面接觸？(g＝$10\,m/s^2$)答：50m/s

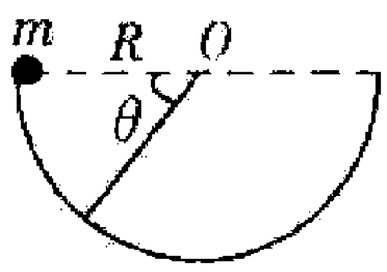


例89. 一單擺之擺錘質量爲 m(繩重不計)，擺長爲 ℓ，在
(1)最大擺角 θ 時繩之張力大小爲何？
(2)此時沿切線方向之加速度大小爲何？
(3)若擺錘運動至最低點時速率爲 V，繩之張力大小爲何？

答：(1) $mg\cos\theta$ ；(2) $g\sin\theta$ ；(3) $mg+\dfrac{mV^2}{\ell}$



例90. 類 1.半徑 R 之碗如右圖，質量 m 之石自由滑下，碗面光滑，今滑下 θ 角時，速率=？法線加速度=？切線加速度=？碗壁給石之力=？答：$V=\sqrt{2gR\sin\theta}$ ；$a_N=2g\sin\theta$ ；$a_T=g\cos\theta$ ；$N=3mg\sin\theta$



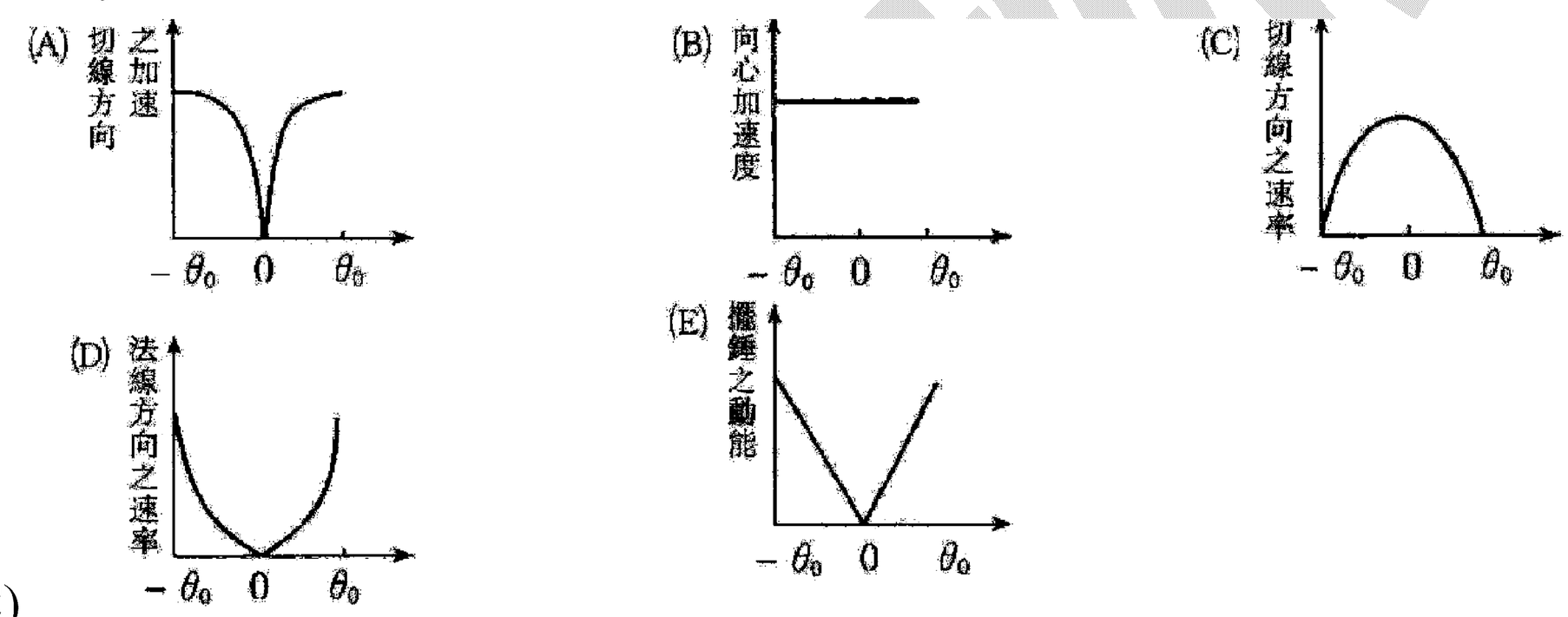
吳錫玠物理

※家庭作業

1.一物體沿一圓弧軌道自上端以等速率下滑，則下列敘述何者正確？ (A)物體與軌道間的摩擦力量值不變 (B)物體所受的合力為零 (C)因等速率下滑，故物體動量守恆 (D)物體所受的合力量值不變，但方向改變 (E)物體的水平速度不變。【日大】答：(D)

2.一單擺擺長為 0.5m，擺錘受重力作用在鉛直面上作來回的擺動。當擺角為 30° 時，測得擺錘的速率為 1.5m/s，求擺錘的(1)向心加速度(2)切線加速度(3)總加速度。
答：(1)4.5m/s、(2)4.9m/s^2、(3)6.65m/s^2，方向與水平夾約 47.5°

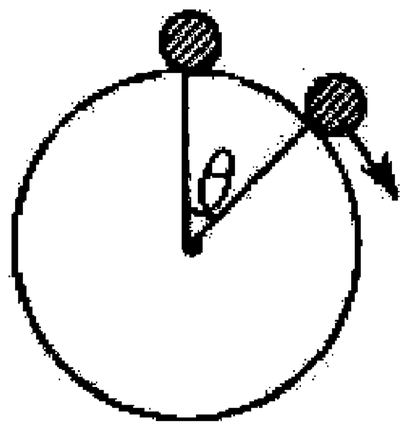
3.下列各圖表示一單擺的各種物理量對擺角θ(擺與鉛直線所成的角)之關係，設最大擺角為 θ_o，則何者正確？答：



(A)(C)

4.有一外殼光滑之固定大圓球，一質量 m 的小鋼球自圓球頂由靜止自由下滑，當鋼球與球心之連線鉛直線夾 37° 時，鋼球與圓球之互相作用力為若干？答：$\frac{2}{5}mg$

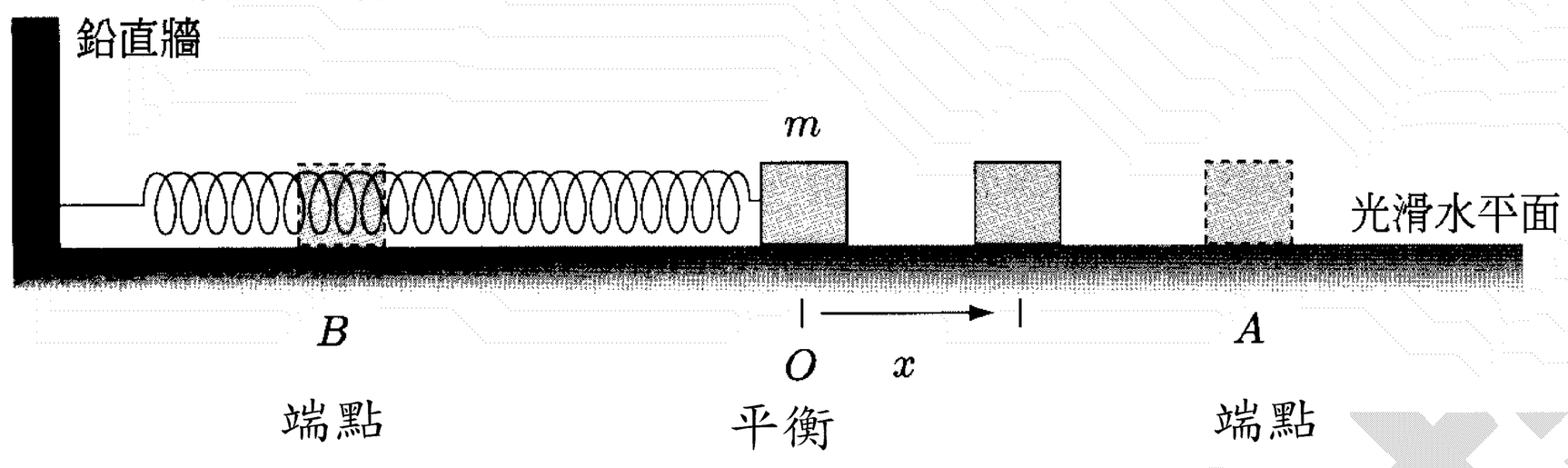
5.一質點自光滑之球頂自由滑下，如圖，則離開球面時之θ角為若干？
答：$\cos^{-1}\frac{2}{3}$



6.一飛機做鉛垂面圓周運動，最高點時駕駛員覺得失重，若圓半徑為 R，則(1)最高點之速度為？(2)若等速率，則最低點時，機艙予人的作用力=？(人質量 m)答：(1)$\sqrt{gR}$；(2)2mg

觀念八　簡諧運動(Simple Harmonic Motion)

一、簡諧運動之相關各物理量：



(1)平衡點：簡諧運動的平衡點，指的是物體在作往返運動(振盪)的過程中受力合力為零的位置，也是整個振盪過程的中點(上圖中之 0 點)。不管物體的振盪的幅度(振幅)多大，都會以這點為中心，上下(或左右，或斜方向)振盪。要找平衡點的位置很容易，因為它也是當物體靜止下來時，受力合力為零的點(位置)。

(2)端點：簡諧運動的端點，指的是物體在作往返運動(振盪)的過程中速度為零的位置，也是在整個振盪路徑兩端的位置(上圖中之 A、B 兩點)。它同時也是物體在運動過程中受力最大的位置，由於物體在端點受力最大，因此加速度也最大。

(3)週期：簡諧運動的週期，指的是物體在振盪的過程中來回一次所需要的時間，也是物體完成一次振盪，再度週而復始的所需的時間，簡諧運動的週期是跟它的振幅無關的。

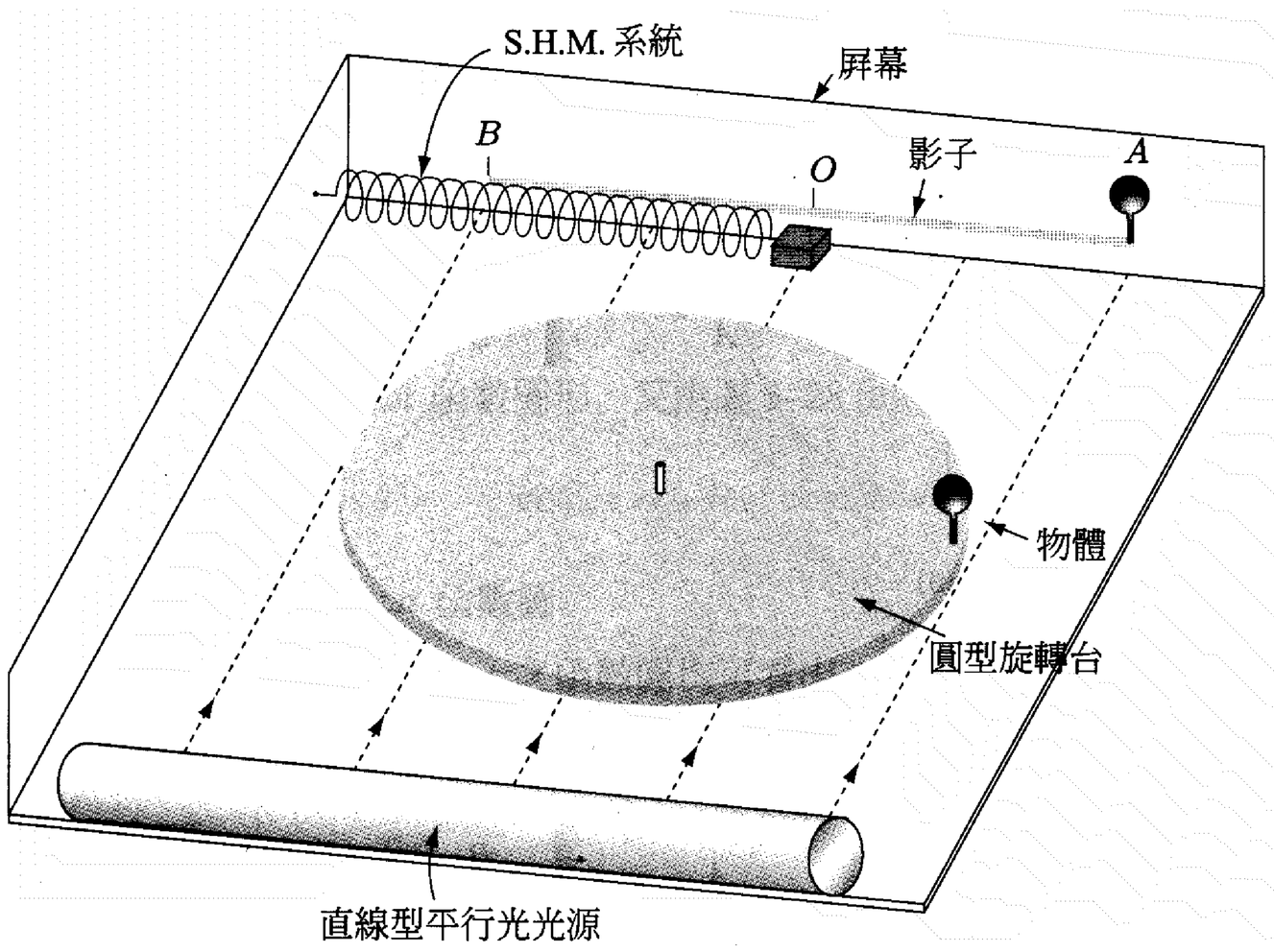
(4)振幅：簡諧運動的振幅，指的是物體在振盪的過程中振盪的幅度。這個振盪的幅度是由中心點(即平衡點)算起，到最旁邊(即端點)的距離，簡諧運動的振幅多大是由它的起始條件來決定。例如一個彈簧簡諧運動從靜止的位置(即平衡點)往旁邊拉多大的距離放手，它的振幅就是多大，也就是說要找一個簡諧運動的振幅，只要找到它的平衡點(合力為零的點)，再找到它的端點(速度為零的點)，此兩點之間的距離即為振幅。要注意到的是，一個簡諧運動的振幅會影響到它的最大速率，但並不會影響到它的週期。

(5)位移：簡諧運動的位移，除非特別指明，不然都是以平衡點為其初位置，亦即在這種來回振盪的運動，所謂的位移都是從平衡點量起的，這點與直線運動的位移定義有所不同。

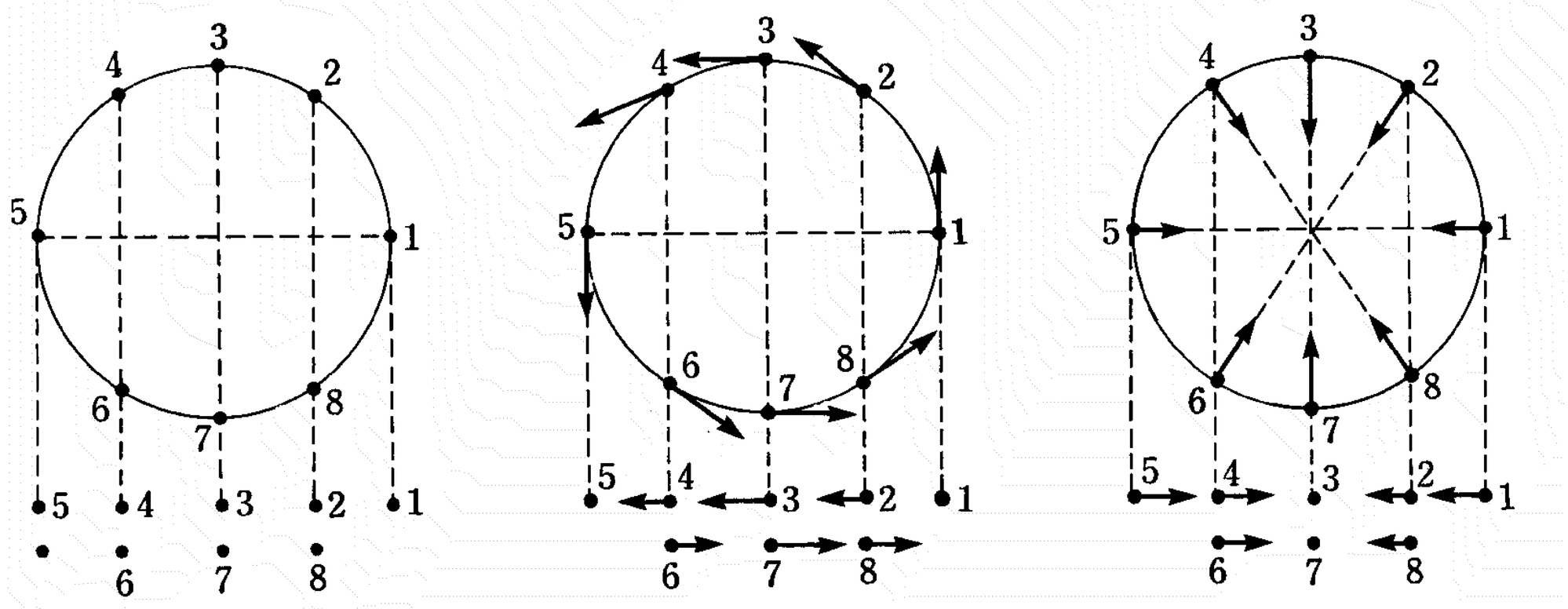
二、撿鞋運動是圓周的投影

1. 簡諧運動與參考圓圓周運動的關係：

(1)裝置：



(2)各物理量之投影：

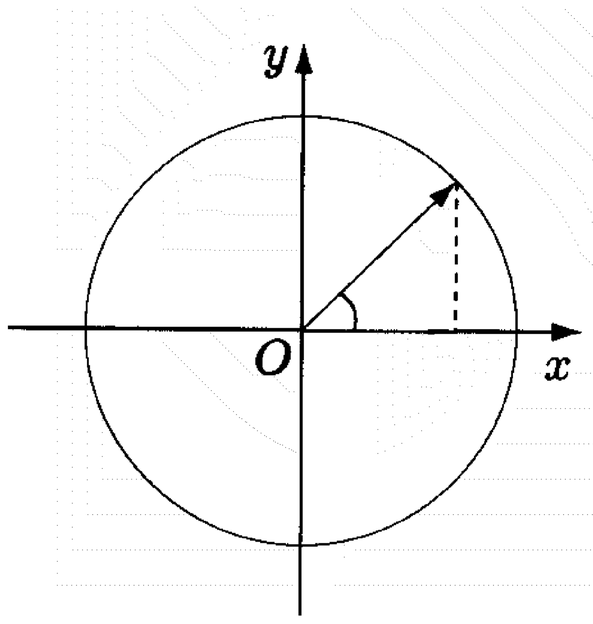


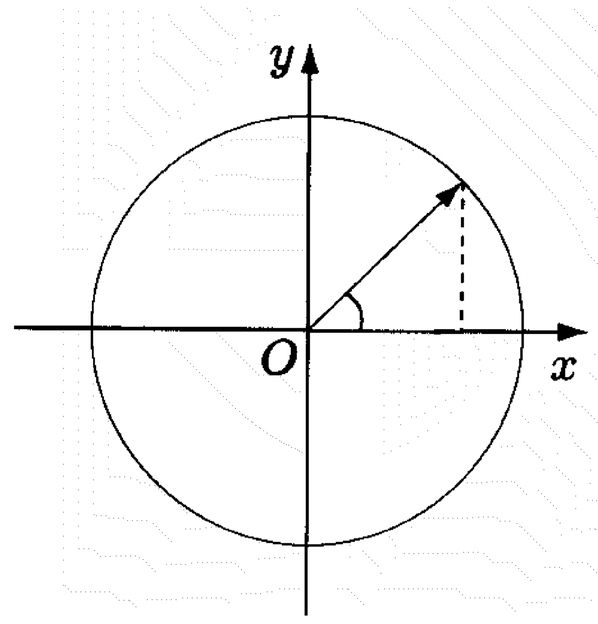
(a)位置　(b)速度向量　(c)加速度向量

三、 S.H.M(簡諧運動)之運動公式：

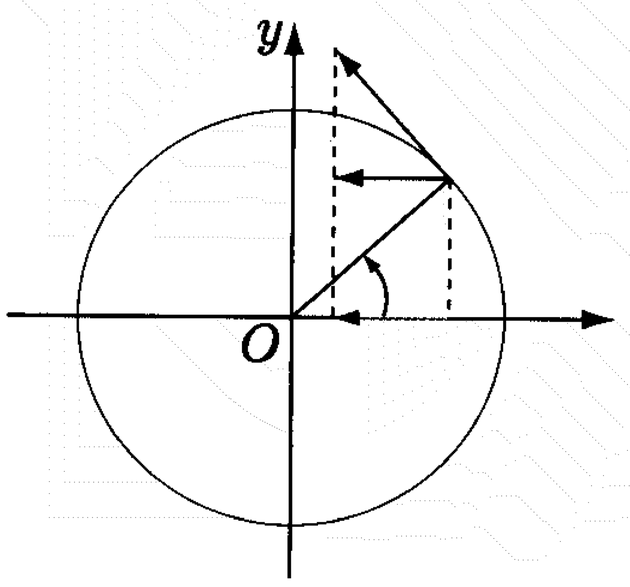
投影在 x 軸上　　投影在 y 軸上

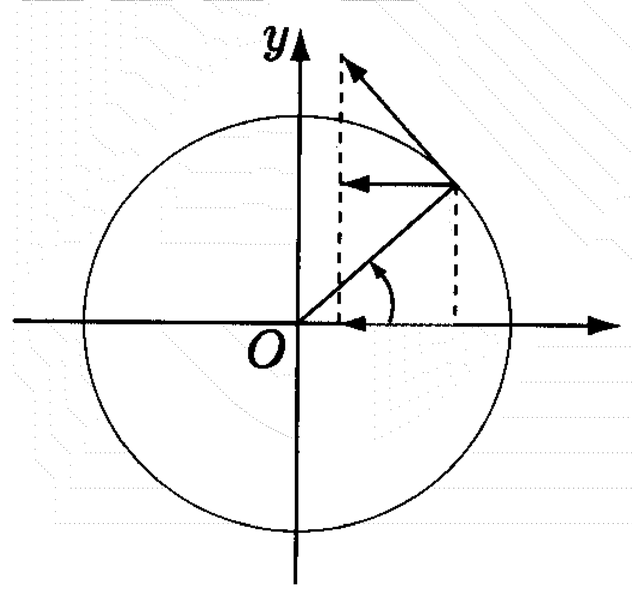
(1)位置：



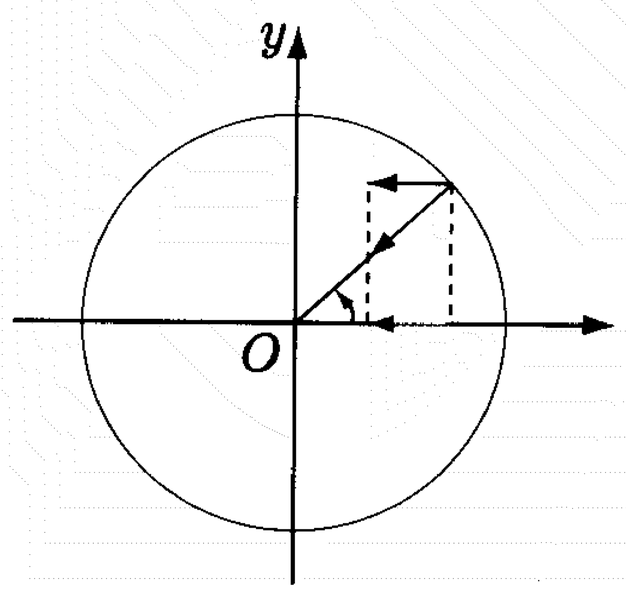


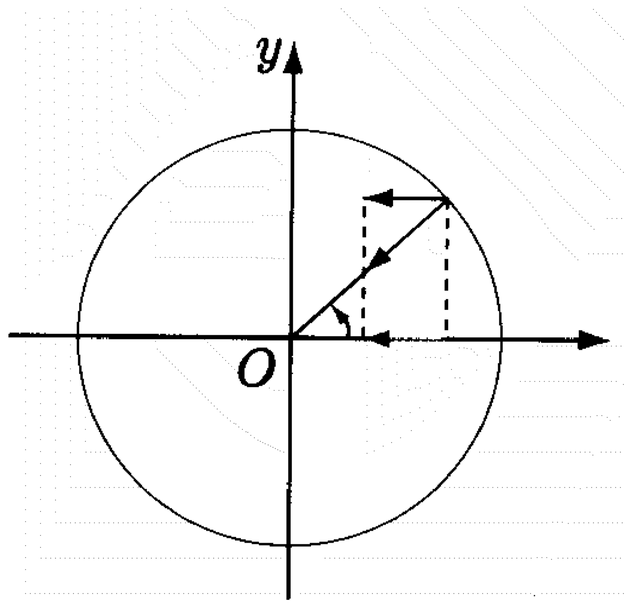
(2)速度



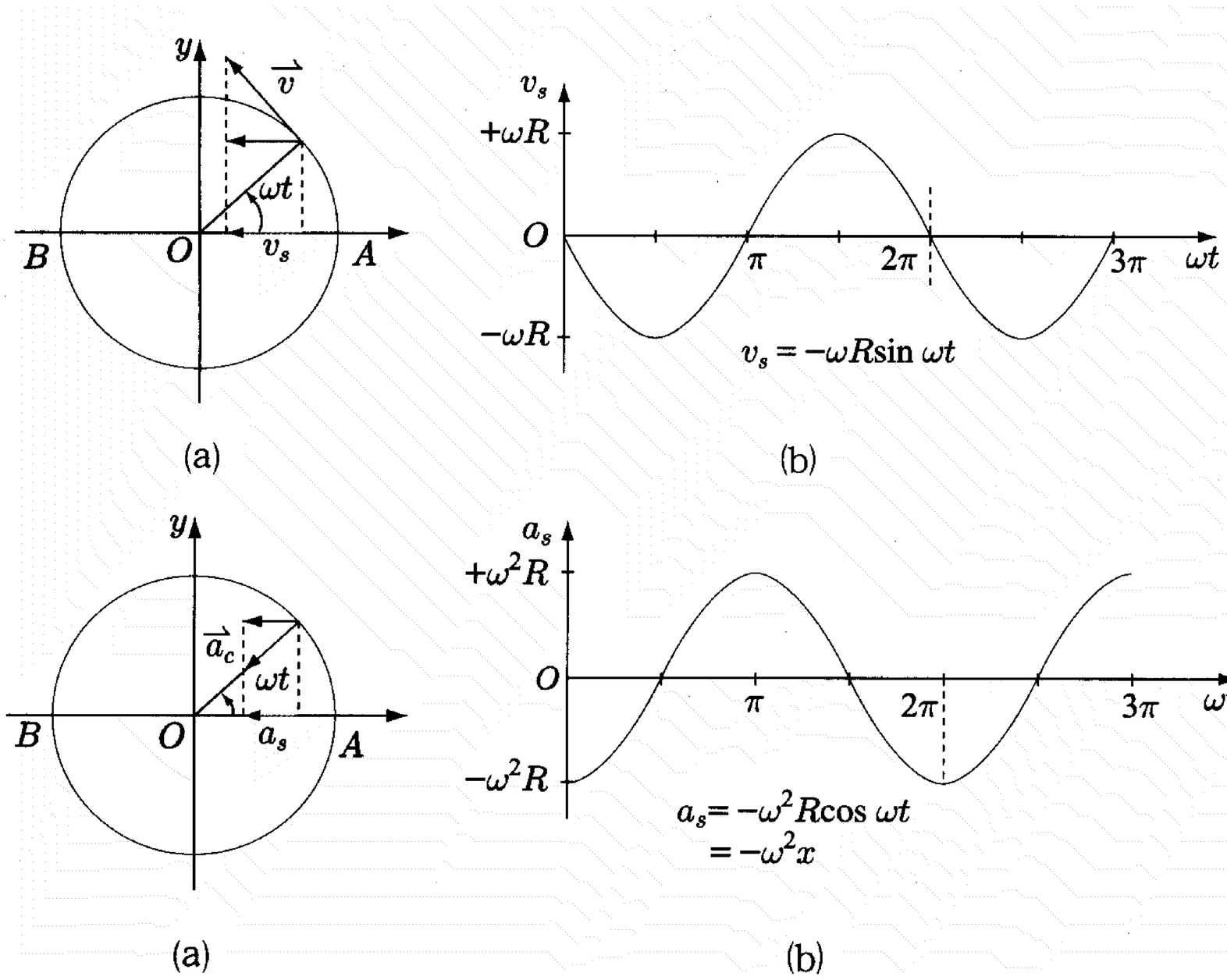


(3)加速度：





四、S.H.M.之函數圖形：



五、彈簧簡諧運動之週期：

由 $\begin{cases} x = R\cos\theta \\ a_x = -R\omega^2\cos\theta \end{cases} \Rightarrow a_x = -\omega^2 x$

再由 $\begin{cases} \text{虎克定律} F = -kx \\ \text{牛頓定律} F = ma \end{cases} \Rightarrow a = -\dfrac{k}{m}x$

合併上列兩式，可得 $\omega^2 = \dfrac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

$\therefore T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

六、求 Δt

1. 簡諧運動是一種變加速度運動，無法利用等加速度公式求出 Δt
2. 因為簡諧運動是等速圓周運動的投影，可利用角位移求時間

$\Rightarrow \Delta t = T \cdot \dfrac{\Delta\theta}{2\pi}$

例91. 有關質點作簡諧運動之敘述何者正確？ (A)質點作直線運動 (B)質點作週期運動 (C)質點受定力作用 (D)加速度方向恒指向平衡點 (E)質點加速度量值最大時，速率最大。答：(A)(B)(D)

例92. 在簡諧運動中：(A)速率最大時，加速度亦最大 (B)速率最大時，加速度為零 (C)速率為零時，加速度亦為零 (D)速率為零時，加速度為最大 (E)位移最大時，加速度亦最大。答：(B)(D)(E)

※家庭作業

1.下列有關「簡諧運動」的敘述，何者正確？ (A)屬於變加速度直線運動 (B)物體至平衡點的距離與加速度成正比 (C)動量對位置的函數圖形為橢圓 (D)週期與振幅的大小無關 (E)運動至平衡點時，加速度為零。答：全

2.當一物作簡諧運動時，其加速度之絕對值，在每次運動路徑端點處為：(A)零 (B)一極小值 (C)一極大值 (D)無窮大 (E)極小值與極大值之平均。【70 夜大】答：(C)

3.下例哪一種運動具有切線加速度？ (A)鉛直上拋運動 (B)鉛直面之等速圓周運動 (C)斜拋運動 (D)簡諧運動 (E)在太空中之靜止物體爆炸成兩塊小物體後，各物之運動。答：(A)(C)(D)

4.火星表面上的重力加速度比地球表面上為小。下列有關在地球和火星表面上各種物理現象的敘述，哪些正確?

(A)繩長相同的單擺做小幅度擺動的週期相同

(B)同一個質量-彈簧系統垂直懸掛，作簡諧振動的週期相同。

(C)同一個物體完全沒入水中所受的浮力相同

(D)同一個物體所受的大氣浮力相同

(E)氫原子的游離能相同【93 指考】

例93. 一質點做 S.H.M.週期 1 秒，振幅 2 公尺，則其在
(1)端點之速率，加速度大小？
(2)在平衡點之速率與加速度大小各若干？答：(1) $8\pi^2$ m/s^2；(2) 4π m/s；0

例94. 若一 S.H.M.其最大速率爲 4m/s 而最大加速度大小爲 $4\,m/\sec^2$，則此振盪之週期及振幅各若干？答：T= 4π 秒；R=4 公尺

※家庭作業

1.某物體在光滑水平面上作 S.H.M.，若其最大速率爲 v_0，週期爲 2π，則其最大加速度量值爲多少？ (A)v_0 (B)$\sqrt{2}\,v_0$ (C)$\dfrac{v_0}{2\pi}$ (D)$\dfrac{v_0}{\pi}$。答：(A)

2.某次地震時，一建築物在水平面上沿一直線作簡諧運動，其振幅爲 0.120 m，週期爲 0.50 s，則：
(1)此建築物之最大加速度量值爲何？
(2)當建築物離開平衡點 0.060 m 時的速率爲何？答：(1)20 (m/s^2)；(2)1.4(m/s)

3.地震時，如果地面運動的加速度太大，地面上的建築物會被破壞。某建築物可以承受的最大地面水平加速度爲 0.32g，假設地震時，該建築物基地的運動可視爲水平簡諧運動，則角頻率爲 5.6 弧度/秒的地震發生時，此建築物可承受的最大地面水平振幅爲公分。【89 日大】答：10

例95. 一物體作簡諧運動，其振幅為 15cm，且頻率為 4Hz，求：
(1)速率及加速度最大值。
(2)當物體離開平衡位置 9cm 時之速度及加速度。
答：(1)120π cm/s；$960\pi^2$ cm/s^2；(2)96π cm/s；$576\pi^2$ cm/s^2

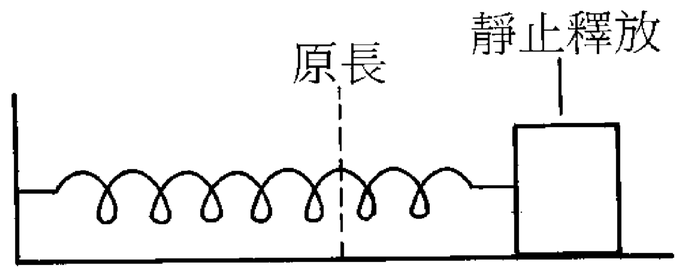
例96. 質點在 x=0 與 x=40cm 之間作 S.H.M.，若通過 x=10cm 位置時，加速度為 $40\,cm/\sec^2$，則此瞬時，質點之速度為若干 cm/s？答：$20\sqrt{3}$

例97. 一作 S.H.M.之質點，當其距平衡點 8.0cm 時，其速度為 6.0cm/sec，當其距平衡點 6.0cm 時，其速度為 8.0cm/sec。試求：(1)週期？(2)振幅？(3)最大速率？最大加速率？(4)距平衡點 5.0cm 時，其速率？加速度大小？
答:(1)2π 秒;(2)10cm;(3)$v_o = 10cm/s$；$a_o = 10cm/s^2$;(4)$v = 5\sqrt{3}cm/s$；$a = 5cm/s^2$

吳錫玠物理

※家庭作業

1.某物體置於光滑水平面上，與彈簧的一端相連接，今於原長處拉動一段距離(在彈性限度內)後釋放，則在物體尚未通過原長處時： (A)伸長量愈小，彈力變小，所以速率變小 (B)承(A)，加速度量值變小 (C)作變加速度運動 (D)運動至原長處和釋放處中點時，速率為最大速率的$\frac{1}{2}$倍 (E)承(D)，加速度量值為最大加速度量值的$\frac{1}{2}$倍。答：(B)(C)(E)



2.一物作 S.H.M.，其最大速率為 1.0m/sec，振幅 10cm，當其距平衡點 8cm 時，其速度？加速度？振動週期？答：0.6m/s；8m/s^2；$\frac{\pi}{5}$秒

3.若 S.H.M.之週期 T，振幅 R，當 x=(1)R；(2)$\frac{R}{2}$；(3)$\frac{\sqrt{3}}{2}$R 之速度及加速度？

答：(1)$v_x=0$；$a_x=\frac{4\pi^2R}{T}$；(2)$v_x=\frac{\sqrt{3}\pi R}{T}$；$a_x=\frac{2\pi^2R}{T}(3)v_x=\frac{\pi R}{T}$；$a_x=\frac{2\sqrt{3}\pi^2R}{T}$

4.一彈簧鉛直繫於天花板下，且下端繫一木塊並作簡諧運動，當木塊離平衡點的位移量值為最大位移量值的$\frac{3}{5}$時，其加速度量值為最大加速度量值的？倍。答：$\frac{3}{5}$

5.一彈簧一端固定，一端繫一物體在光滑的水平面上作簡諧運動，當物體離平衡點為振幅之半時。速度為最大速度的若干倍？答：$\frac{\sqrt{3}}{2}$

6.某物體作簡諧運動，當位移量值為 8 公尺時，速率為 3 公尺/秒；位移量值為 6 公尺時，速率為 4 公尺/秒，則其大加速度量值為？m/s^2。答：2.5

7.一作 S.H.M 之質點，當其距平衡點 16cm 時，其速度為 12cm/s，當其距平衡點 12cm 時，其速度為 16cm/s，則其週期為何？答：2π 秒

例98. 一彈簧振子作簡諧振動，周期為 T，

(A)若 t 時刻和 $(t+\Delta t)$ 時刻振子運動位移的大小相等、方向相同，則 Δt 一定等於 T 的整數倍

(B)若 t 時刻和 $(t+\Delta t)$ 時刻振子運動速度的大小相等、方向相反

(C)若 Δt =T，則在 t 時刻和 $(t+\Delta t)$ 時刻振子運動加速度一定相等

(D)若 Δt =T/2，則在 t 時刻和 $(t+\Delta t)$ 時刻彈簧的長度一定相等

【1995 大陸高考】答：(C)

例99. 一質點作 S.H.M.之週期為 T，振幅為 R，當此質點自距離平衡點 $-\frac{R}{2}$ 處移動至 $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ 處，所需之時間可能為 (A) $\frac{5}{24}T$ (B) $\frac{5}{12}T$ (C) $\frac{11}{24}T$ (D) $\frac{13}{24}T$ (E) $\frac{19}{24}T$ 。

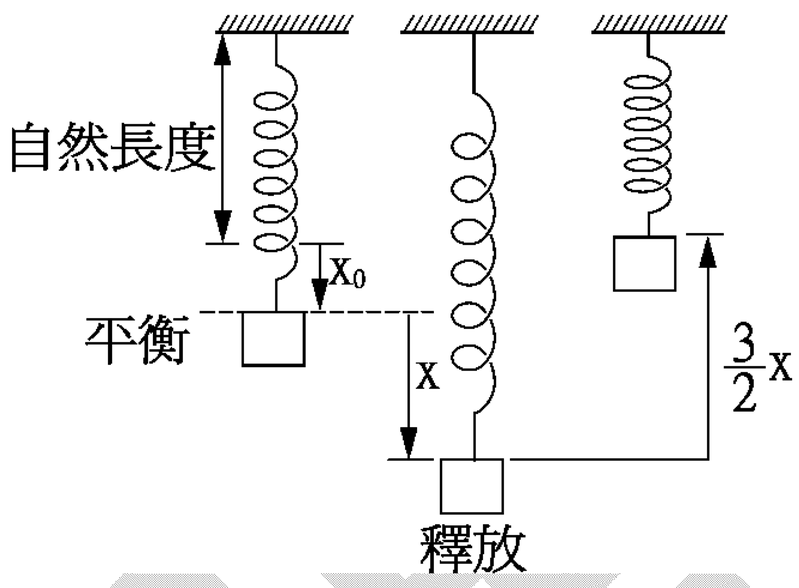
答：(A)(C)(D)(E)

例100.某質點作 S.H.M，已知其質量為 m，最大加速度量值為 a_o ，今由端點經過 $\frac{1}{6}$ 週期時，其所受之恢復力量值為若干？答：$\frac{ma_o}{2}$

吳錫玠物理

※家庭作業

1.在鉛直懸吊的彈簧下端掛一質量 m 的物體，伸長 x_0 而平衡，今由平衡位置下拉 x 的距離後釋放，如右圖，則物體上升 $\frac{3}{2}$x 歷時多久？答：$\frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{x_0}{g}}$



2.一物作簡諧運動，週期為 4 秒，最大加速度量值為 $2m/s^2$。則此物自端點開始運動後第 6 秒之瞬時加速度量值為何？答：$2m/s^2$

3.一物體作簡諧運動，週期為 T，其速率由最大值變為最大值的一半，至少須費時多少？答：T/6

4.當 S.H..M.，T=π秒，t=0 時質點在平衡點，則 t=$\frac{\pi}{8}$時(A)位移為振幅的幾倍？(B)速率為最大速率的幾倍？(C)加速度為最大加速度幾倍？

答：(A) $x=\frac{\sqrt{2}}{2}R$ (B) $v_x=\frac{\sqrt{2}}{2}v_o$ (C) $a_x=\frac{\sqrt{2}}{2}a_o$

5.某物作簡諧運動，週期 6 秒，振幅 R，當 t=0 時，位移為 0，而速度為正，則在何時其位移為 $-\frac{\sqrt{3}R}{2}$？(A)3 秒 (B)4 秒 (C)5 秒 (D)7 秒 (E)10 秒 。答：(B)(C)(E)

6.S.H.M.之週期為 T，當 t=0 時 x=0，則當：(1)由平衡點運動向端點 x=$\frac{R}{2}$ (2)由端點運動向平衡點 x=$\frac{R}{2}$ 所須之最少時間各若干？答：(A) $\frac{T}{12}$ (B) $\frac{5T}{12}$

7.某物體由平衡點開始作簡諧運動，當動能減半時，所經歷的最短時間是週期的？倍。

答：$\frac{1}{8}$

觀念九　簡諧運動方程式

一、簡諧運動方程式

由 71 頁可得

1. 等速圓周運動在 x 軸的投影

$$x = R\cos\theta = R\cos(\omega t + \theta_o)$$

$$v_x = -v_o \sin\theta = -v_o \sin(\omega t + \theta_o) = -\omega R \sin(\omega t + \theta_o)$$

$$a_x = -a_o \cos\theta = -a_o \cos(\omega t + \theta_o) = -\omega^2 R \cos(\omega t + \theta_o)$$

2. 等速圓周運動在 y 軸的投影

$$y = R\sin\theta = R\sin(\omega t + \theta_o)$$

$$v_y = v_o \cos\theta = v_o \cos s(\omega t + \theta_o) = \omega R \cos(\omega t + \theta_o)$$

$$a_y = -a_o \sin\theta = -a_o \sin(\omega t + \theta_o) = -\omega^2 R \sin(\omega t + \theta_o)$$

二、三角函數的微分：

三角函數的微分規則與多項式並不相同，三角函數的微分規則為：

$$\begin{cases} \sin \xrightarrow{\text{微分}} \cos \\ \cos \xrightarrow{\text{微分}} -\sin \end{cases}$$

同時還必須將 sin 或 cos 右方的函數微分一次，乘到左方

【例】若 $x = 8\cos(\frac{\pi}{5}t)$，則

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[\,8\cos(\frac{\pi}{5}t)\,] = [\,\frac{d}{dt}(\,\frac{\pi}{5}t\,)]\times[\,-8\sin(\frac{\pi}{5}t)\,] = -\frac{8}{5}\pi\sin(\frac{\pi}{5}t)$$

三、飛機在三萬三千呎的高空飛行，擴音機忽然緊急通知：「旅客們請注意，旅客們請注意，你們當中有沒有誰是醫生，請馬上到駕駛艙來。」

一名旅客站了起來，趕忙往駕駛艙走去。

五分鐘以後，擴音機再度響起：「旅客們請注意，旅客們請注意，你們當中有沒有誰是飛行員，請馬上到駕駛艙來。」

吳錫玠物理

例101.一質點做 S.H.M.，若振幅 R，週期 T，當 t=0 時質點在平衡點（x=0），則 t=t 時其 (A)位移 (B)速度 (C)加速度爲若干？

答：(A) $x = R\sin(\frac{2\pi}{T}t)$ (B) $v_x = \frac{2\pi R}{T}\cos(\frac{2\pi}{T}t)$ (C) $a_x = -\frac{4\pi^2 R}{T^2}\sin(\frac{2\pi}{T}t)$

例102.某物體作簡諧運動，若其速度與時間的關係爲 $v = -\frac{8\pi}{5}\sin(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{6})$ cm/s，式中 t 以秒計，則 (A)振幅爲 16cm (B)週期爲 10 秒 (C)最大速率爲 1.6π cm/s (D)t=5 秒之加速度爲 $\frac{4\sqrt{3}}{25}\pi^2\ cm/s^2$ (E)距平衡點 4 公分時速率爲 $\frac{4\sqrt{3}}{5}\pi$ cm/s (F)第二次通過平衡點的時間爲 $\frac{20}{3}$ 秒。【83 夜大改】答：(B)(C)(D)(F)

例103.一質點作 S.H.M.之位置與時間函數關係於 M.K.S.制可表爲 $x = 2\cos(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6})$，求 (a)開始計時瞬間質點位置？(b)開始計時瞬間，質點之瞬時速度？(c)運動過程中，加速度之最大量值若干？(d)此運動之週期若干？

答：(a) $\sqrt{3}$ m；(b) $-\frac{\pi}{3}$ m/sec；(c) $\frac{2\pi^2}{9}$ m/sec^2；(d) 6 sec

※家庭作業

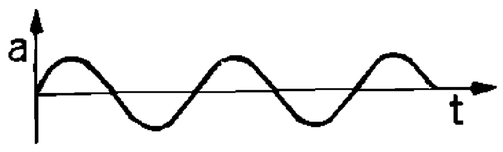
1.物體作簡諧運動，若其位置時間函數為 $x=20\sin(\frac{\pi}{4}t+\frac{\pi}{3})$ 公分，t 以秒計，求：

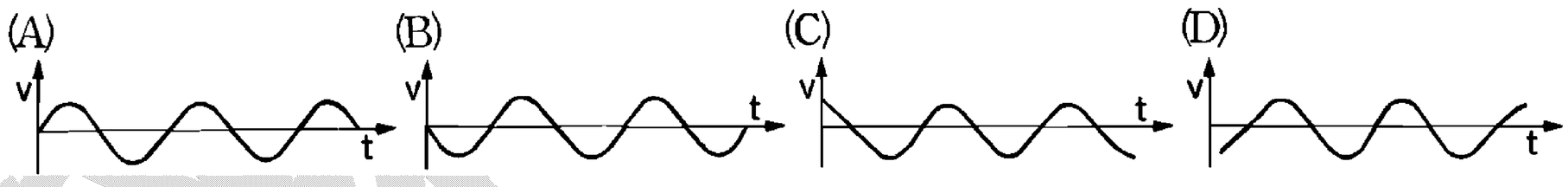
(1)物體在一半振幅處之加速度大小？(2)t=4.0 秒至 t=6.0 秒之位移為多少？

答：(1) $\frac{5}{8}\pi^2$ cm/s^2；(2) $-10+10\sqrt{3}$ cm

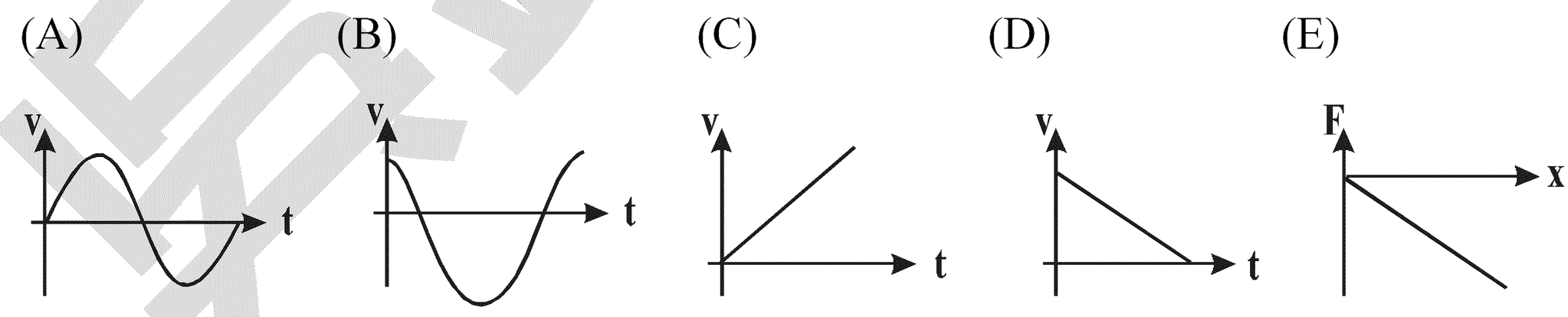
2.一物作 S.H.M.其位置與時間之關係為 $x=5\sin(2t+\frac{\pi}{6})$，單位 x：公分，t：秒，則 (A)t=0 時，則 x=2.5 公分 (B)t=0 時，加速度為－10 公分／秒 2 (C)t= $\frac{\pi}{6}$ 秒時，速度為 0 (D)第二次通過平衡點的時間為 t= $\frac{12\pi}{11}$ 秒 (E)整個運動過程中，法線加速度皆為 0。答：(A)(B)(C)(E)

3.若一物體作簡諧運動，其 a-t 圖如右，為其函數為正弦函數，則其 v-t 圖為下列何者？答：(D)





4.下列各種關係圖，何者可表示簡諧運動？設 F 表淨力，a 表加速度，v 表速度，x 表位移，t 表時間。 答：(A)(B)(E)



5.有關簡諧運動之敘述何者正確？ (A)質點的位移在 R 與－R 之間作週期性的變化；R 為振幅 (B)為變加速度的曲線運動 (C)速度與位移的關係圖為橢圓 (D)加速度與速度的關係圖為橢圓 (E)加速度與位移的關係圖為正弦曲線。答：(A)(C)(D)

觀念十　簡諧運動的應用

從力學的角度看簡諧運動：物體受力符合簡諧運動的定義即為簡諧運動

(一) 簡諧運動的定義：

一般而言，一物體只要是一直重複地在兩個定點之間來來回回地往返運動，就有可能是在作簡諧運動，但是我們對簡諧運動有比較嚴格的定義，即所謂的簡諧運動，為：

一物體在運動時，其位置與受力(合力)有下列的關係時，就稱物體所作的運動為簡諧運動：

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

其中 $\vec{F}$ 為物體所受外力的合力，k 為某常數(不一定是要彈力常數)，$\vec{x}$ 為由平衡點算起之位移(精確一點地說應該是以平衡點為原點的「位置向量」)，而平衡點指的是物體所受的合力等於零的位置。

也就是說，要確定物體是在作簡諧運動，須按下列之步驟來確認：

①要先找到物體受力合力為零的位置(平衡點)

②找到物體離開平衡點某一距離 x 時物體所受的外力 F，而此外力 F 與 x 須有下列的關係：

大小：$F \propto x$ 外力的大小與離開平衡點的距離成正比

方向：時時指向振盪的中點(即平衡點)

(二) 簡諧運動的週期：

由 $\vec{F} = -k\vec{x} \Rightarrow \vec{F} + k\vec{x} = 0 \Rightarrow m\vec{a} + k\vec{x} = 0 \Rightarrow m\dfrac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$

上式為一個 x 的二階微分方程式，經過一些複雜的計算(此計算不在高中課程範圍內)可解得簡諧運動的週期

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

上式適用於所有能符合 $\vec{F} = -k\vec{x}$ 關係式的運動，不一定是要彈簧的簡諧運動，而 k 之值須由物體受力情況來求得。

(三)甲:[我女朋友和我同班，我們是班對]

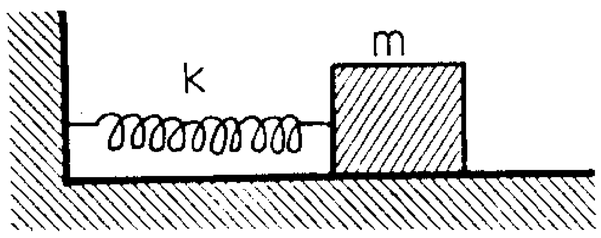
乙:[我女朋友是系上的學妹, 我們是系對]

丙:[我女朋友是歷史系的，我們是校對]

甲、乙、丙問丁:『那你呢？』

丁:[我女朋友是美國人，我們是國家代表隊啦！]

例104.一彈簧 k=4Nt/m 繫質量 1kg 之物於一端，另端固定在牆上，使在光滑水平面上做 S.H.M.且振幅 2m，則：(1)振盪週期？(2)最大速率？(3)最大加速度？(4)當距平衡點 1m 時之速率，加速度？(5)由平衡點起位移 1m 所需最少時間？(6)由端點起位移 1m 所需最少時間？

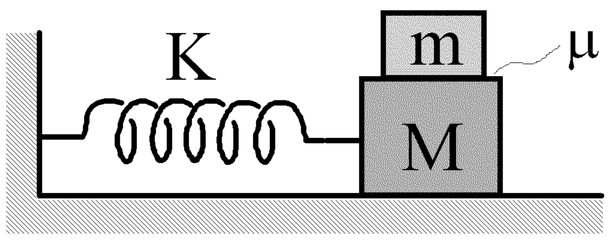


答：(1) π 秒；(2)4m/s；(3)8m/s^2；(4) $2\sqrt{3}$ m/s，4m/s^2；(5) $\frac{\pi}{12}$ 秒；(6) $\frac{\pi}{6}$ 秒

例105.若有一小物體懸掛於鉛直輕彈簧 A 的下端時，其振動週期爲 t；改掛於鉛直彈簧 B 的下端時，振動週期變成 T。今將兩彈簧串聯後再吊該物體，則振動週期變爲若干？

答：$\sqrt{t^2+T^2}$

例106.簡諧運動裝置如右圖，若 m 與 M 間之摩擦係數爲 μ，彈簧之彈力常數爲 K，m 置於 M 上不滑動，地板光滑，則：(1)此系統做簡諧運動的週期爲？(2)最大振幅爲？(3)最大速度爲？(4)最大加速度爲？答：(1) $2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$ (2) $\frac{\mu g(M+m)}{k}$ (3) $\mu g\sqrt{\frac{M+m}{k}}$ (4) μg

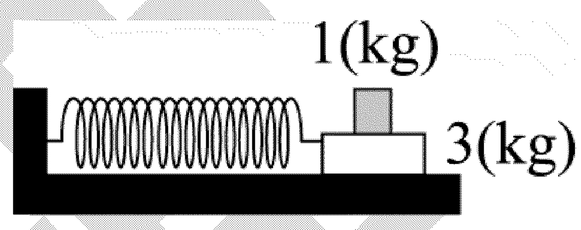


吳錫玠物理

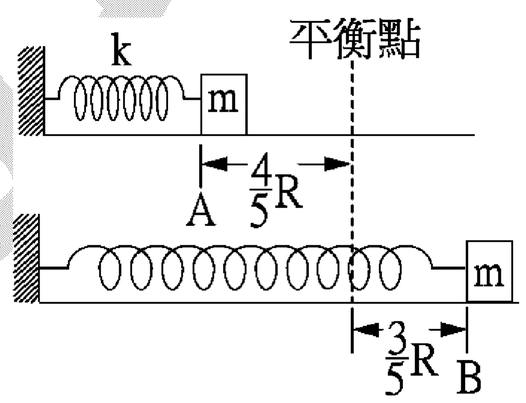
※家庭作業

1.有一物連接於彈簧的一端，在光滑水平面做簡諧運動，若欲使其週期變爲原來的兩倍，則應 (A)將物的質量變爲原來的兩倍 (B)將同樣的彈簧四條加以並聯 (C)將同樣的彈簧四條加以串聯 (D)將振幅變爲原來的兩倍。【82 夜大】答：(C)

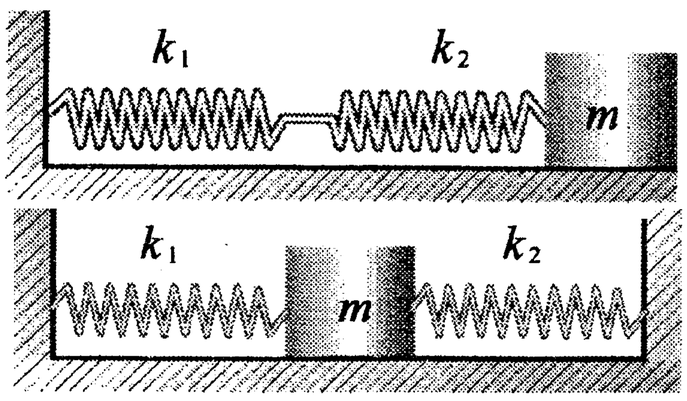
2.一塊木板（質量 3kg）與木塊（質量 1kg）受彈力作用（力常數爲 100N/m），在光滑平面上作簡諧運動，如右圖。已知木塊與木板間的靜摩擦係數爲 0.5，則在木塊靜止於木板的情況下 (1)最大振幅爲何？ (2)承上題，最大速率爲何？答：(1)0.2(m)，(2)1(m/s)



3.如附圖所示，質量 m 的物體在光滑水平面上作 S.H.M.振幅爲 R，(1)則由圖中 A 點運動至 B 點歷時最少爲？(彈簧的彈力常數爲 k)(2)彈力對物體所作之功爲？答：(1)$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$；(2)$\frac{7}{50}kR^2$

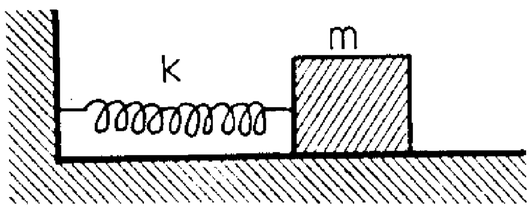


4.一質量爲 m 的物體竟至於光滑桌面上，分別與兩力常數爲 k_1、k_2 的彈簧連接，如圖(a)、(b)所示。當物體沿彈簧方向受力產生位移放手後，皆作簡諧運動，求振動的週期分別爲何? 答：(a)$2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$ (b)$2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$



5.右圖所示，光滑水平面上，彈簧力常數 k＝100N/m，一物質量 m＝1kg 壓縮 40cm 後釋放，則：(1)物體自端點起運動 20cm 所需時間爲若干秒？(2)當物體速率爲 4m/s 時，彈簧恢復力爲若干牛頓？(3)當物體速率爲 2m/s 時，彈簧恢復力爲若干牛頓？

答：(1)$\frac{\pi}{30}$秒；(2)0；(3)$20\sqrt{3}$



6.新聞報導，台灣北海岸最近出現天體營。

老婆感嘆地說：「唉！以前我也有不穿衣服的本錢呢」

老公更感嘆地說：「現在妳連穿衣服的本錢都沒有了！」

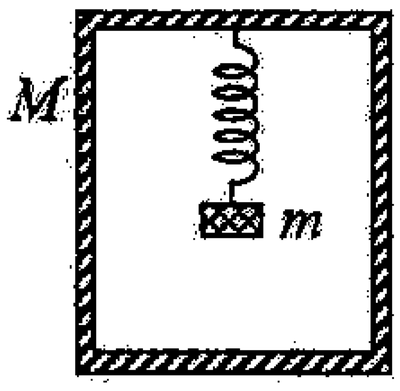
老婆：「……」

例107.木塊質量 m，靜止於水平板上，此平板一上一下作 S.H.M，振幅為 R，當達最高點時，木塊恰離板面，則

(A)週期為 $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ (B)最低點物體的加速度為 g↑(C)最低點平板對木塊的作用為 2mg↑ (D)木塊的最大速度 $\sqrt{gR}$ (E)木塊自最高點至平衡點需時 $\sqrt{\frac{R}{g}}$。

例108.在彈力常數為 2 牛頓/公尺的彈簧下端懸掛質量分別為 2 公斤及 1 公斤的物體，開始時處於靜止，若突然割斷兩者之間的連線，求 2 公斤物體所能達到的最大速度為若干？(g=9.8 m/s^2) 答：4.9m/s

例109.如圖所示，一質量 M 的箱子放在水平桌面上，在箱子內的上部，懸掛一彈簧(質量可忽略，力常數為 k)，彈簧的下端掛著一質量 m 的重物。假設即使彈簧在振盪中，重物不會碰到箱底。今不欲使整個箱子跳離桌面，則彈簧振盪的振幅不能大於_____。



【1998 奧林匹亞初選】答：$\frac{(M+m)g}{k}$

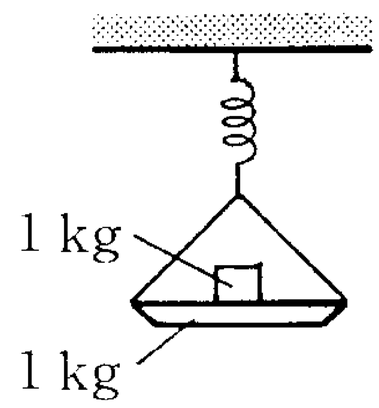
吳錫玠物理

※家庭作業

1.一枚硬幣置於一活塞的頂面，此活塞以頻率 f 及振幅 A 作鉛直方向的簡諧振動。若振幅固定，頻率由小變大，則當頻率 f 等於_____時，在活塞運動至最高點處，該枚硬幣會與活塞失去接觸。【2002 奧林匹亞初選】答：$\sqrt{\dfrac{g}{4\pi^2 A}}$

2.一慣性天平之金屬盤中，盛有$\dfrac{1}{5}$仟克物體時，其振動週期爲$\dfrac{1}{10}$秒，如改盛 1 仟克物體，則振動週期變爲$\dfrac{1}{5}$秒，金屬盤的質量等於: (A)$\dfrac{1}{4}$仟克 (B)$\dfrac{1}{5}$仟克 (C)$\dfrac{2}{3}$仟克 (D)$\dfrac{1}{15}$仟克 (E) $\dfrac{1}{3}$仟克。【76 夜大】答：(D)

3.一質量可略去之彈簧，其下掛一質量 1 仟克之托盤，如在托盤中再放一質量 1 仟克之砝碼，則托盤會較前再下降 1 厘米(如右圖)，此時突然將砝碼拿去，令托盤上、下振盪，則其振盪之頻率在下列那一範圍內？(A)小於 1.5 赫 (B)在 1.5 至 3.0 赫之間 (C)在 3 至 4.5 赫之間 (D)在 4.5 至 6 赫之間 (E)大於 6 赫。【75 日大】答：(D)

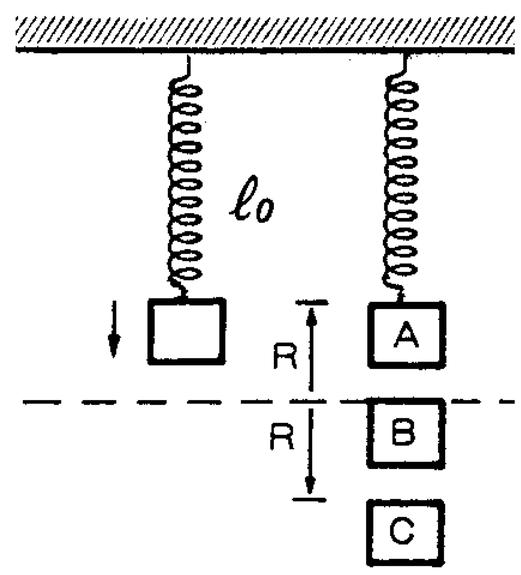


4.一彈簧上端固定，一端懸一物體後彈簧伸長 d 而停止，今把彈簧再拉長 2d 然後放手任其振動，設重力加速度爲 g，則振動之

(1)最大加速度量值爲若干？(2)最大速率爲若干？答：(1)2g；(2) $2\sqrt{gd}$

5.物體質量 m 懸於原長 ℓ_0 之彈簧下端，自原長處自由落下，在 A、B、C 三點間上下振動，如右圖所示，則：

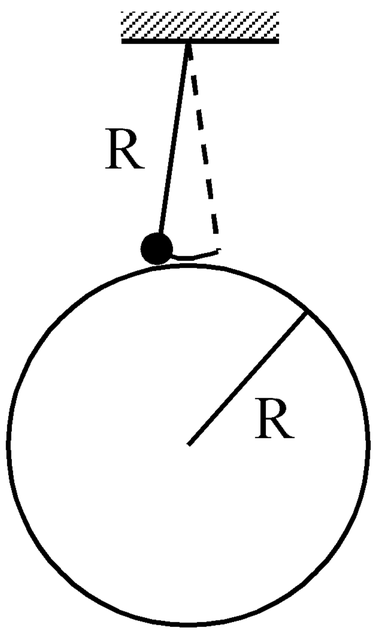
(1)平衡點位置？(2)振幅？(3)週期？(4)最大加速度？(5)最大速度？(6)將它移至月球上實驗，則以上答案不變的是？答：(1)B 點；(2)R；(3) $2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$；(4)g；(5) $\sqrt{gR}$；(6)週期,其他均改變



例110.假設物體的慣性質量和重力質量不同，又假設在一重力場強度為 g 的地方，有一個振幅很小的單擺，擺長為 ℓ ，懸掛之擺鐘，其慣性質量和重力質量分別為 m_i 和 m_g。若懸線的質量可忽略不計，則其擺動週期 T 為何？【72 年大學】答：$2\pi\sqrt{\dfrac{m_i l}{m_g g}}$

例111.一單擺，擺長為 L，置於一個等加速度下降的電梯中，其加速度 a<g，g 為地球表面處的重力加速度，則其振盪週期 T 為何？ 【84 夜大】答：$T=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g-a}}$

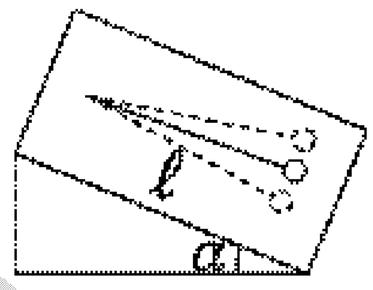
例112.設有一單擺的擺長與地球半徑 R 相同，試求此單擺在地球表面附近振動時(如右圖)的週期 T。(擺動幅角 $\theta<5^{\circ}$，地表處的重力場強度為 g) (5%) 【92 校內複賽】答：$2\pi\sqrt{\dfrac{R}{2g}}$



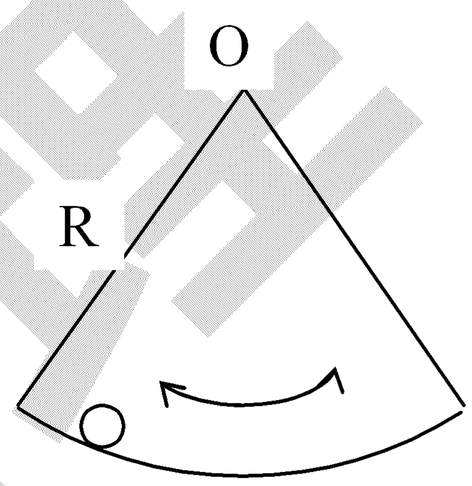
吳錫玠物理

※家庭作業

1.如附圖所示，擺長為ℓ的單擺安置在傾角為α的光滑斜面上，設重力加速度為 g，這個單擺的周期 T＝_____。答：$2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g\sin\alpha}}$



2.有一質量為 m 的質點，在一個無摩擦力、半徑為 R 的圓弧面上運動(如圖)。設重力加速度為 g，則該質點作小振幅來回運動的週期為_____。【1998 奧林匹亞初選】答：$2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$

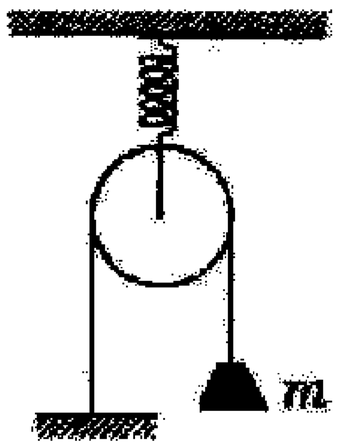


3.姐姐看妹妹快上小學一年級了，
想考考看她的九九乘法表，
於是就問了妹妹.....
姐姐：妹～來！！姐問你九九乘法表.....
姐姐：九五？
妹妹：加滿
姐姐：九八？
妹妹：當機
姐姐：七七？
妹妹：乳加巧克力
姐姐：二一？
妹妹：不怕！還有一次機會
姐姐：八七？
妹妹：水災
姐姐：那七八呢？
妹妹：ㄏㄨ～妳講髒話，罰五塊！

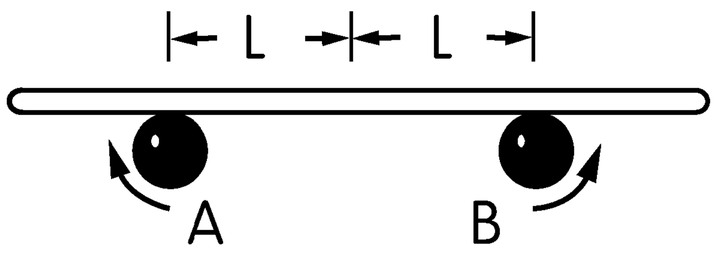
巴多物理

例113.邊長 l 之正立方體木塊浮於水面，今壓下少許後放手，其振盪週期為若干？(木塊之密度為 φ)(以上單位為 C.G.S.制) 答：$2\pi\sqrt{\dfrac{\varphi l}{g}}$

例114.如圖，滑輪光滑，彈簧之力常數 k，彈簧重及繩重、滑輪重均不計，將 m 拉下少許放手，則其振盪週期若干？答：$4\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$



例115.如圖所示，一質量 m 的均勻木板對稱平躺在兩個旋轉輪 A、B 上呈平衡狀態，此兩轉輪持續不斷地以相同的等速率但逆向轉動著，兩轉輪之軸均固定在牆上，相距 2L＝8.0 公分，轉輪的邊緣與木板的接觸面不停的滑動，其動摩擦係數 $\mu_k = 0.4$，若將木板自平衡的位置向右水平移動距離 x_o 後靜止釋放。



(1)證明木板會在水平方向上作簡諧運動。

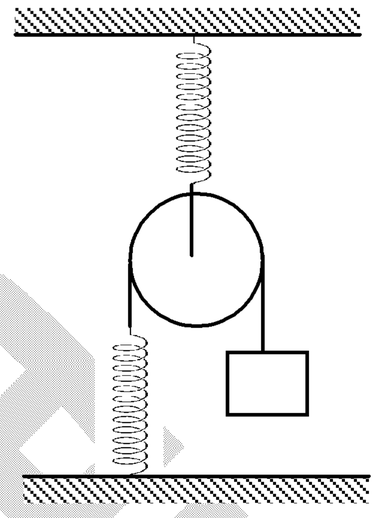
(2)試求木板在水平方向上作簡諧運動的週期。

吳錫玠物理

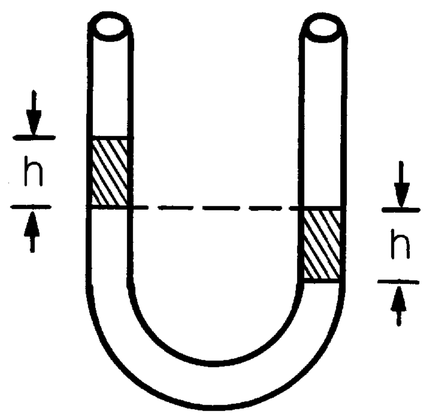
※家庭作業

1.如圖，木塊質量 m，滑輪質量爲零，兩彈簧彈力係數皆爲 K 且彈簧質量可忽略。今將木塊輕輕拉離平衡位置後釋放，求木塊的震動週期=？

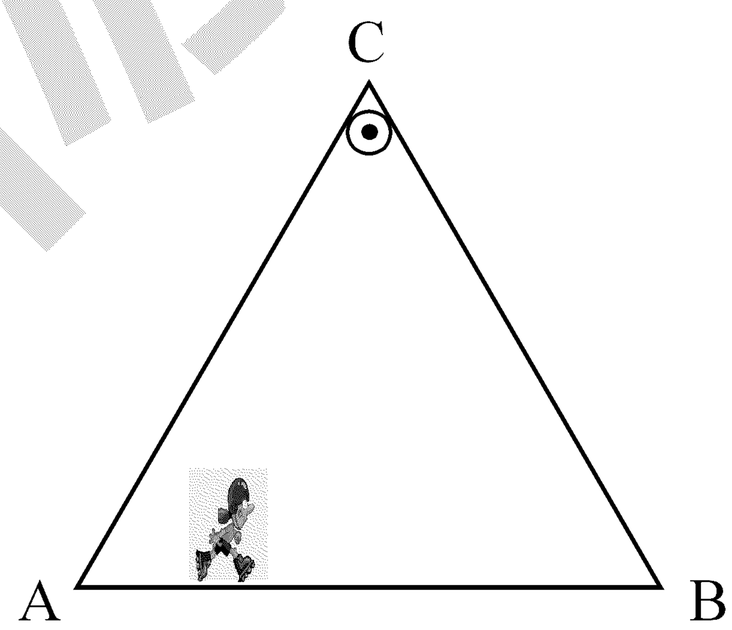
(忽略所有摩擦力&阻力)答：$2\pi\sqrt{\dfrac{5m}{k}}$



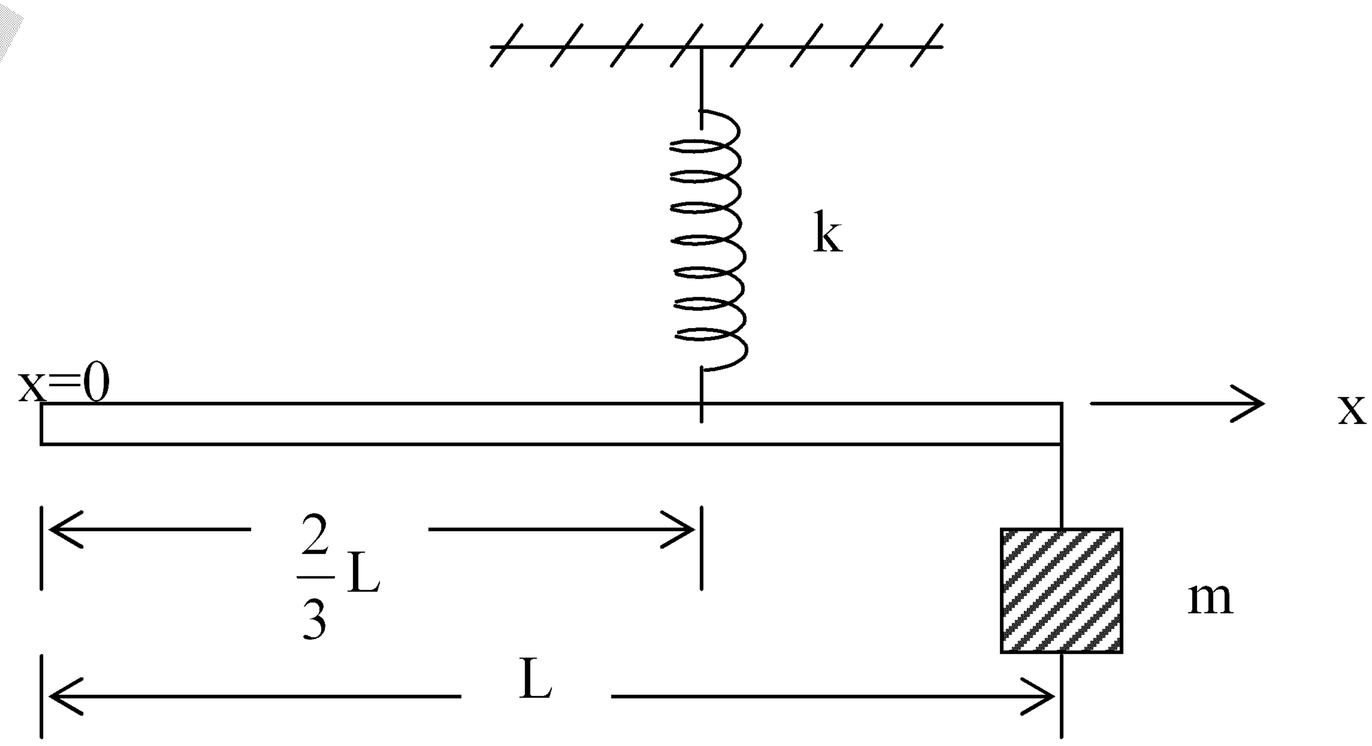
2.如圖，U 形管裝有液體，全長 L，今在一邊壓下 h 後放手，令其振盪，則其週期爲何？答：$2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{2g}}$



3. 三根長度均爲 20 公尺、質量均勻的直桿連構成一個正三角形框架 ABC，C 點懸掛在一光滑轉軸上，整個框架可以繞軸無摩擦地於鉛直面轉動，在桿 AB 上有一小孩(視爲質點)於 AB 範圍內作來回的運動，發現框架卻靜止不動，(1)討論小孩的運動爲何種運動方能使框架靜止(5 分)(2)計算小孩來回運動的週期(3 分）【93 校內初賽】答：(1)略；(2) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{\sqrt{3}L}{2g}}\fallingdotseq 2\pi\sqrt[4]{3}$ 秒



4.有一長度爲 L 的木棒，以 x=0 處爲一可轉動的樞紐作爲支點，在 x=L 處懸掛質量爲 m 的物體，在 $x=\dfrac{2}{3}L$ 處接一彈簧的下端。彈簧的上端固定，彈簧的力常數爲 k，此系統平衡時木棒爲水平。假設木棒的質量可忽略，求此系統的振動週期。(5%)【94 校內初賽】答：$3\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$



觀念十一　空氣阻力

1. 阻力公式：$R=\frac{1}{2}C\rho Av^2$

C：阻力係數，與物體形狀有關，其值介於 0.5~1 之間。

ρ：空氣密度，約為 1.2kg/m^3

A：物體的有效截面積，視迎風面而定。

v：速度

2. 阻力方向：與速度的方向相反。

3. 終端速度：

①當與速度同方向之淨力大於阻力時，物體速度增快，阻力亦隨之增加。

②當與速度同方向之淨力小於阻力時，物體速度變慢，阻力亦隨之減少。

③當與速度同方向之淨力等於阻力時，物體以等速前進，此時之速度稱為終端速度。

4. 自由落下的物體：

①剛落下時：$v_o=0$，阻力為 0，$F=mg=ma$，此時加速度最大。

②下落途中：速度逐漸增加，阻力也逐漸增加，此時加速度逐漸減少。

$$F=mg-\frac{1}{2}C\rho Av^2=ma$$

③終端速度：當阻力與重力相等而抵銷時，物體不再加速而以等速度前進，此時之速度稱為終端速度 v_t。

$$mg=\frac{1}{2}C\rho Av^2$$

$$v_t=\sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$

5. 幼稚園老師教生字，她在黑板上寫了一個「床」字，問：「阿明，你認識這個字嗎？」

阿明搖頭說不知道。

老師開始啟發：「昨天晚上睡覺時，你爸爸身體的下面是什麼呀？」

「是媽媽。」

老師忙改口：「我是問，爸爸不在家時，媽媽身體的下面是什麼呀？」

「是鄰居叔叔。」

老師：「小朋友們，這個字比較難，我們以後再學.....」

吳錫玠

例116.一個重量爲 w 之小石子被垂直上拋，其初速率是 v。設空氣施給小石子一阻力，其量值固定爲 f，而其方向與小石子運動之方向相反。求：(1)小石子上升的最大高度。(2)小石子落地時之速率(答案以 w、v、f 及重力加速度 g 表示) 【78 日大】

答：(1) $\dfrac{wv^2}{2(f+w)g}$ ；(2) $v\sqrt{\dfrac{w-f}{w+f}}$

例117.設一球狀雨滴在空氣中所受之阻力 $R=\dfrac{C}{2}\rho Av^2$ ，式中 ρ 爲空氣密度，A 爲雨滴之截面積，v 爲速度，C 爲一常數(稱爲曳力係數) 。當球狀雨滴半徑增爲原來的 2 倍時，其終端速度增爲原來的幾倍？【1998 奧林匹亞初選】答：$\sqrt{2}$

例118.已知一小紙球在空氣中自由下落實，其所受空氣阻力與其速率平方成正比。則當其速度爲最大速度的一半時，加速度大小爲何？答：$\dfrac{3}{4}g$

※家庭作業

1.一球被垂直向上拋出，達到頂點後又落回原處。如空氣阻力之大小爲常數，不能忽略，則 (A)上升時間與下落時間相同 (B)上升時間較下落時間長 (C)上升時間較下落時間短 (D)上升與下落時間何者較長要視阻力大小而定。【70 日大】答：(C)

2.物體質量爲 m 在地表附近以速度 v 鉛直上拋，運動過程中受一大小不變之阻力作用，阻力恆保持與運動方向相反，抵最高點後旋即落下，則： (A)該物上升過程的加速度大小，小於下降過程的加速度大小 (B)該物上升過程中通過某點之速度大小，小於下降過程通過該點之速度大小 (C)該物自某點上升至最高點的時間，小於自最高點下降至該點的時間 (D)該物上升過程所受之重力大小，小於下降過程所受之重力大小 (E)該物在最高點的瞬間，動量大小爲 mv 。答：(C)

3.某跳傘者雙臂張開降落，其終端速度爲 160km/h；若以雙臂緊貼身體而下，其終端速度爲 320km/h，試求兩種方式截面積的比。答：4：1

4.某偵察機以 1000km/h 的速率在 10km 的高度飛行，另有一偵察機以 500km/h 的速率在 5km 的高度飛行，若 10km 處的空氣密度爲 $0.38kg/m^3$、5km 處的空氣密度爲 $0.76kg/m^3$，其餘飛機有效截面積及阻力係數相同，求空氣阻力比。答：2：1

5.一飛彈直徑 50cm，以最省燃料的速度 250m/s，在低空飛行，該處空氣密度爲 $1.2kg/m^3$。假定 C=0.75，試求空氣阻力。答：7031.25πnt

6.一半徑爲 1.2mm 的雨滴，從距離地面 500m 的雨雲下降，空氣密度約爲 $1.2kg/m^3$，阻力係數爲 0.8，則(1)其終端速度爲何？(2)若無空氣阻力，則雨滴落至地面時的速度大小爲何？($g=10m/s^2$)答：(1)0.58m/s；(2)100m/s

＊7.有一質量爲 m 的小球，在離地面上方高度爲 h 處，由靜止開始自自由落下，在運動過程中小球所受的空氣阻力 f 和其速率 v 成正比，即 $f=kv$，式中 k 爲比例常數。以 g 表示重力加速度，則(1)此球的終端速率爲何？(2)若 k 值甚小，小球下落的位移 s 可近似爲自由落體公式 $s\approx\frac{1}{2}gt^2$，則小球的速率 v 和時間 t 的近似函數關係式爲何？(取項至 t^2)。【2005 奧林匹亞初選】答：(1)$\frac{mg}{k}$；(2)$gt(1-\frac{kt}{2m})$