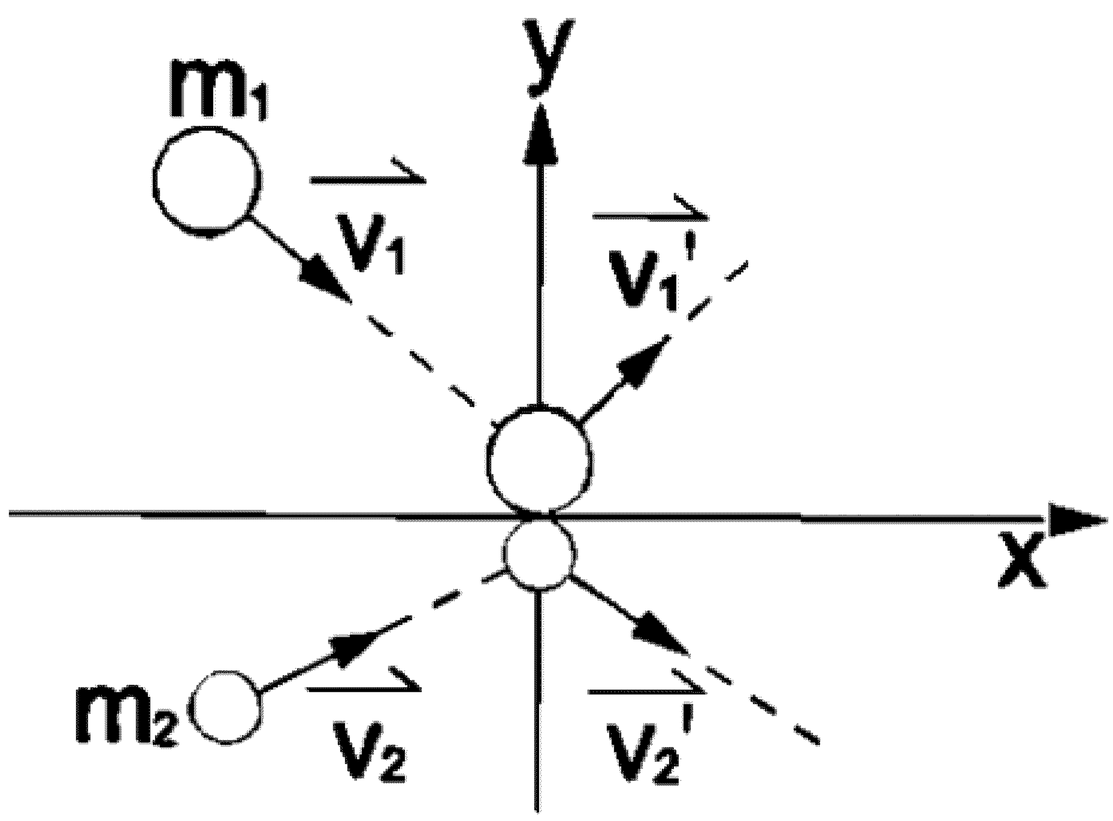
PHYSICS

第八章

碰撞



_____年 _____班 _____號

姓名：_____

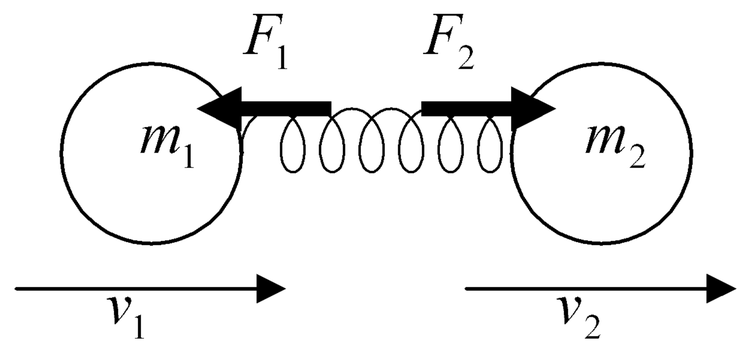
吳錫玠老師 編授

觀念一　碰撞過程分析

※碰撞

⇒1. 力的交互作用

2. $\begin{cases}\text{動量}\\ \text{動能}\end{cases}$ 的轉移



一、力

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

(1)在整個碰撞期間，m_1 物體受到來自 m_2 物體的作用力 $\vec{F}_1$ 而減速，m_2 物體則受到來自 m_1 物體的作用力 $\vec{F}_2$ 而加速，$\vec{F}_1$ 與 $\vec{F}_2$ 是一對作用力和反作用力，即 $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

(2) m_1 和 m_2 兩物體開始接觸，因物體變形而產生交互作用力(排斥力)，力的大小隨著物體變形的程度而增加。

二、動量

$$\begin{cases}\Delta\vec{P}_1 = \vec{F}_1 \cdot \Delta t\\ \Delta\vec{P}_2 = \vec{F}_2 \cdot \Delta t\end{cases}$$

(1) m_1 減少的動量 $\left|\Delta\vec{P}_1\right| = m_2$ 增加的動量 $\left|\Delta\vec{P}_2\right|$

(2)系統的總動量守恆：$\Delta\vec{P} = \Delta\vec{P}_1 + \Delta\vec{P}_2 = \vec{F}_1 \cdot \Delta t + \vec{F}_2 \cdot \Delta t = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot \Delta t$

在整個碰撞過程中，若兩物體系統所受的總外力為零，總動量守恆。

三、動能

$$\begin{cases}\Delta E_{k1} = \vec{F}_1 \cdot \vec{S}_1 = -F_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t\\ \Delta E_{k2} = \vec{F}_2 \cdot \vec{S}_2 = +F_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t\end{cases}$$

(1)接近過程 $(v_1 > v_2) \Rightarrow m_1$ 減少的動能 $\left|\Delta E_{k1}\right| > m_2$ 增加的動能 $\left|\Delta E_{k2}\right|$

⇒ 系統的總動能減少，所減少的動能轉變為因物體變形而儲存的位能。

【說明】m_1 物體受到向左的作用力 $\vec{F}_1$，其位移方向向右，故 $\vec{F}_1$ 對 m_1 物體作負功；m_2 物體受到向右的作用力 $\vec{F}_2$，其位移方向向右，故 $\vec{F}_2$ 對 m_2 物體作正功。但是因為 $\vec{v}_1' > \vec{v}_2'$，所以 m_1 物體在同一時間內的位移量值較 m_2 物體大，$\vec{F}_1$ 對 m_1 物體所作負功的絕對值大於 $\vec{F}_2$ 對 m_2 物體所作正功的絕對值。就兩物體組成的系統而言，對系統所作的總功為負值，由功能原理可知在這一段期間系統的總動能減少，所減少的動能轉變為因物體變形而儲存的位能(稱為畸變位能)。

(2)分離過程$(v_1 < v_2) \Rightarrow m_1$減少的動能$|\Delta E_{k1}| < m_2$增加的動能$|\Delta E_{k2}|$

$\Rightarrow$系統的總動能增加，所增加的動能來自於位能的釋放。

【說明】因為$\vec{v}_1' < \vec{v}_2'$，所以m_1物體在同一時段內的位移量值較m_2物體小，故內力對系統所作的總功為正值，因此使系統的總動能增加，所增加的動能來自於位能的釋放。

四. 碰撞的分類：就整個碰撞過程而言，

接近過程系統的總動能漸減$\rightarrow$當兩者最接近時，總動能最小$\rightarrow$分離過程系統的總動能漸增。

在碰撞前期，系統所減少的動能以位能的形式儲存在系統內；而在後期，系統內所儲存的位能釋放出來轉變為動能。

(1)彈性碰撞：m_1與m_2間的作用力只有保守力

$$\Delta E_k \rightarrow \Delta U \rightarrow \Delta E_k$$

碰撞結束後系統總動能等於碰撞前的總動能。

(2)非彈性碰撞：m_1與m_2間的作用力有保守力與非保守力

$$\Delta E_k \left\langle \begin{array}{l} \Delta U \rightarrow \Delta E_k' \\ \text{熱} \rightarrow \text{散失} \end{array} \right.$$

碰撞結束後系統總動能有部分的損失。

(3)完全非彈性碰撞：m_1與m_2間的作用力只有非保守力

$$\Delta E_k \rightarrow \text{熱} \rightarrow \text{散失}$$

兩物體在碰撞後粘結在一起運動，稱為完全非彈性碰撞，所損失的總動能最大。

※不論是彈性，或非彈性碰撞，則系統總動量，質心動量，質心速度及質心動能皆保持不變。

五. 禿頭的人可大分為三類：

《第一類》前禿

《第二類》中禿

《第三類》後禿

經長期研究結果得知其造成主要原因——

後禿是因為不能滿足老婆需求，老婆猛抓其後腦並叫：

「我要、我要、我還要… ！」

中禿是因為力道恰到好處，老婆滿意先生的表現，而長期撫摸中腦並叫：

「好、好、很好… ！」

前禿是因為先生天生有過人之處，老婆無法完全承受，

並用她的雙手猛推其前額試圖阻止所造成的結果。

例1. A、B 兩球質量各為 m_a 及 m_b，A 球向靜止之 B 球作正向彈性碰撞，當兩者間距離小於某一距離，彼此之間有一定力相斥作用，大於此距離時彼此間沒有作用力，則於碰撞期間互相接近過程中：(A)A 球失去的動能等於 B 球獲得的動能 (B)A 球失去的動量大小等於 B 球獲得的動量大小 (C)A 球失去的動能多於 B 球獲得的動能 (D)A 球失去的動量大小多於 B 球獲得的動量大小 (E)A 球失去的動能等於 B 球獲得的動能與兩球間彈性位能之和。答：(B)(C)(E)

例2. 三個相同的小球 a、b、c 以相同的速度沿光滑水平面向前運動，它們分別與另外三個不同的靜止小球相撞後，a 球反向彈回，b 球與被碰球粘在一起向前運動，c 靜止，則 (A)a 球對被碰球的衝量最大 (B)b 球損失的動能最少 (C)c 球克服阻力作功最少 (D)三種碰撞之情形力學能都守恆 (E)a 球動量最大。答：(A)

吳錫玠物理

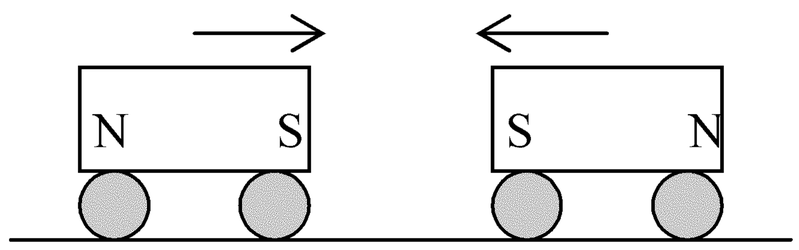
※家庭作業

1.質量不相等的二物體作完全彈性碰撞。在此過程中，二物體的何種量量值必相等?
(A)所受碰撞之力 (B)動量的變化量 (C)速度的變化量
(D)動能在碰撞前後的變化量 (E)所受衝量 。【72 夜大】答：(A)(B)(D)(E)

2.有一孤立系統，由兩物所構成，何者爲錯？
(A)整個系統的總能量必恆保持爲一常數
(B)兩物作完全彈性碰撞，系統之撞後總動能必等於撞前者
(C)兩物作完全彈性碰撞期間，兩物之總動能必保持不變
(D)兩物作非彈性碰撞後，總動能必有變化
(E)兩物作彈性碰撞後，運動方向不一定互相垂直。【72 夜大】答：(C)

3.鋼球 1 公斤、鋁球 0.2 公斤，兩球發生正向碰撞，則下列敘述何者正確？
(A)鋁球受到撞擊力的量值是鋼球的五倍
(B)鋁球動量改變量的量值是鋼球的五倍
(C)鋁球速度改變量的量值是鋼球的五倍
(D)鋁球動能改變量的量值是鋼球的五倍 。【83 推甄】答：(C)

4.在同一水平直線上運動的 A、B 二滑車，各載有一根固定不動的強力磁鐵棒，此二磁鐵棒的南北極指向恰好相反，但皆與滑車運動之直線方向平行(如右圖)。



今令兩車自遠距離互相滑近，結果二者接近至某一程度尚未接觸即互相推離，設摩擦力可以忽略，則在運動過程中，下列敘述何者正確? (A)此系統之動量和保持不變 (B)此系統之動能和保持不變 (C)此系統之總能量保持不變 (D)此系統之重力位能保持不變 (E)兩車距離越小時，它們之間的位能越大 。【71 大學】答：(A)(C)(D)(E)

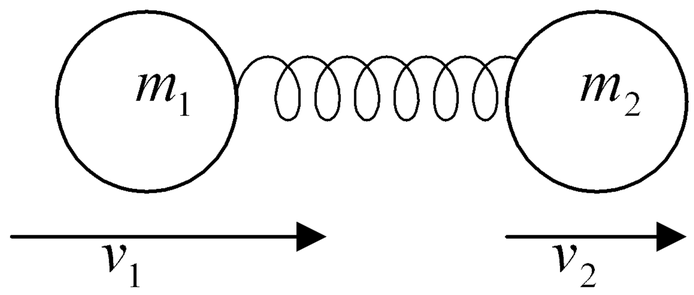
5.下列幾種碰撞情形，哪些可稱爲完全彈性碰撞？ (A)碰撞前後動能守恆 (B)碰撞前後動量守恆 (C)兩物間作用力爲保守力 (D)接近速率等於分離速率 (E)碰撞前後能量守恆。答：(A)(C)(D)

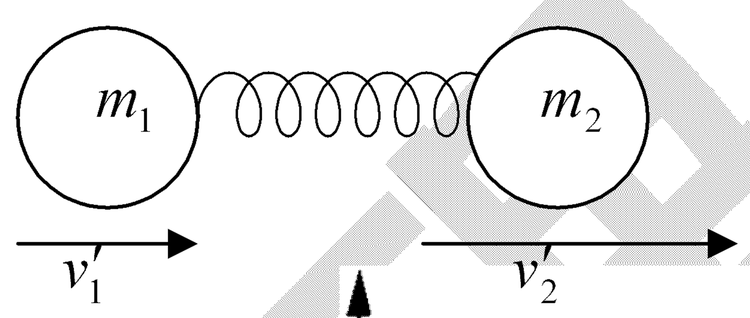
6.下列有關於「雙質點一維彈性碰撞」的敘述，何者正確？ (A)恢復係數 e=1 (B)在質心看兩質點的運動恆反向 (C)碰撞期間總動能守恆 (D)兩質點間的作用力爲距離的函數 (E)碰撞前後質心動能守恆。答：(A)(B)(D)(E)

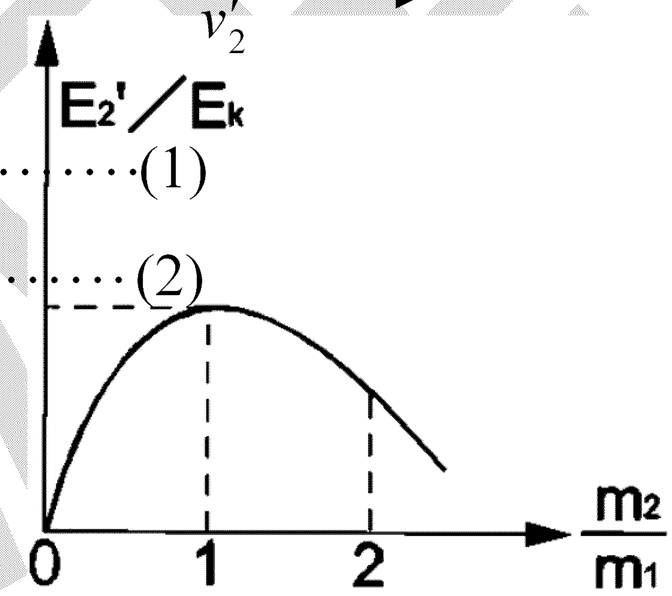
觀念二　彈碰公式

一、彈碰公式

質量分別為 m_1 和 m_2 的兩物體，在碰撞前的速度分別為 $\vec{v}_1$ 和 $\vec{v}_2$，碰撞後的速度分別為 $\vec{v}_1'$ 和 $\vec{v}_2'$。







$$\begin{cases} \text{碰撞前後動量守衡} \Rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \cdots\cdots\cdots\cdots(1) \\ \text{碰撞前後動能守衡} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2^{\,2} = \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1'^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2'^{\,2} \cdots\cdots(2) \end{cases}$$

由(1)得

$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_1') = m_2(\vec{v}_2' - \vec{v}_2)$ ……(3)

由(2)得 $m_1(\vec{v}_1^{\,2} - \vec{v}_1'^{\,2}) = m_2(\vec{v}_2'^{\,2} - \vec{v}_2^{\,2})$ ……(4)

將(3)/(4)得 $\vec{v}_1 + \vec{v}_1' = \vec{v}_2 + \vec{v}_2' \Rightarrow$ 移項得 $\vec{v}_2' = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 + \vec{v}_1'$ ……⑤

代入(1)得 $\vec{v}_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_2$

同理可得 $\vec{v}_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 + \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_2$

＊註：彈性碰撞期間任一瞬間的總動量守恆；

彈性碰撞期間任一瞬間的力學能守恆；

彈性碰撞前後的總動能守恆(碰撞過程有部分動能轉移為位能)。

二、中子的發現(閱讀教材，公式絕對不要背)

(1)中子：1930 年以放射性元素釙(Po)放射出的 α 粒子撞擊鈹(Be)元素後，會射出未曾確認的粒子。

(2)中子質量:1932 年英國查兌克利用中子(設質量 m)以 v 之初速撞擊靜止的氫原子或氮原子做正向彈性碰撞，測得原子碰撞後速度，發現不管中子初速 v 多大，恆得 $\dfrac{v_H}{v_N} = 7.5$

由彈性碰撞公式知：

碰撞後氫原子的速度：$v_H = \dfrac{2m}{m + m_H}v$ ； 碰撞後氮原子的速度：$v_N = \dfrac{2m}{m + m_N}v$

兩式相除 $\dfrac{v_H}{v_N}=\dfrac{\dfrac{2m}{m+m_H}v}{\dfrac{2m}{m+m_N}v}=\dfrac{m+m_N}{m+m_H}=\dfrac{m+14a.m.u.}{m+1a.m.u.}=7.5 \Rightarrow m=1a.m.u.$

此值與氫原子質量相當。因粒子不帶電，故命名為中子。

三、核反應中子的減速劑(閱讀教材，公式絕對不要背)：

(1)連鎖反應：原子核反應爐內的鈾原子核受中子撞擊時，會分裂並產生 2 至 3 個中子，這些中子可以用來觸發更多的核分裂反應，稱為連鎖反應。

(2)慢中子：若中子的速度過大，則不容易被鈾原子核捕捉，以觸發核分裂反應，因此必須先予減速。減速的方法就是藉由碰撞使中子的動能降低。

(3)減速劑：水中的氫原子核與中子的質量甚為接近，碰撞所得到的減速效果最佳。

四、動能的轉移(閱讀教材，公式絕對不要背)

碰撞後的能量分配

$$E_1'=\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1'^2=\frac{1}{2}m_1(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\vec{v}_1)^2=(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2})^2\cdot\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^2=(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2})^2\cdot E_k$$

$$E_2'=\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2'^2=\frac{1}{2}m_2(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\vec{v}_1)^2=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^2=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot E_k$$

討論：m_1 物體撞擊靜止之 m_2 物體

(1)若 $m_1>m_2$，得 $\vec{v}_1'>0$，表示 m_1 物體在碰撞後繼續向前運動。

(2)若 $m_1<m_2$，得 $\vec{v}_1'<0$，則 m_1 物體在碰撞後反向彈回。

(3)若 m_1 物體的質量較 m_2 物體大甚多，即 $m_1>>m_2$，可知 $\vec{v}_1'\approx\vec{v}_1$，$\vec{v}_2'\approx 2\vec{v}_1$ 獲得最大速度。

【例如】汽車不慎撞及路上的空塑膠桶，則碰撞後汽車的速度幾乎不變，而塑膠桶以接近兩倍的車速向前飛出。

(4)若 m_1 物體的質量較 m_2 物體小甚多，即 $m_1<<m_2$，可知 $\vec{v}_1'\approx-\vec{v}_1$，$\vec{v}_2'\approx 0$。$m_1$ 獲得最大動量。

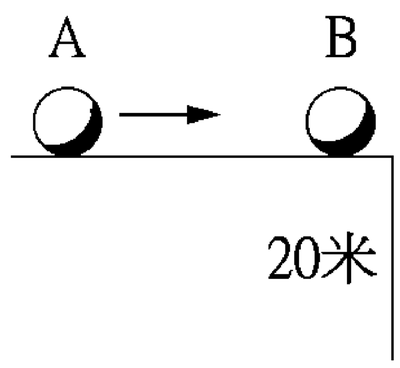
【例如】將乒乓球投向靜止的保齡球，則碰撞後乒乓球以接近原速率反向彈回，而保齡球則幾乎靜止不動。

(5)若 $m_1=m_2$，得 $\vec{v}_1'=0$， $\vec{v}_2'=\vec{v}_1$。m_1 在碰撞後靜止，m_2 以 m_1 的原速運動，m_2 所獲得最大能量。

例3. 質量爲 m_1 的球體，以速度 v 運動，其正前方另有一質量爲 m_2 的球體以速度 $\frac{v}{3}$(同方向)運動，二球體作同向彈性碰撞後，m_1 的速度減半($u_1=\frac{v}{2}$)，則二球體質量之比 m_1：m_2 爲 (A)3：4 (B)5：3 (C)4：5 (D)3：5 (E)4：3。答：(B)

※家庭作業

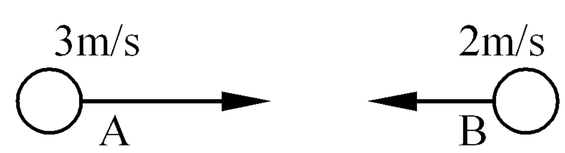
1.距地面 20 m 高的光滑高臺上有兩小球 A、B，質量各爲 3 m 與 m，若 A 球以 8 m/s 的速率去撞靜止的 B 球，且作正向完全彈性碰撞，則撞後兩球著地時相距_____。（設 g=10 m/s^2）答：16(m)



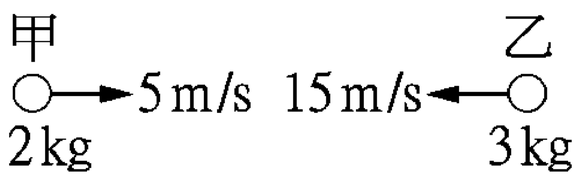
2.A 質點在高 20 m 處自由落下，同時將質量相等之 B 質點自地面以 30 m/s 速率向上拋出，二球在空中作正向彈性碰撞，不計空氣阻力，則兩球著地時間相差_____秒。（g=10 m/s^2）答：4

3.A 球正向彈性碰撞靜止在光滑水平面上的 B 球後，A 球以原有入射速率 $\frac{1}{3}$ 的反跳，則 A 之質量爲 B 的_____倍。答：$\frac{1}{2}$

4.如圖示，mA=2kg、mB=3kg 作正向彈性碰撞後，則 (A)A 以 3m/s 向左 (B)B 以 2m/s 向右 (C)A 的動能不變 (D)B 的動能不變 (E)A、B 各受衝量大小 12Nt-sec 之作用。答：(A)(B)(C)(D)(E)

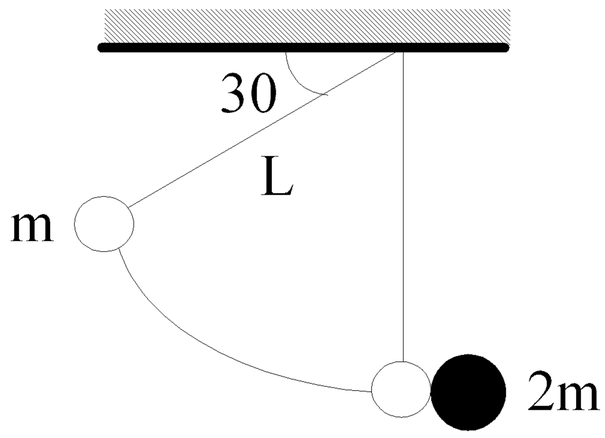


5.光滑平面上有甲、乙兩小球，若甲球質量爲 2kg，乙球質量爲 3kg，各以 5m/s 和 15m/s 之初速度相向而行，作正向之彈性碰撞，碰撞時甲球所受之衝量大小？答：48 牛頓．秒

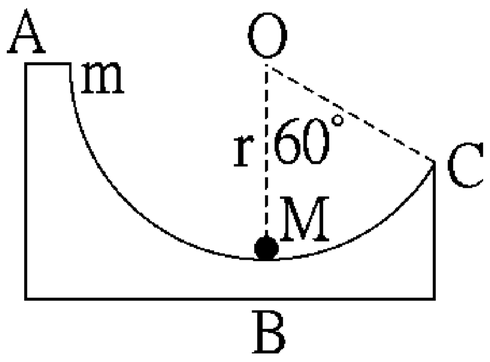


吳錫玠物理

例4. 一單擺長 L，擺錘質量 m。今將 m 拉至擺線在水平之下 30° 俯角之位置(如右圖)放開。當 m 擺至最低點時，與質量爲 2m 的另一靜止小球發生正向碰撞：(l)若 m 與 2m 爲彈性碰撞，則碰撞後 m 可反彈多高？(2)若 m 與 2m 碰撞後，合爲一體，則碰撞後的一瞬間，擺線的張力爲多少？【79 日大】答：(1) $\frac{1}{18}\ell$；(2) $\frac{10}{3}$m



例5. 如圖，半徑 r 的鉛直光滑圓弧軌道圓心爲 O，質量 m 的小物體自與 O 等高的 A 點靜止滑下，在最低點 B 處與質量 M 的另一靜止小物體發生碰撞，∠COB＝60°：



(1)碰撞前 m 之瞬時速度 v_1 爲何？

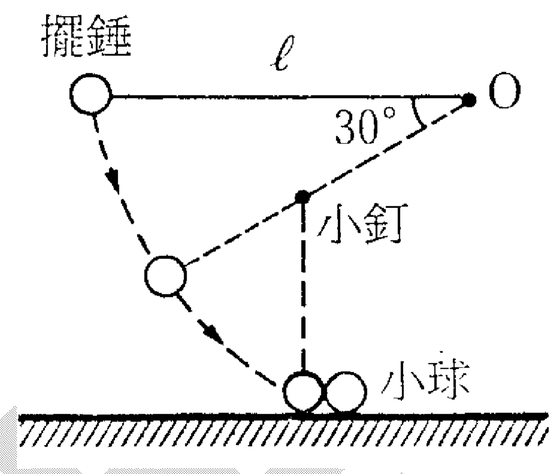
(2)若是完全非彈性碰撞，且合體可越過 C 點飛出，求 $\frac{M}{m}$ 需滿足什麼條件？

(3)若爲完全彈性碰撞，且撞後 M 可越過 C 點飛出，求 $\frac{M}{m}$ 之限制條件？

答：(1) $v_1=\sqrt{2gr}\,(\rightarrow)$；(2) $\frac{M}{m}<\sqrt{2}-1$；(3) $\frac{M}{m}<2\sqrt{2}-1$

※家庭作業

1.一擺長為 ℓ之單擺懸於 O 點，其擺錘質量為 m，被拉至水平後放開，當擺線與水平成 30°夾角時，擺線的中點被一小釘卡住，擺錘則繼續掉落，如右圖所示。當擺錘擺至最低點時，恰碰上一個靜止於光滑地面上，質量也是 m 的小球。假設擺錘與小球作一維之完全彈性碰撞，試問：



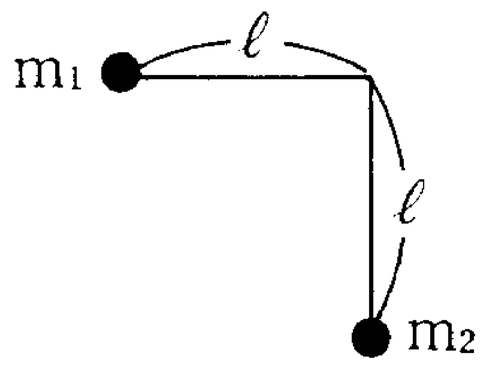
(1)當擺線卡在小釘前一瞬間，擺錘的速率及擺線上的張力為何？

(2)當擺線下落至最低點，且碰上小球的前一瞬間，擺錘的速率及擺線上的張力為何？

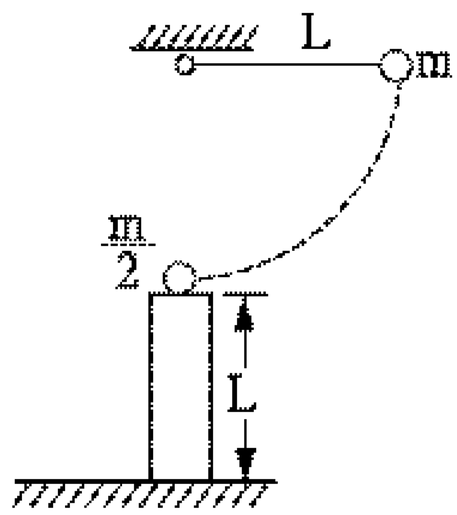
(3)當擺錘碰上小球後，若擺錘不觸及地面，則擺線上的張力又為何？【77 日大改】

答：(1) $\sqrt{g\ell}$ ，$\frac{3}{2}$mg；(2) $\sqrt{\frac{3}{2}g\ell}$ ，T=4mg；(3)T=mg

2.二單擺，擺長均為 ℓ ，其一擺錘質量為 m_1，另一擺錘質量為 m_2，今將 m_1 拉起至水平狀態後放開，使其與 m_2 產生彈性碰撞，m_1 反彈至原來一半之高度，則 m_1/m_2 之值介於下列那一範圍之中？ (A)$m_1/m_2 \le 0.1$ (B)$0.1 < m_1/m_2 \le 0.5$ (C)$0.5 < m_1/m_2 \le 1.5$ (D)$1.5 < m_1/m_2 \le 2.0$ (E)$2.0 < m_1/m_2$。【75 日大】答：(B)



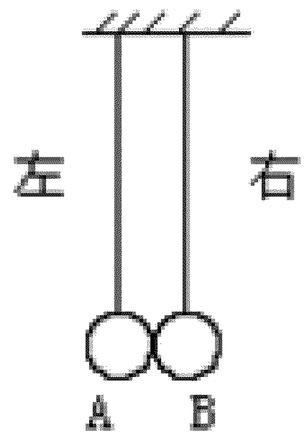
3.如圖所示，一擺球的質量為 m，擺長為 L，另一小球的質量為 $\frac{m}{2}$ ，並把它靜置於高為 L 的高臺上，然後把擺球拉至水平位置再釋放，當擺球通過最低點時恰好與高臺上的小球發生正向彈性碰撞，那麼該小球落地時的水平位移應為：



(A)$\frac{2L}{3}$ (B)$\frac{4L}{3}$ (C)$\frac{8L}{3}$ (D)$\frac{16L}{3}$ (E)$\frac{L}{8}$。答：(C)

4.有 A 和 B 兩單擺掛在同一點而自由下垂，兩者之擺線長度均為 ℓ ，擺錘大小相同，且擺線遠長於擺錘之半徑。A 和 B 之質量分別為 m 和 2m。今將 A 擺錘拉起，使此單擺之擺線與鉛垂線夾成 60^0 角，然後自由釋放。當 A 擺至最低點時，與靜止中之 B 擺錘做完全彈性碰撞，則 A 擺錘在碰撞後擺至最高點時，其擺線與鉛垂線所夾成的角度為？【1997 奧林匹亞初選】答：$cos^{-1}(17/18)$

5.圖中兩單擺擺長相同，平衡時兩擺球剛好接觸。現將擺球 A 在兩擺線所在平面內向左拉開一小角度後釋放，碰撞後，兩擺球分開各自做簡諧運動．以 mA、mB 分別表示擺球 A、B 的質量，則



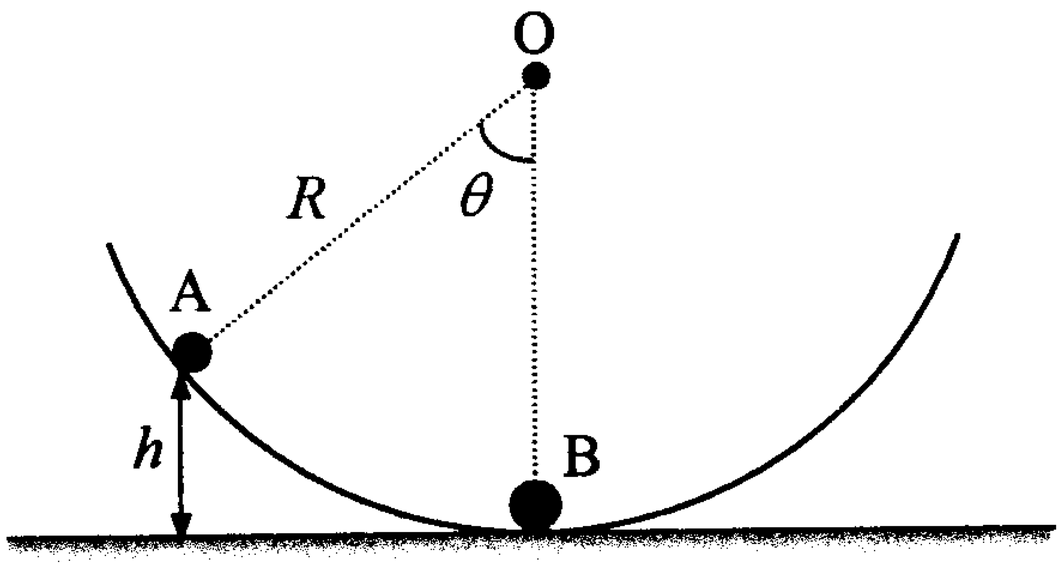
(A)如果 mA＞mB，下一次碰撞將發生在平衡位置右側

(B)如果 mA＜mB，下一次碰撞將發生在平衡位置左側

(C)無論兩擺球的質量之比是多少，下一次碰撞都不可能在平衡位置右側

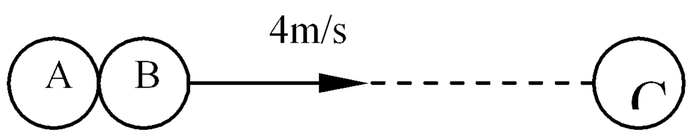
(D)無論兩擺球的質量之比是多少，下一次碰撞都不可能在平衡位置左側【1998 大陸高考】答：(C)(D)

6.如右圖所示，在一半徑為 R 的光滑圓弧軌道上，有兩個質點 A 與 B，其質量分別為 m 和 1.5m。起始時，質點 B 靜止在軌道最低點，質點 A 自高度 h 處（設 $R >> h$，故 $\theta << 1$），由靜止開始滑下與 B 發生碰撞，碰撞後兩質點沿圓弧軌道反彈分離。之後，兩者又滑回再度碰撞，如此 A 和 B 之間會往復來回碰撞多次。假設所有的碰撞皆為彈性碰撞，則當兩者第 7 次碰撞後，但在第 8 次碰撞前，質點 A 能達到的最大高度？(以 m、R、和 h 表示之)。【2005 奧林匹亞初選】答：$\frac{h}{25}$



7.有一天精神病院的醫生要試試看哪個人可以出院,醫生就在牆壁上畫一扇門,醫生就叫三個病人把門
開起來,第一個人說[這個門怎麼打不開啊]
醫生搖搖頭說[這個人是不可能出院的]
第二個人說[對啊這個門根本就打不開啊]
醫生又搖搖頭說[這個人也不可能出院的]
第三個人說[笨蛋]
醫生以為他知道這個門是打不開的
第三個人說[因為鑰匙在我這裡 哈哈]
醫生聽了就馬上昏倒

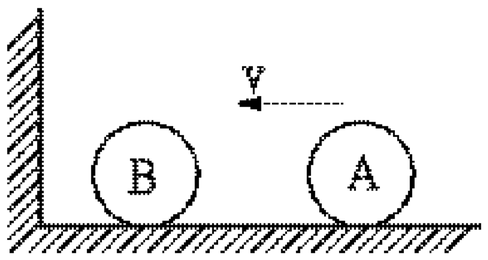
例6. 如圖，A、B、C 三球成一直線，A、B 兩球質量均為 m，在一起以 4m/s 之速率運動撞上質量為 3m 的 C 球，設均為彈性碰撞，求碰撞後三球之速度 $U_A=?$ $U_B=?$ $U_C=?$



答：$U_A=2m/s\leftarrow$；$U_B=1m/s\rightarrow$；$U_C=3m/s\rightarrow$

【提示：B 先撞 C，再回撞 A，又再回撞 C】

例7. 如圖所示，質量不等的小球 A 和 B，B 靜止在足夠長的光滑水平面上，水平面與鉛直牆相連，A 以某一速度向左運動，若所有碰撞都是彈性碰撞，要使 A、B 二球發生第二次碰撞，A 球質量的取值範圍應是：

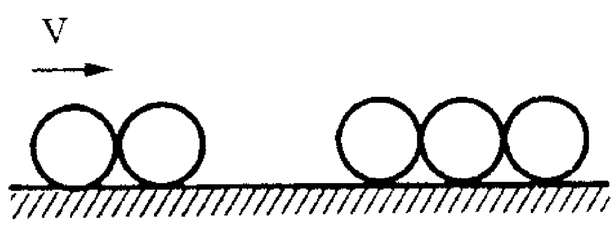


(A)$m_A>\frac{1}{5}m_B$ (B)$m_A>\frac{1}{4}m_B$ (C)$m_A>\frac{1}{3}m_B$ (D)$m_A>\frac{1}{2}m_B$ (E)$m_A>m_B$。答：(C)

吳錫玠物理

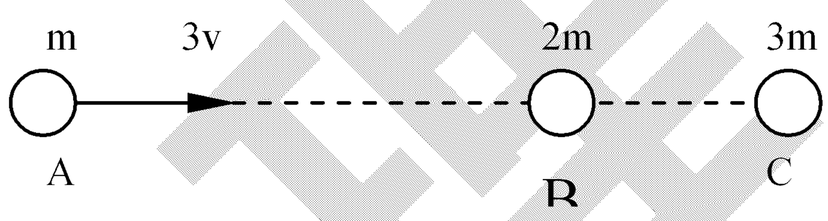
※家庭作業

1.設於無摩擦之桌面上置有五個相同之鋼球，其中三個接連排放一列，另兩個自左方以速度 v 正面碰撞此三球(如圖)。假定碰撞爲完全彈性，則碰撞後有幾球離開？ (A)1 球 (B)2 球 (C)3 球 (D)4 球 (E)5 球。【68.日大】答：(B)



2.如圖，A、B、C 三球成一直線，發生彈性碰撞，球最後三球之速度 $U_A=$？$U_B=$？$U_C=$？

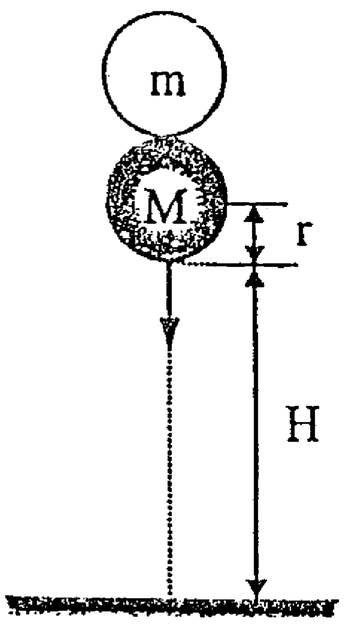
答：$U_A=v\leftarrow$；$U_B=\frac{2}{5}v\leftarrow$；$U_C=\frac{8}{5}v\rightarrow$



3.三個大小相同的小鋼球，質量分別爲 m_1、m_2、和 m_3，成一直線排列置放在光滑桌面上。起初 m_2 和 m_3 處於靜止狀態，m_1 以等速度 v_1 正向碰撞 m_2。爲了使 m_3 在撞後的最終速度具有最大值，則第二個球的質量 m_2 應該多大？(以 m_1 和 m_3 表示之，假設所發生的碰撞皆爲正向彈性碰撞)【1995 奧林匹亞初選】

答：當 $m_1=\sqrt{m_1m_3}$ 時，球 m_3 的最終速度爲最大。

4.兩個完全彈性的圓球，半徑均爲 r，但質量不同，分別爲 m 和 M（m＜M）。如右圖所示，當重球 M 的球心離地的高度爲（H+r）時，輕球 m 緊貼在重球的頂端，兩球一起自靜止開始自由落下。若在碰觸堅硬地面反彈後，測得輕球球心離地的最大高度爲（3r+4H），則重球對輕球的質量比值 $\frac{M}{m}=$？【2002 奧林匹亞初選】答：3



5.有一次生物考試，出了一簡答題：

狗在那裏受精？（　　）

貓在那裏受精？（　　）

人在那裏受精？（　　）　(正解：輸卵管)

學生小明答曰：

狗在那裏受精？（路 邊）

貓在那裏授精？（屋頂上）

人在那裏受精？（賓 館）

例8. 設有一中子與一靜止之鉛原子核(質量約爲中子之 206 倍)作正面彈性碰撞，則碰撞後中子損失之動能約爲原動能的 (A)0.20% (B)1.9% (C)25% (D)99% 。【71 年大學】答：(B)

例9. 查氏用下述的實驗發現了中子，以α粒子打擊鈹金屬產生未知無帶電的粒子。此未知無帶電粒子又和氫及氮的原子核彈性碰撞後射出氫及氮的原子核。查氏量了和入射α粒子同一直線上射出的氫及氮的速度(V_H 及 V_N)之比 V_H/V_N 爲(設氮的原子量爲 14)： (A)7.5 (B) 8 (C) 1.5(D)2 (E)2.5。【68.夜大】答：(A)

吳錫玠物理

※家庭作業

1.在某加速器中，質子正向撞擊靜止的氦核，若氦核沒有分裂，則質子損失的動能百分比爲若干？ (A)80% B)64% C)36% D)100%。答：(B)

2.質量 m 之 A 球與靜止之 B 球作完全非彈性碰撞後，動能減少 25%，則 B 球質量爲若干？ (A)$\frac{1}{2}$m (B)$\frac{1}{3}$m (C)2m (D)3m 。答：(B)

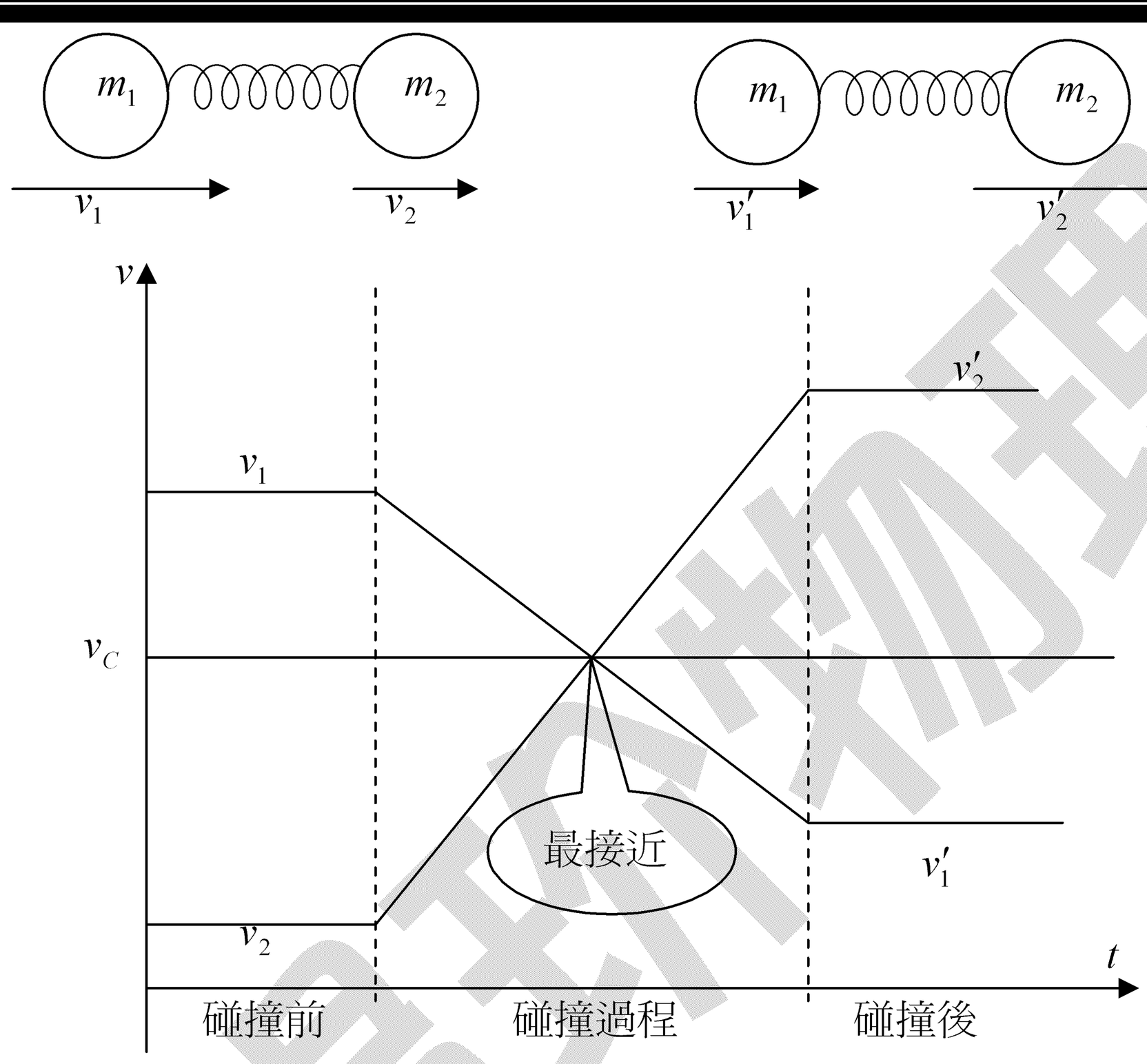
3.質量爲 m_1 之 A 物體向質量爲 m_2 靜止之 B 物體，作正向彈性碰撞，於撞後，B 物體獲得之動能爲碰撞前 A 物體動能之 8／9，則 m_1 與 m_2 之關係爲： (A)$m_1=m_2$ (B)$m_1=2m_2$ (C)$m_1=3m_2$ (D)$m_1=\frac{m_2}{2}$ (E) $m_1=9m_2$。答：(B)(D)

4.質量 m_1 之質點以某一速度撞至靜止之 m_2 質點，兩者作正向彈性碰撞，下列敘述何者錯誤？ (A)若 m_1 速度一定，於 $m_1=m_2$ 時 m_2 獲得速度最大 (B)若 m_1 動量一定，於 $m_1 \gg m_2$ 時 m_2 獲得動量可予忽略 (C)若 m_1 動量一定，於 $m_1 \ll m_2$ 時 m_2 獲得動量可予忽略 (D)若 m_1 動量一定，於 $m_1 \ll m_2$ 時 m_2 獲得動能可予忽略 (E)若 m_1 動量一定，於 $m_1 \gg m_2$ 時 m_2 獲得動能可最大。答：(B)(D)

5.質量爲 m_1 之物體，以 v_1 之速度正向彈性碰撞質量爲 m_2 的靜止物體，則碰撞後： (A)系統之質心速度爲 $\frac{m_1}{m_1+m_2}v_1$ (B)m_1 之速度爲 $\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1$ (C)m_2 之速度爲 $\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_1$ (D)m_1 剩餘之動能爲 $(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2})^2\times\frac{1}{2}m_1v_1^2$ (E)m_2 獲得之動能爲 $\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\times\frac{1}{2}m_1v_1^2$。答：(A)(B)(D)(E)

6.趁著爸爸去上班，小兒子向媽媽告狀：「媽，妳不在家的時候，爸爸把女傭帶到樓上去，然後…」
語未畢，媽媽說：「慢著！其他的等你爸爸回來的時候再說。」
晚上，爸爸回來了，媽媽對兒子說：「來，孩子，繼續講你今早跟我說的事。」
「喔，上個禮拜妳不在家的時候，爸爸帶著我們家的女傭到樓上的房間去。」
媽媽：「然後呢？」
兒子：「然後就像隔壁伯伯來我們家時對妳一樣…」

觀念三　V-t 圖



1. $|m_1 v_{1C}| = |m_2 v_{2C}|$

Pf：系統內動量和 $= 0$

（內動量：以質心為觀察者，質點 m_1 與質心的相對速度 $\vec{v}_{1C} = \vec{v}_1 - \vec{v}_C$，$m_1$ 的內動量 $\vec{P}_{1C} = m_1 \cdot \vec{v}_{1C}$）

$$\vec{v}_C = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_C + m_2\vec{v}_C \Rightarrow m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}_C) + m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}_C) = 0$$

$$\Rightarrow m_1\vec{v}_{1C} + m_2\vec{v}_{2C} = 0$$

說明：(1) v_C 恆不變

(2)不論是否彈碰，不論碰前、碰中、碰後 $\Rightarrow \left|\dfrac{v_{1C}}{v_{2C}}\right| = \dfrac{m_2}{m_1}$ 恆為定值

(3)動量橫守衡

2. 系統總動能(E_k)＝質心動能(E_C)+系統內動能(E_i)

$$E_k = E_{k1} + E_{k2}$$
$$= \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$
$$= \frac{1}{2}m_1 (v_{1C} + v_C)^2 + \frac{1}{2}m_2 (v_{2C} + v_C)^2$$

Pf：$= \frac{1}{2}m_1 (v_{1C}^2 + 2v_{1C} \cdot v_C + v_C^2) + \frac{1}{2}m_2 (v_{2C}^2 + 2v_{2C} \cdot v_C + v_C^2)$

$$= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_C^2 + (\frac{1}{2}m_1 v_{1C}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2C}^2) + (m_1 v_{1C} + m_2 v_{2C})v_C$$
$$= \frac{1}{2}M \cdot v_C^2 + (\frac{1}{2}m_1 v_{1C}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2C}^2) + 0 \cdot v_C$$

＝質心動能(E_{kC})＋內動能(E_{ki})

(1)質心動能：$E_C = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\bar{v}_C^2$

(2)內動能：以質心為觀察者所見的動能，m_1 的內動能 $E_{k1C} = \frac{1}{2}m_1 \cdot (v_1 - v_C)^2 = \frac{1}{2}m_1 \cdot v_{1C}^2$

(3)系統內動能：$E_i = \frac{1}{2}m_1 v_{1C}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2C}^2 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2$（公式不用背）

3. 碰撞過程分析

(1)∵ v_C 恆不變 ⇒ 碰撞過程中，質心動能恆為定值

(2)碰撞過程中，內動能 $\begin{cases} \text{位能} \rightarrow \text{內動能} \\ \text{熱} \rightarrow \text{散失} \end{cases}$

①彈碰：內動能完全恢復 ⇒ $v'_{1C} = v_{1C}$，$v'_{2C} = v_{2C}$

②非彈碰：內動能無法完全恢復 ⇒ $v'_{1C} < v_{1C}$，$v'_{2C} < v_{2C}$

(3) $\begin{cases} \text{最接近} \\ \text{位能最大} \\ \text{動能最小} \end{cases} \Rightarrow v'_1 = v'_2 = v_C$

碰撞最接近時，整個系統的動能只剩下質心動能，內動能轉成彈性位能。

(4)斜率＝a，面積＝Δx

物理

例10. 質量爲 m_1 的甲物體，以初速度 v_0 朝+x 方向運動($v_0>0$)，與質量爲 m_2，原爲靜止之乙物體產生一維碰撞。碰撞後甲物體之速度爲 v_1；乙物體之速度爲 v_2(朝+x 方向爲正值)，則下列敘述，何者爲正確？

(A)如 $v_1 = 0$，$v_2 = v_0$，則 m_1 一定等於 m_2

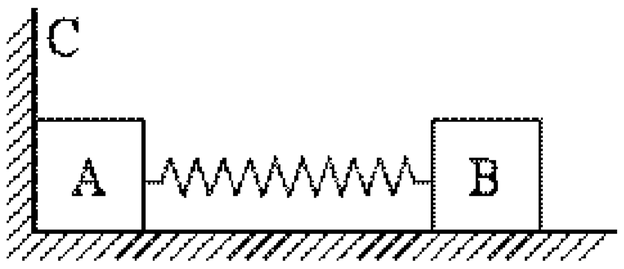
(B)如 $v_1>0$，則 m_1 一定大於 m_2

(C)如 $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_0$，則此碰撞一定是彈性碰撞

(D)如 $v_2 - v_1 = v_0$，則此碰撞一定是彈性碰撞

(E)如 $v_1 = v_2$，則此碰撞一定是非彈性碰撞【89 日大】答：(A)(D)(E)

例11. 如圖所示，質量相同的木塊 A 和 B，其間用輕質彈簧連接，置於光滑水平面上，c 爲一鉛直堅硬擋板，今將 B 壓向 A，彈簧被壓縮，然後突然釋放，若彈簧剛恢復原長時，B 的速度大小爲 v，那麼當彈簧再次恢復原長時，木塊 A 的速度應爲：

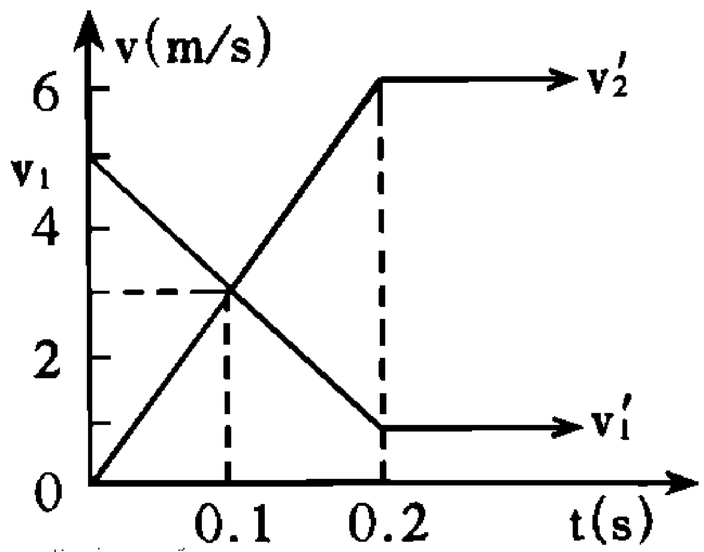


(A)0 (B)$\frac{v}{2}$ (C)v (D)$\frac{\sqrt{2}}{2}$v (E)2v。答：(C)

吳錫玠物理

※家庭作業

1.如右圖表示 m_1 與 m_2 兩物發生正面碰撞時速度對時間之變化圖，若 m_1=3kg，則： (A)m_2=2kg (B)互相作用力為的 60nt (C)最接近時，總動能為 22.5 焦耳 (D)若兩物相距 75cm 時即開始碰撞，則兩物最小距離為 50cm。答：(A)(B)(C)(D)



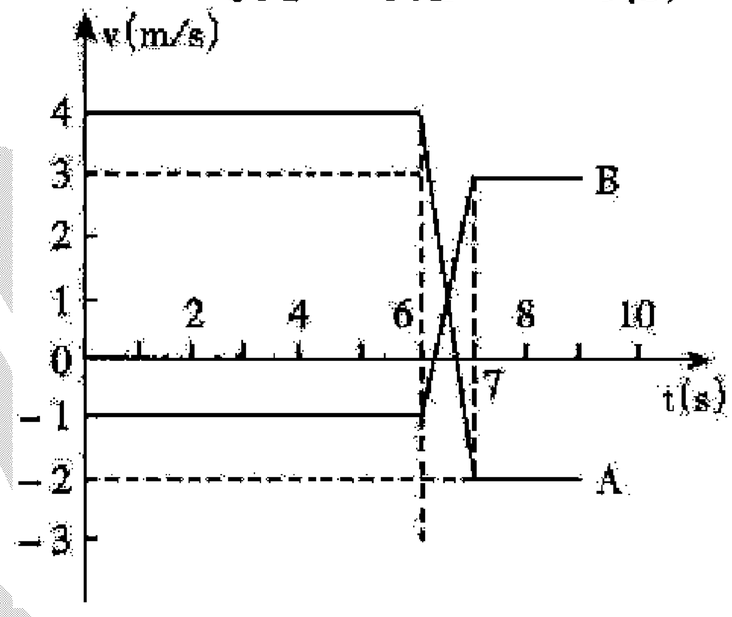
2.兩球於一直線上，某次碰撞 v-t 圖如右，則：

(1)A 球 2kg，B 球質量為多少？

(2)碰撞後系統質心之速率多大？

(3)碰撞中兩球之間的平均作用力為何？

答：(1)3kg；(2)1m/s；(3)12nt



3.在光滑水平面上，動能為 E_o、動量的大小為 P_o 的小鋼球 1 與靜止小鋼球 2 發生碰撞，碰撞前後球 1 的運動方向相反．將碰撞後球 1 的動能和動量的大小分別記為 E_1、P_1，球 2 的動能和動量的大小分別記為 E_2、P_2，則必有 (A) $E_1 < E_o$ (B) $P_1 < P_o$ (C) $E_2 > E_o$ (D) $P_2 > P_o$【1998 大陸高考】答：(A)(B)(D)

4.半徑相等的兩個小球甲和乙，在光滑水平面上沿同一直線相向運動。若甲球的質量大於乙球的質量，碰撞前兩球的動能相等，則碰撞後兩球的運動狀態可能是

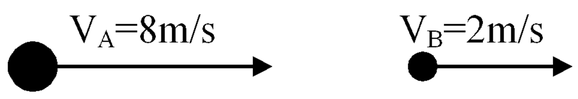
(A)甲球的速度為零而乙球的速度不為零　(B)乙球的速度為零而甲球的速度不為零

(C)兩球的速度均不為零　(D)兩球的速度方向均與原方向相反，兩球的動能仍相等

【1996 大陸高考】答：(A)(C)

5.有兩個粒子作非彈性碰撞。質量為 m_1 的粒子，以未知的速度 v_1，沿一直線正向碰撞另一質量為 m_2 的靜止粒子。已知碰撞後 m_2 粒子的速度為 v_2，則 v_1 的量值範圍？【1995 奧林匹亞初選】答：$(\frac{m_1+m_2}{2m_1})v_2 < v_1 < (\frac{m_1+m_2}{m_1})v_2$

6.如右圖所示，若 A、B 的質心速度為 6m/s，則作正向彈性碰撞後 A、B 的速度分別為何？答：4m/s；10m/s



觀念四　最接近

$$\begin{cases} \text{最接近} \\ \text{位能最大} \Rightarrow v_1' = v_2' = v_C \\ \text{動能最小} \end{cases}$$

吳錫玠物理

有次，新聞記者男去採訪一個原始部落。

一進村，就遇見村裡的一個老人，於是上前採訪一些部落生活上的趣事…

「喔，有一次我的愛羊失蹤了，」老人說道「於是我和鄰居們帶著自己釀的酒，到山上找羊。找了好久，終於找到了。我們就喝起酒來慶祝，每個人都喝的酩酊大醉，然後ㄚ，我們就輪流上那隻羊。哇哈！蠻有意思的哩！」

新聞記者男告訴老人這事兒不能報導，希望老人再說一件……

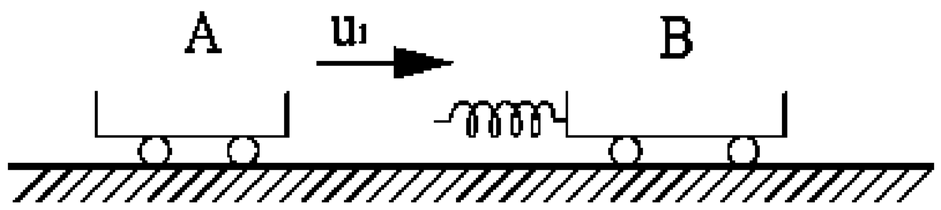
「這樣喔… 喔，有啦！有一次ㄚ，我鄰居養的大猩猩走丟了，」老人說道「於是ㄋ，我們全村的男人帶著一些自己釀的酒，又到深山裡找。好不容易找到了，我們又喝酒慶祝，結果每個人又都喝的大醉，然後… 我們一時失神下就輪流上牠… 不過ㄚ，哇！還是亂爽的！」

新聞記者男：「（哇咧！ㄚ你是聽不懂人話啊？）這不是和之前的一樣嗎？不然這樣吧！說說你痛苦的回憶好了。」

老人一時無語，接著長嘆一口氣，緩緩說道：

「唉！有一次我自己走失了…… 。」

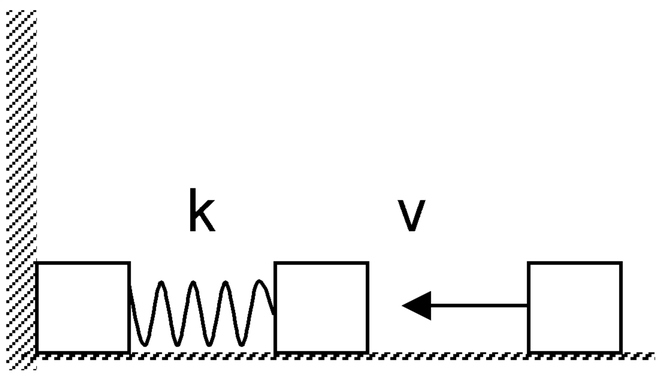
例12. 在光滑水平桌面上，質量 1kg 的 A 滑車，以 3m/s 的速度向右運動，與靜止的滑車 B 作正面彈性碰撞，B 滑車質量爲 2kg，前端有力常數爲 6×10^2 N/m 的彈簧，求：



(1)當兩車最接近時，彈簧的壓縮量爲若干？

(2)碰撞後 A 車的速率變爲若干？答：(1)x＝0.1 公尺；(2)-1m/s 向左

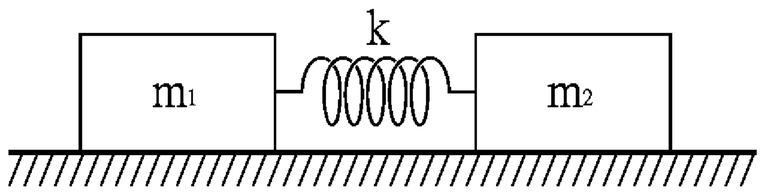
例13. 一彈簧系統由力常數爲 k 的一條彈簧和質量同爲 m 之二木塊所組成，此系統被置放於一光滑水平桌面上，左方木塊倚靠牆壁，如圖所示。現有另一質量亦爲 m 的木塊自右方以速度 v 撞向此彈簧系統，碰撞後此木塊和彈簧系統右邊之木塊連在一起。因牆壁之作用力，最後彈簧系統及入射之木塊會一起向右方運動，試求在最左方木塊離開牆壁後，彈簧的最大壓縮量爲？【1998 奧林匹亞初選】答：$\sqrt{mv^2/6k}$



宏物理

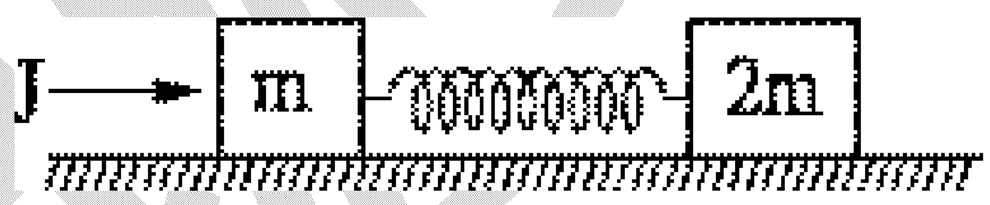
※家庭作業

1.兩相同木塊(質量 $m_1=m_2=m$)，中間連以彈力常數爲 k 的彈簧(質量不計)，靜置於光滑的水平面上，如圖所示。假設左方木塊(m_1)瞬間由系統外獲得向右的速度 v，試求隨後整個木塊與彈簧系統的：(1)質心速度？(2)最大彈性位能？【85 年大學】



答：(1)$\frac{v}{2}$；(2)$\frac{1}{4}mv^2$

2.兩木塊質量分別爲 m 及 2m，以力常數值爲 k 的彈簧相聯，靜置於光滑水平面上。今以水平衝量 J 施於質量爲 m 之木塊，使整個系統沿直線前進，如圖所示，則下列敘述何者正確？



(A)質量爲 m 之木塊初速爲 J/m

(B)質量爲 2m 木塊初速 J/(2m)

(C)當兩木塊最靠近時，兩木塊速度都是 J/(3m)

(D)當兩木塊最接近時，系統總動能爲 $J^2/(9m)$

(E)當兩木塊最接近時，彈簧被壓縮 $\sqrt{2J^2/(3mk)}$ 【81 大學】答：(A)(C)(E)

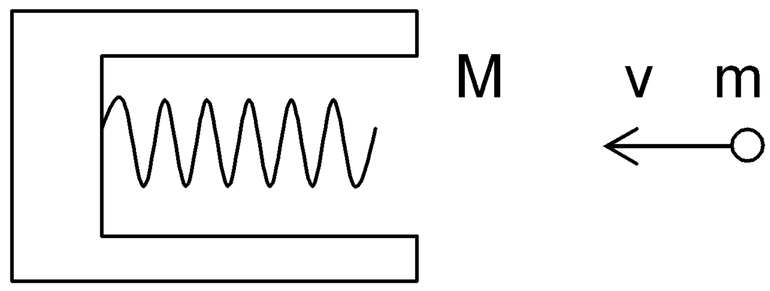
3.在光滑水平的直軌道上遠隔的兩處，面對面停著質量同爲 m 的甲、乙兩小車。其中甲車前端裝有質量可以不計並完全鬆弛之彈簧緩衝器，其彈簧常數爲 k。今如甲車以 v_0 之等速率正對著靜止之乙車運動接近，若不計摩擦，則當甲、乙兩車最接近時，該彈簧之壓縮量爲 (A)$v_0\sqrt{2m/k}$ (B)$v_0\sqrt{2k/m}$ (C)$v_0\sqrt{m/2k}$ (D)$v_0\sqrt{k/2m}$ (E)$v_0\sqrt{m/k}$。【62.日大】答：(C)

4.在光滑水平桌面上，有質量分別爲 m_1 及 m_2 之兩方塊。m_1 起初靜止，m_2 以初速 v_0 向 m_1 接近。m_2 之前端，有力常數爲 k 之彈簧，彈簧質量可以不計。求在正面彈性碰撞過程中：

(1)彈簧被壓縮成最短時，其縮短量爲？

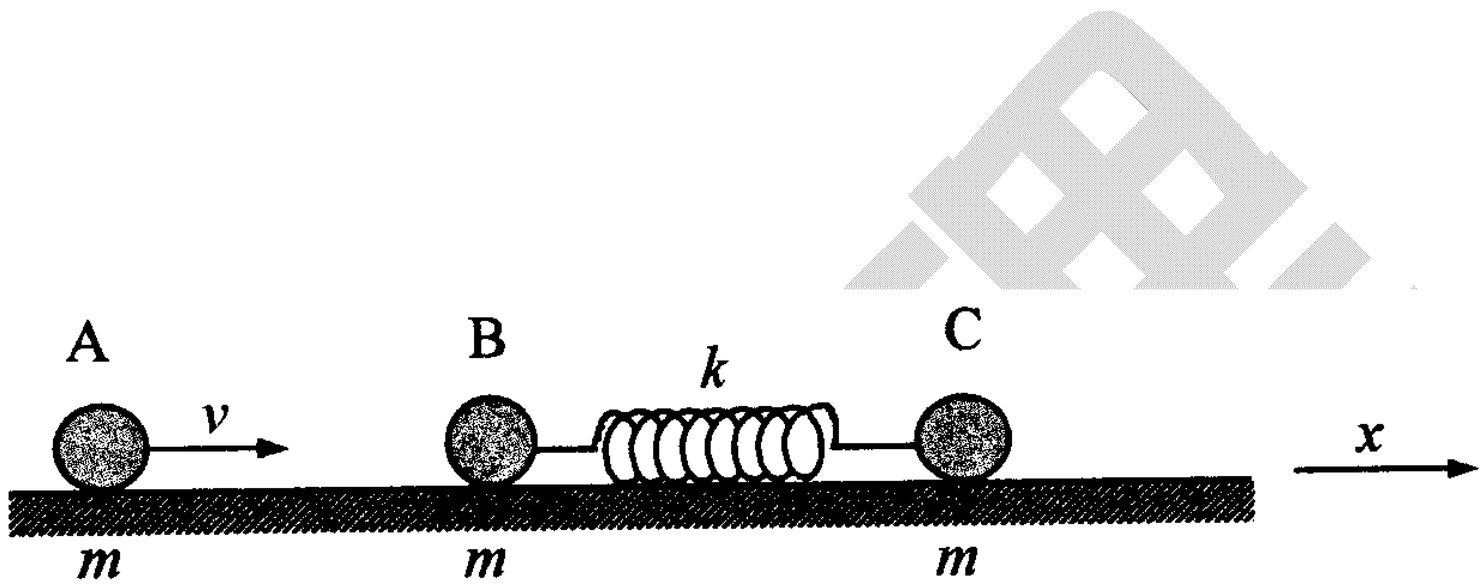
(2)相撞後，m_1 和 m_2 之相對速度爲？【79 夜大】答：(1)；(2)v_o

5.如右圖所示，質量為 m 的小球以速度 v 射向一內含有彈簧（力常數 K）、質量為 M 之靜物，此靜物與地面之摩擦力可以忽略，則彈簧被壓縮之最大距離為？(彈簧質量可以忽略)【1997 奧林匹亞初選】



答：$\sqrt{\dfrac{mMv^2}{k(m+M)}}$

6.如下圖所示，在光滑水平面上有一系統，是由質量同為 m 的三個質點 A、B、和 C 三者所組成。此三質點均位在 x 軸 上，且 B 和 C 之間以一條力常數為 k 的輕彈簧相連接。當 B 與 C 為靜止，且彈簧處於無伸縮狀態時，A 以速度 v 沿 x 軸向右前進，與 B 發生完全非彈性碰撞。假設 A 和 B 碰撞期間，C 保持靜止不動，且此時彈簧長度的縮短量可忽略不計，則(1)在兩者碰撞後，系統的力學能損失？(2)又彈簧長度的最大縮短量為？【2005 奧林匹亞初選】答：$\frac{1}{4}mv^2$；$v\sqrt{\frac{m}{6k}}$



7.有三個人死後上了天堂，在天堂的門口遇見了一位天使...

天使：「你們要通過考驗才能進天堂。」

「來，你先。」天使叫了第一位

「世界上的第一個男人是誰？」

第一位：「亞當。」「噹噹噹噹～！」

噹聲響起，天堂之門打開讓第一位進去了。

天使再問第二位：「世界上第一個女人是誰？」

「夏娃。」第二位說

「噹噹噹噹～！」第二位也進天堂。

天使問第三位：「夏娃遇見亞當所說的第一句話是什麼？」

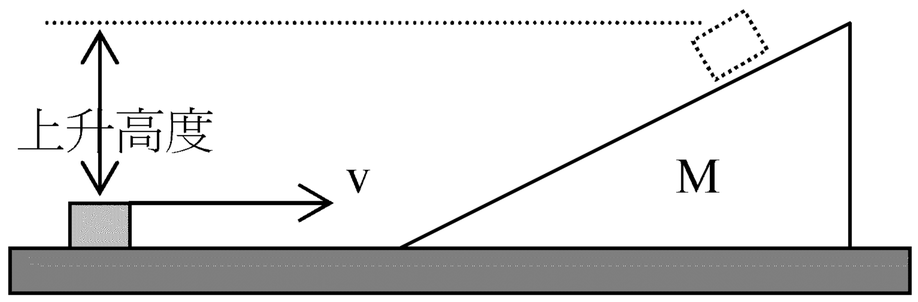
「（哇咧！這麼這麼難！？）」第三位心驚

最後，想不出來的他，對天使說：

「OH！It’s too HARD！！」

「噹噹噹噹～！」……

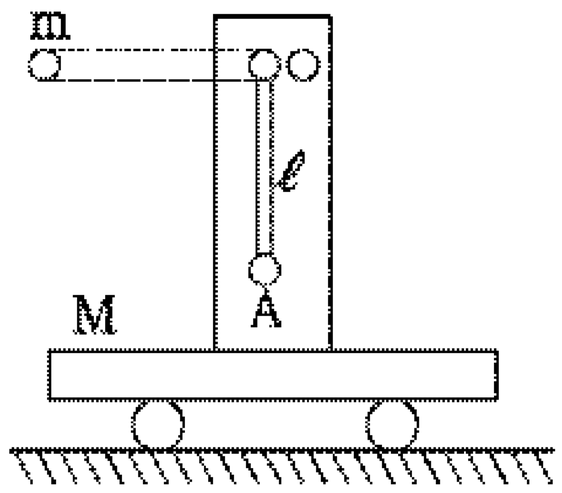
例14. 一斜面質量爲 M，一物體質量爲 m，同置於一光滑水平面上。物體以 v 的初速朝靜止的斜面運動。若斜面與物體間無摩擦，則(1)物體沿斜面上升的最大高度 h 爲？(2)又物滑下斜面與其分離時速率 v'＝？【81 日大改】答：(1) $\dfrac{Mv^2}{2(M+m)g}$ ；(2) $\dfrac{m-M}{m+M}v$



例15. 如圖所示，質量爲 M 是小車停在光滑水平面上，小車上有一長爲 ℓ 的輕桿，桿一端連接轉動軸 O，另一端固定一質量爲 m 的小球，把桿拉到水平狀態，此時小車靜止，如釋放小球，則

(1)小球到達右邊的最大高度處距最低點 A 的高度 h＝？

(2)如讓小球處於最低位置 A，但給小球一水平速度 v＝ $\sqrt{2g\ell}$ ，這時車靜止，此後小球擺動能達到的最高點距 A 的高度 h'＝？

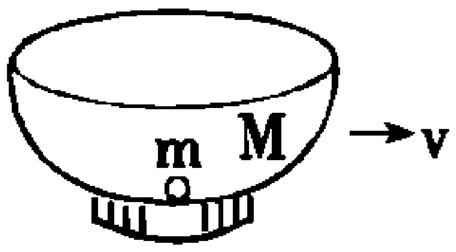


答：(1) ℓ ；(2) $\dfrac{M\ell}{M+m}$

吳錫玠物理

※家庭作業

1.如圖，一質量 M 之碗以 v 的速度在光滑水平面上運動，若將質量 m 的小球放入碗底使其在放入瞬間對地速度為 0，則小球會爬升一高度，設碗壁光滑，求：



(1)小球爬升的最大高度？

(2)當小球由最大高度又滑回碗底時，碗與小球之速度各為若干？

答：(1) $\dfrac{Mv^2}{2(M+m)g}$ ；(2) $v_{碗}=\dfrac{M-m}{M+m}v$ ； $v_{球}=\dfrac{2M}{M+m}v$

【提示】：在 m 爬升，m 與 M 間有作用力，當 m 滑回底部則 m 與 M 在水平方向已無作用力，相當於彈性碰撞之碰撞完成。

2.有兩物體發生碰撞，當他們的距離由 10cm 接近到 5cm，則產生 3nt 之斥力，距離 5cm 分離到 8cm 時，斥力為 1nt，然後即不再互相作用，求動能總改變。答：減少 0.12J

3.話說有隻未卜先知龜，因其靈驗而出名。

這天，阿甲阿乙和阿丙三人一起跑去看。

主人介紹說：「這就是未卜先知龜，想知道什麼事，就問吧。」

「請問我養了幾隻羊？」阿甲問

只見烏龜將把牠的頭伸進伸出 33 次...

「烏龜說你養了 33 頭羊。」主人說

「哇！好準！」阿甲說

「請問我有幾個兒女？」換阿乙問道

只見烏龜同樣的又做起了伸頭的動作 5 次。

「牠說你有 5 個兒女。」主人說。

阿乙聽了之後點點頭

不信邪的阿丙，打算要出一道難題來考考這隻烏龜...

「我老婆現在正在做什麼？」

阿丙得意地問出這個題目，他心想，這下子牠一定答不出來了。

此時，卻看見小烏龜緩緩的爬起來，然後十分辛苦的往後仰躺在桌子上，不斷揮動牠的四肢.....

觀念五　非彈性碰撞

一、非彈性碰撞

m_1 與 m_2 間的作用力有保守力與非保守力

$$\Rightarrow \Delta E_k \begin{cases} \Delta U \rightarrow \Delta E_k' \\ \text{熱} \rightarrow \text{散失} \end{cases}$$

碰撞結束後系統總動能有部分的損失。

1. 遵守的物理定律：(1)碰撞期間及前後的總動量守恆。

(2)碰撞期間及前後的總動能不守恆

力學能不守恆

(但能量守恆)

2. 恢復係數：$e = \dfrac{\vec{v}_2' - \vec{v}_1'}{\vec{v}_1 - \vec{v}_2} < 1$

兩物體作一維非彈性碰撞時，碰撞後的相對分離速度的量值小於碰撞前的相對接近速度。

$\Rightarrow$ 碰撞前內動能 $\left|\dfrac{1}{2}m_1 v_{1C}^2 + \dfrac{1}{2}m_2 v_{2C}^2\right|$ > 碰撞前後動能 $\left|\dfrac{1}{2}m_1 v_{1C}'^2 + \dfrac{1}{2}m_2 v_{2C}'^2\right|$

二：完全非彈性碰撞

物體碰撞後合為一體，就是完全非彈性碰撞。

1. 遵守的物理定律：動量守恆定律。

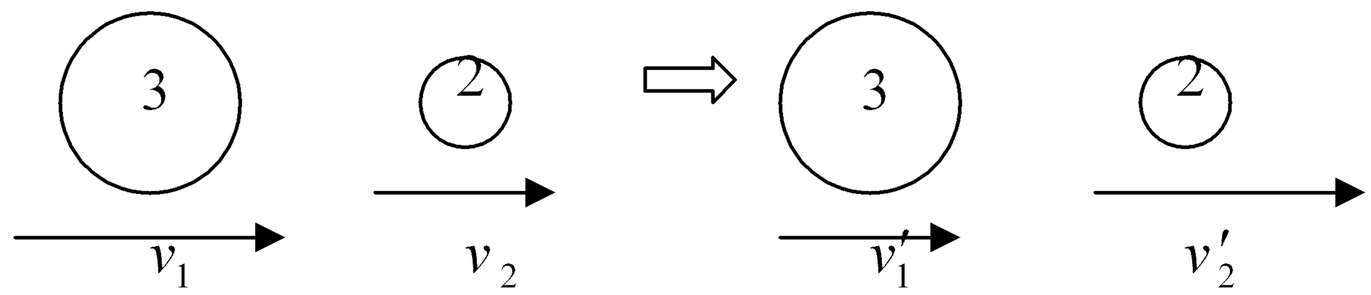
2. 碰撞後速度：碰撞後兩者速度相同 $\vec{v}_1' = \vec{v}_2' = \vec{v}_C = \dfrac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

3. 恢復係數：$e = \dfrac{\vec{v}_2' - \vec{v}_1'}{\vec{v}_1 - \vec{v}_2} = \dfrac{\vec{v}_C - \vec{v}_C}{\vec{v}_1 - \vec{v}_2} = 0$

碰撞後系統的內動能全部轉換為熱能，碰撞中以完全非彈性碰撞所損失的動能最大。

吳錫玠物理

例16. 如圖，$m_1 = 3kg$、$m_2 = 2kg$，$v_1 = 10m/s$、$v_2 = 5m/s$，若



(1) $v_1' = 7m/s$，求 $v_2' = ?$

(2) $e = 0.6$，求 $v_1' = ?$ $v_2' = ?$

(3)碰撞後 3 秒，兩球相距 12 公尺，求 $v_1' = ?$ $v_2' = ?$

(4)碰撞過程損失 4 焦耳之動能，求 $v_1' = ?$ $v_2' = ?$

例17. 一小球從離地高度爲 h 處靜止下落。在與地面碰撞後反彈而回，又復落下碰撞，如此往復進行。設小球與地面碰撞的恢復係數爲 e，(e 的定義是小球碰撞後速率與撞前速率之比)，則(1)此小球第 n 次觸地後反跳之速率？(空氣阻力可忽略不計)。(2)此球經多次彈跳直到最後靜止於地面時，在空中往返所經歷之總時間爲？(3)球停止前所走路程若干？【1996 奧林匹亞初選】

答：(1) $e^n\sqrt{2gh}$；(2) $(\frac{1+e}{1-e})\sqrt{\frac{2h}{g}}$；(3) $(\frac{1+e^2}{1-e^2})h$

※家庭作業

1.在質量爲 M 的小車中掛有一單擺，擺球的質量爲 m_o；小車(和單擺)以恒定的速度 V 沿光滑水平地面運動，與位於正對面的質量爲 m 的靜止木塊發生碰撞，碰撞的時間極短。在此碰撞過程中，下列哪個或哪些說法是可能發生的?

(A)小車、木塊、擺球的速度都發生變化，分別變爲 v_1、v_2、v_3，滿足 $(M+m_o)V = Mv_1 + mv_2 + m_o v_3$

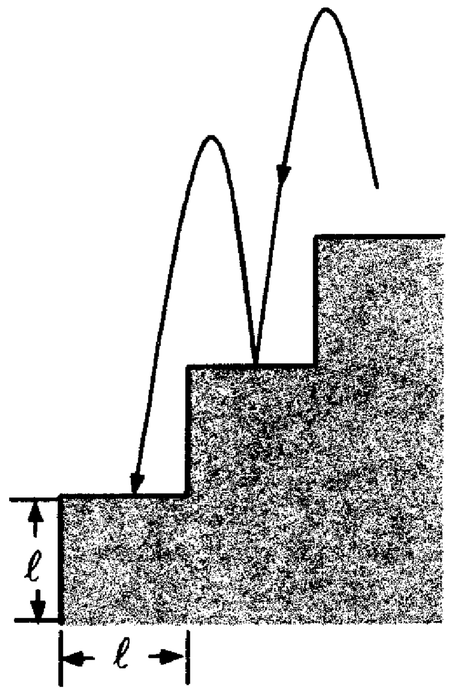
(B)擺球的速度不變，小車和木塊的速度變 v_1 和 v_2，滿足 $MV = Mv_1 + mv_2$

(C)擺球的速度不變，小車和木塊的速度都變爲 v，滿足 $MV = (M+m)v$

(D)小車和擺球的速度都變爲 v_1，木塊的速度變爲 v_2，滿足 $(M+m_o)V = (M+m_o)v_1 + mv_2$ 【1993 大陸高考】答：(B)(C)

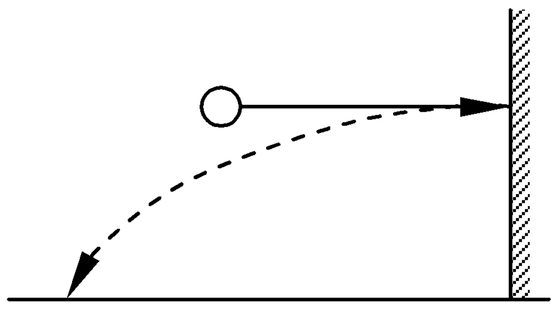
2.質量爲 4 千克的物體 A 靜止在水平桌面上，另一個質量爲 2.0 千克的物體 B 以 5 米/秒的水平速度與物體 A 相撞，碰撞後物體 B 以 1.0 米/秒的速度反向彈回。相撞過程中損失的機械能？【1994 大陸高考】答：6 焦耳

3.如圖所示，一小鋼珠順著樓梯台階彈跳而下，每次均落在每一台階的同一位置上，且反彈之高度相對於該台階均相等。已知每一樓梯的台階高度與寬度均爲 ℓ，鋼珠的恢復係數爲 e，且忽略空氣阻力的影響，求(1)小鋼珠的水平速度？(2)反彈高度？【2004 奧林匹亞初選】答：(1) $\sqrt{\dfrac{g\ell(1-e)}{2(1+e)}}$；(2) $\dfrac{e^2}{1-e^2}\ell$



【註】：恢復係數 e 定義爲在物體碰撞後和碰撞前，沿鉛直方向的速度分量的比值。

4.一質量 0.5kg 之球體以 v=20m/s 的速度水平射至與地面垂直的牆面，入射點距地面高 h=4.9m，球體以 v'水平反彈，落至距牆 15m 的地面球此球與牆面碰撞時：(1)恢復係數 (2)損失的能量？答：(1)0.75；(2)43.75J



例18. 對於兩物體作完全非彈性碰撞而言，下列何者正確？ (A)碰撞後，兩物體的共同速度爲碰撞前的質量中心速度 (B)碰撞期間所損失的動能，等於碰撞前的內動能 (C)碰撞後的總動量小於碰撞前的總動量 (D)碰撞期間損失的動能，轉變成爲熱能或其他能量 (E)恢復係數爲 0。答：(A)(B)(E)

例19. 質量 m_1 的物體以動能 E_K 與質量 m_2 之靜止物體作完全非彈性碰撞後，系統總動能損失 20%，則二物質量比 m_1：m_2 若干？答：4：1

※家庭作業

1.兩物體作非彈性碰撞時，碰撞前後的：(A)動量和不變，動能和亦不變 (B)動量和與動能和皆改變 (C)動量和改變，動能和不變 (D)動量和不變，動能和改變。答：(D)

2.光滑平面上，質量相同的 A、B 兩鋼珠，作斜向碰撞後： (A)兩者必垂直彈開 (B)兩者的速度必相等 (C)兩者動量和與碰撞前相等 (D)兩者的總動能等於原來兩者動能和 (E)兩者質心之運動方向不變。答：(C)(E)

3.下列有關「雙質點一維非彈性碰撞」的敘述，何者正確？ (A)碰撞前後總動量不守恆 (B)碰撞前後總動能不守恆 (C)碰撞前後質心動能守恆 (D)撞後合爲一體者，稱爲「完全非彈性碰撞」 (E)恢復係數 e＝0。答：(B)(C)(D)

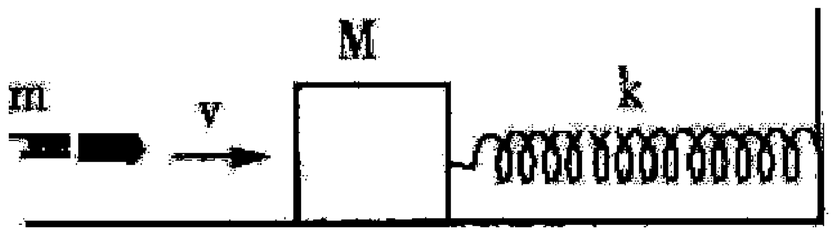
例20. 質量爲 M 之木塊，置於摩擦係數爲 μ 之水平面上，今有一顆子彈，質量 m，以 v 之水平速度飛行，若被子彈穿過後之木塊於水平面上滑動 d 距離而停止，則穿過木塊後子彈之速度？答：$v-\frac{M}{m}\sqrt{2\mu gd}$

例21. 質量 m 的子彈，以 v 初速射穿一厚爲 d 的木塊 M 後，速率減半，若
(1)木塊固定子彈所受阻力若干？(2)木塊可自由移動，子彈所受阻力若干？
答：(1) $f=\frac{3mv^2}{8d}$；(2) $\frac{3mv^2}{8d}-\frac{m^2v^2}{8Md}$

吳錫玠物理

※家庭作業

1.如圖所示，質量 m 的子彈以速度 v 射入質量 M 的木塊內，合體與力常數 k 的輕彈簧作 S.H.M.，求其振動週期 T 與振幅 R？(地面光滑水平)



答：$T=2\pi\sqrt{\dfrac{M+m}{k}}$ ；$R=\dfrac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}$

2.一質量爲 m 的子彈，以速度 v 水平射入一個放在光滑平面上的靜止木塊，木塊的質量爲 M，子彈射入木塊後嵌入其中。下列敘述何者正確？ (A)碰撞前後，動量守恆 (B)碰撞前後，動能守恆 (C)碰撞前後，總能量守恆 (D)嵌有子彈的木塊，其速度爲 mv/(M+m) (E)若木塊用一質量可忽略之輕繩吊著，則嵌有子彈的木塊上升之高度爲 $v^2/2g$。(g 爲重力加速度)【82.日大】答：(A)(C)(D)

3.有一質量 M 公斤的木塊停在粗糙的平面上，木塊和平面間的動摩擦係數爲 μ，當 m 公斤的子彈打入木塊時，子彈埋入木塊中，且木塊滑走 S 公尺才靜止，則子彈打入木塊瞬間的速度爲 (A) $(2\dfrac{M+m}{m}\cdot S\mu g)^{1/2}$ (B) $\dfrac{M+m}{m}(2S\mu g)^{1/2}$ (C) $\dfrac{m}{M}(2S\mu g)^{1/2}$ (D) $(2\dfrac{m}{M}S\mu g)^{1/2}$ (E) $(\dfrac{m}{M}S\mu g)^{1/2}$ 公尺/秒。【69 夜大】答：(B)

4.(1)在光滑無摩擦的平面 PQ 上，有兩輛台車 A 與 B。從 P 側，向 Q 以速率 u 運動的台車 A(質量爲 m)由正面碰上原來靜止的台車 B 後，連在一起以 v 的速率運動。台車 B 的質量爲：(A)m$\dfrac{u}{v}$(B)m$\dfrac{v}{u}$(C)m$\dfrac{v}{u-v}$(D)m$\dfrac{u-v}{v}$(E)m$\dfrac{u+v}{u-v}$。

(2)在上題中，A 碰撞 B 後反彈向 P 側運動。假設 B 之質量爲 M，碰撞前後之總動能不變，則碰撞後 B 之速率爲：

(A)$\dfrac{M}{m}$u(B)$\dfrac{m}{M+m}$u(C)$\dfrac{M}{M+m}$ u(D)$\dfrac{2m}{M+m}$u(E)$\dfrac{2M}{M+m}$u。【64.日大】答：(1)(D)；(2)(D)

5.一質量爲 160kg 之老虎，以 4m/sec 速度迎面而來，獵人舉槍射擊，若彈無虛發全在體內，彈質量爲 0.04kg，出口速度爲 500m/sec，則幾發子彈可以將老虎之前進之勢完全抵消？答：32 發

6.質量 1.0 公斤之 A 物以 8.0 公尺/秒之等速度向東運動，迎面撞上質量爲 2.0 公斤之物。後者之速度爲 4.0 公尺/秒向西，碰撞後兩物合爲一體，則此新成之物體的速度爲 (A)0 (B)2.0 公尺/秒，向西 (C)2.7 公尺/秒，向東 (D)6.0 公尺/秒，向東。【66 夜大】答：(A)

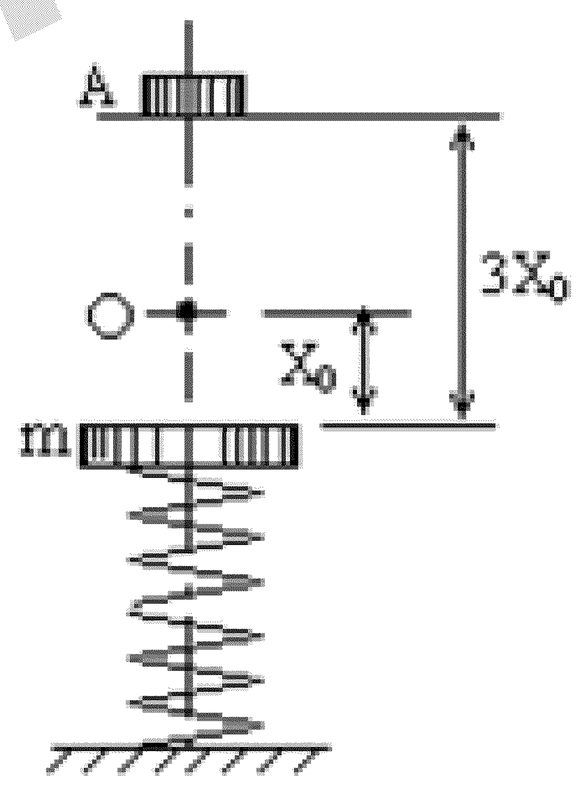
7.一木塊質量爲 M，用彈力常數爲 k 的輕彈簧吊著，使其靜止平衡，此時彈簧總長爲 ℓ。今以一質量爲 m 的子彈，從木塊正下方鉛垂向上打入木塊後留在其中。設子彈打中木塊時的初速爲 v，子彈進入木塊後，木塊上下振盪。問：

(1)當子彈射入木塊後，此系統(木塊、彈簧及子彈)的總力學能爲若干？(假設當彈簧總長爲 l 時，木塊的重力位能爲零)。

(2)經長時間振盪，最後木塊靜止時，彈簧總長度爲若干？【80 年大學】

答：(1) $\dfrac{m^2v^2}{2(M+m)}+\dfrac{M^2g^2}{2k}$ ；(2) $\ell+\dfrac{mg}{k}$

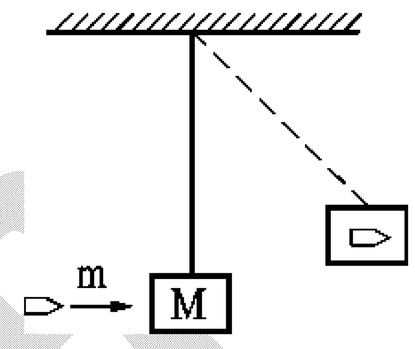
8.質量爲 m 的鋼板與直立輕彈簧的上端連接，彈簧下端固定在地上。平衡時，彈簧的壓縮量爲 x0，如圖所示。一物塊從鋼板正上方距離爲 3x0 的 A 處自由落下，打在鋼板上並立刻與鋼板一起向下運動，但不粘連。它們到達最低點後又向上運動。已知物塊質量也爲 m 時，它們恰能回到 O 點。若物塊質量爲 2m，仍從 A 處自由落下，則物塊與鋼板回到 O 點時，還具有向上的速度。求物塊向上運動到達的最高點與 O 點間的距離？【1997 大陸高考】答：$\dfrac{x_o}{2}$



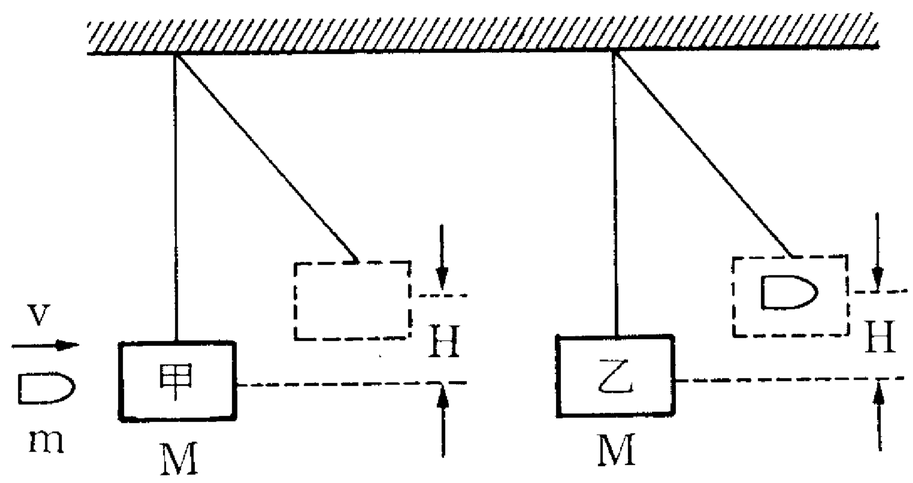
9.質量爲 M 之木塊從距水平地面 h 高處自由下落，當木塊下落至距地面 h/2 高處時，被一質量爲 m、速度爲 u 之子彈從水平方向射中，子彈並嵌在木塊中。則(1)木塊被射中後再經？秒後落至地面上，(2)木塊之橫向位移爲？【1999 奧林匹亞初選】

答：(1) $\left(-\dfrac{M}{M+m}+\sqrt{1+\left(\dfrac{M}{M+m}\right)^2}\right)\sqrt{\dfrac{h}{g}}$ ；(2) $\left(\dfrac{m}{M+m}u\right)\left(-\dfrac{M}{M+m}+\sqrt{1+\left(\dfrac{M}{M+m}\right)^2}\right)\sqrt{\dfrac{h}{g}}$

例22. 在衝擊擺(Ballistic pendulum)的實驗中，子彈之質量爲 m，木塊之質量爲 M，且木塊上升的高度爲 H，則: (A)子彈射入木塊前後動量守恆 (B)子彈射入木塊前之速度爲 $(1+\frac{M}{m})\sqrt{2gH}$ (C)子彈射入木塊前後力學能守恆 (D)子彈之動能全部轉換成合體的重力位能 (E)若木塊施於子彈的阻力爲 f，則子彈深入木塊之距離爲 $\frac{mgH}{Mf}$ (假設子但射入木塊過程中，木塊之位移爲 0)。答：(A)(B)



例23. 甲乙兩木塊質量均爲 M，以繩懸掛如圖，繩的質量可忽略。今有一質量爲 m 之子彈(m 遠小於 M)，以速度 v 沿水平方向射向木塊，先穿透甲木塊，再射入乙木塊而嵌入其中。設兩木塊上升之高度均爲 H。下列敘述何者正確？



(A)子彈射出甲木塊時之速度約爲 v/2

(B)子彈與兩木塊內摩擦產生之熱能大約相等

(C)子彈的動能大部份轉變成木塊的力學能

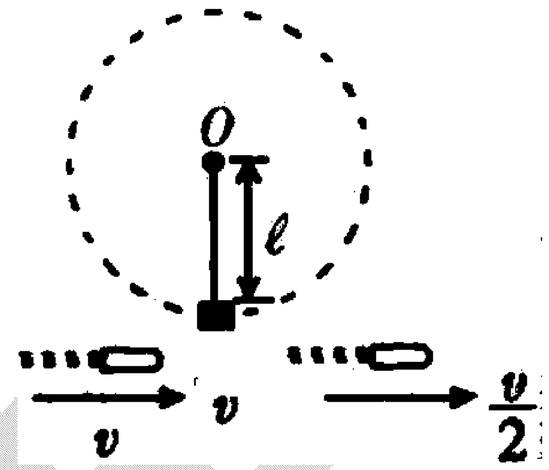
(D)子彈的初速度 $v=\frac{M}{m}\sqrt{2gH}$

(E)子彈與甲木塊之碰撞爲彈性碰撞，與乙木塊之碰撞爲完全非彈性碰撞。

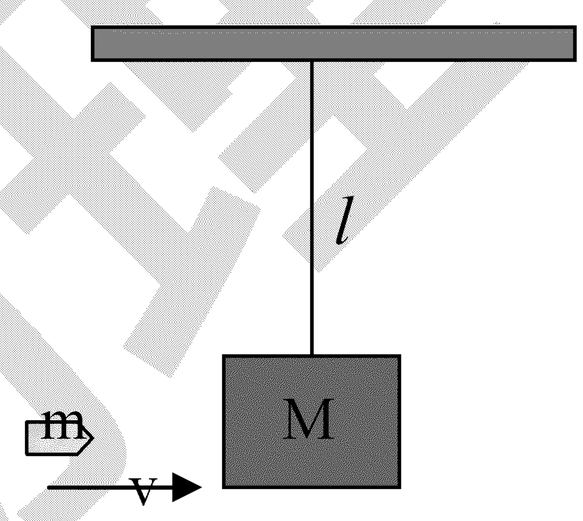
【83 日大】答：(A)

※家庭作業

1.一個質量爲 m 速度爲 v 的子彈射穿質量爲 M 的木塊後，速度變爲$\frac{v}{2}$，而此木塊懸吊於長度爲ℓ的輕繩下端。間 v 至少須爲若干，方能使木塊轉一整圈？答：$\frac{2M}{m}\sqrt{5g\ell}$

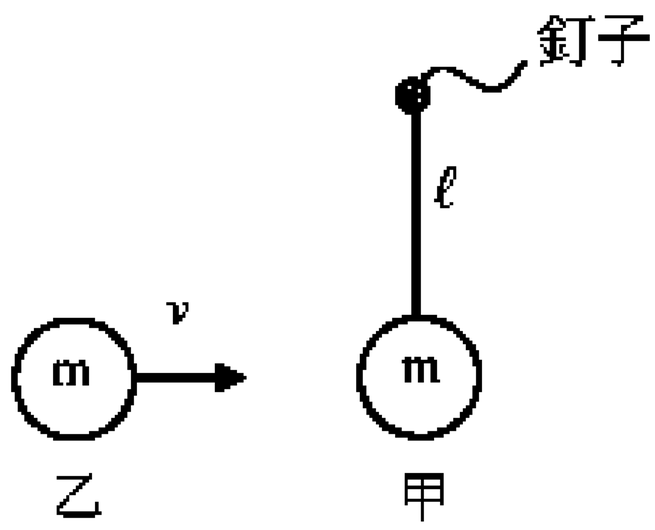


2.如右圖，質量爲 m 之子彈以$\sqrt{20g\ell}$之初速水平射入質量爲 M（M=4m）之木塊內，則木塊升到最大高度時之瞬間加速度大小？答：$\frac{4}{5}g$



3.一單擺擺長爲 L，擺錘質量爲 3m 的木塊。質量爲 m 之子彈以$\sqrt{4gL}$之初速水平射入靜止的擺錘，且牽在木塊內，則此單擺往返擺動的最大角度爲？答：60°

4.一質量爲 m 的物體甲靜置於光滑水平面上，物體甲連接在一質量可忽略、長度爲 的細桿上，細桿上有一圓環，套住固定在水平面上的釘子，圓環與釘子之間的摩擦可以忽略，如右圖所示。另一相同質量的物體乙，在水平面上以 v 的速度，沿垂直細桿的方向作直線運動。甲、乙物體作正向碰撞後黏在一起，則下列敘述何者正確？(A)碰撞後，甲、乙兩物體作等速度圓周運動 (B)碰撞後，甲、乙兩物體作等速率圓周運動 (C)碰撞後，兩物體的加速度爲$\frac{4v^2}{\ell}$ (D)碰撞後，兩物體的加速度爲$\frac{v^2}{2\ell}$ (E)碰撞後，兩物體的加速度爲$\frac{v^2}{4\ell}$。【93 指考補考】答：(B)(E)



例24. 質量 m 的子彈以 v 的速度，水平射入靜置於光滑水平面上長度 L、質量 M 的木塊，若木塊原本固定在地面上，而子彈恰能深入 L/2，則

(1)子彈若要恰可貫穿木塊，所須之入射速度爲何？

(2)若木塊不固定在地面上，則當子彈以 v 之速度入射時，子彈進入木塊中深度爲若干？(設 m 所受阻力爲定值與速率無關)答：(1) $\sqrt{2}v$ ；(2) $\dfrac{ML}{(M+m)\times 2}$

例25. 如圖 15 所示，在光滑水平面上有相互重疊之甲乙兩木塊，其質量各爲 2m 與 m。起初，甲木塊靜止在水平面上，而乙木塊在甲木塊上之左緣以初速 v 向右運動。已知甲乙兩木塊之間的動摩擦係數爲 μ_k ，回答以下各問題 (以 m、v、μ_k 及重力加速度 g 表示)。【95 指考】

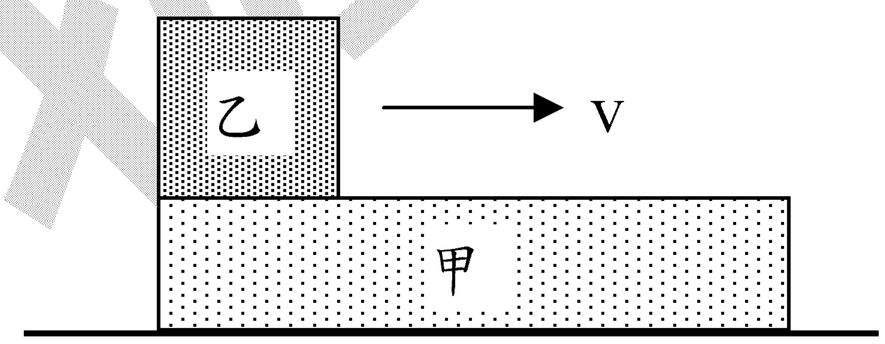


圖 15

(1)假設甲木塊夠長，使得乙木塊不會掉落到水平面上。一段時間後，甲乙兩木塊以同一速度 v_f 運動，求 v_f 。

(2)承(1)小題，求甲乙兩木塊達到同一速度 v_f 所需的時間。

(3)若不計乙木塊之長度，則甲木塊至少要多長，乙木塊才不會自甲木塊上掉落？

※家庭作業

1.(a)質量 m 之子彈，以 E_k 之動能打入質量 M 之木塊中，則：(1)總動能變成多少？(2)系統之總動能變大或變小？ (3)何故？

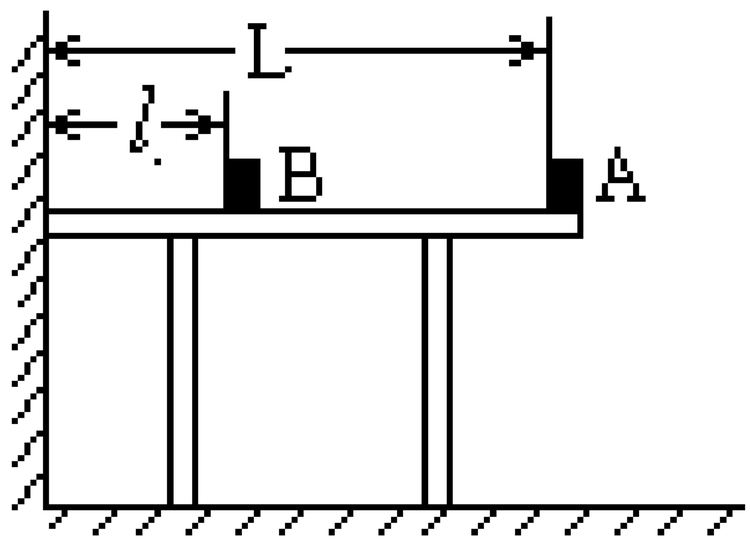
(b)上題若為水平打入，木塊與地面間之動摩擦係數為 μ，則可滑行多遠？

(c)在上題中，子彈射入木塊內之深度為 S。若現將木塊固定，則子彈可射入多深？

答：(a) (1) $\dfrac{m}{m+M}E_k$ ；(2)小；(3)摩擦變為熱能；(b) $\dfrac{mE_k}{\mu(M+m)^2 g}$ ；(c) $\dfrac{M+m}{M}S$

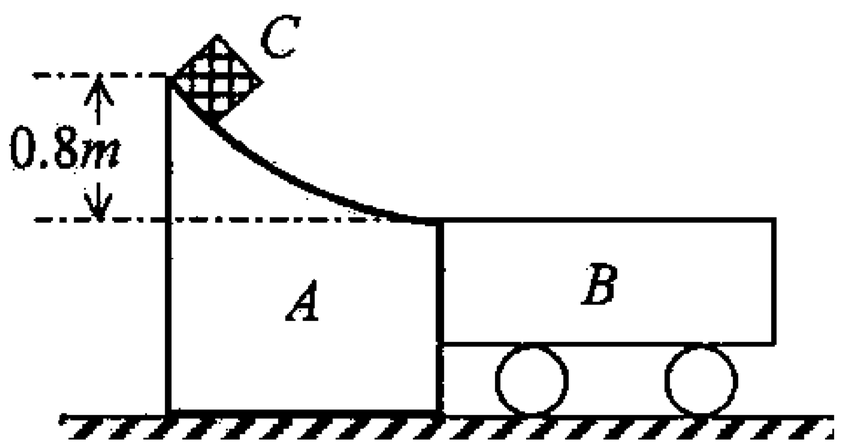
2.質量 m 的子彈以 v 之速度射入質量 M 之靜止木塊後，m、M 合體一起在動摩擦系數 μ_k 的地面上滑行，若子彈在木塊中移動時所受之平均阻力為 F(假設子但射入木塊過程中，木塊之位移為 0)，求 (A)子彈深入木塊之距離？ (B)木塊在地面上所滑行的距離？答：(A) $\dfrac{Mmv^2}{2F(M+m)}$ ；(B) $\dfrac{m^2v^2}{2\mu_k(M+m)^2 g}$

3.如圖所示，A、B 是位於水平桌面上的兩個質量相等的小木塊，離牆壁的距離分別為 L 和 ℓ，與桌面之間的滑動摩擦係數分別為 μ_A 和 μ_B。今給 A 以某一初速度，使之從桌面的右端向左運動，假定 A、B 之間，B 與牆之間的碰撞時間都很短，且碰撞中總動能無損失。若要使木塊 A 最後不從桌面上掉下來，則 A 的初速度最大不能超過？【1993 大陸高考】答：



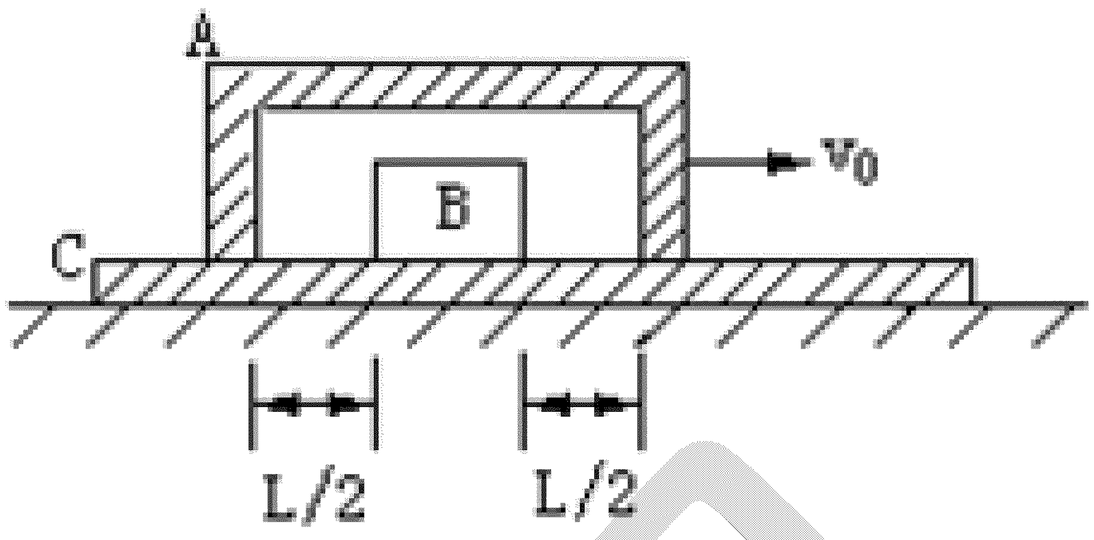
$\sqrt{4g(\mu_A(L-l)+\mu_B l)}$

4.如右圖所示，A 為一固定不動的光滑軌道，質量 30Kg 的台車 B 緊靠著 A 的右側。現有一質量 20Kg 的塊狀重物 C，在高出台車平面 0.8m 處，沿軌道以 3m/s 的初速度下滑，衝上小車。設 C 與 B 車板面間的摩擦係數為 0.3，B 車與地面間的摩擦可以忽略，



則(1)B 台車的長度至少應為？m，重物 C 才不致滑出其板面；(2)B 車被撞後的最後速度為？m/s。【1996 奧林匹亞初選】答：(A)2.6；(B)2.0

5.一段凹槽 A 倒扣在水平長木板 C 上，槽內有一小物塊 B，它到槽兩側的距離均 L/2，如圖所示。木板位於光滑水平的桌面上，槽與木板間的摩擦不計，小物塊與木板間的摩擦係數爲 μ。A、B、C 三者質量相等，原來都靜止。現使槽 A 以大小爲 v0 的初速向右運動(已知 $v_o < \sqrt{2\mu gl}$)。當 A 和 B 發生碰撞時，兩者速度互換。求：

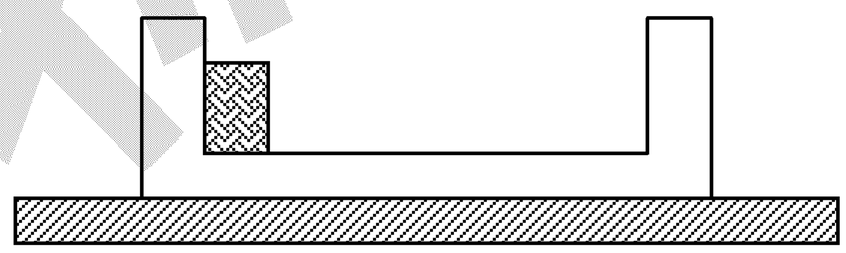


(1)從 A、B 發生第一次碰撞到第二次碰撞的時間內，木板 C 運動的路程．

(2)在 A、B 剛要發生第四次碰撞時，A、B、C 三者速度的大小．【1998 大陸高考】

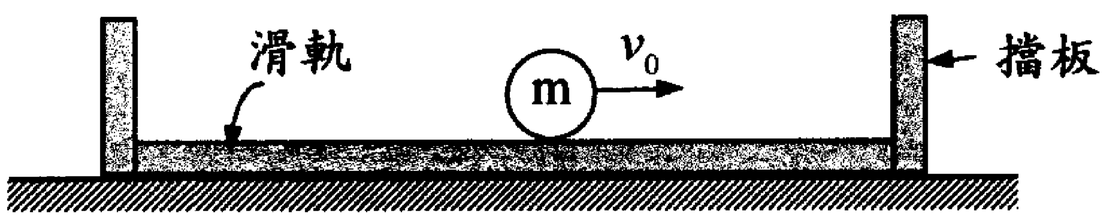
答：(1) $l-\dfrac{v_o^2}{4\mu g}$；(2) $v_A=\dfrac{v_o}{2}$，$v_B=v_C=\dfrac{3}{8}v_o$

6.如圖所示，一具有 U 形凹槽之扁長木板置放於水平光滑桌面上，凹槽內另放有一小木塊，倚靠左方槽邊設小木塊之質量爲 m，木板之質量爲 M，凹槽寬度爲 L，小木塊與木板間之滑動摩擦係數爲 μ，小木塊之寬度遠小於 L。現快速用力撥動小木塊一下，使其在凹槽中滑動，由於小木塊之初速夠大，故得以在木板凹槽中來回碰撞木板槽邊。設小木塊與木板槽邊之碰撞皆爲正面彈性碰撞，碰撞 n 次後停止在凹槽之中央位置，求此時木板之運動速度。【1998 奧林匹亞初選】



答：$\sqrt{\dfrac{2m^2}{(m+M)M}\mu g(n+\dfrac{1}{2})L}$

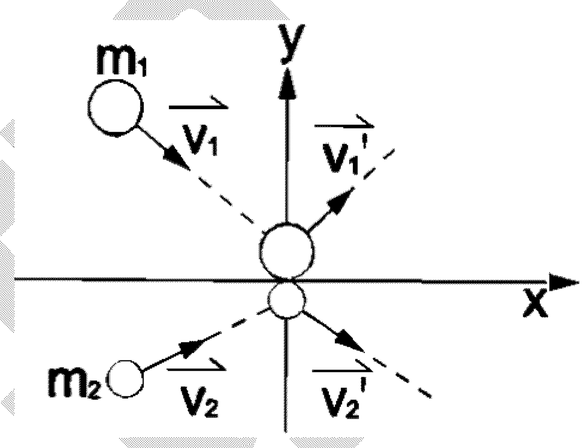
7.如圖如所示，起始時有一質量爲 M 的滑軌，靜置在一光滑的水平地面上，滑軌上有一質量爲 m 的小球，從滑軌的一端以初 v_o 向另一端運動。假設小球與滑軌之間的摩擦力可以不計。滑軌兩端皆有一擋板，當小球與擋板碰撞時，其恢復係數爲 e（即小球與檔板碰撞後的相對速度與碰撞前的相對速度的比值）。當小球和擋板之間經過 n 次碰撞後，而在第 n+1 次碰撞前，滑軌在水平面上的速度？(以已知量表示之)。【2004 奧林匹亞初選】答：$\dfrac{mv_o}{M+m}(1-(-e)^n)$



觀念六　二維碰撞

兩物體在碰撞前後的運動，限制在平面上進行，若兩物之間的碰撞不是正向碰撞，則碰撞後兩物體將沿不同的方向運動，稱為三維空間的碰撞或斜向碰撞。

碰撞期間及前後的總動量守恆、能量守恆；碰撞前後總動能守恆。



動量守恆→x 方向：$m_1v_{1x}+m_2v_{2x}=m_1v'_{1x}+m_2v'_{2x}$

y 方向：$m_1v_{1y}+m_2v_{2y}=m_1v'_{1y}+m_2v'_{2y}$

動能守恆(若此碰撞為彈性碰撞)：

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

＊動量守恆技巧：若 $\vec{v}_2=0$，則碰撞前動量與碰撞後動量可畫成一個封閉三角形

吳錫玠物理

例26. 一質量爲 4kg 的球 A 以 12.5m/s 之速度向東進行，碰撞一質量爲 6kg 之靜止 B 球，碰撞後 A 球之速度爲 10m/s 向東偏北 37°，求

(1)碰撞後 B 球之速度？

(2)若兩球碰撞時互相作用時間爲 0.2 秒，A 球在此時間內所受平均力的量值？

答：(1)5m/s，東偏南 53°；(2)150nt

例27. A 球質量爲 2 m，原爲靜止，B 球質量爲 m，以初速 4 v 和 A 球作斜向彈性碰撞後，A 球彈開方向與 B 球入射方向夾 60° 夾角，則 A 球之末速大小爲？答：$\frac{4}{3}v$

例28. A、B 二小球質量均爲 m，設 A 球以 v 之初速與靜止之 B 球作非正面之彈性碰撞，碰撞後 A 球運動方向與原射入方向之交角爲+30°。則(1)B 球碰撞後射出之方向與原入射方向之夾角爲？(2)其速率爲？(以 v 表示)。【78 日大】答：(1)-60°；(2)$\frac{1}{2}v$

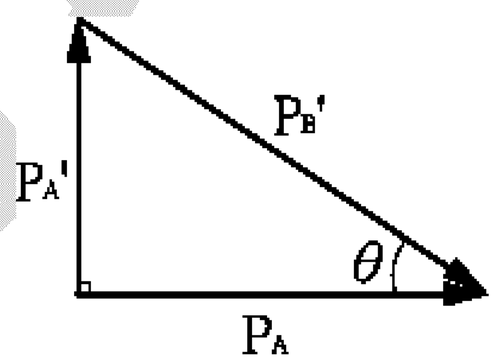
吳明珠物理

※家庭作業

1.質量 2kg 之白球，以 4m/sec 之速率撞擊原靜止之黑球，碰撞後白球以 3m/sec 之速率與原方向垂直的方向運動，若黑球質量爲 2.5kg，求碰撞後黑球的速度？
答：4m/s 與白球原方向夾 37°

2.一動量值爲 P，質量爲 m 的甲質點，與一質量爲 M，靜止的乙質點作斜向碰撞，碰撞後甲質點的動量值變成 P'（P'＜P），且與原來入射向成 90° 角射出。此時乙質點速度大小爲？答：$\dfrac{\sqrt{P^2+P'^2}}{M}$

3.B 兩小球之質量分別爲 m 與 2m，設 A 球以 v 之初速與靜止之 B 球作非正面之彈性碰撞，碰撞後 A 球運動方向與原入射方向垂直，求：



(1)B 球被撞後射出的方向與 A 原入射方向之夾角爲若干？

(2)A 球的轉移動能佔原 A 球動能的幾倍？答：(1)$\theta=30°$；(2)$\dfrac{2}{3}$

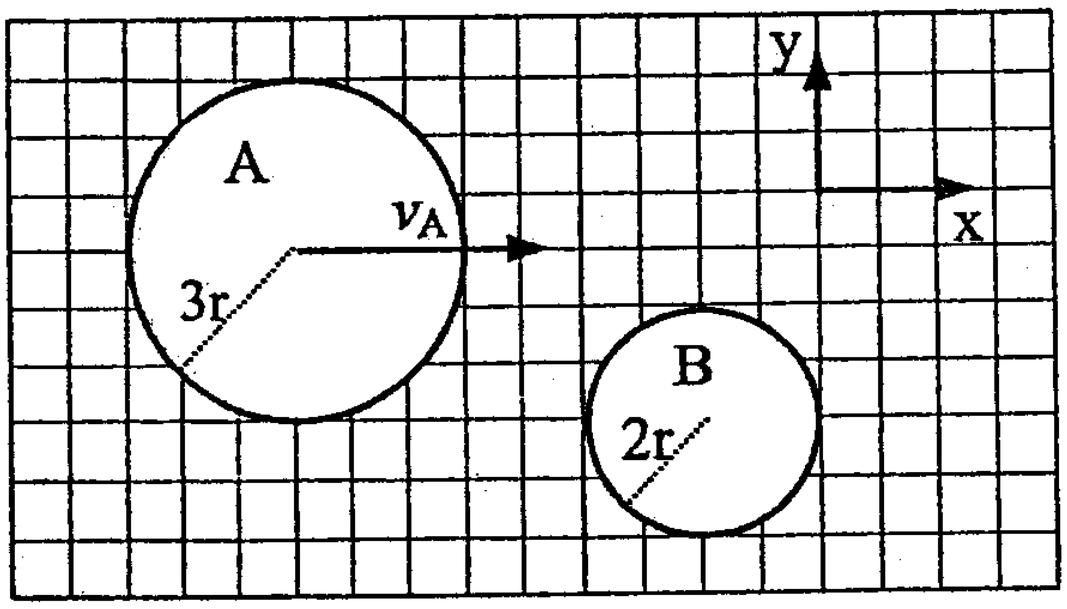
4.質量 2kg 之質點 A 以 5m/s 之速率側撞質量相等之 B，若爲完全彈性碰撞，且 A 以與原方向成 53° 路徑彈開，則已知作用時間 0.2sec，B 球所受之衝力量值爲？答：40Nt

5.撞球的速率爲 2.5m/s，擦撞靜止之相同撞球，碰撞後一球以速率 1.5m/s 運動，並與原運動方向成 53° 角，求：(1)另一球的速度？(2)由所給資料，可否確定爲彈性碰撞？
答：(1)2m/s；(2)是

6.m_1 與靜止之 m_2 產生彈性碰撞，下列何者正確？ (A)正面碰撞時 v'_1 與 v'_2 同向運動則 $m_1<m_2$ (B)正面碰撞時，m_1 剩餘能量爲原有的 $\dfrac{(m_1-m_2)^2}{(m_1+m_2)^2}$ (C)若斜撞則夾角爲 90° (D)同(C)轉移能量爲 $\dfrac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$ (E)$v'_1=0$ 則 $m_1=m_2$。答：(B)(E)

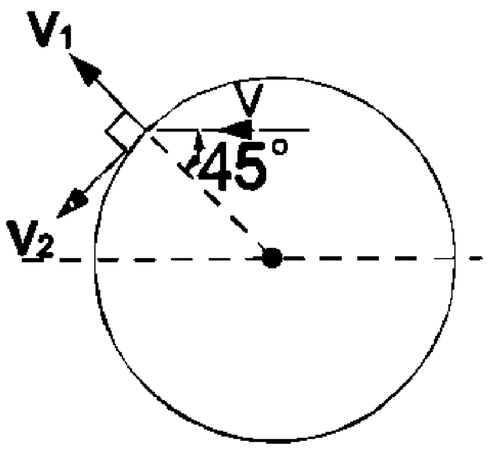
7.質量 2kg 之質點 A 以 5m/s 之速率側撞質量相等之 B，若爲完全彈性碰撞，且 A 以與原方向成 53° 路徑彈開，則 B 的速率爲_____m/s。答：4

例29. 如右圖所示，在光滑水平面上放置兩個密度相同的圓盤，A 和 B，其半徑分別爲 3r 和 2r。A 圓盤沿著圖示的方向，以速度 $V_A = 20m/s$ 朝向 B 圓盤運動。若兩圓盤之間的摩擦可以忽略不計，則 B 圓盤被碰撞後的速率爲？【2001 奧林匹亞初選】



答：$\frac{288}{13} m/s$

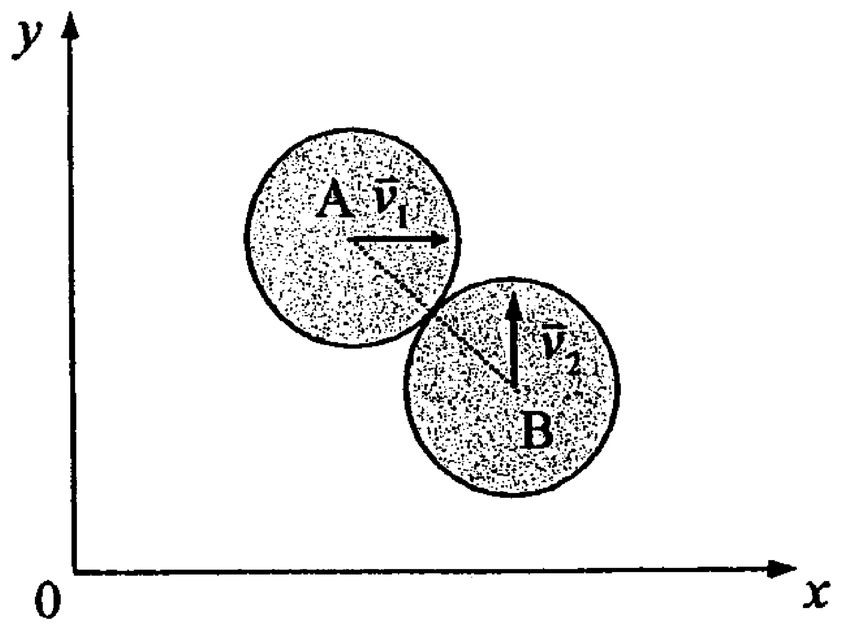
例30. 完全彈性之環與球，質量相等，環的半徑爲 R 靜置於一平面上，全部系統中均無摩擦力，即碰撞力均條與接觸面垂直，球按圖中箭頭所示方向以速率 v 在 I 處撞擊圓環，則 (A)碰撞後環與球速率相同 (B)同(A)兩者運動方向垂直 (C)同(A)球動能損失 50% (D)第二次再碰撞時與 I 位置相隔逆時方向 1/4 圓周處 (E)同(D)發生時刻第一次碰撞相隔時間 $\frac{\sqrt{2}R}{v}$。答：(A)(B)(C)(D)(E)



吳俊物理

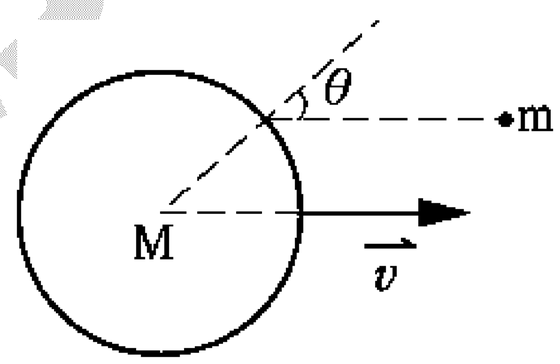
※家庭作業

1.有兩個大小及質量均相同的光滑剛體圓盤 A 和 B，在一光滑的水平面(χ-y 平面)上運動。A 盤以 v_1 之速度向＋χ 方向滑動，而 B 盤以 v_2 之速度向＋y 方向滑動，如右圖所示，當兩盤發生碰撞的瞬間，由 A 盤圓心指向 B 盤圓心的位置向量正比於 $\hat{x}-\hat{y}$（$\hat{x}$ 和 $\hat{y}$ 分別爲指向＋χ 和＋y 方向的單位向量），假設碰撞爲完全彈性碰撞，則碰撞後 A 盤的速度爲何？【2003 奧林匹亞初選】

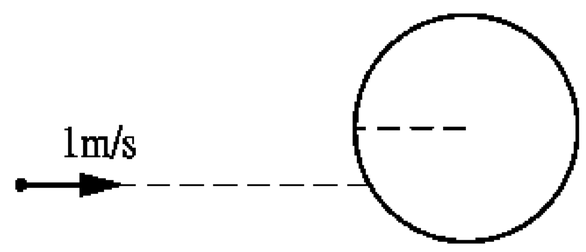


答：$\frac{1}{2}(v_1-v_2)\hat{x}+\frac{1}{2}(v_1+v_2)\hat{y}$

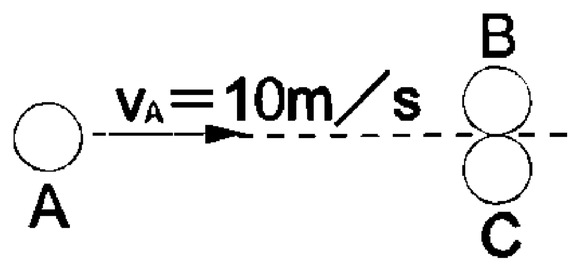
2.質點 M 速度 $\vec{\mathbf{v}}$ 的球體彈性碰撞到質量 m 的靜止質點，若 M>>m，則撞後: (A)m 之速度大小爲 2vcosθ (B)M 之速度大小不變，方向變 (C)m 之速度方向與 M 之末速垂直 (D)M 損失的動能爲零 (E)系統總動能變大。答：(A)



3.某質點以 1m/s 的速率，與一靜止圓環進行斜向彈性碰撞，如圖所示，則撞後質點與圓環的相對速度大小？答：1 m/s



4.如圖所示 A，B，C 三個球完全相同，球 A 以 10m/s 以圖示之方向與球 B 及 C 作兩度空間之彈性碰撞，則碰撞後三球之速率各爲何？答：$v'_A=2m/s$；$v'_B=v'_C=4\sqrt{3}m/s$



5.設有質量 m，環內半徑爲 R 的圓環置於光滑水平面上，自圓環之中心處，將一質量 m/3 的小球以 v 的速度射出，若小球與圓環間之碰撞爲彈性碰撞，則自第一次碰撞至第二次碰撞之時間間隔爲若干？答：$\frac{2R}{v}$

例31. 質量均爲 2 kg 的 A、B 兩球，碰撞前 $\vec{v}_A = 5\vec{i} + 20\vec{j}$ 、 $\vec{v}_B = -10\vec{i} + 5\vec{j}$ 碰撞後 $\vec{v}_A = -5\vec{i} + 20\vec{j}$ (M.K.S.制)，則碰撞後系能量損失？答：100 J

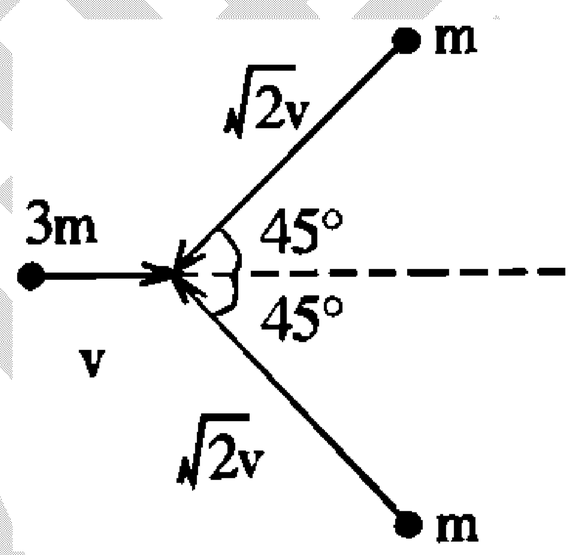
例32. 一飛鳥於 20 米高處以 20 米/秒之速度水平飛行，被一速度爲 80 米/秒子彈向上擊中，彈留鳥體。設飛鳥質量 0.75kg，子彈質量 0.25kg，則：(a)鳥中彈後速度爲何？(b)中彈經幾秒著地？ (c)水平射程？答：(a)25m/s 向上 53°；(b)4.8 秒；(c)72m

例33. 甲和乙兩小球的質量分別爲 m 及 5m，開始時甲球的速度爲 $\vec{v}_o$。乙球靜止。兩球碰撞後，甲球的方向與 $\vec{v}_o$ 垂直，而乙球的方向與 $\vec{v}_o$ 成 θ 角，且已知 $\sin\theta = \frac{3}{5}$，則由於碰撞引起的總力學能的損失爲？【1997 奧林匹亞初選】答：$\frac{1}{16}mv_o^{\ 2}$

※家庭作業

1.兩質量均爲 2 公斤的小球，分別以 3 公尺/秒向北與 4 公尺/秒向東運動，恰抵同一位置而碰撞，視兩小球爲一系統，且不受外力的作用，則 (A)碰撞前質心速率爲 5 公尺/秒 (B)碰撞後質心速率爲 5 公尺/秒 (C)碰撞前的總動量大小爲 10 公斤-公尺/秒 (D)碰撞後的總動量大小爲 10 公斤-公尺/秒 (E)碰撞前後質心加速度均爲零。
答：(C)(D)(E)

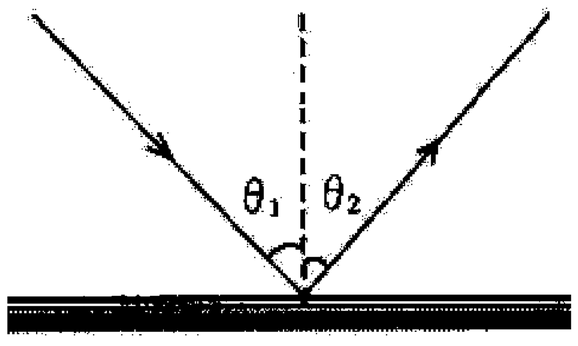
2.三質點在原點發生碰撞而結合爲一體，其質量及速度分別如右圖所示，則在此碰撞過程中，損失的動能與碰撞前的總動能之比值爲？【80 日大】答：$\frac{34}{35}$



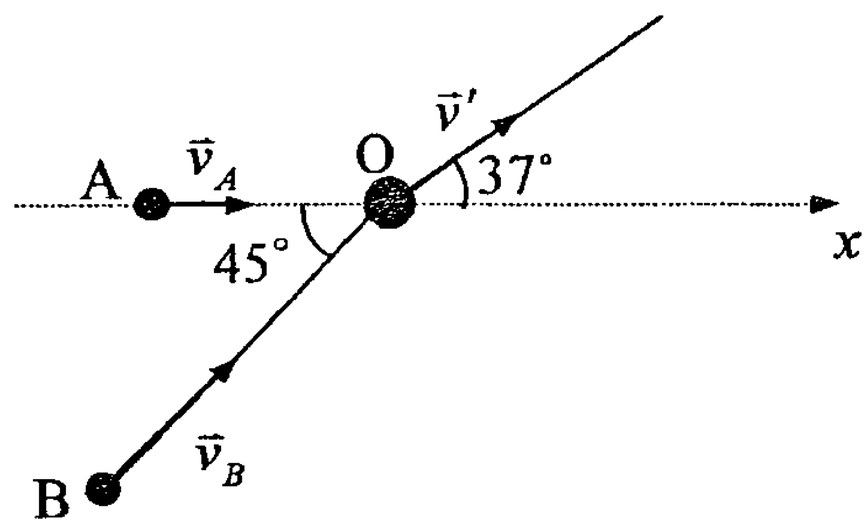
3.質量爲 m_1 之物體向東撞向靜止之 m_2，m_1 之速度由向東 7 m/s 變成向東偏北 53° 、5 m/s，若 $m_1=2$ kg，$m_2=4$ kg，則： (A) m_2 碰撞後之速度爲 12 m/s 東偏南 37° (B)m_2 碰撞後之速度爲 $2\sqrt{2}$ m/s 東偏南 45° (C)m_2 碰撞後之速度應該爲 9 m/s 東偏南 53° (D)m_2 碰撞後之速度爲 $3\sqrt{3}$ m/s 東偏南 60° (E)m_2 碰撞後之速度爲 $5\sqrt{2}$ m/s 東偏南 45° 。答：(B)

4.距地面高 19.6 米高處，有一質量爲 1.0 仟克之鳥正以 50 米/秒之速度水平前飛，若此時由後射來一個質量爲 30 克，速度爲 300 米/秒之子彈，子彈擊中鳥後彈留體內，一同落地，鳥落地處距被擊中處之水平距離(以米表示)爲 (A)20 (B)16 (C)24 (D)28 (E)32。答：(D)

5.一小球被擲向光滑之地面後反彈跳起。在碰撞發生前後，其入射速度及反彈速度分別與鉛垂線成夾角 θ_1 及 θ_2 (如圖所示)。若反彈過程爲非彈性碰撞，小球剛反跳時的動能降爲碰撞前瞬間動能的 $\frac{1}{C}$ 倍，其中 C＞1，則 $\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$ 之值爲 (A)$\frac{1}{C}$ (B)$\frac{1}{\sqrt{C}}$ (C)$\sqrt{C}$ (D)C (E)1 。【85 年大學】答：(C)



6.如右圖所示，A 和 B 兩質點的質量皆為 m，在 O 點處相遇，發生完全非彈性碰撞。在碰撞前，A 質點的速度為$\vec{v}_A$，朝正x方向運動，B 質點的速度為$\vec{v}_B$，其運動方向和x軸夾成 45° 角。碰撞後，兩質點合而為一，總質量為 2m，其運動方向和x軸夾成 37°（$\sin 37° \approx 0.6$）。問兩質點系統的總動能，在碰撞後的量值T_f和碰撞前的量值T_i的比值為何？$\dfrac{T_f}{T_i}$＝？【2003 奧林匹亞初選】答：$\dfrac{25}{38}$



7.一質量為為 M，速度為 v 的甲飛彈，在高空沿水平方向飛行途中，被一質量為 M/2、速度為 2v 的乙飛彈，從正下方垂直入射擊中。擊中後的瞬間，兩飛彈共爆炸成四部份，其質量分別為 m_1=M/2、m_2=M/6、m_3=M/2、和 m_4=M/3，其中 m_1 仍沿甲飛彈原飛行的方向運動；m_2 沿甲飛彈原飛行方向的相反方向運動；m_3 沿鉛直方向向上運動；m_4 靜止不動。若飛彈爆炸時所釋放的總能量為甲飛彈未被擊中前動能的五倍，設 v_1、v_2、v_3、分別為 m_1、m_2、m_3 的速率，則 v_1：v_2：v_3=？【2001 奧林匹亞初選】答：3:3:2

8.老師:[這次期中考成績九十分以上的人數和八十分以上的人數一樣多.]

[台下一片歡呼]

老師:[八十分以上的人數又和七十分以上的人數一樣多!]

[台下一片歡呼]

老師:[接著七十分以上的人數又和六十分以上的人數一樣多]

[台下一片歡呼]

老師:[...由這次的考試看出各位同學的努力!這次感謝大家對我的愛護,這次不及格的人數和全班人數一樣多!]

此時,安靜下來了.....

例34. 下列有關"二維空間的碰撞"實驗的敘述，何者錯誤？

(A)入射球與靶球碰撞時，兩球的球心必須在同一水平面上

(B)弧形尺(或稱爲發射架或滑軌)必須要光滑才能達到本實驗的目的

(C)若入射球撞及靶球時的速度不在水平面上，則兩球在空中的飛行時間可能不一樣

(D)當入射球以水平方向的初速撞及靶球，若知道兩球在空中的飛行時間及入射球與靶球的落地位置，則碰撞後瞬間兩球的速度可以求得

(E)當只有入射球從弧形尺(或稱爲發射架或滑軌)上方下滑落地，若軌道末端未調整至水平方向，則球在空中的飛行時間將大於或小於 $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 的理論值，g 爲重力加速度，h 爲軌道末端距離地面的高度【91 指考】答(B)

※家庭作業

1.在作「二維空間碰撞」的實驗時：

(1)若以二等質量之球體碰撞，可就原點 0 至二球在方格紙上之點痕之位移離爲速度向量之變化，以討論碰撞前後之動量變化，何故？

(2)如果用體積相等而質量不等之球作實驗，以何者爲入射球較適當？何故？

答：(1)碰撞後二球皆作水平拋射，故落地間 t 相同，則落地點到 0 點的水平射程 x 與水平速率 v 成正比；若以 m 表球之質量，$\bar{v}_1$ 表撞擊後球之速度，x_i 表二球落地之水平射程，則：$m\bar{v}_1+m\bar{v}_2=m\bar{v}$ 與 $m\bar{v}_1t+m\bar{v}_2t=m\bar{v}t$ 或 $m\bar{x}_1+m\bar{x}_2=m\bar{x}$ 及 $\bar{x}_1+\bar{x}_2=\bar{x}$ 皆可代表動量守恆

(2)應以質量較大之球爲入射球，較輕者爲靶球；如若相反，較輕之入射球產生碰撞後反跳而離開桌緣。