PHYSICS

第五章

質心運動&動量守衡

_____年 _____班 _____號

姓名：_____

吳錫玠老師 編授

吳錫玠老師 編授

觀念一　動量與衝量

一. 動量

1. 定義：質量 m 與速度 $\vec{v}$ 的乘積，牛頓稱「物體運動的量」。

2. 公式：$\vec{P} = m\vec{v}$

3. 方向：動量為向量，方向與速度相同，在運動軌跡的切線上。

4. 單位：$kg \cdot m/\sec$ 或 $nt \cdot \sec$

5. 性質：①動量是指「運動量」的大小，而速度是指運動的快慢，兩者不同。

②動量大是質量與速度的乘積大，而非單只是質量大或速度大。

③動量大小代表欲改變物體運動狀態之難易程度。

④動量為向量，方向與 $\vec{v}$ 之方向相同，其計算須依向量之規則計算。

二. 牛頓第二運度定律的原始型式

1. 牛頓原著：「物體動量的時變率，等於作用於物體的外力」。

2. 公式：$\vec{F}_{合力} = \dfrac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$

三. 衝量

1. 定義：作用力 $\vec{F}$ 與時間 Δt 的乘積。

2. 公式：$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$（定力作用時）

$\vec{J} = \int \vec{F} \cdot dt$（變力作用時）$= F - t$ 圖面積

3. 方向：衝量為向量，方向與作用力 $\vec{F}$ 相同。

4. 單位：$nt \cdot \sec$ 或 $kg \cdot m/\sec$，與動量相同。

5. 衝量之性質：

①衝量是指「作用力×時間」的大小，而非作用力的大小，兩者不同。

②衝量大是作用力與時間的乘積大，而非單只是作用力大或時間大。

③衝量大小代表對物體運動狀態改變之程度。

④衝量為向量，方向與作用力 $\vec{F}$ 之方向相同，其計算須依向量之規則計算。

⑤ x 方向與 y 方向的衝量互相獨立，可獨立計算。

6. 衝量與動量之關係：

$$\vec{F}_{合力} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{P} = \vec{F}_{合力} \cdot \Delta t = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots)\Delta t = \vec{F}_1 \cdot \Delta t + \vec{F}_2 \cdot \Delta t + \cdots = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \cdots$$

【說明】物體在受力前後的動量變化＝淨外力對物體所施的衝量＝各力對物體所施的衝量的總和

例1. 質量 300 克的棒球，以 200m/s 水平向東打到牆面後，水平向西以 150m/s 反跳，求 (1)碰撞前動量？(2)碰撞後動量？(3)動量變化量？

例2. 一子彈質量爲 m，在仰角爲θ的方向以初速 v_o 射出，若不計空氣阻力，則此子彈達最高點時，其動量之水平、垂直分量分別爲 (A)$mv_o\cos\theta$，$mv_o\sin\theta$ (B)mv_o，0 (C)$mv_o\cos\theta$，0 (D)$mv_o\sin\theta$，0 (E)$mv_o\sin\theta$，$mv_o\cos\theta$。【65 夜大】答：(C)

例3. 質量爲 m 之物體作等速圓周運動，若軌道半徑爲 R，週期爲 T，則旋轉$\frac{1}{4}$圓周時，其動量變化之大小爲 (A)零 (B)$\frac{\pi mR}{T}$ (C)$\frac{2\pi mR}{T}$ (D)$\frac{2\sqrt{2}\pi mR}{T}$ (E)$\frac{\sqrt{2}\pi mR}{T}$。【夜大】答：(D)

※家庭作業

1.(1)當質量 m 的物體，以 v_o 之初速度作仰角爲θ之斜向投射，如不計空氣阻力，求其達頂點時，其動量變化爲何？

(2)如物體落至出發點之同一水平面時，則全部動量變化爲何？

答：(1)$mv_o\sin\theta\downarrow$；(2)$2mv_o\sin\theta\downarrow$

2.質量爲 m 之物體，作半徑爲 R 之等速圓周運動，如頻率 f，則轉 60° 時，其動量變化量之大小爲 (A)$2\pi fRm$ (B)$4\pi fRm$ (C)$2\sqrt{2}\pi fRm$ (D)$\sqrt{2}\pi fRm$ 。答：(A)

3.物體之動量變化之方向，與下列何者正確？ (A)受力的方向 (B)速度變化的方向 (C)加速度之方向 (D)速度之方向 (E)位移的方向。答：(A)(B)(C)

4.同樣車速的砂石車(質量 m_1)及摩托車(質量 m_2)，$m_1>m_2$，則 (A)欲在相同的時間內停下來，摩托車煞車器比較費力 (B)在行駛當中，砂石車的動量大於摩托車 (C)欲在相同的時間將車煞住，摩托車滑行的距離較長 (D)若煞車器相同，以相同的力量煞車，則砂石車所須時間最短 (E)同樣的時間停下來，砂石車的動量改變量大於摩托車的動量改變量。答：(B)(E)

5.下列有關物體的運動，何者正確？ (A)由靜止起動，作等加速度運動的物體，其軌跡必爲直線 (B)作簡諧運動的物體，其軌跡必爲直線 (C)作等加速度運動的物體，其軌跡必爲直線 (D)動量不隨時間改變的物體，其軌跡必爲直線 (E)動能不隨時間改變的物體，其軌跡必爲直線。答：(A)(B)(D)

6.一質量爲 4 公斤的物體靜止在光滑的水平面上，今以 4 牛頓的水平力作用於物體使它移動 8 公尺長，則物體所增加的動量大小爲： (A)32 公斤-公尺/秒 (B)16 公斤-公尺/秒 (C)12 公斤-公尺/秒 (D)8 公斤-公尺/秒 (E)4 公斤-公尺/秒。【66 日大】答：(B)

7.地面上有 A、B 兩物體在運動，兩者質量均爲 2 公斤，A 物體以 30m/sec 向東，B 物體以 20m/sec 向西作等速運動。今有一火車以 20m/sec 之等速率向東前進，則由火車上之乘客所量得的 A 物體與 B 物體之動量和爲 (A)10 $kg\cdot m/\sec$ 向東 (B)20 $kg\cdot m/\sec$ 向東 (C)30 $kg\cdot m/\sec$ 向西 (D)60 $kg\cdot m/\sec$ 向西 (E)100 $kg\cdot m/\sec$ 向西。【67 日大】答：(D)

例4. 一物受二互垂直之衝力 F_x (nt)及 F_y (nt)，此時與時間之關係各為 $F_x = 2t + 2$ ，而 $F_y = 2t$ ，則此二力同時作用 3 秒內，物體所受之總衝量為若干？答：$3\sqrt{34}$ nt-sec

例5. 已知一物體受力與時間之關係 $F = \sqrt{t(8-t)}$ ，F 之單位為牛頓而 t 之單位為秒，則 4 秒內物體所受之衝量為若干？答：4π nt-sec

例6. 靜止物體受力 F 和時間 t 的關係為 F=kt，k 為常數，則受力經 t 秒時 (A)此時速度大小為 $\frac{kt^2}{2m}$ (B)此時加速度大小為 $\frac{kt}{m}$ (C)作等加速度運動 (D)全程的平均加速度大小為 $\frac{kt}{2m}$ (E)受到衝量大小為 kt^2 (F)動量變化為 $\frac{1}{2}kt^2$ 。答：(A)(B)(D)(F)

※家庭作業

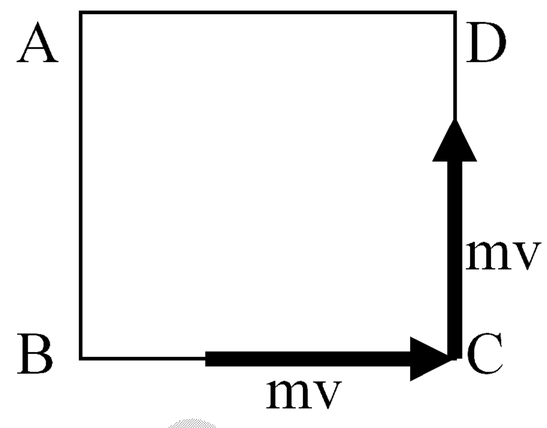
1.光滑水平面上一物體受力由靜止而運動，t=0 時力為 l0N；均勻增加至 t=2s 時力為 20N；此後作用力保持固定，則：
(1)在前 2 秒內物體所受的衝量為若干？
(2)在前 4 秒內物體所受的衝量為若干？
(3)在第 4 秒內物體所受的衝量為若干？答：(1)30N-s；(2)70N-s；(3)20N-s

2.一球受力 F(牛頓)與時間 t(秒)之關係為 F＝2t－6，則：(1)第 3 秒內所受衝量？ (2)前 10 秒內所受衝量若干？答(1)－1N-s；(2) 40N-s

3.下列有關各函數圖線下面積的意義之敘述，何者正確？ (A)v-t 圖(速度對時間)的線下面積代表物體的位移 (B)P-t(動量對時間)圖的線下面積代表物體之加速度 (C)F-t(外力對時間)圖的線下面積代表物體所受之衝量 (D)F-x(外力對位移)圖的線下面積代表外力所作之功 (E)a-t（加速度對時間）圖的線下面積代表的速度變化量。答：(A)(C)(D)(E)

4.話說有個生意人在桃園中正機場搭了一班往洛杉磯的飛機～當他找到他的座位時！很驚訝的發覺到他身旁居然做著一隻衣冠楚楚～繫著安全帶鸚鵡！飛機起飛一陣子後，那位生意人向女空服員要一杯咖啡～
身旁的鸚鵡也趁機對空服員嘎嘎說：「小姐！你怎麼這麼胖丫？你一定很會吃吧！反正你也要跑一趟～順便幫我來杯威士忌來喝喝吧！動作快點！」
當面受到汙辱，空服員儘管不太爽！但還是盡責的端來一杯威士忌！不過卻把生意人要的咖啡給忘記！當他覺得抱歉，要在跑一趟去端咖啡時～～鸚鵡已經把那杯威士忌給一飲而進！
又嘎嘎嘎叫說：「在去給老子來一杯～～你這又賤又醜的女人！！」暗自咬切齒的空服員不久後又端來一杯威士忌～但因為怒火中燒！又把咖啡給忘記力！那位生意人再也受不了這種裂等服務！！決定試試鸚鵡的方法！！
「喂～～小姐！我跟你要了兩次咖啡～兩次你都忘記！你這個笨女人～現在再給你一次機會！快去給我端來～否則信不信我海扁你一頓！」
幾分鐘後～～來了兩名身材壯碩的空中少爺！把生意人和鸚鵡抓起！打開緊急逃生門～把他們扔出去！！
正當一人一鳥再幾千英尺上空急速往下墜時，鸚鵡忽然展開翅膀，並轉頭向生意人說：「就對於一個不會飛的傢伙來說～你剛才還真他媽有種！！」

例7. 一質量爲 m 之質點，以恆爲一定的速率 v，在正方形 ABCD 邊上環繞而行。至 C 點時質點所受的衝量大小和方向分別爲：(A)2mv，沿 BC 方向 (B)2mv，沿 CD 方向 (C)$\sqrt{2}mv$，沿 BD 方向 (D)$\sqrt{2}mv$，沿 CA 方向 (E)0，無方向可言 。



【72 夜大】答：(D)

例8. 不計空氣阻力，將質量 m 之物體以初速 v、仰角θ斜向上拋，當回到原出發高度時：(1)速度變化爲若干？ (2)所受之衝量爲若干？ (3)歷時若干 (4)若是從拋出後至最高點的這段時間則上述(1)~(3)小題之答案又爲何？

答：(1)2vsinθ↓；(2)2mvsinθ↓；(3)2vsinθ/g；(4)

例9. 質量 m 之物以長ℓ繩繫之，使做水平光滑面頻率 f 之等速圓周運動，則(1)瞬間之動量大小爲？(2)轉半周之動量變化爲？(3)轉 1/4 周之動量變化爲？(4)轉一周所受之總衝量爲？答：$2\pi fml$ ；$4\pi fml$ ；$2\sqrt{2}\pi fml$ ；0

※家庭作業

1.質量爲 m 的小球以水平速度$\vec{v}_o$打在牆上，若(1)黏住 (2)以$-\frac{\vec{v}_o}{2}$反跳 (3)以$-\vec{v}_o$反跳，則牆給球之衝量各爲若干？答：(1)$-m\vec{v}_o$；(2)$-\frac{3m\vec{v}_o}{2}$；(3)$-2m\vec{v}_o$

2.質量 m 的球以 V 之速度水平撞到一面牆上(非彈性碰撞)，距地面高 h，反跳後落於距牆基 S 處的地面上，則牆對球的衝量爲何？答：$m(\sqrt{\frac{g}{2h}}S+V)$

3.質量 2.0kg 的物體，自高 15 米處的塔頂鉛直向上以初速 10m/sec 拋出，則自拋出到落地時間內，共受衝量若干？(g=10m/sec^2)答：60nt-sec↓

4.衝量$\vec{J}$作用於質量 m 初速$\vec{v}$的物體，且$\vec{v}$與$\vec{J}$垂直，則此物末速度爲若干？

答：$\sqrt{v^2+(\frac{J}{m})^2}$

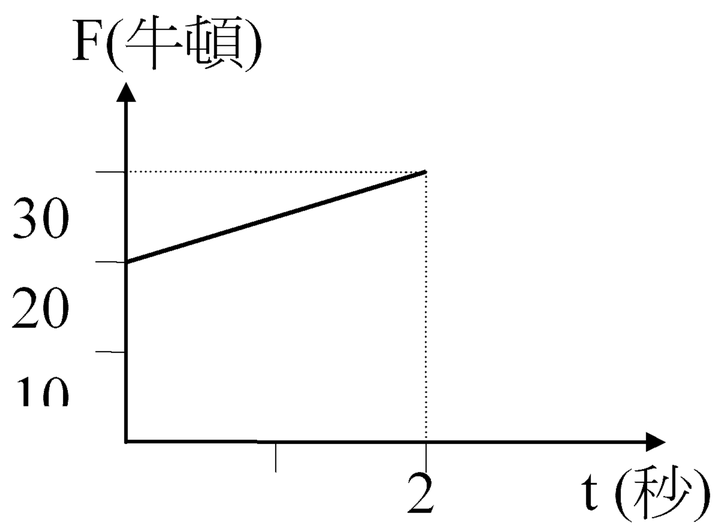
5.週期 T 之彈簧振子，力常數 K，振幅 X，則自平衡點起：(l)一個週期所受之衝量？ (2)半個週期所受之衝量？ (3)$\frac{1}{4}$週期所受之衝量？答：(1)0；(2)$\frac{TKX}{\pi}$；(3)$\frac{TKX}{2\pi}$

6.一彈力常數爲 k 之輕彈簧，置於光滑平面上將其左端固定，右端繫一質量爲 10 公斤之物體，使物體作簡諧運動。其位置與時間之關係爲$x(t)=2\sin(\frac{\pi}{4}t)$公尺，$\frac{\pi}{4}$爲每秒轉過的弧度角，則下列敘述何者正確？ (A)此彈簧之彈力常數爲$\frac{\pi^2}{1.6}$牛頓／公尺 (B)物體從出發點起位移 1 公尺時之加速度量值最大 (C)當物體回到原出發點時之動量爲 0 (D)t=0 秒至$t=\frac{4}{3}$秒彈力施於物體之衝量量值爲$\frac{5\pi}{2}$牛頓-秒 (E)t=2 秒時，作用在物體之彈力量值爲$\frac{\pi^2}{1.6}$牛頓。答：(A)(D)

例10. 質量 4kg 之物體沿一直線受一方向一定的變力作用。其速度自 10m/s 增至 18m/s，其作用力自 4nt 均勻增至 12nt，由此知力對物體作用的時間為？答：4 秒

例11. 在一直線上，以 F(t)=6-2t 之力(t：秒，F：牛頓)施於質量 2 公斤，初速為 12m/s 之物體上，則 8 秒末之速率為_____。答：4m/s

例12. 質量 2kg 之質點以 20m/sec 之速率向南運動，受如圖 F 力作用，若 F 之方向為向北偏西 37°，則 2 秒後質點末速為何？答：15 m/sec 向西



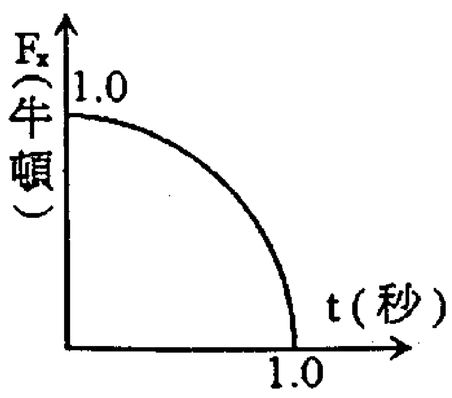
※家庭作業

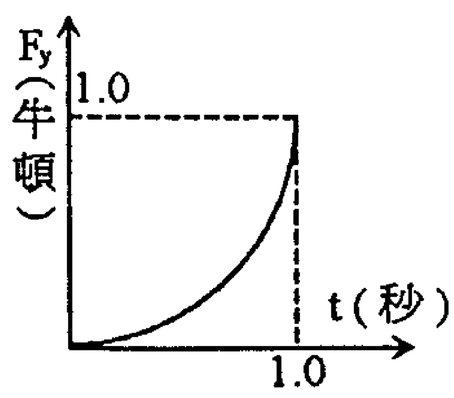
1.一物體質量 m=2kg，以初速 2.5m/s 向右運動，當時間 t=0 時，受到 $F = 4 - 2t$ 牛頓的力作用，則在第幾秒時，此物體可以抵最右邊的位置？答：5 秒

2.一質量 m 爲 5×10^4 公斤的鐵路貨車，沿一平直軌道以 0.3 公尺/秒的速率行駛。設以 250 牛頓的恆力，在車後拖車向後，問需時若干秒可使貨車完全停止？答：60sec

3.質量 m_1 及 m_2 之兩物體，各以動量 P_1 及 P_2 沿同方向運動，若兩者同時受到與運動方向相反，且大小相等的阻力作用而停止，則阻力作用之時間比爲？答：$P_1 : P_2$

4.質量爲 1 kg 的某物靜置於光滑水平面上受變力作用，此力在 x 軸及 y 軸之分量與時間 t 之關係如右圖所示(兩曲線均爲 1/4 圓弧)，求 1.0 秒末木塊速率若干？答：$\sqrt{\frac{\pi^2}{8}-\frac{\pi}{2}+1}$



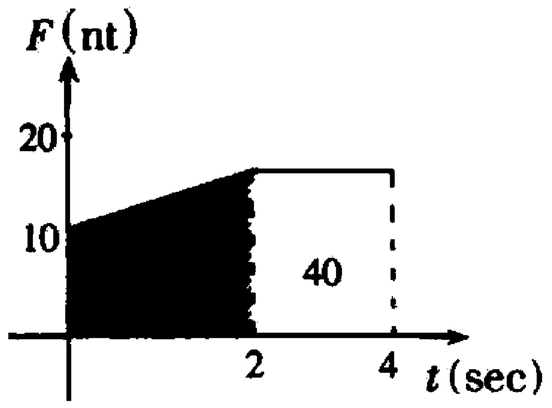


5.若一物體 2kg 初速 10m/sec 向東，先受北 20nt 之力 10 秒，再改受西 10nt 之力 20 秒，若改以向東南 $5\sqrt{2}$ nt，東南之力 40 秒，則最後速度爲若干？方向爲何？

答：10m/s；向東

6.質量 m 之球以 v_o 向東運動，受一向北之變力作用，此力與時間之關係爲 $F = kt$ ，則經時間 T 後速度之變化量爲若干？答：$\frac{kT^2}{2m}$

7.在光滑無摩擦之水平面上，一靜止之物體受水平力而開始運動。已知時間由 t=0 至 2 秒間，物體所受之力由 10 牛頓均勻增至 20 牛頓；t=2 秒至 4 秒間，皆受 20 牛頓之恆力。則此物體在 t=2 秒與 4 秒末時，動量之比爲何？答：3：7



8.阿呆:爲什麼今天的午餐沒有我的份?

阿聰:因爲 天下沒有 《白痴》 的午餐

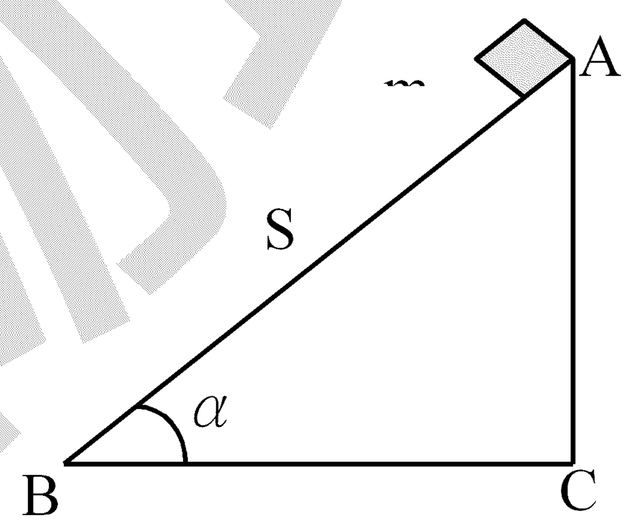
阿呆:.....

例13. 質量爲 1 kg 的小球從高 20 米處自由下落到軟墊上，反彈後上升的最大高度爲 5.0 米。小球與軟墊接觸的時間爲 1.0 秒，則在接觸時間內(空氣阻力不計，g 取 $10\,m/s^2$)(1)小球受到合力的衝量？(2)重力施給小球之衝量？(3)地面施給小球之衝量？

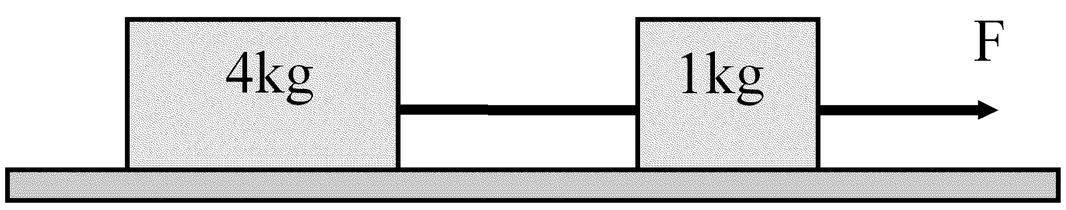
【1996 大陸高考】答：(1)30 牛‧秒↑；(2)10 牛‧秒↓；(3)40 牛‧秒↑

例14. 如右圖一個傾角爲 α 的光滑斜面，長度爲 S。一物體質量爲 m，自 A 點從靜止開始滑下，則在由 A 到 B 的過程中：(a)斜面對物體的衝量大小？(b)重力對物體的衝量大小？(c)物體獲得的衝量大小？

答：(a) $m\cos\alpha\sqrt{\dfrac{2gS}{\sin\alpha}}$ ；(2) $m\sqrt{\dfrac{2gS}{\sin\alpha}}$ ；(3) $m\sqrt{2gS\sin\alpha}$



例15. 在光滑水平桌面上，質量爲 4kg 和 1kg 之兩物，以小細繩相連結，由靜止狀態受 5N 水平力作用 2sec，中途繩子斷裂，結果 1kg 之物末速度爲 4m/sec，則力開始作用若干秒後繩子斷裂？答：1.5sec



※家庭作業

1.一質量爲 100 克的小球從 0.80 米高處自由下落到一厚軟墊上.若從小球接觸軟墊到小球陷至最低點經歷了 0.20 秒，則這段時間內軟墊對小球的衝量爲？(取 g=10 m/s^2，不計空氣阻力) 【1994 大陸高考】答：0.6 牛· 秒

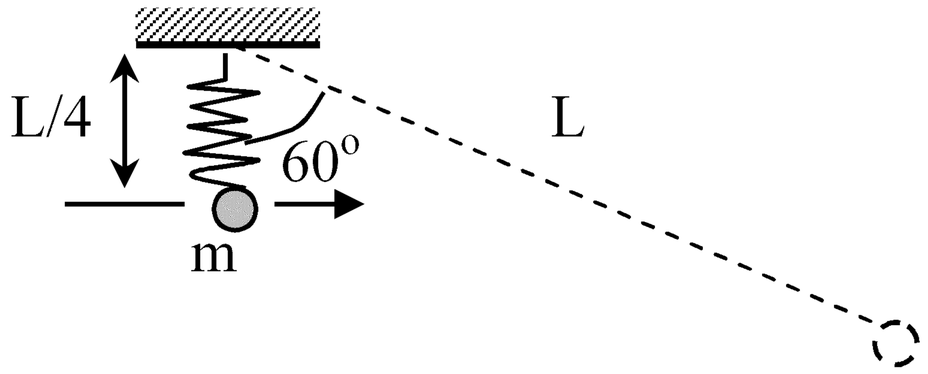
2.質量爲 m 的鋼球自高處落下，以速率 v_1 碰地，豎直向上彈回，碰撞時間極短，離地的速率爲 v_2。在碰撞過程中，地面對鋼球的衝量的方向和大小爲
(A)向下，m(v_1 - v_2) (B)向下，m(v_1 + v_2) (C)向上，m(v_1 - v_2) (D)向上，m(v_1 +) 【1997 大陸高考】答：(D)

3.質量爲 10kg 的物體自距地面 10m高處自由落下，其反跳高度爲 8m，若 g =10m/sec，則此物撞擊地面時，地面給予物體之衝量約爲？答：270N–sec

4.在光滑平面上，質量 2 公斤的物體，原以 4m/s 的速度向東移動，1 牛頓的恆力向北作用 6 秒後：
(1)受力期間，物體所受衝量爲？
(2)物體的速度變化量爲？
(3)物體的末速爲？答：(1)6nt-sec，北；(2)3m/s，北；(3)5 m/s，東偏北 37^o

5.一物質量 6 公斤，以 3 公尺/秒之速度向東運動，若受一大小爲 6 牛頓，方向向北之恆力作用，則 4 秒末物體向東方向之動量大小爲多少公斤·公尺/秒？ (A)4 (B)8 (C)18 (D)24 (E)30 。答：(C)

6.如右圖所示，長爲 L 的輕繩一端繫於固定點 O，另一端繫質量爲 m 的小球。將小球從 O 點正下方 L/4 處以一初速水平拋出，經一段時間後繩子被拉直，之後小球將以 O 點爲支點在鉛直面上擺動。已知繩剛被拉直時，繩與鉛直線夾 60o 角。求：
(1)小球水平拋出時的初速 vo。
(2)在繩被拉緊的瞬間，支點 O 所受的衝量。
(3)小球擺到最低點時，繩子所受的拉力。【92 校內複賽】答：(1) $\sqrt{\frac{3}{2}gL}$ ；(2) $m\sqrt{2gL}$ ；(3) $2mg$



例16. 物體的動量變化方向與下列何者相同： (A)位移變化的力向 (B)速度變化的方向 (C)加速度方向 (D)衝量方向 (E)受力方向。【73 日大】答：(B)(C)(D)(E)

例17. 一物體以初始動量 P 在水平面上滑行，因受到大小固定的摩擦力 F 之作用而逐漸減速，歷經時間 t 後，物體完全停止。試問下列敘述何者正確？ (A)由 P、F 及 t 可求出物體之質量 (B)由 P，F 及 t 可求出物體之初速度 (C)t 與 F 無關 (D)t 與 P 無關 (E)t 與 P 成正比。【79 日大】答：(E)

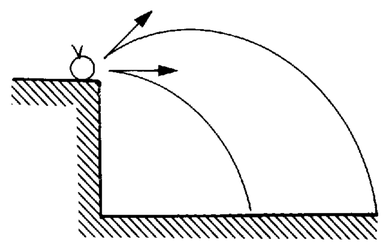
例18. 一物體沿一圓弧形軌道自上端以等速率下滑，則下列敘述何者正確？ (A)物體與軌道間的摩擦力量值不變 (B)物體所受的合力為零 (C)因等速率下滑，故物體動量守恆 (D)物體所受的合力量值不變，但方向改變 (E)物體的水平速度不變。【77 日大】答：(D)

※家庭作業

1.有關「動量」與「衝量」的敘述，何者正確？ (A)物體動量的時變率等於物體所受之衝量 (B)物體衝量的時變率等於物體所受之外力 (C)物體所受的衝量方向與物體的加速度同向 (D)物體的動量變化方向與速度同向 (E)施力體所受之衝量與受力體相等。答：(B)(C)

2.質量一定的物體，受恆定之淨外力作用時： (A)在相等時間內，物體的速率變化量必都相等 (B)在相等時間內，物體的位置變化量必都相等 (C)在相等時間內，物體的動量變化量相等 (D)物體的質心作等速度運動 (E)物體速度的時變率與時間無關 。答：(C)(E)

3.將質量相同之兩石子同時以相同之速度 V 作水平及斜向拋射，若不計空氣阻力，則兩石子自出發至著地相同者爲？ (A)重力 (B)動量變化 (C)落地瞬間之動量大小 (D)重力給予石子之衝量 (E)動量。答：(A)(C)



4.動量相同之兩物受到相同之衝量，則： (A)末速度必相等 (B)末動量必相等 (C)動量改變必相等 (D)速度之改變量必相等 (E)加速度必相等 。答：(B)(C)

5.物體受外力作用，且合力不爲零時，下列敘述何者正確？ (A)物體之速度必定會改變 (B)物體運動方向必定改變 (C)物體運動之快慢必定改變 (D)物體的動量必定會改變 (E)在任何一段時間內，物體所受衝量必不爲零。答：(A)(D)

6.下列敘述正確的有： (A)靜止的物體忽然彈開在相同間內兩者所受的衝量必相同 (B)玻璃杯掉落地上和地氈上，前者易碎是由於接觸時間較短 (C)彈藥爆炸力一定，則槍管愈長子彈出口速度愈大 (D)攻擊城門，利用木木樁，則愈遠衝擊城門愈易擊倒 (E)以相同之衝量作用，則子彈車輛穿透能力比較前者較強。答：(B)(C)(D)(E)

7.一物體以初動量 P 在水平面上滑行，因受到大小固定的摩擦力 F 之作用而逐漸減速，歷經時間 t 後，物體完全停止。試問下列敘述何者正確？

(A)由 P、F 及 t 可求出物體之質量　(B)由 P、F 及 t 可求出物體之初速度

(C)t 與 F 無關　(D)t 與 P 無關　(E)t 與 P 成正比。答：(E)

觀念二　衝力

一、牛頓第二運度定律的原始型式

1. 牛頓原著：「物體動量的時變率，等於作用於物體的外力」。

2. 公式：$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}=\frac{\Delta m\cdot\vec{v}+m\cdot\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\vec{v}+m\cdot\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\vec{v}+m\vec{a}$

3. 性質：①當物體質量 m 為定值：$\vec{F}=m\vec{a}$

②當物體質量 m 會改變：$\vec{F}=\frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\vec{v}+m\vec{a}$。如冰雪由上空下降、或火箭升空排出廢氣後，重量逐漸減少。

【說明】①牛頓第二運度定律的原始型式應為 $\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}$，而非 $\vec{F}=m\vec{a}$

②$\vec{F}=m\vec{a}$ 是 $\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}$ 簡化的結果。

二、單一物體所受之平均力

1. 性質：作用於一物體之外力等於此物之動量時變率

2. 公式：$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\frac{d\vec{P}}{dt}$

三、連續物體所受之平均力

1. 應用對象：鐵鍊、水流、機槍、風、風吹沙。這類型的題目並沒有一個固定的受力目標『m』(質量)，而是以連續質量的方式通過(比如每秒流過幾公斤)。

2. 公式：$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}=\frac{\Delta m\cdot\vec{v}+m\cdot\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\vec{v}+m\cdot\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

適當的選擇目標，可以使目標的質量不變($\frac{\Delta m}{\Delta t}=0$)，

則 $\vec{F}=m\cdot\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{m}{\Delta t}\cdot\Delta v\Rightarrow$ 連續體所受之平均力＝平均流量x速度差

四、.聽說同學要結婚了，於是我打電話去求證，順便道聲恭喜，接電話的是同學的母親。

她很高興的對我說：「孩子大了，該結婚了！」

後來接電話的是我同學，他很無奈的對我說：「孩子大了！該結婚了」

例19. 質量爲 200g 的棒球以 30m/s 的水平速度投向本壘。打擊者揮棒擊之，球以 30m/s 的初速率及 60^{o} 的拋射角向投手飛去。設球與棒的接觸時間爲 0.001 秒，則球所受的平均打擊力之大小爲 (A)600 (B)300 (C)12000 (D)10000 (E)8000 Nt。【三專】答：(D)

例20. 一質量爲 m 的物體，以每秒 f 轉的轉速，在一光滑的水平面上作半徑 R 的等速率圓周運動，則當此物體運行 1/2 圈時，所受平均作用力的量值爲多少？答：$8\pi mRf^{2}$

例21. 若一物體動量 P 與時間 t 之關係爲 P=3t+1，則此物體受力與時間有何關係？(M.K.S.. 制單位)答：定力 3nt

※家庭作業

1.一個質量爲 1.0 kg 之球，從高 19.6m 由靜止降落，著地後反跳高度爲 4.9m，若地與球接觸時間爲 0.50 秒，則
(1)球所受平均力大小爲？(2)球施給地面之平均力大小爲？
答：(1)58.8 牛頓；(2) 68.6 牛頓

2.一物質量 m，以速率 v 作半徑 R 之等速率圓周運動，則 m 繞行半周所受之衝量爲何？半周內所受平均衝力爲何？答：衝量爲 $2mv$ ；衝力爲 $\frac{2mV^2}{\pi R}$

3.質量爲 12 公斤的物體，在 10 秒的時間內，速度由 $\vec{v}_o = 48\vec{i} + 36\vec{j}$ 公尺/秒變爲 $\vec{v} = 18\vec{i} - 4\vec{j}$ 公尺/秒，則該物體在 10 秒內所受的平均力大小爲 (A)60 牛頓 (B)50 牛頓 (C)12 牛頓 (D)7 牛頓 。【77 三專】答：(A)

4.一棒球質量 140g，以 37m/s 的速率水平飛行，被打擊者擊中後，反方向以 43m/s 的速率水平飛出，若球與棒接觸時間爲 0.0014 秒，則作用在球上的平均力爲若干？
(A)8000 牛頓 (B)800 牛頓 (C)6000 牛頓 (D)600 牛頓 (E)500 牛頓 。答：(A)

5.某人坐在蘋果樹下，忽然有顆成熟的蘋果落下，打在他頭上，並在接觸 0.10 秒後靜止於頭上。設蘋果質量爲 0.20 公斤，落下的距離爲 2.5 公尺，則在碰撞過程中，它所受淨力平均值爲 (A)2.0 (B)14 (C)28 (D)16 牛頓。【夜大】答：(B)

6.質量 2kg 的物體於 3 秒內受力而產生速度變化，在 x 方向由 v_x＝3m/s 變爲 v'_x ＝0；在 y 方向由 v_y＝5m/s 變爲 v'_y＝7m/s，則： (1)作用於此物體的平均力爲若干？ (2)作用於此物體的衝量爲若干？答：(1)約 2.4N；(2)約 7.2N-s

7.有一對新婚夫婦在一夜的溫存之後，滿意的丈夫有點擔心老婆的純潔與否。於是指著那話兒問道：“寶貝！你都叫它什麼？”
老婆道：“小雞雞啊！”
先生爲太太的純潔感到滿意。接著說：“我們都是成人了以後要叫它陽具！”
太太一臉的藐試說：“陽具我看多了！你的只是小雞雞！”
先生：“@#$%”

例22. 機槍每分鐘發射 360 顆子彈，每顆子彈的質量爲 20 克，出口速率爲 500m/s，求
(1)持槍者所受的平均後座力？答：
(2)若槍手緊握槍最大施 200 牛頓的平均力，則欲不使槍後退，每秒鐘最多可發射多少顆子彈？答：(1)60nt；(2)20 顆

例23. 一捲起來的長鐵鏈放在水平桌上質量 10kg，每米長質量 0.2kg，今沿水平方向以等速 2m/s 拉動，在未完全拉完之前，拉力大小爲？答：0.8nt

※家庭作業

1.一捲鐵鏈平放在地面上，單位長度之質量爲 m，今以等速度 v 將鐵鏈拉出，施力爲若干？答：mv^2

2.一機槍每秒發射 n 發子彈，已知子彈的質量爲 m，速度爲 v，且射入牆內即陷於其內。牆所受的平均力爲 (A)nmv (B)$\frac{mv}{n}$ (C)n^2mv (D)$\frac{mv}{n^2}$ (E)$\frac{1}{2}nmv^2$。【71 夜大】答：(A)

3.一 BB 彈槍每秒鐘可發射 10 粒 2.0g 的小子彈，速率爲 500m/sec，子彈被硬牆所停止，則子彈施於牆的平均力爲何？答：10nt

4.總質量爲 M 的飛機以等速度巡航時，其引擎所生的推力與空氣阻力相抵銷。在維持此固定推力之下，飛機向前發射質量爲 m 的子彈，(1)若子彈相對槍口的速度爲v_b，在發射第 N 顆子彈之前和之後，飛機速度的變化量爲何？(2)若飛機每秒向前連發 R 顆子彈，則在發射子彈的過程中，飛機引擎需提供多少額外的平均推力以保持等速度向前飛行？【2002 奧林匹亞初選】答：(1)$-\frac{m}{M-(N-1)m}v_b$；(2)mRv_b

例24. 今欲將一質量爲 5000kg 之火箭自地面垂直向上發射，若廢氣噴出之速率相對於噴氣前火箭體爲 1000m/s，則
(1)欲克服重力且要給予火箭向上之初加速度爲 $10.2m/s^2$ 時，每秒需排出廢氣若干？
(2)若欲火箭等速上升則答案又如何？答：(1)100kg；(2)49kg

例25. 噴射機爲了保持水平 600m/s 等速飛行，平均每秒需吸入 62kg 的空氣，用以燃燒 8kg 之燃料，然後以相對於飛機每秒 1600 公尺的速度向後噴出，重力在鉛直方向，與水平飛行無關，求飛機所受平均阻力。答：74800nt

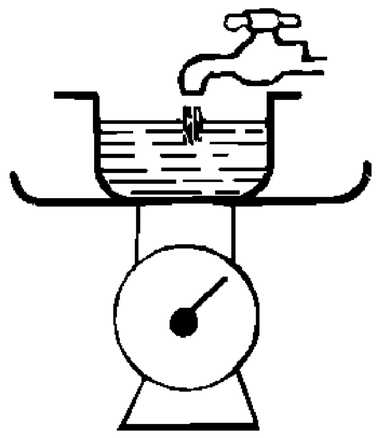
※家庭作業

類 1.設於地球上有一垂直向上發射之火箭，其質量爲 2600kg，每秒鐘能將 100kg 之燃料燃爲氣體，以 240 米/秒對火箭之相對速度噴出，則火箭於開始發射後多久時間能離開地面升起？ (A)1 秒以內 (B)1 至 2 秒間 (C)2 至 3 秒間 (D)3 至 4 秒間 (E)4 至 5 秒間。【71 日大】答：(B)

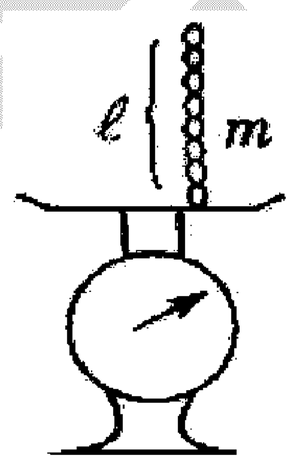
類 2.一火箭原有質量爲 1000kg，百分之九十爲燃料，在無重力場中發射，此燃料變成氣體後每秒噴出 1kg 以相對於原火箭 2000m/sec 之速度噴出，則： (A)火箭發射後 500 秒加速度大小爲 $4m/sec^2$ (B)火箭受定力作用 (C)火箭作等加速度運動 (D)同(C)加速度逐漸變小 (E)燃料即將燃完瞬間，火箭加速度 $20m/sec^2$。答：(A)(B)(E)

類 3.火箭內攜有一定百分比的燃料，以均勻的噴率（單位時間噴出的燃料重量固定）對火箭噴口以一定速率噴出，則：(A)噴出燃料時火箭受一定的推力 (B)火箭作等加速度運動 (C)火箭作變加速度運動 (D)燃料噴完的時刻是火箭全程最大速度的時刻 (E)火箭最後作的是等速運動。答：(A)(C)(D)

例26. 如右圖，一水龍頭每秒流水 700g 於一空杯中，若空杯之質量爲 500g，流水 10 秒後見磅秤之讀數爲 8.5kgw，則水注入杯中之速度爲 (A)14cm/s (B)1.1m/s (C)1.4m/s (D)14m/s (E)28m/s 。答：(D)

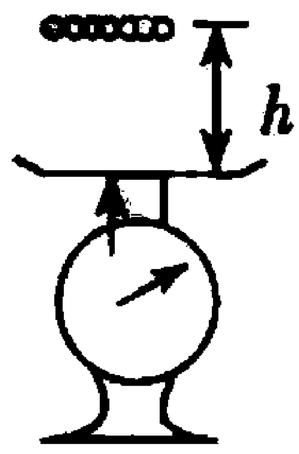


例27. 如右圖一鉛直懸掛的鐵鏈，其質量爲 m，長度爲 ℓ，使鐵鏈的下端剛剛觸及一固定磅秤的秤盤上。現將鐵鏈上端自靜止起自由釋放，而使鐵鏈逐漸落在磅秤的秤盤上。當鐵鏈完全落在秤盤上的瞬間，磅秤上的讀數爲何？(設不反跳)【2002 奧林匹亞初選】答：3mg



※家庭作業

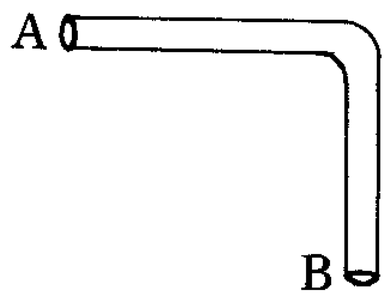
1.一空盤置於秤上，調整秤之讀數使爲零。質量均爲 m 仟克之小石子，由盤底上方高 h 米處落入盤中，立即黏牢而不反跳。設每秒落下石子 n 個，則開始下 z 秒後，秤之讀數爲多少仟克重？答：$mn(z+\sqrt{\frac{2h}{g}})$



2.設沙粒均靜止於甲，乙二沙漏之底部，將此二沙漏分別置於天平兩邊之秤盤上，天平保持水平。今將沙漏乙反轉仍置於同一秤盤上，則在乙沙漏內沙粒下落之期間中，下列敘述何者爲正確？ (A)沙漏甲較重 (B)沙漏乙較重 (C)兩沙漏一樣重 （D）有時沙漏甲重，有時沙漏乙重。【70 年大學】答：(C)

類 3.瀑布高爲 H，單位時間流下的水量爲 M，當地重力場爲 g，若不計空氣阻力，則瀑布底所受之平均衝力爲若干？(水落在瀑布底不反濺)答：$M\sqrt{2gH}$

例28. 水流如圖經一 L 型水管由 A 以一速度射入，而由 B 以同速射出？設水流量爲每秒流過 m(kg)，水管截面積 A(m^2)，則此管所受平均衝力大小爲若干牛頓(設水的密度$\rho\ kg/m^3$)？答：$\frac{\sqrt{2}m^2}{A\rho}$

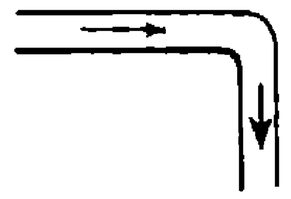


例29. 一個大樓的玻璃，受到大風沙的衝擊，風沙以每秒 m 公斤的總質量，速度 v 公尺/秒，入射角θ撞擊玻璃窗上。如風沙作完全彈性碰撞的反射，問玻璃窗所受的平均力爲何？答：$2mv\cos\theta$

例30. 一噴水龍頭每秒之噴水量 2kg，水柱之截面積爲 100cm^2，將之以與鉛垂線成 60° 角之方向噴到一水平面上，而水柱以同一速率反射，反射角亦爲 60°，則此平面所受之壓力強度爲何？答：20nt/m^2

※家庭作業

1.粗細一定之水管內有水均勻流動，流出水量爲每秒 20kg，水流速爲 2m/s，則在轉彎處，水施於水管之合力爲多少牛頓？



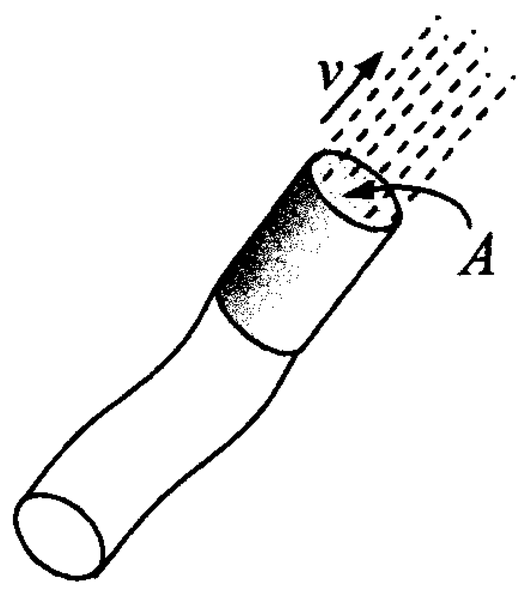
(A)80↙ (B)80↗ (C)$40\sqrt{2}$↗ (D)$40\sqrt{2}$↙ (E)$20\sqrt{2}$↗。答：(C)

2.某高層建築物頂端有一垂直豎立的招牌看版，風速爲 v_o 時，看版所承受的總風力量值爲 F。若風速變爲 nv_o 時，則所承受的總風力量值爲何？【1996 奧林匹亞初選】答：n^2F

3.瞬時風速爲 60m/s 的強烈颱風，正面吹向一建築物的牆面，則該牆面可能承受的最大壓力爲？N/m^2。（設當時的空氣密度爲 $1.2kg/m^3$。）【2002 奧林匹亞初選】答：8640

4.十級風的平均風速約爲 25m/s，若正向吹在一塊面積爲 1m×1m 的招牌上，估算招牌所受的平均風力 $\overline{F}$ ＝？Nt。若招牌側邊固定在牆上，則相對於固定邊，估算風力作用在招牌上的平均力矩 $\overline{\tau}$ ＝？Nt·m（可用 $\overline{F}$ 表示之）。【2003 奧林匹亞初選】【註：空氣的平均分子量爲 28.8】答：740；370

5.(1)已知一消防水管的截面積爲 A，水從管口噴出的速率爲 v，水的密度爲 ρ，如圖所示，則每單位時間內從管口處噴出的水的動量爲何（以已知量表示之）？



(2)設消防水管管口的半徑 r＝2.54cm，水噴出的速率 v ＝15.0m/s，若以該水管垂直地噴射附近的一堵牆壁，假設水柱不分散，且入射在牆壁上的水珠不反彈，而沿著牆面散開，則牆壁上所承受的壓力爲？N/m^2。

(3)又若欲將水噴出的方向轉動 60° ，則消防員需在握把處，施加多大的力？N。【2004 奧林匹亞初選】答：(1) ρAv^2；(2) 2.25×10^5；(3)456

觀念三　質心運動

一、質點系統

1. 物體：有一定大小與體積的物質稱為物體。

2. 質點：質點是一個體積很小的物體，質點體積遠小於它的活動空間大小。

3. 質點系統：由許多質點所組合成的系統，而一般的物體可視為由很多質點所組成，而這些質點呈連續的分布。

二、質心與運動

質點的位置：質點的位置可以用空間裡的一個點來表示，而質點運動的情形，就可以用這個點的位置隨時間改變的情形來描述。如系統中質點 m_1 的位置向量為 $\vec{r}_1=(x_1,y_1,z_1)$，速度向量 $\vec{v}_1=(v_{1x},v_{1y},v_{1z})$，加速度 $\vec{a}_1=(a_{1x},a_{1y},a_{1z})$；質點 m_2 的位置向量為 $\vec{r}_2=(x_2,y_2,z_2)$，速度向量 $\vec{v}_2=(v_{2x},v_{2y},v_{2z})$，加速度 $\vec{a}_2=(a_{2x},a_{2y},a_{2z})$；質點 m_3 的……。

1. 質心位置：$\vec{r}_C=\dfrac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2+m_3\vec{r}_3+\cdots\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots\cdots}$；質心位移：$\vec{S}_C=\dfrac{m_1\vec{S}_1+m_2\vec{S}_2+m_3\vec{S}_3+\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots}$

2. 質心速度：$\vec{v}_C=\dfrac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3+\cdots\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots\cdots}$

3. 質心加速度：$\vec{a}_C=\dfrac{m_1\vec{a}_1+m_2\vec{a}_2+m_3\vec{a}_3+\cdots\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots\cdots}$

4. 等加速度公式：$\begin{cases}\vec{v}_C=\vec{v}_{oC}+\vec{a}_C\cdot t\\ \vec{S}_C=\vec{v}_{oC}\cdot t+\dfrac{1}{2}\vec{a}_C\cdot t^2\\ \vec{v}_C^{\,2}=\vec{v}_{oC}^{\,2}+2\vec{a}_C\cdot\vec{S}_C\end{cases}$

【說明】質心的運動可用以代表整個系統的平移運動

(a)在均勻的重力場中，重心與質心的位置重合。

(b)質心位置只有一個，不一定在物體內部。

(c)具規則形狀的剛體，其質心在幾何中心。

(d)質心的運動可代表系統整體的運動，質心的質量、動量即等於系統之總質量、總動量。

三、質心與力

1. 系統內力和＝0

Pf：若存在m_1對m_2之作用力$\vec{F}_{1\to 2}$，必存在m_2對m_1之反作用力$\vec{F}_{2\to 1}$，故內力必成對存在，由牛頓第三運動定律知$\vec{F}_{21}$和$\vec{F}_{12}$兩者為一對作用力和反作用力，兩力的量值相等但方向相反，即$\vec{F}_{21}+\vec{F}_{12}=0$；同理$\vec{F}_{31}+\vec{F}_{13}=0$，…，亦即內力必可兩兩互相抵消，所以系統內力和＝0

2. 系統所受合力＝系統所受外力和

Pf：

$$\vec{F}_{合力}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots$$
$$=(\vec{F}_{外1}+\vec{F}_{內1})+(\vec{F}_{外2}+\vec{F}_{內2})+(\vec{F}_{外3}+\vec{F}_{內3})+\cdots$$
$$=[\vec{F}_{外1}+(\vec{F}_{21}+\vec{F}_{31}+\vec{F}_{41}+\cdots)]+[\vec{F}_{外2}+(\vec{F}_{12}+\vec{F}_{32}+\vec{F}_{42}+\cdots)]+[\vec{F}_{外3}+(\vec{F}_{13}+\vec{F}_{23}+\vec{F}_{43}+\cdots)]$$
$$=(\vec{F}_{外1}+\vec{F}_{外2}+\vec{F}_{外3}+\cdots)+(\vec{F}_{21}+\vec{F}_{12})+(\vec{F}_{31}+\vec{F}_{13})+(\vec{F}_{41}+\vec{F}_{14})+\cdots\cdots$$
$$=\vec{F}_{外}$$

3. $\vec{F}_{合力}=M\cdot\vec{a}_C$

$$\vec{a}_C=\frac{m_1\vec{a}_1+m_2\vec{a}_2+m_3\vec{a}_3+\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots}$$

Pf：$\Rightarrow m_1\vec{a}_1+m_2\vec{a}_2+m_3\vec{a}_3+\cdots=(m_1+m_2+m_3+\cdots)\cdot\vec{a}_C$

$\Rightarrow \vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots=M\cdot\vec{a}_C$

$\Rightarrow \vec{F}_{合力}=M\cdot\vec{a}_C$

【說明】若系統中各質點的加速度不同(例如：飛盤、雙振子、…)，我們可以取系統整體為目標，系統所受的合力(外力和)＝系統總質量x質心加速度

四、質心與動量

1. 系統總動量$\vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3+\cdots=$質心動量$\vec{P}_C$

$$\vec{v}_C=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3+\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots}$$

Pf：$\Rightarrow m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3+\cdots=(m_1+m_2+m_3+\cdots)\cdot\vec{v}_C$

$\Rightarrow \vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3+\cdots=M\cdot\vec{v}_C$

$\Rightarrow \vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3+\cdots=\vec{P}_C$

2. 系統內動量和 $=0$

（內動量：以質心為觀察者，質點 m_1 與質心的相對速度 $\vec{v}_{1C}=\vec{v}_1-\vec{v}_C$ ，m_1 的內動量 $\vec{P}_{1C}=m_1\cdot\vec{v}_{1C}$ ）

$$\vec{v}_C=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3+\cdots}{m_1+m_2+m_3+\cdots}$$

$$\Rightarrow m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2+m_3\vec{v}_3+\cdots=m_1\vec{v}_C+m_2\vec{v}_C+m_3\vec{v}_C+\cdots$$

Pf：

$$\Rightarrow m_1(\vec{v}_1-\vec{v}_C)+m_2(\vec{v}_2-\vec{v}_C)+m_3(\vec{v}_3-\vec{v}_C)+\cdots=0$$

$$\Rightarrow m_1\vec{v}_{1C}+m_2\vec{v}_{2C}+m_3\vec{v}_{3C}+\cdots=0$$

$$\Rightarrow \vec{P}_{1C}+\vec{P}_{2C}+\vec{P}_{3C}+\cdots=0$$

3. $\Delta\vec{P}=\vec{F}_{\text{外力和}}\cdot\Delta t$

Pf：

$$\Delta\vec{P}=\Delta\vec{P}_1+\Delta\vec{P}_2+\Delta\vec{P}_3+\cdots$$

$$=\vec{F}_1\cdot\Delta t+\vec{F}_2\cdot\Delta t+\vec{F}_3\cdot\Delta t+\cdots$$

$$=(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\cdots)\cdot\Delta t$$

$$=\vec{F}_{\text{外力和}}\cdot\Delta t$$

五、質心與動能

系統總動能＝質心動能＋內動能

（內動能：以質心為觀察者，質點 m_1 與質心的相對速度 $\vec{v}_{1C}=\vec{v}_1-\vec{v}_C$，$m_1$ 的內動能 $E_{k1C}=\frac{1}{2}m_1\cdot v_{1C}^2$ ）

Pf：

$$E_k=E_{k1}+E_{k2}+E_{k3}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2+\frac{1}{2}m_3v_3^2+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}m_1(v_{1C}+v_C)^2+\frac{1}{2}m_2(v_{2C}+v_C)^2+\frac{1}{2}m_3(v_{3C}+v_C)^2+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}m_1(v_{1C}^2+2v_{1C}\cdot v_C+v_C^2)+\frac{1}{2}m_2(v_{2C}^2+2v_{2C}\cdot v_C+v_C^2)+\frac{1}{2}m_3(v_{3C}^2+2v_{3C}\cdot v_C+v_C^2)+\cdots$$

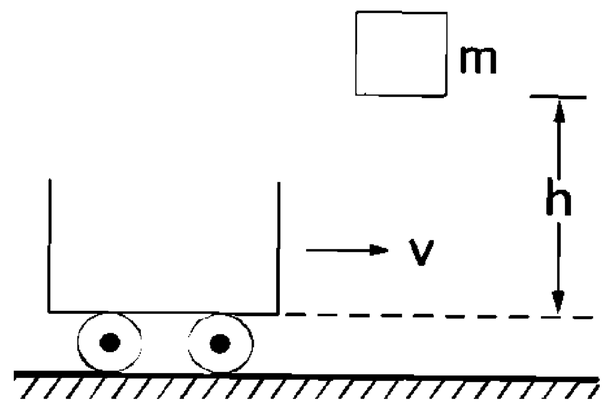
$$=\frac{1}{2}(m_1+m_2+m_3+\cdot\cdot)v_C^2+(\frac{1}{2}m_1v_{1C}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2C}^2+\frac{1}{2}m_3v_{3C}^2+\cdot\cdot)+(m_1v_{1C}+m_2v_{2C}+m_3v_{3C}+\cdot\cdot)v_C$$

$$=\frac{1}{2}M\cdot v_C^2+(\frac{1}{2}m_1v_{1C}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2C}^2+\frac{1}{2}m_3v_{3C}^2+\cdot\cdot)+0\cdot v_C$$

＝質心動能＋內動能

例31. 甲物體質量為 2 公斤，初速度向東 $10\,m/s$ ，加速度 $20\,m/s^2$ 向東；
乙物體質量 3 公斤，初速度向北 $15\,m/s$ ，加速度 $25\,m/s^2$ 向北。
(1)t=0 時，質心速度？質心加速度？系統總動量是多少？質心動量是多少？
(2)t=5 秒，質心速度？質心加速度？質心動量是多少？質心位移是多少？
答：(1)(4,9)，(8,15)，(20,45)，(20,45)；(2)(44,84)，(8,15)，(220,420)，(120,232.5)

例32. 質量 M 的小車，以 v 的速度在光滑水平面上運動，有質量為 m 的磚塊由 h 高處鉛直落下，當磚塊未落至小車上的時間內：(設重力加速度為 g)



(1)系統的質心加速度大小為？
(2)系統的質心水平速度大小為？
(3)以水平向右為+X 軸，鉛直向上為+Y 軸，磚剛落下時，系統質心位置為原點，則系統質心的軌跡方程式為？

答：(1) $\frac{m}{M+m}g$ ；(2) $\frac{M}{M+m}v$ ；(3) $y=-\frac{m(M+m)g}{2M^2v^2}x^2$

※家庭作業

1.有 3kg 之 A 以 10m/s 向東，而 2kg 之 B 以 $15\sqrt{3}$ m/s 向北，則此二質量之質心速度為何？

答：12m/s 東偏北 60^o

2.甲、乙兩球質量相等，兩者沿一直線方向運動。設甲球之速度為 2m/sec 向東；乙球之速度為 1m/sec 向西；則兩球之質心速度為 (A)1m/sec 向東 (B)1/2 m/sec 向東 (C)1/4 m/sec 向東 (D)3/4 m/sec 向東。【夜大】答：(B)

3.三個物體質量和坐標如下：5 公斤(0，0)、3 公斤(8，8)、2 公斤(3，0)，單位為米。若以 2 牛頓的力作用在 5 公斤之質量上，其方向為負 x 軸，求在 2 秒末，此時系統質心位置為何？答：(2.6，2.4)

4.甲乙兩物體質量分別為 6 kg 及 4 kg，加速度量值分別為 2 m/s^2 及 $4\,m/s^2$ 方向互相垂直，則甲乙兩物體共同質心加速度為 (A)25 (B)4 (C)6 (D)0 (E)2 m/s^2。答：(E)

5.二物體的質量及速度(公尺／秒)分別為：$m_1=6.0$ 公斤，$\vec{v}_1=4\vec{i}+7\vec{j}$ 及 $m_2=8.0$ 公斤，$\vec{v}_2=4\vec{i}-7\vec{j}$；試求這二質點系統的質心速度？答：$\vec{v}_C=4\vec{i}-1\vec{j}$ m/sec

6.一球質量為 m，以速度 $\vec{v}$ 向靜止且質量為 M 的球接近，就兩球系統而言，以下敘述何者正確？(A)質心速度為 $\frac{m\vec{v}}{m+M}$ (B)質心之動量為 $m\vec{v}$ (C)對質心座標而言，m 之動量為 $\frac{mM\vec{v}}{m+M}$ (D)對質心座標而言，M 之動量為 $-\frac{mM\vec{v}}{m+M}$ (E)對質心座標而言，總動量為零。答：(A)(B)(C)(D)(E)

7.小白這天去換駕照，路經一個十字路口時，瞧見有位媽媽背著一個小孩，前面還載一個大一點的小孩被警察攔下來...

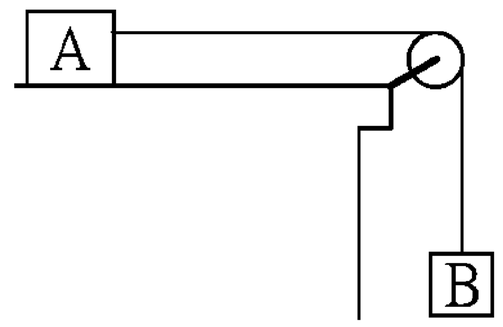
警察說：「這位太太，小孩沒帶安全帽也就算了，你怎麼自己也不戴？這樣說不過去哦～」

媽媽：「小朋友的這麼小買不到咩。」　　警察：「但你自己應該要戴啊！」

媽媽：「我戴幹嘛？萬一我的孩子出了什麼事，我也不想活了！」

警察：「……　@_@　……」

例33. A、B 二物體的質量均為 m，不計滑輪質量與任何摩擦則



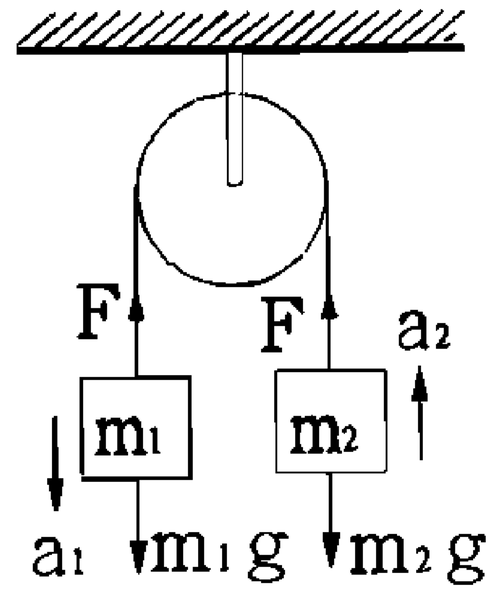
(1)滑輪受桌子之支撐力大小為_____。

(2)系統所受外力量值為_____。

(3)系統質心加速度大小為_____。

答：(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ mg；(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ mg；(3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ g

例34. 如右圖，在阿特武機上懸質量 m_1 及 m_2 之兩物，由靜止開始運動後(m_1>m2)。求：



(1)質心的加速度？

(2)系統所受的淨力？

(3)t 秒內質心之位移？

(4)t 秒末之質心速度？

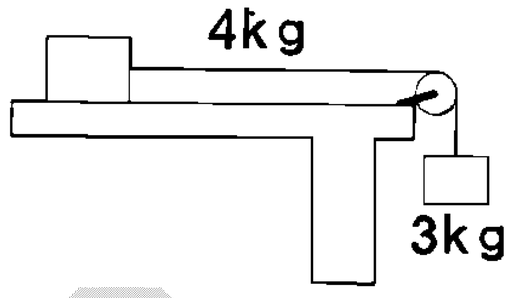
(5)t 秒末系統之總動量？

答：(1) $(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2})^2 g\downarrow$；(2) $\frac{(m_1-m_2)^2}{m_1+m_2} g\downarrow$；

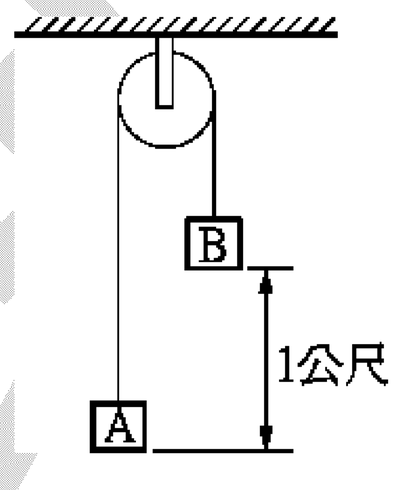
(3) $\frac{(m_1-m_2)^2}{2(m_1+m_2)^2} gt^2\downarrow$；(4) $\frac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2} gt\downarrow$；(5) $\frac{(m_1-m_2)^2}{m_1+m_2} gt\downarrow$

※家庭作業

1.右圖中，4kg 物在光滑水平桌面上，原以手拉住；以細繩連接懸空 3kg 物，則將手放開後系統質心的加速度量值為何？答：$\frac{15}{49}g$

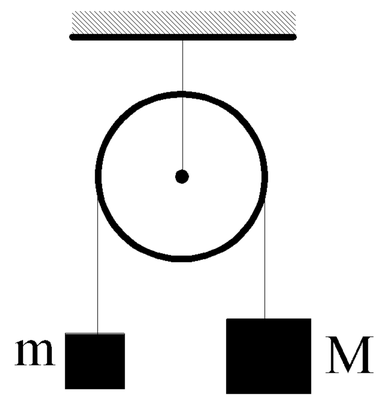


2.如圖，A、B 以輕繩跨接在定滑輪的兩側，若 A、B 的質量分別為 1 公斤和 4 公斤，g＝10m/s^2，則 A、B 等高時，質心動能為_____焦耳。答：5.4

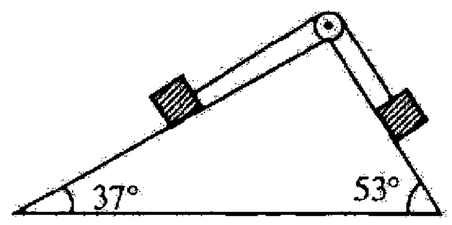


3.m_1=2kg，m_2=1.6kg，分別掛於定滑輪兩端，初速為 0，則 2 秒末之質心速度為何？($g=10m/s^2$)答：$\frac{8}{9}$m/s

4.右圖的裝置裡，質量為 m 的物體和質量為 M 的另一物體以細繩相連，掛在滑輪上；M＞m。繩子和滑輪的質量以及摩擦力均可忽略不計。在 M 下降、m 上昇的期間，這兩個物體的質量中心下降的加速度為？【82 日大】答：$(\frac{M-m}{M+m})^2 g\downarrow$



5.圖中，光滑斜面上的兩物體，質量相等。自靜止釋放不計繩重與任何摩擦力，兩物為一系統，則此系統之質心加速度的鉛直分量值為何？(令$g=10m/s^2$)答：0.1m/s^2



6.喜歡又舒服

男：喜歡嗎？	女：嗯！喜歡！
男：想要嗎？	女：嗯！想要！
男：那我們就一起試一下吧！	女：能再往裡面一點嗎？
男：會疼嗎？	女：有點緊不過還行！
男：舒服嗎？	女：嗯！舒服！
男：那我們就買這雙鞋吧！	

觀念四　質心不動

一、質心不動：由 m_1、m_2、m_3、…等質點組成的系統

1. 條件：①所受的外力和為零 $\Rightarrow \vec{a}_C = 0$

②且兩質點之質心原為靜止 $\Rightarrow \vec{v}_{oC} = 0$

2. 性質：$m_1 \cdot \vec{S}_1 + m_2 \cdot \vec{S}_2 + m_3 \cdot \vec{S}_3 + \cdots = 0$

$$\begin{cases} \vec{S}_C = \dfrac{m_1\vec{S}_1 + m_2\vec{S}_2 + m_3\vec{S}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} \\ \vec{S}_C = \vec{v}_{oC} \cdot t + \dfrac{1}{2}\vec{a}_C \cdot t^2 = 0 \cdot t + \dfrac{1}{2} \cdot 0 \cdot t^2 = 0 \end{cases}$$

Pf：$$\Rightarrow \vec{S}_C = \frac{m_1\vec{S}_1 + m_2\vec{S}_2 + m_3\vec{S}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = 0$$

$$\Rightarrow m_1\vec{S}_1 + m_2\vec{S}_2 + m_3\vec{S}_3 + \cdots = 0$$

【說明】設兩質點的共同質心為座標原點，則：

$$m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdot\cdot = 0 \text{，} m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdot\cdot = 0 \text{，} m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \cdot\cdot = 0$$

(1)兩質點與質心距離 r、兩質點的運動速率 v、兩質點的加速度 a、兩質點的動能 E_k：皆質量成反比。

(2)兩質點的動量變化量 $\Delta\vec{P}$、所受的衝量 $\vec{J}$、所受的力 $\vec{F}$：皆大小相等、方向相反。

二、質心座標系

不論系統的外力和是否為零，由系統質心觀察系統內各質點的動量和恆為零。

$$\vec{v}_C = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots\cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots\cdots}$$

$$m_1\vec{v}_C + m_2\vec{v}_C + m_3\vec{v}_C + \cdots\cdots = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots\cdots$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_C) + m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_C) + m_3(\vec{v}_3 - \vec{v}_C) + \cdots\cdots = 0$$

$$m_1\vec{v}_{1C} + m_2\vec{v}_{2C} + m_3\vec{v}_{3C} + \cdots\cdots = 0$$

同理

$$m_1(\vec{r}_1 - \vec{r}_C) + m_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_C) + m_3(\vec{r}_3 - \vec{r}_C) + \cdots\cdots = 0$$

$$m_1(\vec{a}_1 - \vec{a}_C) + m_2(\vec{a}_2 - \vec{a}_C) + m_3(\vec{a}_3 - \vec{a}_C) + \cdots\cdots = 0$$

例35. 質量 M、長度 L 的小船靜停在湖面上。有一質量 m_1 的小孩站立在船頭，另一質量 m_2 的小孩站立在船尾。假定 $m_1 > m_2$ 且不計水的阻力，則在他們互換位置後，船移動的距離為_____。【1996 奧林匹亞初選】答：$\frac{(m_1 - m_2)L}{m_1 + m_2 + M}$

例36. 兩位溜冰者，質量分別為 60kg 及 40kg，站在溜冰場上共同握著一條長為 10m，質量可以不計的木棍。兩人由木棍兩端出發，各自使力拉著木棍往對方走，直到兩人碰在一起為止。假若人跟地面間的摩擦力可以不計，則 40kg 的人移動了多遠？【1997 奧林匹亞初選】答：6m

例37. 某質量為 m kg 的釣者站在質量為 Mkg 之平底船上。船身垂直於湖岸，船頭指向湖心。已知最初船身靜止，船尾距岸邊為 ℓ_0m，釣者以 a_0（m/s^2）之等加速度（相對於船）向船尾移動。問經 t 秒後，船尾距岸邊多遠？（不計水對船之阻力）　　。【1997 奧林匹亞初選】答：$\ell_o + \frac{mat^2}{2(m+M)}$

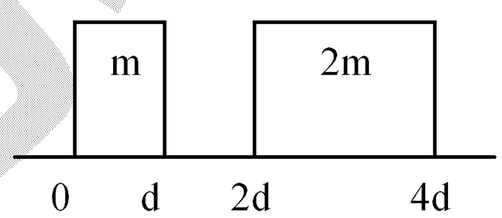
※家庭作業

1.有一重 250 公斤，長 6 公尺之頭尾對稱、密度均勻之船隻靜止於水中，當重量為 50 公斤的人由船頭走到船尾，則此時間內船身移動多少距離？
(A)1 公尺 (B)1.2 公尺 (C)1.5 公尺 (D)2 公尺 (E)3 公尺。【68 日大】答：(A)

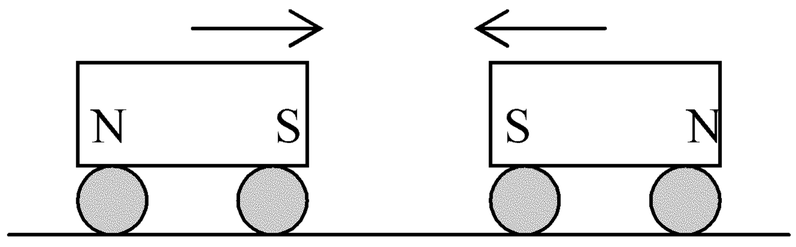
2.質量為 200kg、長度 9 公尺之船，原來靜止，某甲(60kg)及乙(40kg)分別站於船首及船尾，今兩人相向而行，停止時甲在船尾、乙在船中央，則船移動？答：1.2 公尺

3.一船長 10m、重 40kg，靜止於湖中，船首朝向岸邊，距岸邊 30m，此時一質量 10kg 之大狗自船尾走向船首，當此狗到達船首時，船首距岸邊多遠？答：32m

4.設有兩塊磁鐵，置於無摩擦之桌面上，假定其質量分別為 m 及 2m，則當二磁鐵在相吸引碰在一起時，其碰撞點離開 O 點之距離為 (A)d (B)2d (C)$\frac{4d}{3}$ (D)$\frac{5d}{3}$ (E)$\frac{3d}{2}$。【68 日大】答：(D)

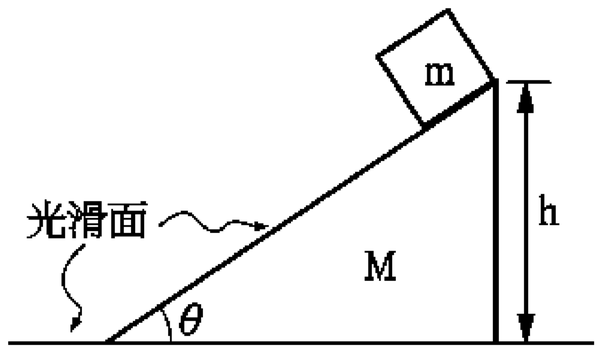


5.在同一水平直線上運動的 A、B 二滑車，各載有一根固定不動的強力磁鐵棒，此二磁鐵棒的南北極指向恰好相反，但皆與滑車運動之直線方向平行(如右圖)。今令兩車自遠距離互相滑近，結果二者接近至某一程度尚未接觸即互相推離，設摩擦力可以忽略，則在運動過程中，下列敘述何者正確? (A)此系統之動量和保持不變 (B)此系統之動能和保持不變 (C)此系統之總能量保持不變 (D)此系統之重力位能保持不變 (E)兩車距離越小時，它們之間的位能越大 。【71 大學】答：(A)(C)(D)(E)

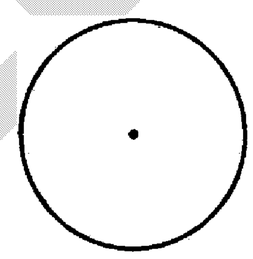


6.大陸一個口音很重的縣長到村里作報告：
「兔子們，蝦米們，豬尾巴！不要醬瓜，鹹菜太貴啦！！」
（翻譯：同志們，鄉民們，注意吧！不要講話，現在開會啦！）
縣長講完以後，主持人說：「鹹菜請香腸醬瓜！」
（翻譯：現在請鄉長講話！）
鄉長說：「兔子們，今天的飯狗吃了，大家都是大王八！」
（翻譯：同志們，今天的飯夠吃了，大家都是大碗吧！）
「不要醬瓜，我撿個狗屎給你們舔舔・・・」
（翻譯：不要講話，我講個故事給你們聽聽・・・）

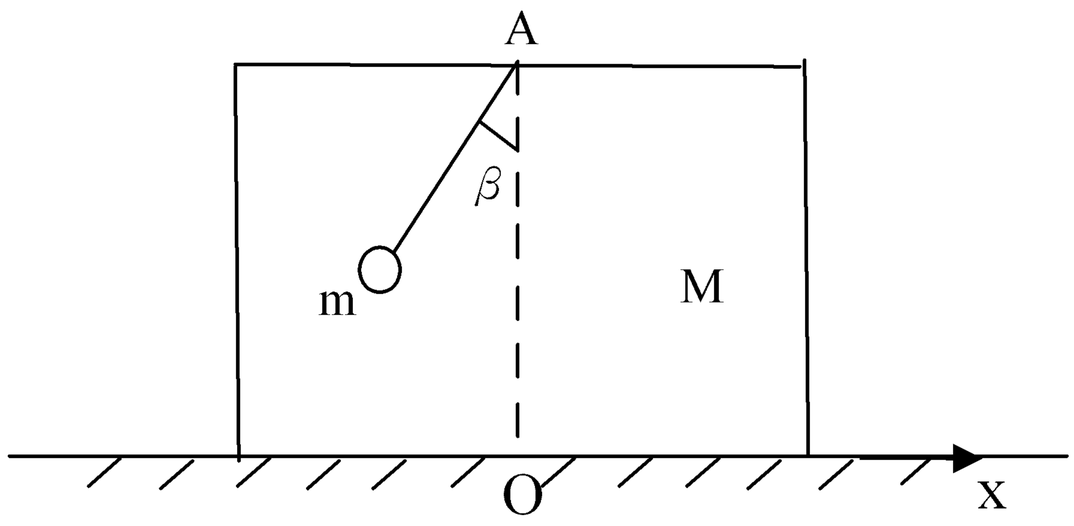
例38. 於光滑平面上置一傾角θ，質量 M 之斜面體。另一質量爲 m 之質點，自斜面體上高度 h 處滑下，在此質點滑下之時間內，斜面體移動之位移爲若干？【71 日大】答：$\frac{mh\cot\theta}{M+m}$



例39. 右圖中，環之半徑 R，質量 2m；一物體質量 3m 靜置於無摩擦之桌面之環心處，突然間物體爆炸成質量 2：1 之 A、B 兩片分向左、向右撞去而黏住於環上，求最後環之位移爲若干？答：$\frac{R}{5}\rightarrow$

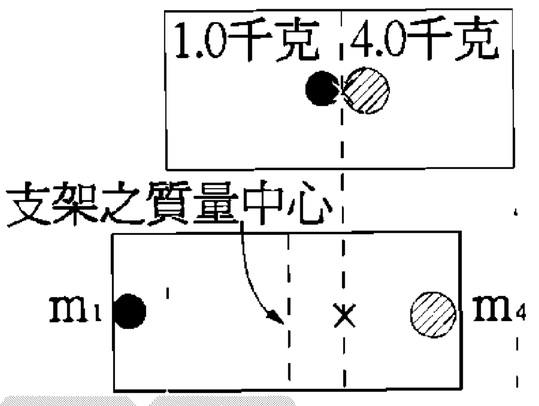


例40. 如圖所示，質量 M 之均勻方形盒靜置於光滑的水平面上，自其頂部的中央 A 點，以長度 5.0cm 之細繩懸吊一質量 m=M/3 的質點，開始時該質點靜止且繩與鉛直線夾角β爲 37°，A 點的 x 坐標 O 取爲原點。設重力加速度爲 10 m/s^2，sin37°=3/5。對靜立地面的觀察者而言，下列敘述何者正確？ (A)整個系統的動量守恆 (B)整個系統的質心位置固定 (C)整個系統質心的 x 坐標固定在 -0.75 cm (D)m 質點擺到最低點時，m 質點的速度爲 3.9 cm/s (E)m 質點擺到右邊最高點時，M 方形盒向左移 1.5 cm。【95 指考】答：(C)(E)

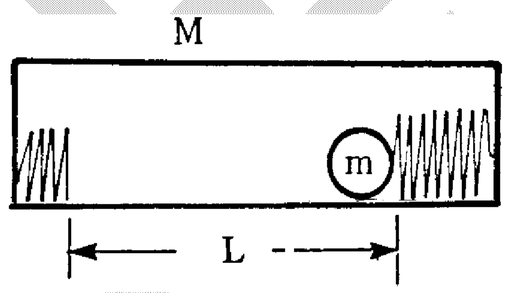


※家庭作業

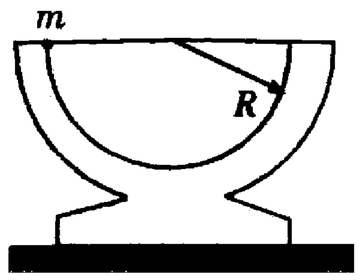
1.右圖，長為ℓ的長方形框(質量 5 公斤)置於光滑桌面上，今於框中央放置 1 公斤與 4 公斤的 A、B 二物(中間以彈簧頂住)，突然 A、B 彈開分向左右運動，撞上框邊而黏於邊上，求最後框之位移為何？答：$\frac{3}{20}l$向左



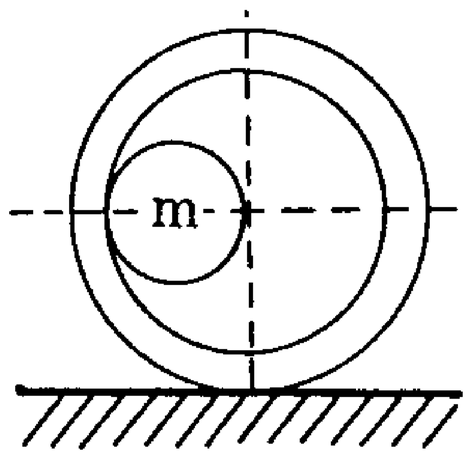
2.如圖質量 m 自質量 M 之盒一壁彈出，若盒與地面間為光滑，則盒子振動之振幅為何？答：$\frac{mL}{2(M+m)}$



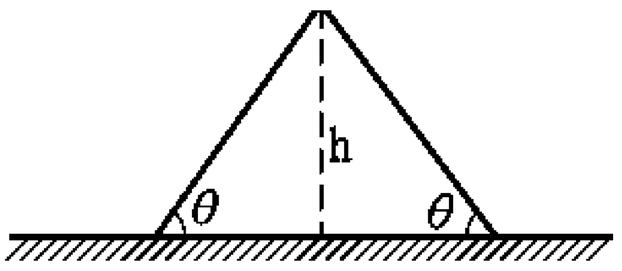
3.一碗狀物體，質量為 M，其內壁呈半球形(半徑為 R)。設此物體被置於一光滑之水平面上(如圖)，另一質量為 m 之小物體，自碗之內壁頂端滑落至碗底時，碗移動之距離為何？【69 大學】答：$\frac{mR}{M+m}$



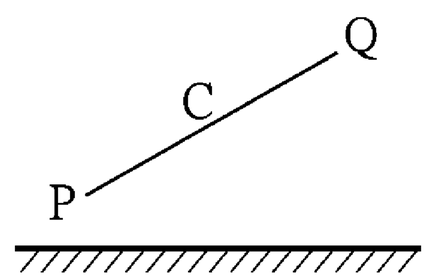
4.質量 m，半徑 R 的球放在同質量，內半徑為 2R 的球殼內，整個組合靜置於水平光滑桌面上如圖所示，然後球被釋放並在殼內來回滾動，最後靜止於底部，則球殼位移若干？答：R/2

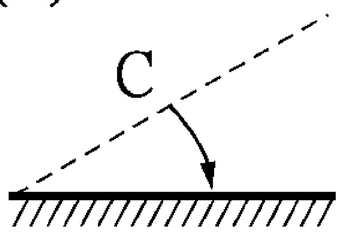


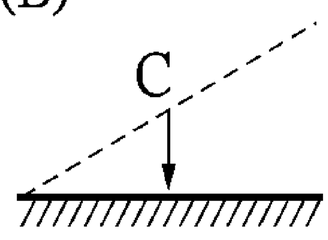
5.如圖，一隻螞蟻質量 m，爬上靜置於水平光滑面上的等腰三角形木塊，若木塊質量 M，高為 h，則螞蟻由右邊斜面底端，越過頂部，再爬至左邊斜面底端時，木塊移動的距離為多少？答：$\frac{2mh\cot\theta}{M+m}$

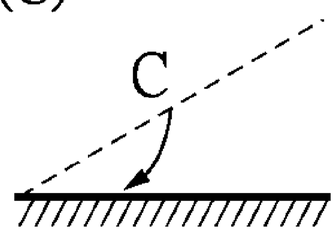


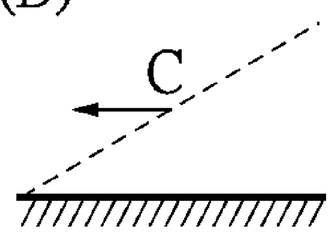
6.質心在 C 點的木棒 PQ，正由如圖所示的位置鉛直落下，設地面光滑，且棒不反彈，則棒之 P 端觸地後，C 點的軌跡以下列何圖箭頭所描述的最適當？

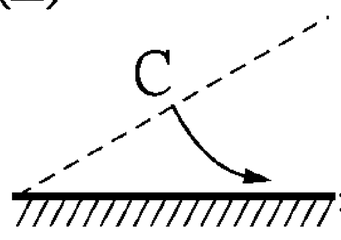


(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

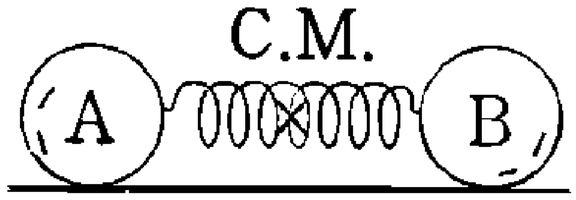
(E) 

答：(B)

例41. 有二質點各自運動，質量 m_1 及 m_2，速度 $\vec{v}_1$ 及 $\vec{v}_2$，則(1)質心速度？(2)m_1 對質心速度？(3)m_2 對質心速度？(4)m_1 對質心動量？(5)m_2 對質心動量？(6)m_1 與 m_2 對質心之動量和爲何？答：(1) $\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$ ；(2) $\frac{m_2(\vec{v}_1-\vec{v}_2)}{m_1+m_2}$ ；(3) $\frac{m_1(\vec{v}_2-\vec{v}_1)}{m_1+m_2}$ ；(4) $\frac{m_1m_2(\vec{v}_1-\vec{v}_2)}{m_1+m_2}$ ；(5) $\frac{m_1m_2(\vec{v}_2-\vec{v}_1)}{m_1+m_2}$ ；(6)0

例42. 靜止之 P、Q 二質點相距 1 米，P 之質量爲 0.1 公斤，Q 之質量爲 0.3 公斤，P 與 Q 以 1×10^{-2} 牛頓相吸，無外力作用於此系統，則：
(1)質心加速度爲何？ (2)質心速度爲何？
(3)離 P 原來位置若干處二質點相撞？答：(1)0；(2)0；(3)0.75 米

例43. 光滑水平檯面上，一極輕彈簧兩端連結兩質量分別爲 m_1 及 m_2 之 A 與 B 兩球，彈簧力常數 k；A 球急速以 v 速度向右運動，則：



(1)此兩球共同質心運動的速度爲若干？

(2)在質心上見 A 的振動週期爲若干？答：(1) $\frac{m_1}{m_1+m_2}v$ ；(2) $2\pi\sqrt{\frac{m_1m_2}{k(m_1+m_2)}}$

※家庭作業

1.質量 m 之物體正以 v 速度對其在前面 d 處之物體(爲靜止，質量 2m)做正面碰撞，則：(A)質量中心到動、靜兩物體之距離比爲 1：2 (B)質量中心距 m 爲 $\frac{2}{3}d$ (C)質量中心速度爲 $\frac{1}{3}\bar{v}$ (D)兩物體在碰撞後之總動量爲 mv (E)自質量中心見兩物體之動量總和爲 mv 。答：(B)(C)(D)

2.質量分別爲 2kg、3kg 之兩球，分別以 $\bar{v}_1=2$m/s 向北；$\bar{v}_2=1$m/s 向東運動，求 (1)此系統之動量爲何？ (2)此系統的質心速度爲何？ (3)質心看甲的動量爲何？ (4)質心看乙的動量爲何？ (5)質心看甲、乙之動量和爲何？

答：(1)(3,4) ；(2)$(\frac{3}{5},\frac{4}{5})$ ；(3)$(-\frac{6}{5},\frac{12}{5})$ ；(4)$(\frac{6}{5},-\frac{12}{5})$ ；(5)0

3.質量 1kg 的物體以 5m/s 的速率向靜止的 2kg 物體接近，由質量中心看去，1kg 的物體之速度大小爲？答：$\frac{10}{3}$m/s。

4.下列有關質心運動的敘述何者正確？ (A)不計空氣阻力，斜向拋出的砲彈在空中爆炸後，系統的質心軌跡仍爲拋物線，不受爆炸影響 (B)兩質點距其質心的距離與其質量成反比 (C)系統內各質點相對於質心之總動量和恆爲 0，即使有外力作用，其關係仍然成立 (D)由靜止爆炸後瞬間系統的質心位置仍爲靜止 (E)同方向而不同速度運動之兩物體，某人站在此系統之質心觀之，看到兩物體運動的方向恆相反。答：全

5.下列有關多質點系統的運動，何者是正確的敘述？ (A)質心的動量等於系統的總動量 (B)質心的動能等於系統的總動能 (C)質心加速度與系統總質量的相乘積等於系統所受外力之合力 (D)質心加速度爲零，系統恆靜止 (E)質心速度爲零，系統內的組成質點恆靜止 。答：(A)(C)

6.有關質量中心的下列敘述，何者正確？ (A)物體的質量中心必在物體內部 (B)我們所說的物體位置，係指此物體質量中心的空間座標 (C)鉛直懸掛的物體所受重力的方向必通過此物體的質量中心 (D)獨立系統不受外力時，其質量中心必靜止 (E)一靜止岩石受內力作用而爆炸時，其質量中心不動 。答：(B)(C)(E)

觀念五　質心軌跡

一、內力與外力

1. 內力：質點間的交互作用為內力，內力會影響單獨質點的運動，但不會影響整個系統質心的運動，故碰撞、爆炸瞬間等所引起的內力，不會影響質心原有既定的運動軌跡。

2. 外力：質心所受的力為所有質點所受外力的向量和，質心的運動狀態，只受到系統外力和的支配。

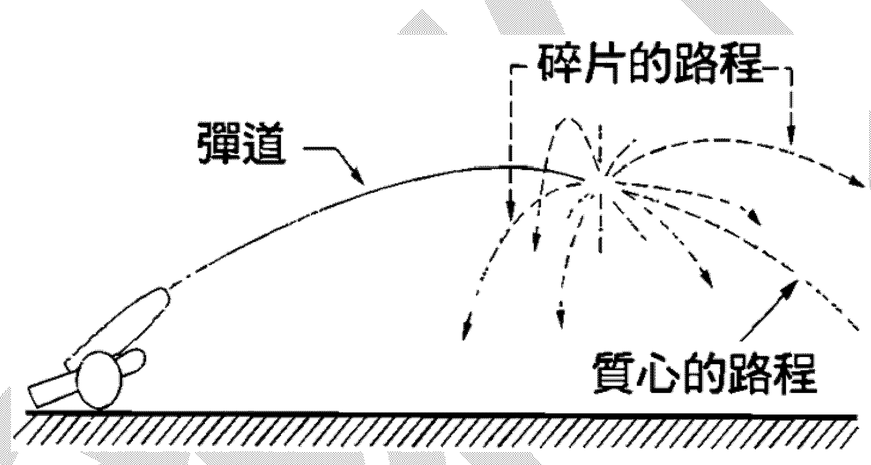
$$\vec{a}_C = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 + \cdots\cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots\cdots} = \frac{\sum_i (m_i\vec{a}_i)}{\sum_i m_i} = \frac{\vec{F}_{外}}{M}$$

$$\vec{F}_{外} = M\vec{a}_C$$

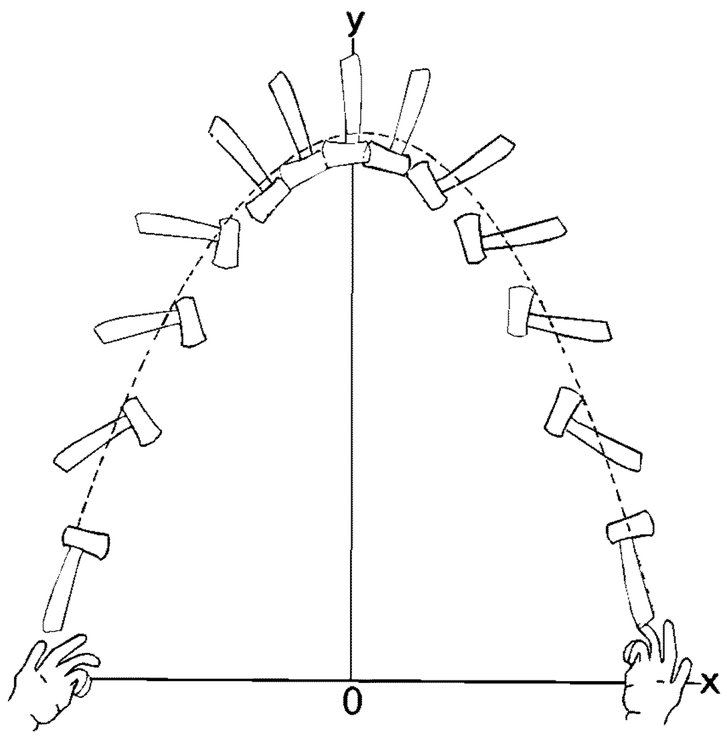
故質心的加速度，等於假想把系統全部的質量集中在質心，且總外力作用在質心時所產生的加速度，且質心的運動可用以代表整個系統的平移運動，質心所受的力為所有質點所受外力的向量和，質心的運動狀態，只受到系統外力和的支配。

二、說例與應用

(1)砲彈爆炸



(2)擲斧頭投擲一把斧頭。斧頭上的某一特殊點(其質心)，如一個棒球般，沿一拋物線路徑運動，斧頭上沒有其它點具有相同的運動方式。



(3)跳水運動員不論以哪一種方式入水，其質心軌跡皆為一拋物線。若跳水選手以保持直立的姿勢跳入水中，身體質心和其他各點的軌跡皆為拋物線。若改以翻轉的方式跳入水中，人所受的外力和以直立姿勢跳水的情況一樣，皆僅受重力的作用，因此身體質心仍沿拋物線運動，而其他各點的軌跡不再是拋物線。

例44. 一炸彈自 600 米之高空自由下落，於中途爆裂成兩個等重的破片，在垂直線上分上、下散開。如空氣的阻力可以不計，炸彈下落後 10 秒時有一破片擊中地面，則此時另一破片距地面之高度為： (A)110 (B)220 (C)280 (D)490 (E)0 米。【70 日大】
答：(B)

例45. 質量 2 公斤的石子，以初速 40 公尺/秒鉛直上拋，半途中爆炸為質量相等的兩塊，其中一塊沿鉛直路徑於拋出後 3 秒回原起拋點，則另一塊此時高度？(g=10 m/s^2)
答：150 公尺

例46. 甲、乙兩黏土塊，質量皆為 m，當 t=0 時，甲以 100m/sec 之初速由地面鉛直上拋，乙同時由 240 公尺高處自由落下，若兩黏土塊在空中相撞且結合在一起，則 t=？秒，黏土塊落地。(設 g=10 m/sec^2 ，忽略所有摩擦力&阻力)答：12

※家庭作業

1.一拋物體自水平地面以v_o鉛直向上拋射達最高點時，爆炸為質量相等之兩片，其中一片於爆炸後 t 秒著地，另一片於 t'秒著地(t'>t)，則 t'為：

(A)$\frac{v_o}{g}$ (B)$t+\frac{v_o}{g}$ (C) $t+\frac{2v_o}{g}$ (D)$\frac{v_o^2}{g^2}$ (E) $\frac{v_o^2}{g^2 t}$ 。答：(E)

2.一垂直下落的炮彈，在空中爆裂成質量相等的兩破片，如不計空氣阻力，則： (A)這兩破片的運動軌跡是在同一平面內的兩拋物線 (B)這兩破片之質量中心的運動軌跡是一直線 (C)如地面為水平，則兩破片同時著地 (D)剛爆炸時，兩破片的動能和與剛爆炸前炮彈之動能相同 (E)兩破片的水平動量和為零。【73 日大】
答：(A)(B)(E)（註：(A)選項中，直線視為特殊的拋物線）

3.一炸彈自 800 米之高空自由落下，於中途爆裂成兩個等重的破片，在鉛直線上分上下散開，如空氣阻力可以不計，炸彈下落後 10 秒時有一破片擊中地面，則此時另一破片距地面之高度為若干米？ (A)245 (B)310 (C)490 (D)620。答：(B)

4.質量 6.0kg 的砲彈由平面上 O 點的正上方自由落下，在未著地以前爆裂成質量各為 1.0kg、2.0kg 與 3.0kg 的 A、B、C 三塊，且三塊同時著地，A 著地點在 O 點的正北方 48m 處，B 著地點在 O 點正東方 18m 處，則 C 的著地點距 O 點多遠？答：20 公尺

5.有一質量為 m 的小球，在水平地面上以 45℃仰角向正東方向拋射。當小球達到最高點（高度為 h）時，因內部炸藥爆發，沿水平面方向炸成三塊，其質量分別為$\frac{m}{2}$、$\frac{m}{4}$，和$\frac{m}{4}$（炸藥部分的質量可以忽略不計）。若取小球的拋射點為坐標原點，x-y 平面為通過原點的水平面，正 x 軸指向正東方，正 y 軸指向正北方，已知質量為$\frac{m}{2}$的小塊落地時的(x，y)坐標為(4h，h)，兩小塊質量為$\frac{m}{4}$之一的落地坐標為(2h，-h)，則另一小塊的落地坐標(x，y)為？【2002 奧林匹亞初選】答：(6h,-h)

例47. 一砲彈以 80 m/s 的初速，沿 45°的仰角發射出去，在最高點時爆裂成兩片，質量比爲 2：1。兩片同時落至地面，且兩片的落點和原砲彈的發射點在同一直線上，其中大片落點位置與發射點相距 450 m，則小片的落點距拋出點_____m。答：1060

例48. 在距地面 200 公尺高處以 37^{o} 仰角斜拋一物，在飛行途中爆裂成質量比 1：4 之兩塊，其中較重的一塊落地時，水平位移 300m，此時較輕者離地面 600m，且水平位移 400m($g=10m/sec^{2}$)。求：(a)拋出之初速度爲若干 m/sec？(b)較重者落地時距拋出時相隔若干秒？答：(a)50m/s；(b)8sec

例49. 在地面以 53° 仰角斜拋一物，在最高點爆裂成質量比 1：1 之甲、乙兩塊，其中甲塊落地時，水平位移 140m，此時乙塊離地面 120m，且水平位移 220m。則乙塊落地時，距拋出點的水平距離=？(設 $g=10\,m/s^{2}$，忽略所有摩擦力&阻力，所有運動軌跡在同一平面) 答：520 公尺

※家庭作業

1.一砲彈以 50m/s 的初速作仰角 53°的斜拋，當飛至最高點時，突然爆裂成質量比 1：2 的兩碎塊，其中大塊的自由落下，則小塊的落地點與拋點相距多遠？(g=10m/s^2) (A)120 (B)240 (C)360 (D)480 公尺 。答：(D)

2.一砲彈以37°仰角拋出，在途中爆炸為 4：1 之兩碎片。大碎片落地時距出發點 600 m，此時小碎片之位置在水平距離 800 m，高度 800 m 處(g＝10 m/s^2)則：
(1)這個時刻為發射後多久？
(2)砲彈的初速度量值為？答：(1)8(s)；(2)100(m/s)

3.質量 m 之物體自地面以初速度 100 米/秒仰角 30^o 斜向射出，不計空氣阻力，於運動途中物體突然爆炸為質量相等之甲、乙兩片，其中甲片於發射後 2 秒恰落至地面，則甲片落地瞬間，另一乙片離地之高度為若干？(g=10 米/秒 ^{2})答：160 米

4.斜向射出之砲彈在空中炸裂後，下列何者隨時間而變？ (A)質心位置 (B)質心速度 (C)質心動量 (D)各碎片對質心之動量和 (E)各碎片之總動量和 。答：(A)(B)(C)(E)

5.自水平地面斜向射出之砲彈，在最高點爆炸成兩碎片，爆炸後兩碎片均有水平動量，如不計空氣阻力，則 (A)兩碎片的運動軌跡均為拋物線 (B)落地前兩碎片共同質心的加速度恆為重力加速度 (C)自爆炸至著地，兩碎片的動量變化必相同 (D)剛爆炸時兩碎片的動量和為零 (E)剛爆炸時，兩碎片的動能和剛爆炸前砲彈動能相等 。答：(A)(B)

6.下列敘述何者正確？(A)物體不受外力時，其動量為一定值 (B)慣性定律為動量守恆一個特例 (C)斜拋一物體，無論物體如何轉動，其質心軌跡值為拋物線 (D)作用於一系統中各個質點的外力和，其質心產生加速度，猶如直接作用於系統質心上 (E)系統質點所受總外力等於零時，各個質點可能作複雜運動，但系統質心加速度為零 。答：(A)(B)(C)(D)(E)

7.彈丸自原點，以V之初速，仰角θ斜向拋出，待達到最高點，爆炸成為兩塊，其質量之比為 2:3，其中小塊自由落下，求另一塊著地點至爆炸點之水平位移。答：$\frac{5V^2\sin 2\theta}{6g}$

觀念六　動量守衡

一、動量守恆定律：

若質點系統所受外力的合力為零，則系統的總動量守恆。

【證明】設質點系統所受的總外力為 $\vec{F}_{外}$

$$\Delta\vec{P}=\vec{F}_{外力和}\cdot\Delta t$$

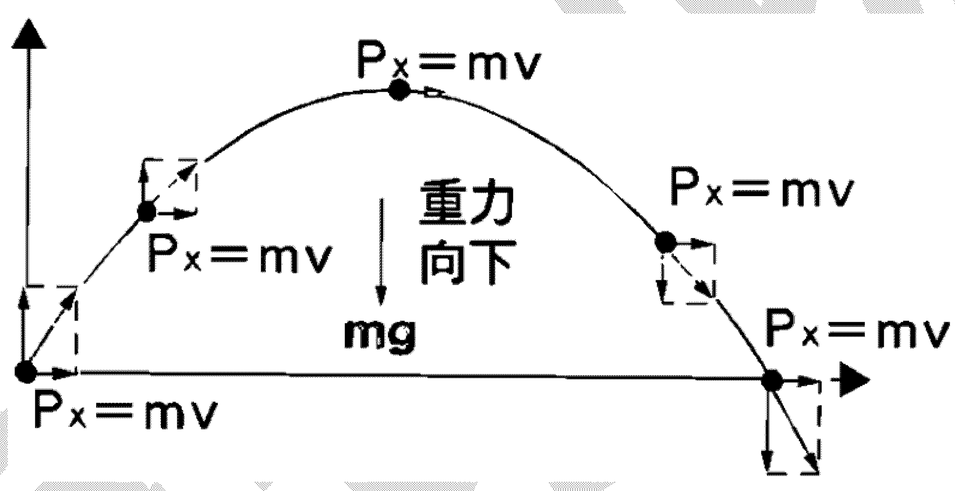
若 $\vec{F}_{外}$ 為零，則 $\Delta\vec{P}=0\ \Rightarrow\ \sum\vec{P}$ 為定值

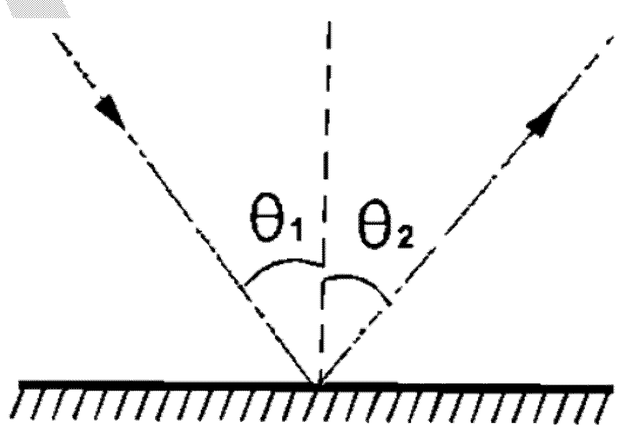
二、動量守衡的獨立性：

系統在某方面所受之外力和為零時，不論其它方向外力和是否為零，此方向的總動量守恆。

【例如】

①球與光滑地面間的碰撞，鉛直方向因受正向力作用使動量改變，但水平方向動量仍守恆。





②斜向拋射運動的過程中，物體所受的外力僅有鉛直向下的重力，在水平方向所受的外力為零，故物體動量在水平方向上的分量守恆。

三、相對速度

人跳離車之速度可分為：①對地

②對跳離前之車

③對跳離後之車

四、傳球可視為跳車與碰撞的組合，須分別計算傳球與接球的動量守恆。

例50. 當質量均為 1kg 之兩小車聯繫一起，同以 0.5 米/秒之速度運動時，兩車間之彈簧彈開而使兩車分離，其中一車在原運動方向以 0.7 米/秒之速度前進。則
(l)彈簧彈開後，質量中心之速度為若干？
(2)在彈簧彈開後，另一車之速度變為若干？答：(1)0.5m/s；(2)0.3m/s

例51. 質量為 m 的砲彈，以連度 v 自質量為 M 的砲身水平射出： (1)砲身後退的速度為何？ (2)若砲彈的速度 v 是對後退的砲身而言，則砲身後退的速度為何？

答：(1) $-\frac{m}{M}v$ ；(2) $-\frac{m}{M+m}v$

例52. 大砲之炮身質量為 M，水平發射質量為 m 之砲彈，其發射之速度為 V，若不計摩擦力，則：(1)炮身後退之速率 u 為何？(2)設火藥爆炸之內能 E 全轉為炮身及砲彈之動能，則 E 為何？(3)若大砲之炮身固定不動，又無其他能量損失時，砲彈之出口速率 V' 又為何？答：(1) $-\frac{m}{M}\vec{v}$ ；(2) $\frac{1}{2}mv^2(1+\frac{m}{M})$ ；(3) $v\sqrt{1+\frac{m}{M}}$

※家庭作業

1.兩物體質量各為 1 公斤，聯在一起，同以 1 公尺/秒之速度進行。兩者間有一彈簧，將兩物體彈開，使一物體以 1.5 公尺/秒之速度，沿原方向前進。問
(a)二物體的質心速度為何？(b)另一物體的速度為何？
答：(a) 1 公尺/秒；(b)0.5 公尺/秒

2.質量 0.80kg 的物體在光滑平面上以 2m/s 速率運動，突然爆裂成質量相等兩塊，因為爆炸而獲得額外 4.0 焦耳之動能，若分裂後運動方向不變，則分裂後各塊速率分別為(m/sec)： (A)0；4 (B)2；2 (C)1；3 (D)2；3 (E)1；4 。答：(C)

3.靜止質量 M 之物突然炸成質量 a：b 兩塊，若前塊速率為 v，則 (a)兩者動量比？(b)後塊速率？ (c)有若干內能轉變為動能？答：(a)1：1；(b)$\frac{a}{b}v$；(c)$\frac{a}{2b}Mv^2$

4.一質量為 55 公斤的人，手持 5 公斤的球，乘坐在一質量為 20 公斤的車子上，車子在平直光滑軌道上以 2 公尺/秒的速率前進。如將球沿車行方向水平拋出，球拋出瞬間相對於人的速率為 8 公尺/秒，則球拋出後車子對地的速率為？【85 日大】
答：1.5 公尺/秒

5.本來靜止之砲彈爆炸為 2 片，質量為 2kg 與 1kg，後者之速率為 100m/sec，求(1)總動量？(2)總動能？(3)此動能是否為爆炸所釋放之總能量？答：(1)0；(2)7500J；(3)否

6.一靜止之手榴彈爆炸成質量比 1:2 的 P、Q 兩破片，爆炸時其動能各為 K_P 及 K_Q，則 $\frac{K_Q}{K_P}$ = ？ (A)2 (B)$\frac{1}{2}$ (C)$\sqrt{2}$ (D)4 。答：(B)

7.老王受邀到老李家中作客...
在老李家中，只見老李都以「親愛的」來稱呼老婆。
老王見狀很感動的對老李說：「你真的是不容易耶！結婚快 10 年了，你還是這樣甜蜜的稱呼你太太...」
「其實，」老李小聲的說：「我忘記她名字很久了說...」

例53. 質量 100kg 的車子，上載一個 50kg 的人，以 10m/s 的速度行進。

(1)人以 6m/s 的速度(對地)向後跳，則跳車後之車速？

(2)人以 6m/s 的速度(對跳離前之車)向後跳，則跳車後之車速？

(3) 人以 6m/s 的速度(對跳離後之車)向後跳，則跳車後之車速？

例54. 一人坐於輪椅上，椅與人共重 M 靜止，人手持二質量均為 m 的石塊，分二次將石頭以對人為 v 的速度水平拋出，若不計一切阻力，則對地球慣性座標看來，人反衝的速度大小為何？答：$\frac{m}{M}\vec{v}+\frac{m}{M+m}\vec{v}$

例55. 質量為 5m 之台車，靜止於光滑水平地板上，車上有三個質量皆 m 之人，每人以 $\vec{v}$ (相對於各人跳車前台車之速度)之水平速度跳離台車。則 (1)三人相繼跳下後，台車之末速度為何？ (2)若三人同時跳下，則台車末速度又為何？

答：(1) $-\frac{107}{210}\vec{v}$ ；(2) $-\frac{3}{5}\vec{v}$

※家庭作業

1.質量爲 m 之人靜立於質量爲 M 之船，船靜浮水上，船與水間無摩擦。若人以相對於船之水平速度 v_r 跳離船，則船之末速爲

(A)$\frac{mv_r}{(M+m)}$ (B)$\frac{mv_r}{M}$ (C)$\frac{mv_r}{(M-m)}$ (D)$\frac{(M-m)\,v_r}{M}$。【67 日大】答：(A)

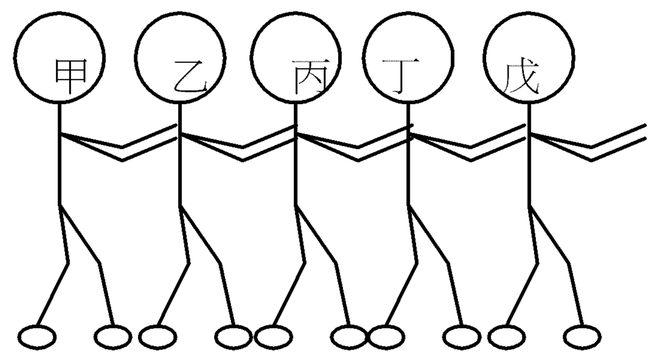
2.質量爲 m 的人在質量爲 M 原來靜止的臺車上，以對車速度 2.5m/s 向車後奔跑，不計摩擦，人起跑後車以 0.5m/s 前進，則 M/m 爲(A)5 (B)4 (C)3 (D)1/4 (E)1/5 。答：(B)

3.台車重 200 公斤，在光滑水平路面上以 20m/s 等速度前進，車上有一人體重 50 公斤靜立在車前端，當人由台車前端跑到後端而以相對於車向後 5m/s 之水平速度跳離台車後，台車向之末速度量值爲_____m/s。答：21

4.質量爲 20 公斤之小車，以 2.0 公尺／秒之速率運動，質量爲 60 公斤之人(原在小車上隨車運動)跳出此車，當他到達地面時，對地面不運動，小車之速度變爲 (A)向後，4m/sec (B)向後，2m/sec (C)向前，8m/sec (D)向前，6m/sec (E)靜止。【日大】答：(C)

5.一質量爲 55 公斤的人，手持 5.0 公斤的球，乘坐在一質量爲 20 公斤的車子上，車子在平直光滑軌道上以 $2.0\,m/s$ 的速率前進。如將球沿車行方向水平拋出，球拋出瞬間相對於人速率爲 $8.0\,m/s$，則球拋出後車子對地的速率爲？答：$1.5\,m/s$

6.甲乙丙丁戊五人，質量皆爲 m，穿著冰刀靜止站立在冰上(摩擦力可忽略)，五人接龍排成一列，如圖所示。開始時，丁將戊以 60m/sec(相對於分離後的丁)的速度推出，1 秒後丙將丁以 60m/sec(相對於分離後的丙)的速度推出，再 1 秒後乙將丙以 60m/sec(相對於分離後的乙)的速度推出，再 1 秒後甲將乙推出。則當甲將乙推出瞬間，甲與戊的距離=？答：230 公尺



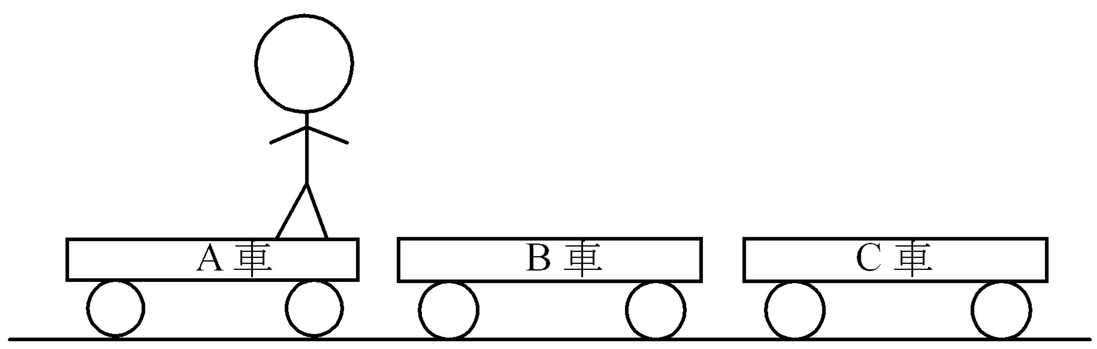
例56. A、B 兩人各穿著冰刀，面對面靜止站在冰上。今 A 把手中籃球拋傳給 B 接住。設兩人的質量各為 m_A 及 m_B，籃球的質量為 m，而籃球傳出時的水平速度為 v，則當籃球傳過之後，A、B 兩人相對速度之大小為？【67 日大】答：$mv(\frac{1}{m_A}+\frac{1}{m_B+m})$

例57. 甲、乙兩人分別坐在小船的船頭與船尾。開始時，小船停在靜止的水中。甲以水平方向的速度 $\vec{v}_0$ 將質量為 m_0 的球擲向乙，同一時間乙以水平方向的速度 $-2\vec{v}_0$ 將一質量相同的球擲向甲。已知甲、乙兩人的質量均為 m，船的質量為 M。假設水對船的阻力可不計，且在空中時，球速的改變可以忽略不計。

(1)求兩球仍在空中時船的速度 $\vec{v}_1$。

(2)若乙接到甲擲來的球，但乙擲出的球未被甲碰觸到，直接落入甲後方的水中，求最後船的速度 $\vec{v}_2$。【91 指考】答：(1) $\frac{m_0\vec{v}_0}{M+2m}$；(2) $\frac{2m_0\vec{v}_0}{M+2m+m_0}$

例58. 質量皆為 50kg 的三輛台車 A、B、C，靜置於光滑地面上；有一個 30kg 的人，自 A 車跳至 B 車，再由 B 車跳至 C 車且停留於 C 車，最後 A 車以 $8\,m/s$ 向左，C 車以 $4\,m/s$ 向右，則此時 B 車的速度=？答：$1.6\,m/s$



※家庭作業

1.質量 100 公斤與 140 公斤的甲、乙兩木船，首尾靠在一起，靜止於湖中，一質量爲 60 公斤的人以對湖水 5 公尺/秒的水平速度由甲船的船首跳至乙船的船尾，則人跳至乙船後，乙船對甲船的速率爲？答：$4.5\,m/s$

2.甲和乙兩人起先面對面地靜止站立在光滑的水平地面上。已知甲的體重爲 48 公斤，乙爲 59 公斤。現甲向乙投擲一質量爲 1.0 公斤的球，球被投出時相對於甲的速度爲 2.0m/s。乙接到球後，再以相對於他自己的速度 2.0m/s 將球擲回給甲，試問當乙擲出球後，其本身的速度量值爲何？_____【2000 奧林匹亞初選】答：

3.台車 100kg 靜止於光滑水平面上，拋 20kg 之物體於台車上，台車末速爲 2m/s，若再以同樣之速度拋物於車上，使台車再增加 2m/s 之速度，則第二次應拋 (A)20kg (B)25kg (C)30kg (D)40kg (E)10kg。答：(C)

4.如圖 15 所示，一排人站在沿 x 軸的水平軌道旁，原點 O 兩側的人的序號都記爲 n(n=1，2，3…). 每人只有一個沙袋，x>0 一側的每個沙袋質量爲 m=14kg，x<0 一側的每個沙袋質量 m=10kg.

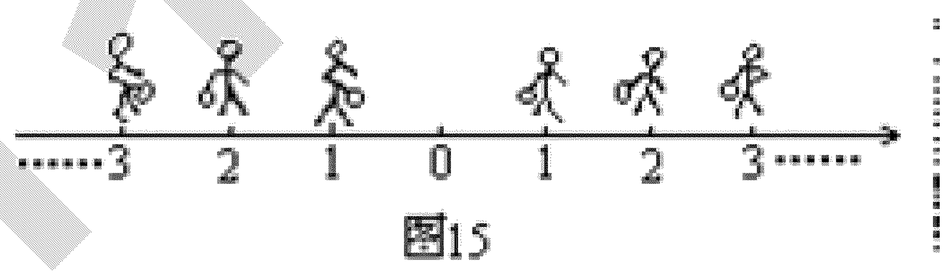


图15

一質量爲 M=48kg 的小車以某初速度從原點出發向正 x 方向滑行.不計軌道阻力.當車每經過一人身旁時，此人就把沙袋以水平速度 u 朝與車速相反的方向沿車面扔到車上，u 的大小等於扔此袋之前的瞬間車速大小的 2n 倍.(n 是此人的序號數)

(1)空車出發後，車上堆積了幾個沙袋時車就反向滑行？

(2)車上最終有大小沙袋共多少個？【1995 大陸高考】答：(1)3；(2)11

5.女人有七品：

小女孩是半成品　少女是成品　處女是極品　少婦是上品　老婆是日常用品　別人的老婆是補品　老處女是紀念品

男人有七品：

小男孩是半成品　少男是妙品　處男是極品　中年男人是戰利品　老公是普通食品　別人的老公是補品　老男人是次級品

例59. 有一 M 公斤質量的木塊停在粗糙的平面，木塊和平面間的動摩擦係數為 μ，當 m 公斤的子彈打入木塊時，子彈則埋入木塊，且滑走 S 公尺才靜止，則子彈打入木塊瞬間的速度(公尺/秒)為？【69 夜大】答：$\frac{M+m}{m}\sqrt{2\mu gS}$

例60. (1)在光滑無摩擦的平面 PQ 上，有兩輛台車 A 與 B。從 P 側，向 Q 以速率 u 運動的台車 A(質量為 m)由正面碰上原來靜止的台車 B 後，連在一起以 v 的速率運動。台車 B 的質量為？

(2)在上題中，A 碰撞 B 後反彈向 P 側運動。假設 B 之質量為 M，碰撞前後之總動能不變，則碰撞後 B 之速率為？【64 日大】答：(1) $m\frac{u-v}{v}$ ；(2) $\frac{2m}{M+m}u$

例61. 質量為 M 之木塊從距水平地面 h 高處自由下落，當木塊下落至距地面 h/2 高處時，被一質量為 m。速度為 u 之子彈從水平方向射中，子彈並嵌在木塊中.則木塊被射中後再經？秒後落至地面上，木塊之橫向位移為？【1999 奧林匹亞初選】

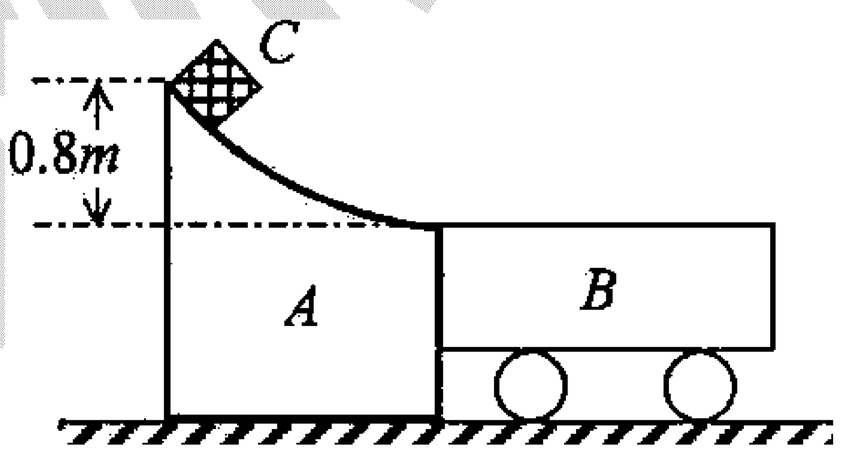
答：$\left[-\frac{M}{M+m}+\sqrt{1+\left(\frac{M}{M+m}\right)^2}\right]\sqrt{\frac{h}{g}}$ ，$\left(\frac{mu}{M+m}\right)\left[-\frac{M}{M+m}+\sqrt{1+\left(\frac{M}{M+m}\right)^2}\right]\sqrt{\frac{h}{g}}$

※家庭作業

1.一質量爲 0.1 公斤的木塊在光滑地板上以 0.1 公尺/秒的速度作等速度運動，此時有一子彈迎面射來而嵌入木塊中，設子彈質量爲 1 克，速率爲 1 公里/秒，則子彈射入木塊之後木塊之速率爲 (A)0.92 公尺/秒 (B)1.96 公尺/秒 (C)4.9 公尺/秒 (D)9.8 公尺/秒 (E)19.6 公尺/秒。【66.日大】答：(D)

2.質量 1.0 公斤之 A 物以 8.0 公尺/秒之等速度向東運動，迎面撞上質量爲 2.0 公斤之物。後者之速度爲 4.0 公尺/秒向西，碰撞後兩物合爲一體，則此新成之物體的速度爲 (A)0 (B)2.0 公尺/秒，向西 (C)2.7 公尺/秒，向東 (D)6.0 公尺/秒，向東。【66.夜大】答：(A)

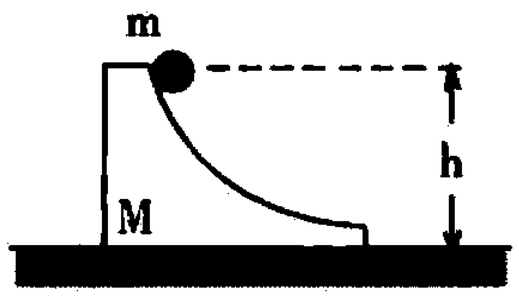
3.如右圖所示，A 爲一固定不動的光滑軌道，質量 30Kg 的台車 B 緊靠著 A 的右側。現有一質量 20Kg 的塊狀重物 C，在高出台車平面 0.8m 處，沿軌道以 3m/s 的初速度下滑，衝上小車。設 C 與 B 車板面間的摩擦係數爲 0.3，B 車與地面間的摩擦可以忽略，則(A)B 台車的長度至少應爲_____m，重物 C 才不致滑出其板面；(B)B 車被撞後的最後速度爲_____m/s。【1996 奧林匹亞初選】答：(A)2.6；(B)2.0



4.如圖所示，一具有 U 形凹槽之扁長木板置放於水平光滑桌面上，凹槽內另放有一小木塊，倚靠左方槽邊設小木塊之質量爲 m，木板之質量爲 M，凹槽寬度爲 L，小木塊與木板間之滑動摩擦係數爲 μ，小木塊之寬度遠小於 L。現快速用力撥動小木塊一下，使其在凹槽中滑動，由於小木塊之初速夠大，故得以在木板凹槽中來回碰撞木板槽邊。設小木塊與木板槽邊之碰撞皆爲正面彈性碰撞，碰撞 n 次後停止在凹槽之中央位置，求此時木板之運動速度。【1998 奧林匹亞初選】答：

$$\sqrt{\frac{2m^2}{(m+M)M}\mu g(n+\frac{1}{2})L}$$

例62. 右圖設地爲光滑水平面，m 與 M 間無摩擦，且 M 與 m 由靜止釋放，求 m、M 分開之瞬間速度各爲多少？【80 日大】

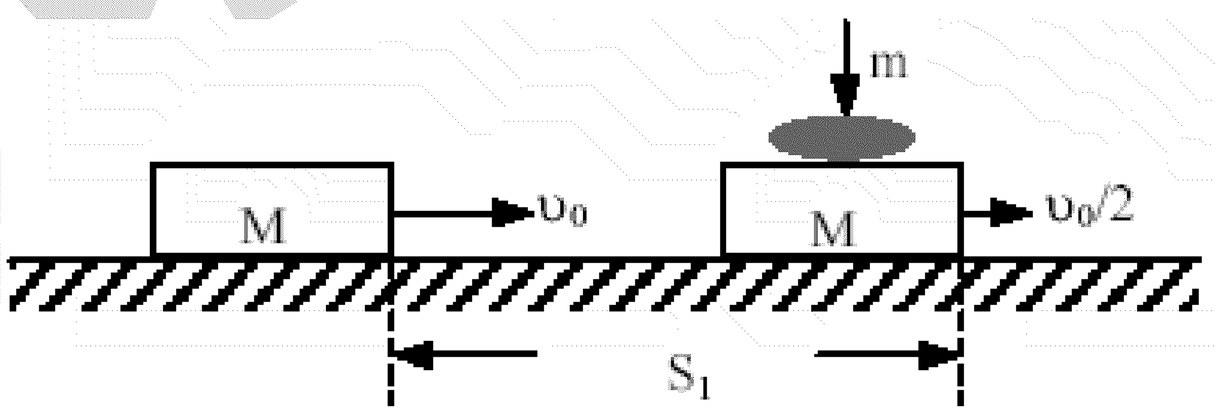


答：$V_m=\sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}}$；$V_M=\sqrt{\frac{2m^2gh}{M(M+m)}}$

例63. 質量 4M 之無頂矮車廂，在無摩擦之水平軌道上以 5v 之速度運動，今自天上落下一陣雨，以速度 u 進入車廂內，使車廂盛有總質量爲 M 之雨。$|u|$=40v。

(1)若 u 對車廂而言是垂直落下，則雨後車速大小爲 v 之？倍。
(2)若 u 對地而言是垂直落下，則雨後車速大小爲 v 之？倍。【63.夜大】答：(1)5 (2)4

例64. 質量 M 的木塊在水平地面上以初速度v_o滑出。已知木塊與地面間的動摩擦係數爲μ_k，回答下列各問題：(1)若木塊滑行一段距離S_1後，速度變成$\frac{v_o}{2}$，求S_1。



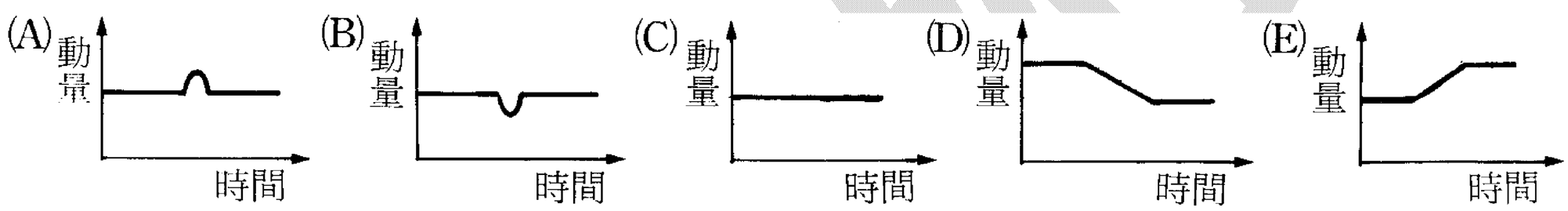
(2)試問木塊滑行多少時間(以符號t_1表示)後，速度由v_o變成$\frac{v_o}{2}$。(3)當木塊的速度變成$\frac{v_o}{2}$的瞬間，有一質量爲 m 的物體從木塊的正上方以接近零的速度落下，如圖所示，並和木塊黏在一起。試問這兩個物體可繼續滑行多遠(以符號S_2表示)後才停住？【93.指考】答：(1) $S_1=\frac{3v_o^2}{8\mu_k g}$；(2) $t_1=\frac{v_o}{2\mu_k g}$；(3) $S_2=\frac{M^2v_o^2}{8(M+m)^2\mu_k g}$

※家庭作業

1.質量 200kg 之無頂車廂在光滑水平直線軌道上以 12m/s 之速度前進。忽然下了一陣驟雨，雨滴均鉛垂落下。雨後車廂內積了 1000kg 的雨水。則：(1)雨後車之速率爲？(2)若過了一段時間後，車底開始漏水。則水洩光後車之速率=？答：(1)2m/s；(2)2m/s

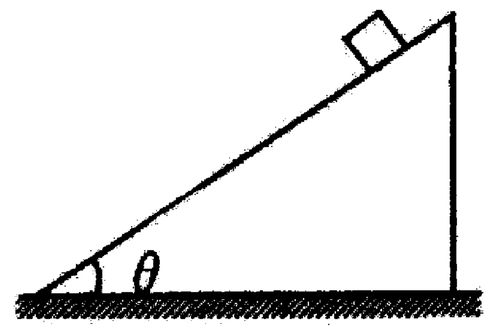
2.一質量爲 m_o kg 的無頂空車，在 t=0 時從 x=0 處以初速 v_o m/s 在一光滑水平直線軌道上行駛。若此時恰有傾盆大雨，以等時率 λ kg/s，垂直掉落空車內。則在 t 秒後，此車子的速率 v=_____m/s。【1998 奧林匹亞初選】答：$\frac{m_0 v_0}{m_0 + \lambda t}$

3.滑車在光滑的水平面上等速運動，一磚塊垂直落入滑車中，而滑車繼續行走，碰撞前後水平方向之動量和變化，以下列那一圖爲正確？【69 夜大】答：(C)



4.一物體沿一圓弧形軌道自上端以等速率下滑，則下列敘述何者正確？ (A)物體與軌道間的摩擦力量而值不變 (B)物體所受的合力爲零 (C)因等速率下滑，故物體動量守恆 (D)物體所受的合力值不變，但方向改變 (E)物體的水平速度不變 。答：(D)

5.一斜角爲 θ 的三角形木塊質量 M 靜止在光滑水平面上，一小木塊質量 m 在 M 的斜面由靜止滑下，當 m 沿斜面相對 M 之速度爲 v 時，M 之速度大小如何？答：



6.一斜角 θ 的斜面靜止在一光滑水平面上，斜面長 ℓ，質量爲 M，有一質量 m 的木塊由斜面頂端 A 下滑到底端 B 的過程中： (A)系統的質心靜止不動 (B)系統的總動量守恆 (C)斜面移動 $\frac{m}{M+m} l\cos\theta$ (D)m 的動量變化大於 M 的動量變化 (E)系統的質心作等加速度運動。答：(C)(D)(E)

例65. (1)一靜止的炸彈爆炸成三塊，一塊質量爲 1 公斤，以 12 米/秒之速度飛向北方；一塊質量爲 2 公斤，以 8 米/秒之速度飛向東方;第三塊之速度爲 40 米/秒。由動量守恒定律，試求第三塊之質量爲 (A)2 公斤 (B)1.5 公斤 (C)0.5 公斤 (D)3 公斤 。(2)上題中第三塊之速度方向約爲 (A)北偏西 37° (C)西偏南 37° (C)東偏南 53° (D)東偏北 53° 。【86 二技】答：(1)(C)；(2)(B)

例66. 一動量爲 P，質量爲 m 的甲質點，與一質量爲 M，靜止的乙質點作彈性碰撞。碰撞後甲質點的動量變成 P'(P<P')，且與原來的入射方向成 90° 角射出。此時乙質點速度大小爲： (A)$\frac{P+P'}{M}$ (B)$\frac{P-P'}{M}$ (C)$\frac{\sqrt{P^2+P'^2}}{M}$ (D)$\frac{\sqrt{P^2-P'^2}}{M}$ (E)$\frac{\sqrt{P^2-P'^2}}{m}$ 。【72.日大甲】答：(C)

例67. 一砲彈原爲靜止，忽爆爲三塊，水平射出，質量各爲m_1、m_2、m_3，速度大小各爲v_1、v_2、v_3；夾角各爲θ_{23}、θ_{31}、θ_{12}；則$m_1:m_2:m_3=$ (A)$\frac{1}{v_1}:\frac{1}{v_2}:\frac{1}{v_3}$ (B)$v_1\sin\theta_{23}:v_2\sin\theta_{31}:v_3\sin\theta_{12}$ (C)$\frac{1}{v_1\sin\theta_{23}}:\frac{1}{v_2\sin\theta_{31}}:\frac{1}{v_3\sin\theta_{12}}$ (D)$\frac{\sin\theta_{23}}{v_1}:\frac{\sin\theta_{31}}{v_2}:\frac{\sin\theta_{12}}{v_3}$ 。【66 夜大改】答：(D)

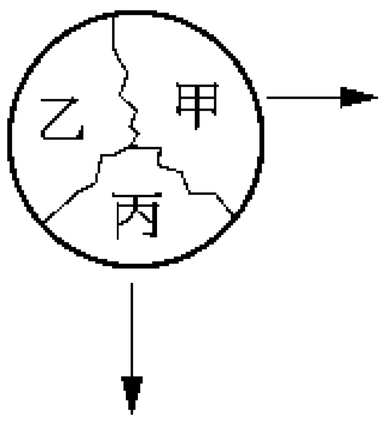
※家庭作業

1.在下列高中物理實驗中，直接驗證「動量守恆定律」的實驗是： (A)「力學能的轉換」(B)「力的合成與分解」 (C)「自由落體運動」 (D)「非彈性碰撞」 (E)「拋體運動」。【90.日大】答：(D)

2.一岩石突然爆裂為質量比為 1：2：3 之 A、B、C 三碎塊，其中 A、B 分別以 9m/s 與 6m/s 沿互成直角之兩方向飛開。則第三塊 C 之速率為何？答：5m/s

3.一岩石（質量 11 kg）炸裂為三塊，其中兩質量為 2.0 仟克及 4.0 仟克，分別以 3.0 米/秒及 2.0 米/秒的速度，沿互相成直角的兩方向飛開。第三塊飛開時速度為 2.0 米/秒，則爆炸時火藥供應能量為： (A)0 (B)17 (C)24 (D)27 (E)54 焦耳 。答：(D)

4.原為靜止的物體爆裂成 3 塊，已知碎塊皆在同一水平面上，且質量皆相等，若甲以 8m/s 向東飛出，丙以 6m/s 向南飛去，則乙的動量方向為若干？ (A)向西偏北 37° (B)向北偏西 37° (C)向東偏南 53° (D)向南偏東 53°。答：(A)



5.靜止的物體爆炸成三塊，動量各為 $\vec{P}_1$ 、 $\vec{P}_2$ 、 $\vec{P}_3$ ，則下列何者正確？ (A) $\vec{P}_1+\vec{P}_2=\vec{P}_3$

(B) $\vec{P}_1=\vec{P}_2=\vec{P}_3$ (C) $\vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3=0$ (D) $\vec{P}_1+\vec{P}_2+\vec{P}_3>0$ (E) $\left|\vec{P}_1+\vec{P}_3\right|=\left|\vec{P}_2\right|$ 。答：(C)(E)

6.下列敘述何者正確？(A)兩物體間僅有相互作用力，此系統質心速度不變 (B)質心的運動軌跡與內力無關，它只受外力支配而改變運動形式 (C)質心動量等於整個系統的總動量 (D)力作用於質量中心上時，僅能使物體產生移動而不能轉動 (E)獨立系統不受外力作用時，其質量中心必靜止。答：

7.有一孤立系統，由兩物所構成，何者為錯？ (A)整個系統的總能量必恆保持為一常數 (B)兩物作完全彈性碰撞，系統之撞後總動能必等於撞前者 (C)兩物作完全彈性碰撞期間，兩物之總動能必保持不變 (D)兩物作非彈性碰撞後，總動能必有變化 (E)兩物作彈性碰撞後，運動方向不一定互相垂直。【72 夜大】答：(C)

例68. 自水平地面作斜拋運動之物體，在最高點時之動量量值恰為拋出時的$\frac{3}{5}$；此時突然分裂為質量相等的兩塊，其中一塊以初速為零落下，則此裂塊落地時的動量量值與原拋出時物體動量量值之比值為 (A)$\frac{2}{5}$ (B)$\frac{3}{5}$ (C)$\frac{4}{5}$ (D)1 (E)$\frac{5}{4}$ 。【77 日大】

答：(A)

例69. 作斜拋運動之物，在最高點時之動量大小恰為出發時之一半，此時突分為質量相等之兩塊，一塊自由落下，另一塊落地時之動量大小與原出發時之比為何？答：

$\sqrt{7}$ ：4

※家庭作業

1.一水平飛行之砲彈，動量大小爲 P_0，突然爆裂成質量比 1：2 的兩碎片，小碎片以之 P_0 動量大小，沿原方向的相反方向飛離，則因爆炸而增加的能量爲原有的多少倍？(A)4 (B)6 (C)8 (D)10 。 答：(C)

2.一炮彈沿水平向右飛行的某一瞬間，其動能爲 k，此時突然爆炸成質量相等的兩塊，其中一塊沿水平向左的方向飛出，其動能的 k/2，則另一塊的動能爲： (A)k/2 (B)k/4 (C)5k/4 (D)9k/2 (E)9k/4 。答：(D)

3.將質量 m、斜角θ、初速v_o拋出一彈，在最高點時，(1)受力？(2)動量？(3)炸成質量 3：1 兩塊，輕者自由落下，則炸開後瞬時，重者之動量？(4)爆炸時系統受力？(5)炸後系統受力？(6)炸後系統質心加速度？(7)自初拋起算，t 秒後(炸後)的質心速度在鉛直方向之大小爲？(8)著地時小塊動量大小爲？(9)此時系統質心距拋出點？(10)以拋出點爲原點，則系統質心之軌跡方程式？答：(1) $mg\downarrow$ ；(2) $mv_o\cos\theta\rightarrow$ ；(3) $mv_o\cos\theta\rightarrow$ ；(4) $mg\downarrow$ ；(5) $mg\downarrow$ ；(6) $g\downarrow$ ；(7) $v_o\sin\theta-gt$ ；(8) $\frac{m}{4}v_o\sin\theta\downarrow$ ；(9) $\frac{v_o^2\sin 2\theta}{g}$ ；(10) $y=x\tan\theta-\frac{g}{2v_o^2\cos^2\theta}x^2$

4.以初速 100m/s，仰角 53° 斜拋一物，到達最高點時爆裂成質量相同的兩碎片，其中一片以速率 18m/s 鉛直落下，則 (1)兩碎片著地時相距多少？(2)兩碎片著地後之質心距原拋射點多遠？($g=10m/s^2$)答：(1)1200m；(2)1080m

5.質量 M 之砲彈初速V_o，仰角θ射出，則： (1)最小動量之大小爲若干？ (2)當達到最高點時，爆炸而分成質量相等 A、B 兩塊，A 自由落下，則 B 爆炸後之瞬時速度大小若干？ (3)在(2)時，B 之著地點，距砲彈射出點多遠？

答：(1) $MV_o\cos\theta$ ；(2) $2V_o\cos\theta$ ；(3) $\frac{3V_o^2\sin\theta\cos\theta}{g}$