PHYSICS

第十章

流體的性質

_____年 _____班 _____號

姓名：_____

吳錫玠老師 編授

10-1 靜止液體的壓力

一、壓力的定義

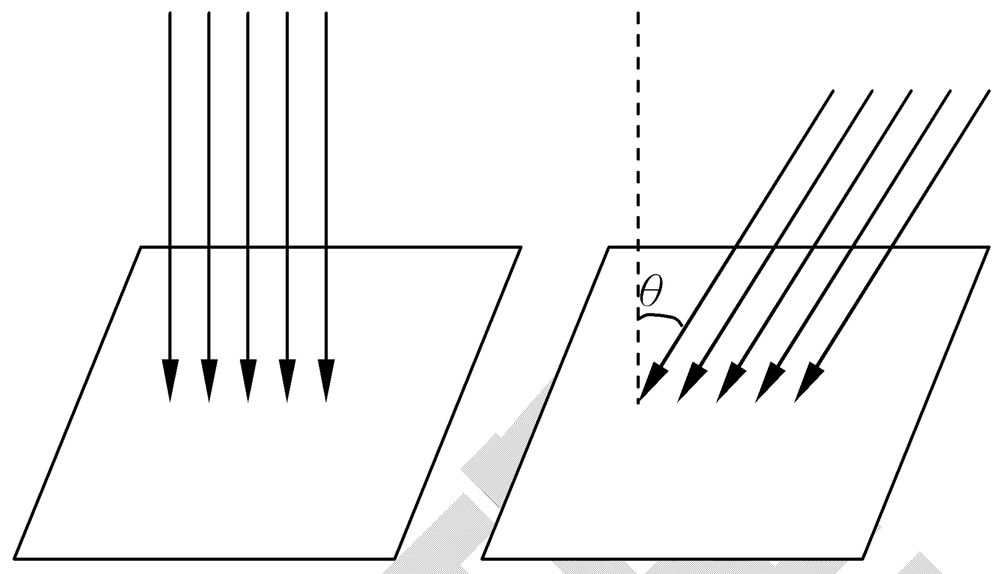
1.壓力：單位面積所受之正向力，稱為壓力。

2.公式：$\vec{P}=\dfrac{\vec{F}_{\perp}}{A}=\dfrac{F\cos\theta}{A}$

右圖中面積均為 **A**，受力總力 **F**，

則圖**(a)**中之壓力為 $\vec{P}=\dfrac{\vec{F}}{A}$

圖**(b)**中之壓力為 $\vec{P}=\dfrac{F\cos\theta}{A}$



圖(a)　圖(b)

3.單位：在 **M.K.S** 制常用 Nt/m^2；kgw/m^2

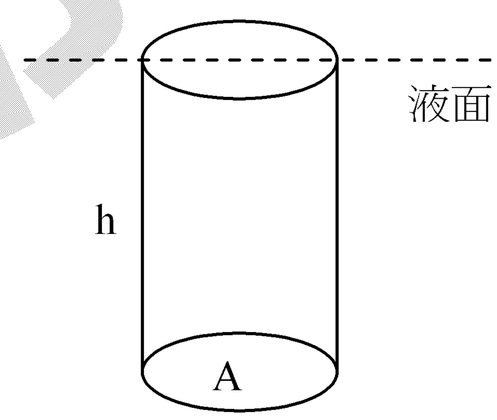
在 **C.G.S** 制常用 $dyne/cm^2$；gw/cm^2

二、靜止液體內之壓力

1.公式：$P=\rho gh$

(ρ：液體密度，**g**：重力加速度，**h**：液面下的深度**)**

2.證明：假想在液面下取一個高度 **h**、底面積 **A** 之液體圓柱，則在液體圓柱下方一點所受之壓力為圓柱之液重 **W** 除以圓柱之底面積 **A**，即



$$P=\frac{\text{液重}W}{\text{底面積}A}=\frac{mg}{A}=\frac{\rho Vg}{A}=\frac{\rho Ahg}{A}=\rho hg$$

3.單位：

	公式	**M.K.S.**制	**C.G.S.**制
絕對單位	$P=\rho hg$	Nt/m^2	$dyne/cm^2$
重力單位	$P=\rho h$	kgw/m^2	gw/cm^2

4.性質：

(1)靜止流體內之任一點，其在各方向之壓力均相等。

(2)靜止液體的壓力僅與所在的深度有關，只要離液面的深度相同，即使在不同位置，其壓力亦相同。

(3)靜液中兩點之壓力差與兩點之深度差成正比，即 $\Delta P=\rho g\Delta h$

(4)靜止液體的壓力恆與接觸面垂直。

5.夫：「你認為好丈夫的條件是什麼？」

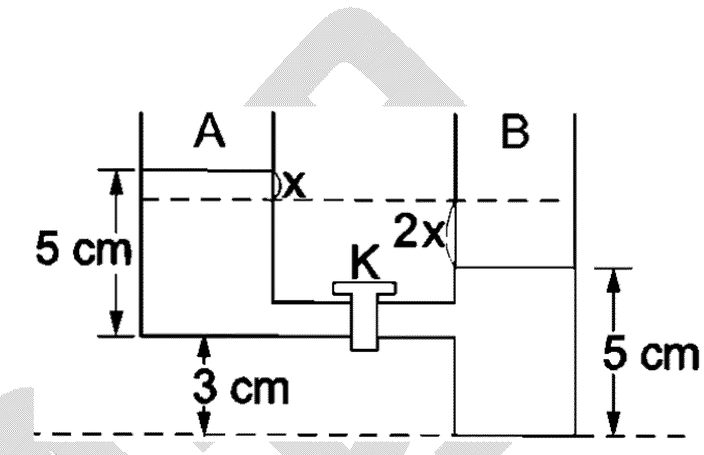
妻：「能幹、肯幹、愛幹！」

吳錫玠物理

※靜止液體內之壓力 $P=\rho gh$

例 1.甲、乙兩燒杯底面積比為 3：1，依次盛入密度比為 1：2 的液體，液面高度比為 2：1，則兩燒杯底上所受液體之壓力比為 (A)1：1 (B)1：2 (C)2：1 (D)3：2 。答：(A)

例 2.如右圖 A、B 兩容器底面積之比為 2：1 內裝水，今將開關 k 開啟後，最後 A、B 兩容器 (1)A 容器液面下降幾公分？(2)底面之壓力比為若干？(3)底面之總力比為若干？答：(1)1cm；(2)4：7；(3)8：7



類 1.有一水壩寬 W，且儲水滿深度為 H，密度為 ρ 的水，求水壩受到水的總力。答：$\frac{1}{2}\rho gH^2W$

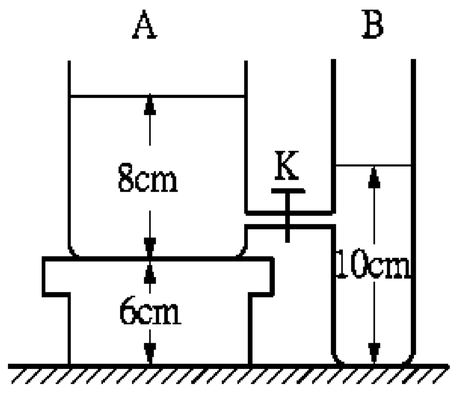
類 2.一圓形水塔高 5m，塔底距地面高 15m，盛滿水時，求(1)塔頂；(2)塔底；(3)地面之水壓各為若干？答：(1)0；(2)4.9×10^4nt/m^2；(3)1.96×10^5nt/m^2

類 3.下列何者能作為壓力單位？ (A)毫巴 (B)水銀柱高 (C)水柱高 (D)公克/平方公分 (E)牛頓/平方公尺。答：(A)(B)(C)(E)

類 4.關於靜液的壓力，下列何者正確？ (A)靜液中一點之壓力是向上的 (B)距液面等深處壓力均相等 (C)靜液中物體所受之壓力與表面垂直 (D)液中兩點之壓力差與距離成正比 (E)若成連通管，則液面等高。答：(B)(C)(E)

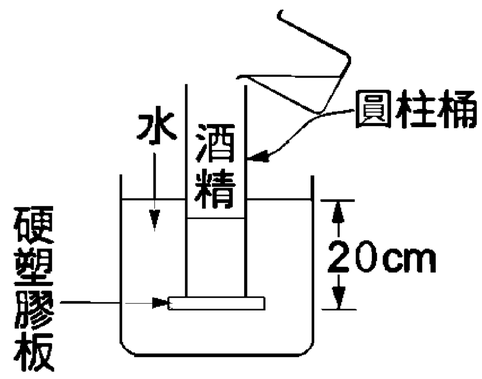
類 5.一正圓柱，長 10cm，截面半徑 2cm，垂直放入一比重為 1.3 之液體中，液面離柱頂 15cm，求液體施於(1)頂部的總力；(2)底部的總力；(3)由(1)(2)所得結果求圓柱在液體中所失去的重量。(g=10m/s^2)答：(1)2.45nt；(2)4.08nt；(3)1.63nt

類 6.截面積比為 3:1 的 A、B 兩水槽，以細管連接，A 槽置於 6cm 的平台上，儲水深 8cm，B 槽儲水 10cm，如圖。今將活栓 K 打開，使其連通，當水面不再升降時，A、B 兩水槽底部的水壓比為若干？ (A)4:5 (B)7:5 (C)1:1 (D)7:13。答：(D)

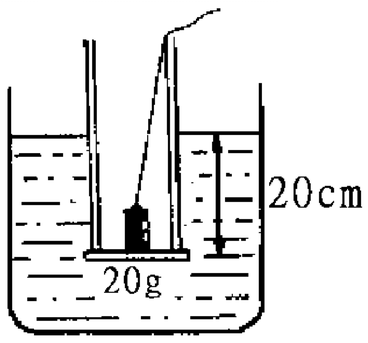


※上壓力與下壓力

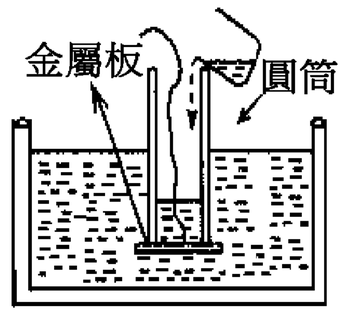
例 3.把一質量 40 克之硬塑膠板用手緊密按在一只截面積為 5 平方公分開口的玻璃圓柱筒下端，一同壓入水中，使塑膠板距水面 20cm，然後手放鬆，見筒下塑膠板不落下，若由上筒口徐徐注入密度 0.8g/cm^3 的酒精於筒內，則筒內外液面差為若干 cm 時，塑膠板才開始落下？答：5cm



類 1.把一塊質量 20 克面積 60 cm^2 的玻璃片，用手緊密的按在一只截面積爲 50 cm^2 開口的玻璃圓筒下端，一同壓入 20cm 深水面下，放手時玻璃片並不落下，今在玻璃片上方置放一砝碼，欲使玻片落下，至少砝碼應爲若干克？(A)490 (B)680 (C)700 (D)880 (E)980。答：(E)



類 2.如右圖，於斷口扁平的圓筒下端緊接一塊金屬板，慢慢地將它壓入水槽中，金屬板的重量爲 20 克，玻璃圓筒的截面積 10 平方厘米，設水的比重爲 1，試求 (1)至少須將金屬板壓入水中_____cm，板才不會掉入水中。 (2)金屬板壓人水中 18cm 深時，需徐徐注入比重 0.8 的酒精克。金屬板才開始下落，此時筒內、外液面相差_____cm【提示:壓力相等時恰可支持，若下壓力大於上壓力時金屬板下落】答：(1)2；(2)160，2



類 3.截面積 100 cm^2 的空心玻璃圓筒，下端抵住一厚度不計的壓克力薄板而沒入水中，如圖，若壓克力薄板的重量爲 800 gw，則至少必須沒入水中_____cm 方能平衡。答：8

類 4.酒吧裏，一位性感美女在吧台邊坐了下來，並擺出了撩人的姿勢。她勾一勾食指示意酒保靠近她。

她雙手捧著酒保的臉一邊撫摸，一面用性感的聲音說：「你是這裏的經理嗎？」

「不是。」酒保回答。

美女把手伸到酒保的頭髮裏，問：「那你可以幫我把經理叫來嗎？」

「恐怕不行… 」酒保說：「有什麼我可以效勞的嗎？」

美女把手指伸到酒保的嘴唇上，酒保情不自禁的開始吸吮她的手指。十根手指都吸吮一遍之後，美女說話了：

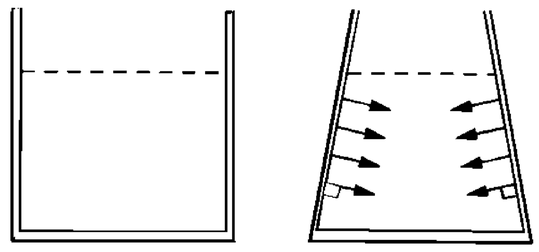
「本來想告訴你們經理，女廁所裏的衛生紙用完了… 不過，既然你已經把我的手指都吸乾淨了，我想，那就不用了… 」

吳錫玠物理

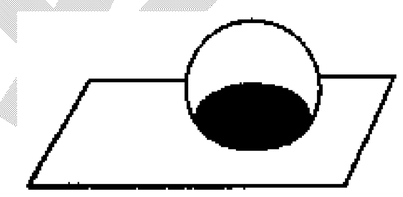
※側面壓力及其合力

【觀念&公式】
因靜力平衡，故液體所受合力為零。

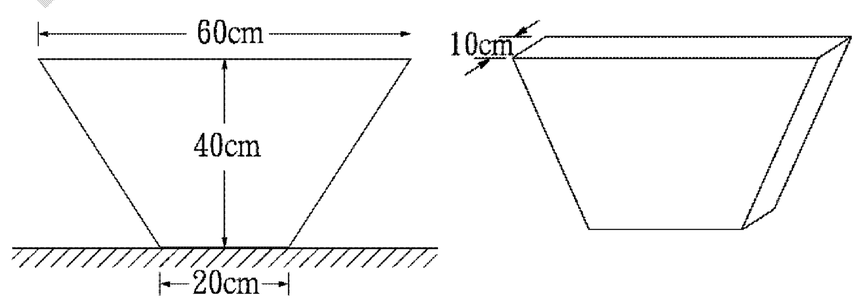
例 4.右圖所示二不同容器，重量相同；各盛等高的水，且二容器底面積皆為 $400cm^2$，圖(一)之容器盛 4kg 之水，圖(二)之容器盛 3kg 之水，則：
(1)圖(二)容器內，底部所受液壓為_____gw/cm^2。答：10
(2)其容器側面施予液體之合力為_____kgw。答：1



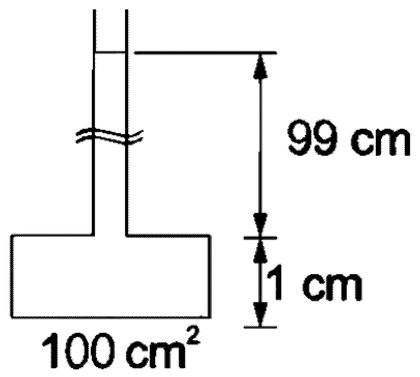
例 5..如圖一半球，半徑 r，薄膜充滿水後置於桌面上(密合)，則半球面所受側壓總力若干？答：$\frac{1}{3}\pi r^3 \rho g$ 向上



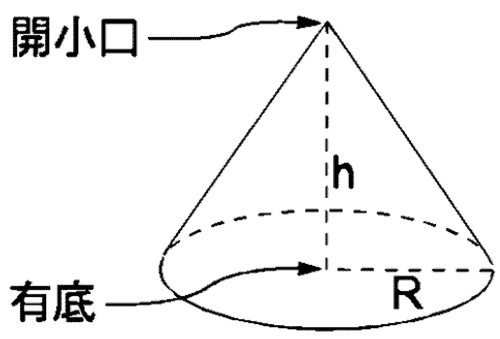
類 1.如附圖所示，一梯形容器內裝滿水，則兩側器壁作用於水之力大小為多少牛頓？($g=10m/s^2$) (A)80 (B)120 (C)160 (D)200。答：(A)



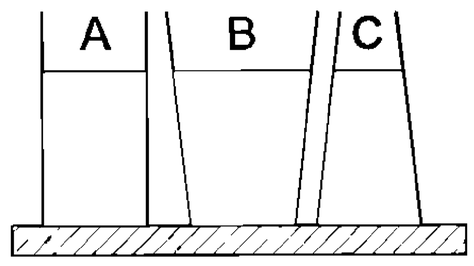
類 2.截面積為 $1\,cm^2$ 的管子，連在 1cm 高，截面積為 $100\,cm^2$ 的容器頂上。將水注入此系統中，直到水面比容器底面高出 100cm，如圖所示。求 (1)水對容器底施多大的力？ (2)此系統的水重是多少？(3)容器上部所受之總力？答：(1)98Nt；(2)1.95Nt；(3)96.05Nt



類 3.一個倒立漏斗(圓錐形)容器高 h，底面半徑 R，當其中充滿密度 ρ 之液體時，側面所受總壓力為何？答：$\frac{2}{3}\pi R^2 \rho g h$



類 4.如圖，A、B、C 三容器底面積相同，重量也相同，內裝等高的水後置於水平桌面上，則：
(1)容器底部所受水壓力之大小次序？答：A=B=C
(2)容器內底面所受總力之大小次序？答：A=B=C
(3)桌面上所受總力之大小次序？答：B>A>C
(4)桌面上所受壓力之大小次序為？答：B>A>C

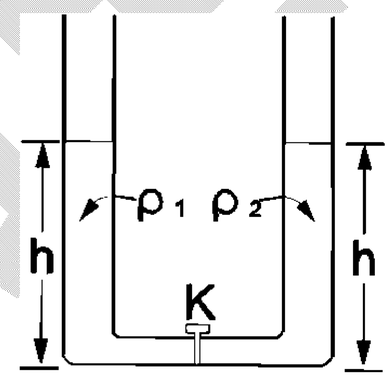


※連通管

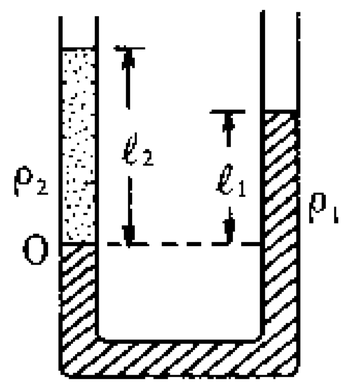
【觀念&公式】
在靜止液體的內部，互相連結之相同液體，位於同一水平面的各點的壓力皆相同。

例 6.在一 U 型管，兩開口原注有水銀，今若左管注入高 5cm 酒精，右管注入高 8cm 的水，求左右兩管面水銀高度差？(酒精密度 $0.8g/cm^3$)答：0.3cm

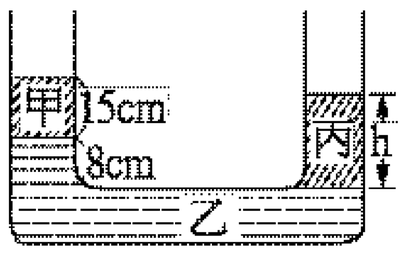
例 7.右圖有兩個相同的容器，右管與左管各裝有高度同為 h，密度分別為 ρ_1 及 ρ_2 (設 $\rho_1 > \rho_2$)的兩種液體，兩個管子在底部有很細的管子相連，但用開關 K 堵住使其不相通，設這兩種液體互不作用，互不相溶，則當底部開關打開，兩管相通後而達平衡時，兩管的液面差若干？答：$\frac{(\rho_1-\rho_2)}{\rho_1}h$



類 1.如右圖，一直立 U 形管中倒入兩不互溶之液體，O 為兩者之交界面。兩端液面相對於 O 之高度各為 l_1 及 l_2。若已知右邊液體之密度為 ρ_1，則左邊液體之密度 ρ_2 為(A)$\frac{l_1}{l_2}\rho_1$ (B)$\frac{l_1+l_2}{l_2}\rho_1$ (C)$\frac{l_1}{l_2-l_1}\rho_1$ (D)$\frac{l_2-l_1}{l_1}\rho_1$ 。【81 三專】答：(A)



類 2.如圖，容器中裝有甲、乙、丙三溶液，其密度分別為 0.6、5、2 g/cm^3，當其呈靜止平衡時，丙液體之高度 h 為何？
(A)19.5cm (B)23.5cm (C)24.5cm (D)26.5cm (E)29.5cm。答：(C)

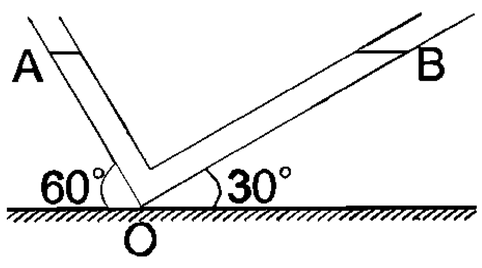


類 3.如圖所示，求：

(1)$\overline{OA}:\overline{OB}=$？答：$1:\sqrt{3}$

(2)A、B 兩點鉛直高度比？答：1：1

(3)此裝置是利用什麼原理？答：連通管

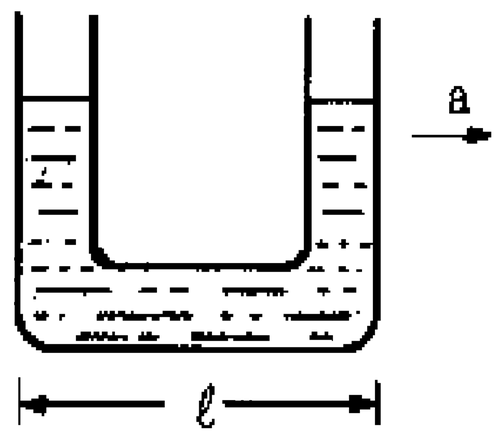


類 4.一個正立的 U 形管中，盛有水銀。當其右臂注入 13.6 公分高的純水時，左臂的水銀面從原來的液面上升多少？(A)1 公分 (B)2 公分 (C)0.5 公分 (D)76 公分。【80 夜大】答：(C)

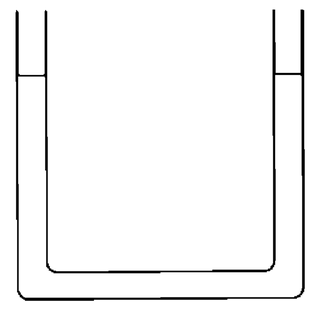
※加速系統之液面

【觀念&公式】
解法 1：水平面與(等效)重力場垂直。
解法 2：利用靜力平衡

例 8.右圖為一 U 型管，內裝密度為 ρ 的液體，水平部份長為 l，若此管：(1)向右加速度 a 前進，(2)以右管為鉛直軸作等角速度 ω 旋轉，則兩管液面高度差各為若干？答：(1) $\frac{la}{g}$ ；(2) $\frac{l^2\omega^2}{2g}$

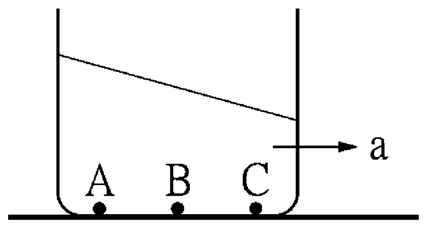


類 1.直立之 U 型管，三邊等長，管內盛水達左右兩管高度的 3/4，如圖，若此管向右等加速度前進，欲使管內的水不致流出管外，加速度最大值為 (A)2.45m/s^2 (B)4.90m/s^2 (C)7.35m/s^2 (D)9.80m/s^2 (E)14.70m/s^2。答：(B)

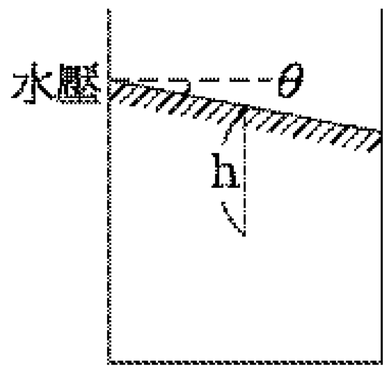


類 2.在一列加速的火車上，保特瓶內的水面與水平成 30° 角，則此列火車的加速度大小為若干？(g 為重力加速度) (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ g (B) $\sqrt{3}$ g (C) $\frac{1}{2}$ g (D) $\frac{3}{4}$ g。答：(A)

類 3.如圖，在一加速向右運動的盛水燒杯中，杯底三點 A、B、C 的壓力 P_A、P_B、P_C，其大小依序為_____。答：$P_A > P_B > P_C$

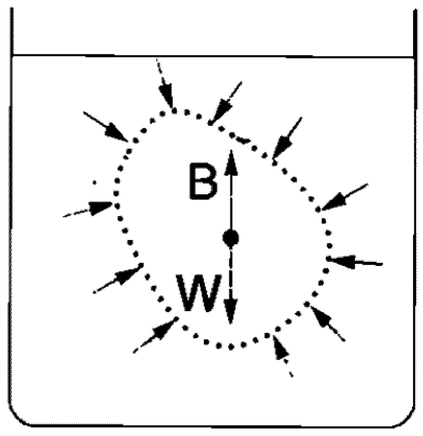


類 4.如圖，若盛有密度 d 之液體的容器受力作用而有水平加速度 a 時，液面與水平成 θ 角，則 tan θ ＝__(1)__，此時距液面正下方 h 處，水壓為__(2)__。答：(1) $\frac{a}{g}$ ；(2) ρhg



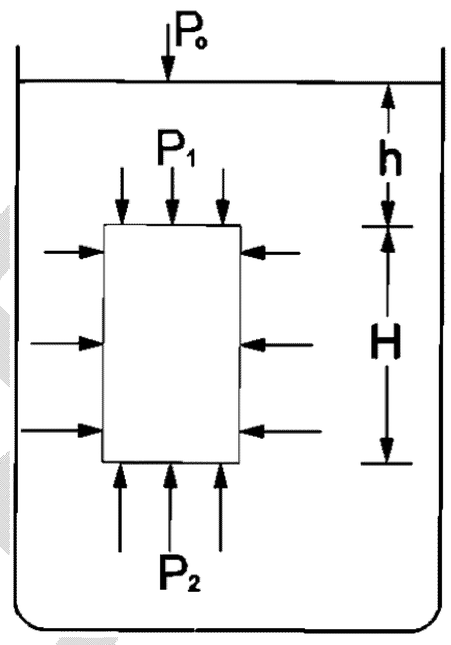
類 5.泌尿科的候診室裡，一群複診患者交換服用威而鋼的心得。
阿甲說：「繞指柔化為百鍊鋼。」
阿乙說：「我們夫妻的睡姿由北字形變為臼字形。」
阿丙說：「夫人之門不再是萬仞宮牆了。」
阿丁說：「內人終於笑納了！」

10-2 液體的浮力



1.浮力等於物體在液體中所排開之液體重 $B=\rho Vg$

【說明】如右圖，將虛線內之液體假想為一物體，此物體在液體中保持平衡狀態，亦即合力為零，所以物體所受之浮力 **B** 必等於液體本身之重量 **W**。



2.浮力等於物體在液體中所受之上下壓力所造成之壓力差 $B=\rho Vg$

【證明】設大氣壓力 P_o，液體密度 ρ，若液體中有一圓柱體截面積 **A**，高度 **H**，則

圓柱體頂面受到垂直向下的力

$F_1=P_1A=(P_o+\rho gh)A$

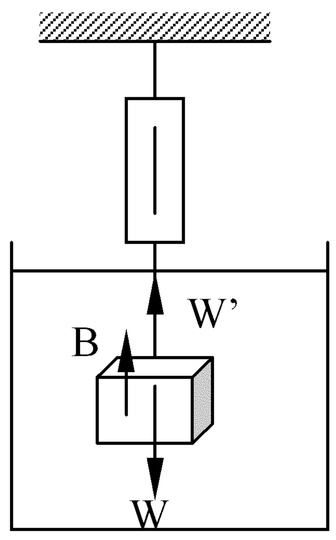
圓柱體底面受到垂直向上的力

$F_2=P_2A=(P_o+\rho g(H+h))A$

浮力 $B=F_2-F_1=\rho g(HA)=\rho Vg$

3.浮力等於物體在液體中所減輕的重量

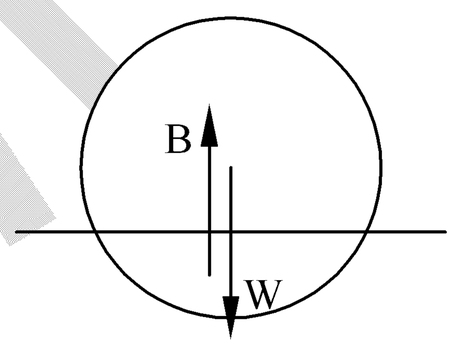
【說明】設物體重 **W**，在液體中重量 **W'**，所受浮力為 **B**，因物體保持平衡狀況，合力為零，亦即 **W=B+W'** ⇒ **B=W－W'**



※浮體

1.物體密度 d <液體密度 ρ

2.物體所受浮力=物體的重量 ⇒ **B=W**

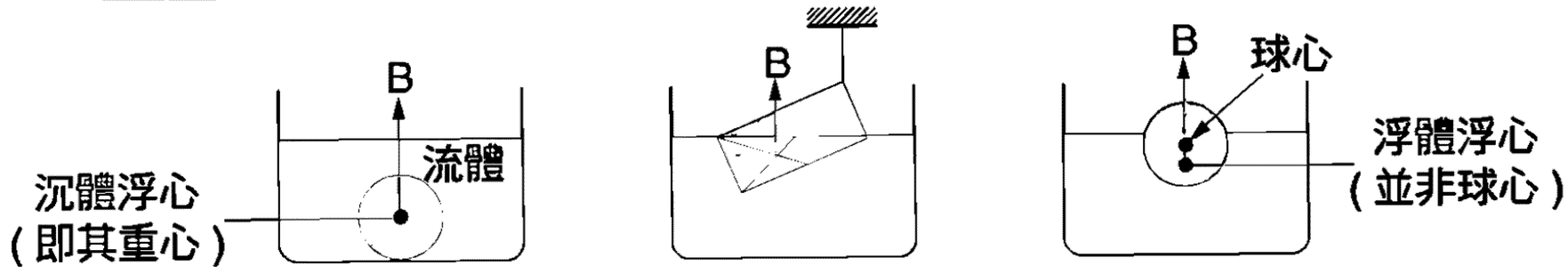


3. $\dfrac{V_{液面下}}{V_{物體}}=\dfrac{d_{物體}}{\rho_{液體}}$

【證明】設液體密度為 ρ，物體密度為 d，物體體積為 $V_{物體}$，物體在液面下的體積 $V_{液面下}$，因 **B=W** ⇒ $\rho_{液體}V_{液面下}g=d_{物體}V_{物體}g$ ⇒ $\dfrac{V_{液面下}}{V_{物體}}=\dfrac{d_{物體}}{\rho_{液體}}$

※浮力與力矩

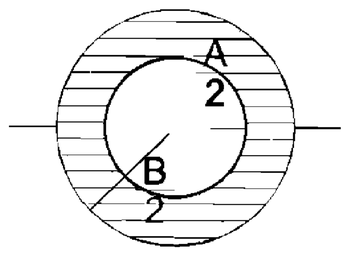
浮力中心：即物體在液面下體積之幾何重心，浮力可視為作用在浮力中心上。



吳錫玠物理

※浮力⇨浮體

例 9.一空心球其內徑為 A，外徑為 B，放入水中時，此球恰有一半浮出水面。設此球由密度均勻的材料製成，則此材料之比重為_____。【84 年大學】答：$\dfrac{B^3}{2(B^3-A^3)}$



例 10.在海面上航行時見一冰山，估計其露出水面之體積約為$10^4\ m^3$，且冰山的密度約為 $0.9\,g/cm^3$，此冰山之總質量約為 (A)10kg (B)10^2 kg (C)10^4 kg (D)10^6 kg (E)10^8 kg。答：(E)

類 1.一壞掉的雞蛋內含有氣體而使雞蛋飄浮於水面上，已知浮出水面的體積是雞蛋體積的 $\dfrac{1}{5}$，則雞蛋的平均密度爲多少 g/cm^3？ (A)0.4 (B)0.6 (C)0.8 (D)0.75。答：(C)

類 2.密度 $2\,g/cm^3$ 的金屬，製成空心球放入水中，浮出水面的體積爲 $200\,cm^3$，又其空心部分的體積爲 $300\,cm^3$，試求金屬球的重量若干？答：200gw

類 3.有一中空之球體內半徑爲 9cm 外半徑爲 10cm，半浮於比重 0.8 之液體中，則用以製作此球之材料密度爲多少 g/cm^3？ (A)0.48 (B)0.96 (C)1.48 (D)1.92 (E)2.42。答：(C)

類 4.「冰山一角」的涵義，可以由此題體認。冰山浮在海面上的體積爲 1000 cm^3，冰的密度爲 0.93 g/cm^3，海水密度爲 1.03 g/cm^3，則冰山全部的體積爲_____cm^3。答：10300

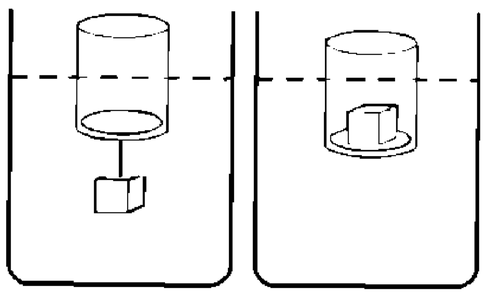
類 5.一冰層浮在淡水湖上，如欲支持一重 80kg 的人立於其上時，則最小體積若干？(冰之密度爲 $0.92\,g/cm^3$)答：$1\,m^3$

類 6.一 50 公分厚之冰塊(密度 ρ=$920\,kg/m^3$)浮於水中，若欲支持重 1200 公斤之汽車，則 (1)冰塊之最小面積爲何？ (2)與汽車放於冰塊上之位置是否有關？答：(1)$30\,m^2$；(2)有關

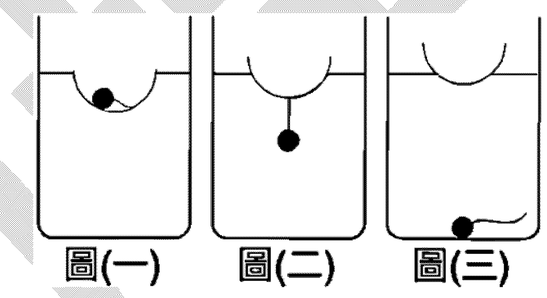
類 7.已知某金屬密度爲 $6.0\,g/cm^3$，一金屬塊重 240gw，若欲使其完全浸入水中，則須向下施力 300gw，求金屬塊內中空之體積。答：$500\,cm^3$

吳錫玠物理

※浮力⇨浮體



例 11.有一質量極小的中空圓柱罐，半徑為 0.1 公尺。今以一質量為 10 公斤，密度為 $8\times10^3\ kg/m^3$ 的金屬塊繫於罐底，置入水中後發現罐浮於水面上的高度為 0.1 公尺。今將此金屬塊置於罐內，則此罐浮於水面上的高度應為何？ (A)0.02 (B)0.04 (C)0.06 (D)0.08 (E)0.10 公尺。答：(C)

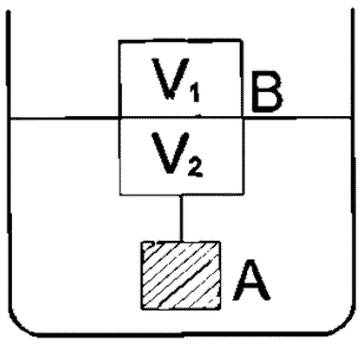


類 1.(1)一木碗，內置一鐵球，二者以細線相連置於水缸中，如圖(一)。今將碗內之鐵球取出，丟入水中，如圖(二)，則前後兩次 (A)總浮力前者大 (B)總浮力相等 (C)水面不變動 (D)水上升少許 (E)水面下降少許。答：(B)(C)

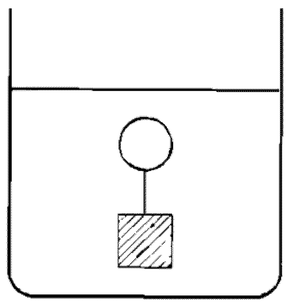
(2)若把細線剪斷使鐵球沒人水中，如圖(三)，則又如何？答：(A)(E)

類 2.質量 0.5kg 的薄圓柱體空心罐，底面積為 $100\,cm^2$。今以一質量為 2.0 公斤，密度為 $5\times10^3\ kg/m^3$ 的金屬塊繫於罐底，將整個裝置置入水中後，發現罐浮於水面上的高度為 5cm。今將此金屬塊置於罐內，則此罐浮於水面上的高度應為何？ (A)4cm (B)3cm (C)2cm (D)1cm (E)罐將沒入水中。答：(D)

類 3.一高為 12cm，均勻截面積為 $50\,cm^2$ 之圓柱形燒杯，開口朝上，空杯浮於水上時，有 $\frac{2}{3}$ 高度露出水面。今以比重為 1.25 之甘油緩緩注入杯中，假設燒杯不傾斜，在燒杯完全沒入水中前，最多可注入甘油之體積為_____cm^3。【78 年大學】答：320



類 4.如右圖，AB 兩物體以細繩連接置於水中，若 A 之密度 $1.2\,g/cm^3$、體積 $10\,cm^3$，B 之密度 $0.75\,g/cm^3$、體積 $40\,cm^3$，則物體露出水外與沈入水中之的體積比 $\frac{V_1}{V_2}$ 為 (A)1/3 (B)1/4 (C)1/5 (D)1/6 (E)3/8。答：(B)



類 5.有一質量為 100 公克、體積為 $200\,cm^3$ 的浮球置於水中，下繫銅塊(如右圖)，試回答下列各題： (1)若繩重不計，水的密度為 $1\,g/cm^3$、銅的密度為 $9\,g/cm^3$，則至少要用多少公克的銅塊，才可使浮球完全浸入水中？ (2)若繫繩脫落浮球上升銅塊落下，平衡後球與銅塊所受浮力多少公克重？答：(1)112.5；(2)112.5

吳錫玠物理

※浮力⇨浮體

例 12.有一木塊放入密度為$1.5\times10^3\ kg/m^3$的液體內時，其體積的 6/10 會沈入該液體中。若將此木塊置於純水中，則該木塊體積的幾分之幾會浮出水面？ (A)1/10 (B)2/10 (C)3/10 (D)4/10。【79 三專】答：(A)

類 1.將木塊分別投入 A、B 兩液體，結果露出液面的體積分別為$\frac{1}{4}$和$\frac{2}{5}$，則 A、B 兩液之密度比為若干？ (A)5:4 (B)4:5 (C)4:3 (D)3:2。答：(B)

類 2.一木塊置於水中，其體積的 7/10 沈入水內，如將此木塊取出另置於一油中，發現其體積的 9/10 沈入油中，試求木塊及油的密度。答：$0.7\ g/cm^3$；$0.78\ g/cm^3$

類 3.一木塊置於水中，其體積的 60 % 沒入水中；如將此木塊取出另置於油中，發現其體積的 80 % 沉入油中，求油的密度_____g/cm^3。答：0.75

類 4.一比重計包括一球體之泡與一細柱體之桿，桿之截面積為 $0.4\ cm^2$，泡與桿之總體積為 $13.2\ cm^3$，當其浸於水中時，比重計浮於水面上之桿長為 8 公分。在酒精中，浮於酒精面上之桿長為 1 公分，求酒精密度。答：$0.78\ g/cm^3$

類 5.比重為 3 與 0.3 之物體以何種體積比連接起來恰可完全沉到水中去？ (A)3：1 (B)1：3 (C)7：20 (D)20：7 (E)1：10。答：(C)

類 6.質點皆為 100 g 之甲、乙兩體，密度分別為 0.7 g/cm^3、0.8 g/cm^3，將二物體投入水中，達平衡時二者所受浮力比為_____。答：1：1

類 7.一對已經結婚 50 的夫妻，這天早上，當他們坐在早餐桌旁時，老先生對老太太說：
「想想，我們已經結婚 50 年了… 」
「是啊」老太太回應「想想，50 年前我們也是一起坐在這早餐桌旁。」
「我知道啊… 」老先生說「我們 50 年前可能還像堅鳥一樣光著身子坐在這了！」
老太太咯咯笑著說：「那你認為，我們該脫光衣服囉？」
當兩人脫得一絲不掛坐回餐桌旁
「你知道嗎？親愛的。」老太太喘息的說道「我的乳頭跟 50 年前一樣為你而發燙」
「我不會覺得驚訝… 」老先生回應說「其中一個正浸在你的咖啡裡… 」

※浮力=排開液重

例 13.一水桶中冰水共存，冰浮在水面，設溫度不變，則下列敘述何者不正確？ (A)冰熔解後水面不升降 (B)若冰中含有鐵釘，則冰熔解後水面下降 (C)若冰中含有比重小於水之軟木，則冰熔解後水面不升降 (D)若冰中含有軟木，軟木中又含有鐵釘，當冰熔解後，軟木與鐵釘均浮在水面上，則水面上升 (E)若冰中含有軟木，軟木中又含有鐵釘，當冰熔解後，軟木與鐵釘一起沈於桶底，則水面下降。答：(D)

類 1.下列地方或情況，何者沒有"浮力"？ (A)地心 (B)自由落下的電梯中 (C)穩定繞地球運行的太空梭中 (D)距任何天體均無窮遠的外太空中 (E)地球表面附近的真空室中的液體內之物體，沒有受到浮力作用。答：(A)(B)(C)(D)

類 2.下列敘述何者爲正確？ (A)物體全部放入液中時，沒入愈深所受浮力愈大 (B)在空氣中等重之實心鐵球及空心鐵球在水中實心球較重 (C)船自海水中駛入淡水河中吃水深度變大 (D)底面積相同、形狀不相同之容器，盛同深同液體時，其底面所受總壓力相同與容器的形狀無關 (E)盛水桶中水面浮有冰塊，俟冰塊完全溶解後，桶中水面應上升。答：(B)(C)(D)

類 3.下列有關「浮力」的敘述，何者正確？ (A)對於沉體而言，物體在靜止液體中所受之浮力，與物體所在之深度成正比 (B)對於浮體而言，浮體在靜止液體中重量爲零 (C)物體放置在空氣中受有大氣的浮力 (D)等體積的兩物體，同時投入水中，結果一沉一浮，則浮者所受水的浮力較大 (E)已知海水密度大於河水，則一艘貨輪由內河駛向外海，其所受的浮力變大。答：(C)

類 4.亞基米得原理之敘述，下列何者爲正確？ (A)固體在液體中所受浮力與其所排開液體重量相等 (B)若物體浮在水面，則此時物重等於浮力 (C)固體在液體中減輕的重量等於浮力 (D)若物體浮於水面時不受浮力 (E)物體置於液中，其浮力恆等於物重。答：(A)(B)(C)

類 5.一木塊浮在水面上，其浸入水中部分體積在大氣壓力增加時會_____。(填變大、變小或不變)答：不變

類 6.下列有關靜止容器內物體所受的浮力的敘述何者正確？ (A)物體所受的浮力等於在液體中減輕的重量 (B)物體所受的浮力等於排開的液體重量 (C)物體所受的浮力等於物體沒入液體中的體積乘以液體的密度 (D)均質的浮體，其所受的浮力作用於質心上 (E)沉體所受的浮力與所在的深度成正比。答：(A)(B)(C)

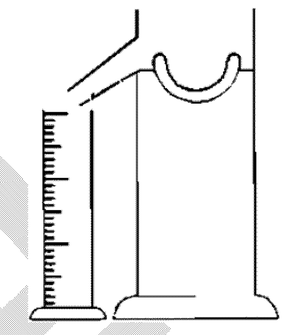
※浮力⇨沉體

【觀念&公式】

1.物體密度 d >液體密度 ρ

2.物體所受浮力=物體減輕的重量=物體所排開之液體重 ⇒ B=W－W′= $\rho_{液體}V_{物體}g$

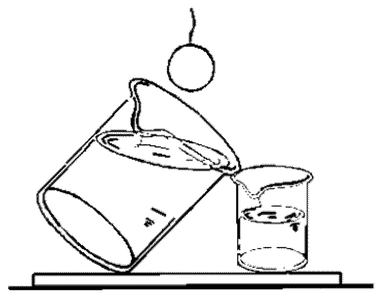
例 14.右邊直立圓筒充滿了水，水面與管口齊，管口接一量筒，將一茶碗浮置於其上，則溢出的水有 75c.c.；重新作實驗，若將茶碗一邊傾斜而沉入水中，當其開始下沉時，水溢出 30c.c.；則茶碗的密度為若干？ (A)1.5 (B)2 (C)2.5 (D)3 (E)3.5 g/cm^3。答：(C)



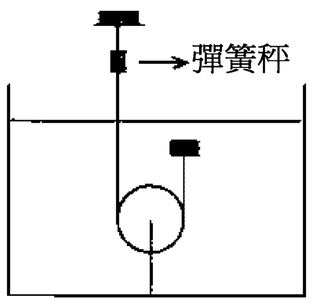
類 1.半徑為 R 的空心塑膠球之質量為 m，半徑為 2R，高度為 h(h≧2R)的圓筒狀杯中，盛滿密度為 d 之液體。將該球輕輕放入此杯中，則溢出之液體體積為？

(A) $\frac{4\pi R^3}{3}$ (B) $\frac{m}{d}$ (C) $\frac{(\frac{4\pi R^3}{3}+\frac{m}{d})-\left|\frac{4\pi R^3}{3}-\frac{m}{d}\right|}{2}$ (D) $\frac{(\frac{4\pi R^3}{3}+\frac{m}{d})+\left|\frac{4\pi R^3}{3}-\frac{m}{d}\right|}{2}$。【81 夜大】(C)

類 2.圖中原本盛水的大燒杯，質量 X 公克的懸吊小球緩慢浸入水中，溢出的水全部流入小燒杯中。若測得溢出的水質量為 Y 公克，則小球的密度為多少？(g/cm^3) (A) $\frac{X}{Y}$ (B) $\frac{X-Y}{Y}$ (C) $\frac{Y}{X}$ (D) $\frac{X+Y}{Y-X}$。答：(A)

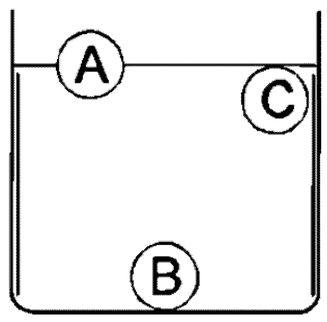


類 3.圖右，質量 m 克，比重 d 的木塊浸在比重 ρ 之液體內(d< ρ)，則彈簧秤的讀數為_____克重。答：$m(\frac{\rho}{d}-1)$



類 4.質量皆為 100g 之甲、乙兩物體，密度分別為 2.0 g/cm^3、0.8 g/cm^3，將二物體投入水中達平衡時，二者所受浮力之比為_____。答：1：2

類 5.將三個體積相同、密度不同的小球置於水中，平衡後如右圖，則下列敘述何者正確？ (A)各球所受浮力相等 (B)C 球不受浮力作用 (C)A 球密度最大 (D)A 球所受浮力最小。答：(D)



類 6.有 A、B 兩物體，其密度分別為 0.5 g/cm^3 及 2 g/cm^3，則：

(1)同體積的 A、B 放在水銀中，兩者所受的浮力比為若干？

(2)若 A、B 放在水中時，浮力相同，則其體積比為若干？答：(1)1:4；(2)2:1

吳錫玠物理

※浮力⇨沉體

【觀念&公式】
物體所受浮力=物體減輕的重量=物體所排開之液體重

例 15.一比重為 3 之甲金屬球以甲線懸吊之，另一未知比重之乙金屬球以乙線懸吊之。當兩金屬球均靜止吊在空氣中時，兩線之張力相同，當兩金屬球均吊在水中時，甲線之張力為乙線張力之 1.2 倍，則乙金屬球之比重應為 (A)6 (B)5 (C)4 (D)2.75 (E)2.25。【70 日大】答：(E)

類 1.物體在空氣中重 m 公斤，在水中重 n 公斤，m>n。今如將此物體沈於某液體中，稱得其重量為 s 公斤，試問物體及液體的密度各為何 kg/m^3？設水的密度為 d kg/m^3。答：$\frac{m}{m-n}d\ g/cm^3$；$\frac{m-s}{m-n}d\ g/cm^3$

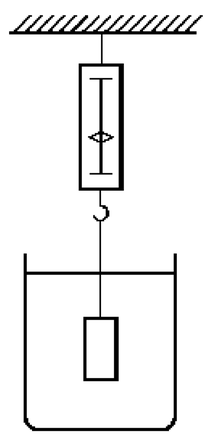
類 2.如將一物體置於一密度為 $1.2\times10^3\ kg/m^3$ 的甲液中，稱得重量比其在空氣中者輕 5×10^{-3} 公斤。今將此物體置於乙液中，稱得重量比其在空氣中者輕 8×10^{-3} 公斤，問乙液的密度應為何？答：$1.92\times10^3\ kg/m^3$

類 3.王冠在空氣中和在水中各重 4800gw 和 4500gw，又金、銀密度各為 $20\ g/cm^3$ 和 $10\ g/cm^3$，則王冠中銀所佔的百分比為若干？ (A)10% (B)25% (C)40% (D)75%。答：(B)

類 4.一彈簧下掛一小金屬球時，伸長量 6（cm），若將金屬球浸入水中，則彈簧之伸長量變為 4（cm），則金屬球之比重為： (A)1.2 (B)1.5 (C)1.8 (D)2.4 (E)3.0。答：(E)

類 5.設一不溶解的物體在空氣中重 W_1 公克，在水中重 W_2 公克，且 $W_1>W_2$，$W_2\neq0$。今將此物體沉浸於某液體中稱得其重量為 W 公克，則某液體的密度為若干？【78 年三專】答：$\frac{W_1-W}{W_1-W_2}$

類 6.某金屬圓柱在空氣中的讀數為 180 gw，全部沒入水中時讀數變為 120 gw，如圖，則此金屬圓柱之密度為_____ g/cm^3。答：3



類 7.一空心鋁球，在空氣中稱得 14.7 牛頓，浸沒在水中稱得重量 4.9 牛頓，則鋁球空心處的體積為_____。(鋁密度 $2.7g/cm^3$)答：$4.4\times10^{-4}\ m^3$

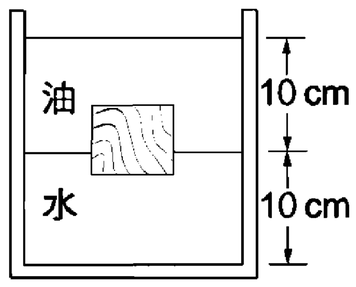
吳錫玠物理

※浮力⇨沉體

例 16.每邊 10cm 的立方形木塊漂浮於油和水的界面之間，如圖所示，此木塊的下半部有 2cm 浸入界面之下。假設油的密度是 $0.6\,g/cm^3$，則

(1)木塊的質量是多少？答：680 克

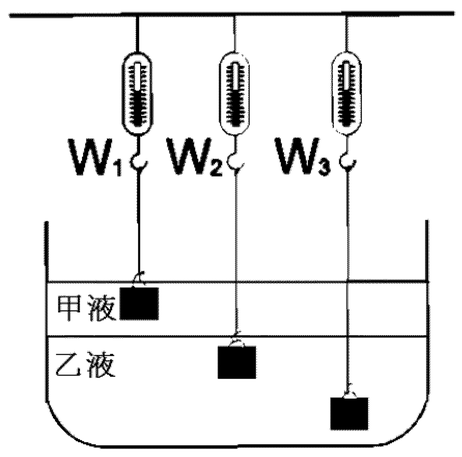
(2)木塊底面的計示壓力是多少？(不計大氣壓力)答：$7840\,dyne/cm^2$



類 1.一容器內盛水(密度為 $10^3\,kg/m^3$)及油(密度為 $0.6\times10^3\,kg/m^3$)。假設油及水不相混合，亦不起化學變化。今將一每邊長 0.10 公尺的木塊置於容器內，發現木塊有 0.08 公尺高沈於油中，有 0.02 公尺高沈於水中，試問木塊的密度應為何？答：$6.8\times10^2\,kg/m^3$

類 2.物體密度為 d，可浮於密度為 d_2 之液面上，可沈於密度為 d_1 之液體內，$d_1<d<d_2$，且兩種液體互不溶，則物體分別在密度 d_1 與 d_2 液體中，所佔體積之比為？答：$\dfrac{d_2-d}{d-d_1}$

類 3.有一容器，內裝互不相溶的兩種液體。今將質量及體積皆相同的三個鋁塊，分別以細繩懸吊於彈簧秤下，使靜止於液體中，如圖所示。若「彈簧秤的讀數」分別為 W_1、W_2 和 W_3，則下列大小關係，何者正確？(細繩之重量及粗細不計) (A) $W_1=W_2=W_3$ (B) $W_1>W_2=W_3$ (C) $W_1>W_2>W_3$ (D) $W_1<W_2=W_3$ (E) $W_1<W_2<W_3$。答：(B)【89 推甄】



類 4.太太長期為想吸引丈夫的注意但並未得逞。一天，太太上街看到一件性感內衣，於是不死心的太太立刻買下期待先生下班。

晚上，先生看報時，太太便穿著紫色性感內衣在先生之前晃來晃去期待先生能有所反應，但是先生卻無動於衷。

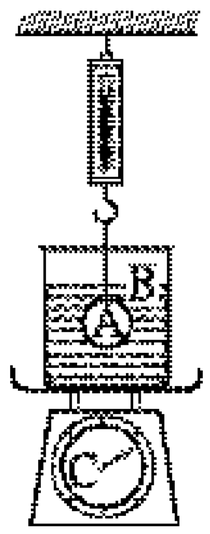
於是．．第二天，太太去換了一件紅色的性感內衣，結果先生仍然毫無任何反應。

此時，太太實再　不下去了，於是便裸體在先生面前晃來晃去。皇天不負苦心人，先生終於有反應說話了。

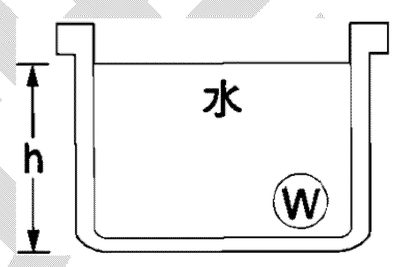
先生：「老婆，妳昨天穿的紫色內衣性感迷人，而剛剛穿的紅色內衣熱情如火，不過現在這件肉色內衣，妳最好燙平再穿吧！！」

吳錫玠物理

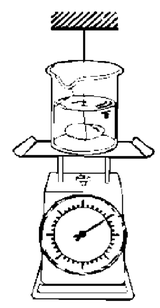
※系統的重量



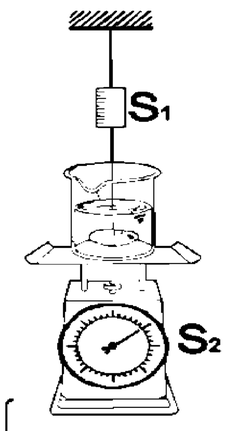
例 17.如圖，重為 1 kgw 之杯內盛液體 B，液體重 9 kgw，此杯置於一彈簧秤 C 上，今有體積為 0.1 m^3 之物體 A 以細線懸掛於天花板下，沉入液體 B 中，此時彈簧秤 C 讀數為 85 kgw，則液體 B 之密度為多少 kg/m^3？
(A)1200 (B)950 (C)850 (D)750 (E)700。答：(D)



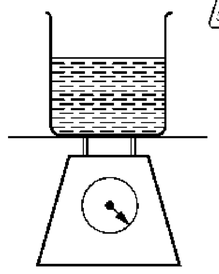
類 1.一石塊體積為 V cm^3，重量為 W 克重，置於一水槽中(如右圖)，水深為 h cm，水槽底面積為 A，則水槽底部所受總力為若干克重？
(A)hA+W (B)hA+W－V (C)hA+W+V (D)hA － W+v。答：(B)



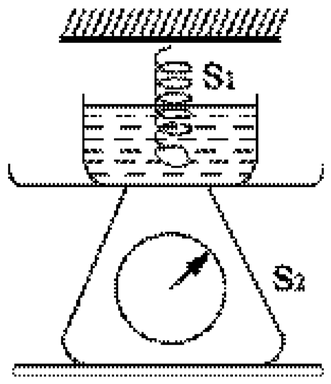
類 2.在彈簧磅秤上放置盛有水的燒杯(燒杯連同水，總重為 W)，現附有細懸線的金屬球(重 w，體積 V)慢慢沉入水中後保持不動，此時彈簧磅秤指示的重量為
(A)W＋V (B)W－V (C)W＋w (D)W－w (E)W。答：(A)



類 3.一彈簧秤 S_1 吊一鐵塊，鐵塊重 X 公斤，體積 10^3 立方厘米，另有一水盆連水其重量為 Y 公斤，水盆置於另一彈簧秤 S_2 上。今將鐵塊浸入水盆(如圖)，則下列不等式中何者為正確？ (A)S_1 之讀數＜X 公斤 (B)S_1 之讀數＞X-2 公斤 (C)S_2 之讀數＜(X+Y)公斤 (D)S_2 之讀數＞(X+Y－1)公斤。答：(A)(B)(C)

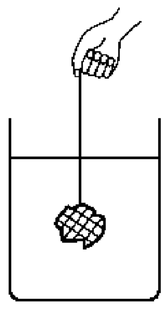


類 4.燒杯裝水靜置於磅秤上，讀數為 500gw，如圖，今以細線懸一石塊緩緩放入水中，但不碰及杯底，且水不溢出，若石塊重 1kgw，體積 200 cm^3，則 磅秤讀數為若干？ (A)500gw (B)600gw (C)700gw (D)1500gw。答：(C)



類 5.如圖所示，彈簧秤 S_1，下端掛一石頭垂入燒杯內水中，未觸及杯底，而燒杯置於彈簧秤上，若 S_1 示重為 1.5 kgw，S_2 示重為 2.2 kgw，則燒杯水及石頭之總重量為： (A)1.5 (B)2.2 (C)2.9 (D)3.7 (E)5.9 kgw。答：(D)

類 6.燒杯盛水總重量為 X，有一比重比水大的物體重 Y，投入燒杯內，而水不溢出，此時秤得其總重量為 Z，物體在水中所受浮力為 B，則下列各式中，何者正確？
(A)Z＝X＋Y (B)Z＝X＋Y－B (C)Z＝X＋Y＋B (D)Y＝B (E)Y＞B。答：(A)(E)

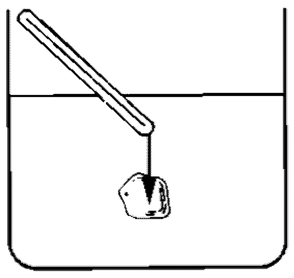


類 7.某生利用細繩將一重量 1 kgw，體積 200 cm^3 的石塊，垂放入水中，如圖，則容器底部增加的作用力為_____kgw。答：0.2

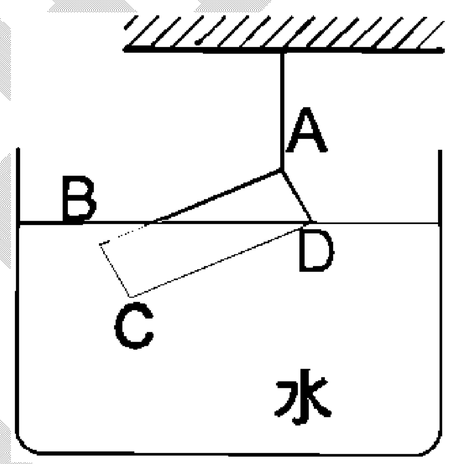
EAST 東方出版

※浮力⇨力矩

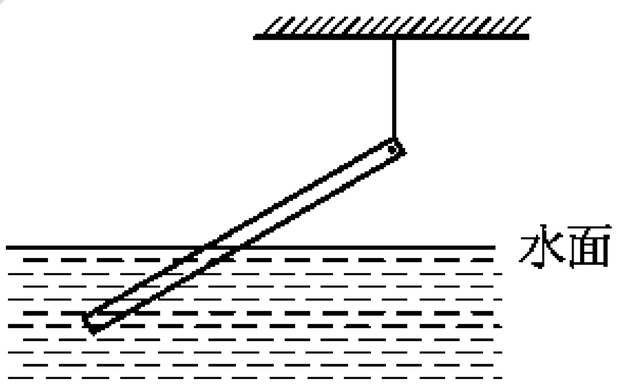
例 18.均勻木棒質量 400 公克，繫一重物後投入水中，待其平衡後棒有 1/3 露出水面(如右圖所示)，則木棒所受的浮力為 (A)200 公克重 (B)400 公克重 (C)600 公克重 (D)800 公克重 (E)1200 公克重。答：(C)



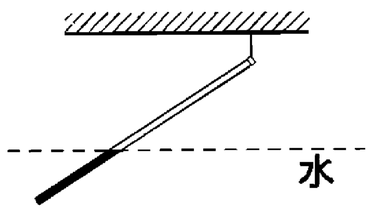
例 19.質量 100g，厚度均勻之長方形木板 ABCD 之一頂點 A，以繩懸吊之，如右圖所示，慢慢浸入水中；恰使對角線 BD 與水面一致，則
(1)繩子張力為 (A)25 (B)35 (C)50 (D)75gw。答：答：(A)
(2)此板之比重。答：2/3



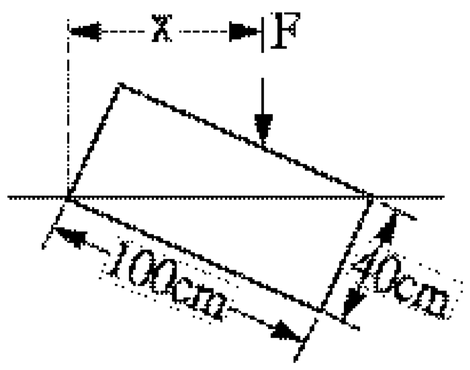
類 1.如圖，一棒長 60cm，重 80g，比重為 $\frac{8}{9}$，以細繩結於上端而懸起，下端浸於水中，則平衡時： (A)浸在水中的棒長為 30cm (B)浸在水中的棒長為 40cm (C)細繩上的張力為 30gw (D)細繩上的張力為 20gw (E)棒所受的浮力為 60gw。答：(B)(D)(E)



類 2.如圖，一根均勻木桿，能夠繞其上端自由轉動，把木桿的下端浸入水中，當浸沒 1/3 時達到平衡，則此桿的密度為 (A)5/6 (B)4/9 (B)5/18 (D)5/9 (E)3/4 g/cm^3。答：(D)



類 3.如圖：一比重 $\frac{1}{4}$ 之木塊，長、寬、高各為 100、50 及 40 公分，今以一力 F 向下壓木塊，使其浸於水中直至水面恰與側面之對角線重合。則 F 之大小為__(1)__kgw，圖中的 x 約為__(2)__公分。答:(1)50；(2)79.84



類 4.一對年輕男女這天舉行了婚禮。婚禮完畢後，新郎新娘進入洞房。走進臥房新郎，也不見他急著爬到床上，反而拉了一張椅子倚窗而坐，注視天上的星星...
新娘不耐煩的問：「你還不上床睡覺嗎？」
新郎：「晚點。老師有說，新婚之夜是一生中最美的，所以我一分鐘都不想錯過。」
新娘：「嗚... 那個該死的老師。」

※液體中之等加速度運動

例 20.若不計水的摩擦阻力，而只考慮浮力。某固體在水中恰以 $2.45\,m/\sec^2$ 之等加速度下沈；則此固體比重為_____。答：4/3

例 21.密度為 d_1 之物體自距液面高 h 處自由落下，若液體密度為 $d_2\,(d_2>d_1)$，則物體投入液中之最大深度距離液面為若干？(A) $\dfrac{d_1h}{d_2-d_1}$ (B) $\dfrac{d_2h}{d_2-d_1}$ (C) $\dfrac{d_1h}{d_2+d_1}$ (D) $\dfrac{d_2h}{d_2+d_1}$ (E) $\dfrac{h}{\sqrt{d_1^2+d_2^2}}$。

答：(A)

類 1.一物體密度 $0.75\,g/cm^3$，由水面上 20 米高處自由落下，不計一切阻力，重力加速度 g=$10\,m/\sec^2$。問 (A)幾秒後，物體落至水面？ (B)最多可深入水中多少米？ (C)由落下至浮出水面共歷時多少秒？答：(1)2 秒；(2)60m；(3)14 秒

類 2.比重 3.0 的石塊自水面自由下沈，1 秒後沈至水底，不計水阻力，則水深爲 (A)14.7 米 (B)11.8 米 (C)7.35 米 (D)3.92 米 (E)1.47 米。答：(D)

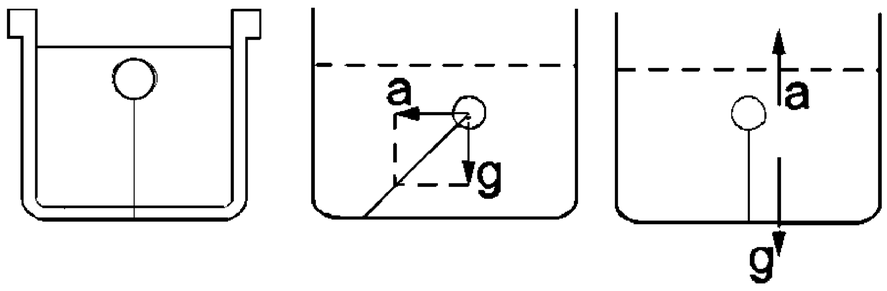
類 3.一密度 ρ 之物體，從湖面(湖水密度 $\rho'>\rho$)上方高 h 處自靜止釋放，忽略湖水對物體的摩擦阻力，求物體落入湖中後的加速度。答：$\dfrac{\rho'-\rho}{\rho}g$

類 4.密度 $0.4\times10^3\ kg/m^3$ 的小木塊沒入 2.9 公尺的水面下，求： (1)當此木塊釋放後指向水面的加速度？(2)到達水面的時間？答：(1)$14.7\,m/s^2$；(2)0.63sec

類 5.若不計水的摩擦力，而只考慮浮力。某固體在水中恰以 $2.45\,m/\sec^2$ 之等加速度下沈；改放在甲液時，有 1/3 之體積靜浮在液面，則甲液比重爲_____。答：2

類 6.若不計水之摩擦阻力，某固體在水中以 4.9 公尺／秒 ^{2} 之加速度下沉，若將固體改置於另一液體中，則露出其體積的五分之一而靜止於液面，則此液體的比重爲_____。答：2.5

※加速系統內之浮力

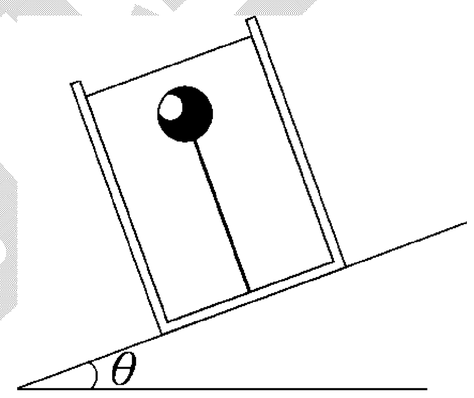


例 22.密度為 d，體積為 V 之軟木以細繩繫於一杯底，杯內注滿密度 ρ(ρ＞d)之液體，如右圖。若

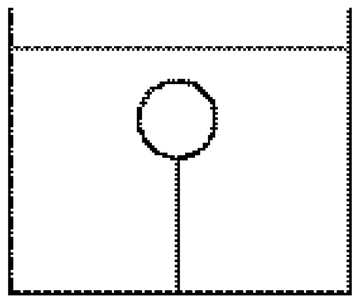
(1)杯以 a 向右加速，則繩之張力為何？答：

$V(\rho-d)\sqrt{g^2+a^2}$

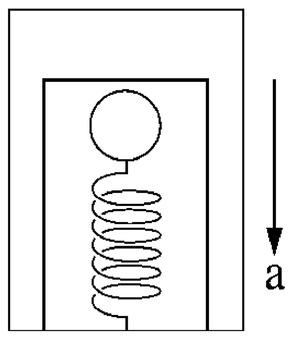
(2)杯以 a 向下加速，則繩之張力又為何？答：$V(\rho-d)(g-a)$



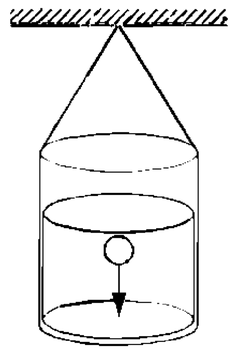
例 23.盛水杯子內，有一軟木體積為 V，密度為 d(d＜1)，細線繫於杯底，若整個置於光滑斜面上（斜角θ），若斜面固定而杯子沿斜面自由下滑，則細線與鉛直方向夾角ϕ與細線的張力 T 各為？答：(1)θ；(2)$V(1-d)g\cos\theta$



類 1.如圖：用細繩將木球栓在容器底，使木球侵沒在水中靜止。木球密度為 0.6 g/cm^3，體積 20 cm^3，求繩對木球拉力__(1)__gw。剪斷細繩使木球上浮，求靜止時，木球露出水面的體積__(2)__cm^3，若容器向上以 9.8 m/s^2 的加速度，則繩對木球的拉力為__(3)__gw。答：(1)8；(2)8；(3)16



類 2.在靜止的電梯內放一桶水，把一個連接在桶底的軟木塞浸沒在水中，如圖，軟木塞密度小於水的密度，當電梯等加速 a＜g 下降時，彈簧將發生怎樣的變化？ (A)伸長量減小 (B)伸長量增加 (C)伸長量不變 (D)由伸長變壓縮 (E)由壓縮變伸長。答：(A)



類 3.如右圖，天花板懸一水桶，桶中用繩繫一浮球。若懸線和繫繩同時斷裂，則此系統落地以前，浮球會 (A)跳出水桶 (B)一直沈到水桶底 (C)仍在桶中，但浮到水面上 (D)在桶內原位置。答：(D)

吳錫玠物理

※空氣浮力

【觀念&公式】
1.物體在空氣中所受的浮力=外界空氣密度×物體體積×重力場強度
$B = \rho V g$
2.物體在空氣中所受的浮力等於與物體同體積的空氣重量。

例 24.在 0℃一大氣壓下的空氣密度為 1.29 kg/m^3，氦氣的密度為 0.179 kg/m^3，今將一氣球充滿氦氣，若氣球皮膜和載重物的質量為 100 kg，則欲使該氣球上浮在空中，則氣球的體積至少為_____m^3。答：90

類 1.一充滿氦的氣船，體積為 $5.00\times10^3\,m^3$，總重量為 1.80×10^2 公斤(不含氦氣)，已知空氣和氦氣的密度各為 $1.25\,kg/m^3$ 及 $0.160\,kg/m^3$。此氣船可負載的最大重量為_____公斤重。(不含氣船本身及氦氣的重量)。答：5270

類 2.已知人體的平均密度約 0.95 g/cm^3，空氣平均密度約 0.0012 g/cm^3，若某生的體重為 50 kgw，則此生所受之空氣浮力約為_____牛頓。答：0.62

類 3.一充滿密度 0.18 kg/m^3 氦氣的廣告氣球，充滿 400 m^3 的氦氣後放至高空，若高空的空氣密度為 1.2 kg/m^3，則此氣球可負載的廣告招牌重量為_____kgw。答：408

類 4.實心的木球和鐵球在空氣中稱重量時，重量相等。若將它們放在真空中稱時，則： (A)木球比鐵球重 (B)鐵球比木球重 (C)木球和鐵球一樣重 (D)木球和鐵球稱得重量都增加。答：(A)(D)

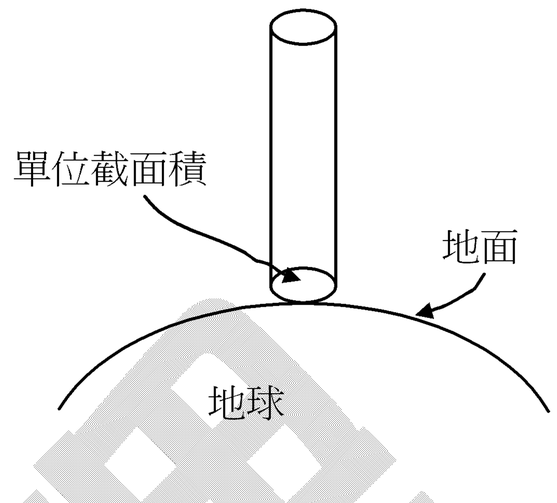
類 5.在天堂，三個精子相聚在一起討論自個儿的死因…
甲：「唉… 我好可憐，死在水溝裡… 」
乙：「那算什麼？我才慘！我死在大便裡！」
才說完，第三個精子就大哭了起來…
「你哭什麼啊？」甲、乙兩精問
「我、我死的好悲慘啊～！我… 我、我死在卵子裡… 」
甲乙兩精聽了：「死的好啊！有什麼好哭的？」
丙聽了，哭得更大聲：「我是死在牛的卵子裡啊～」

10-3 大氣壓力及空氣的壓力

※大氣壓力的成因

1.大氣壓力產生的原因：大氣壓力是由於大氣本身的重量所產生的。

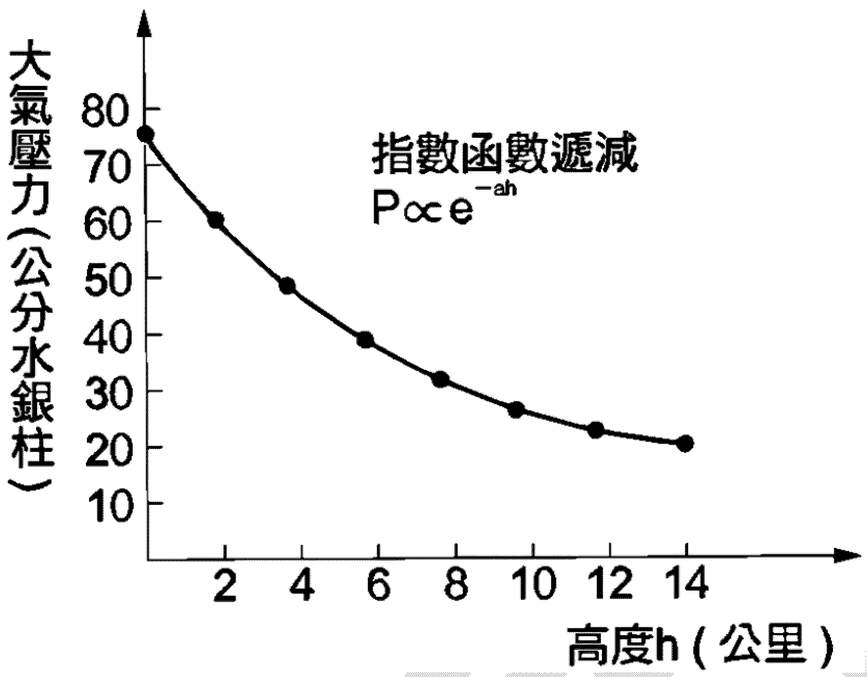
【說明】大氣層的厚度延伸至 **800** 公里外，其中 **99%**集中在 **32** 公里以下，**50%**在 **6** 公里內。在地表任一點的大氣壓力值，等於該點單位面積所承受的該點向上沿伸的空氣柱重量。

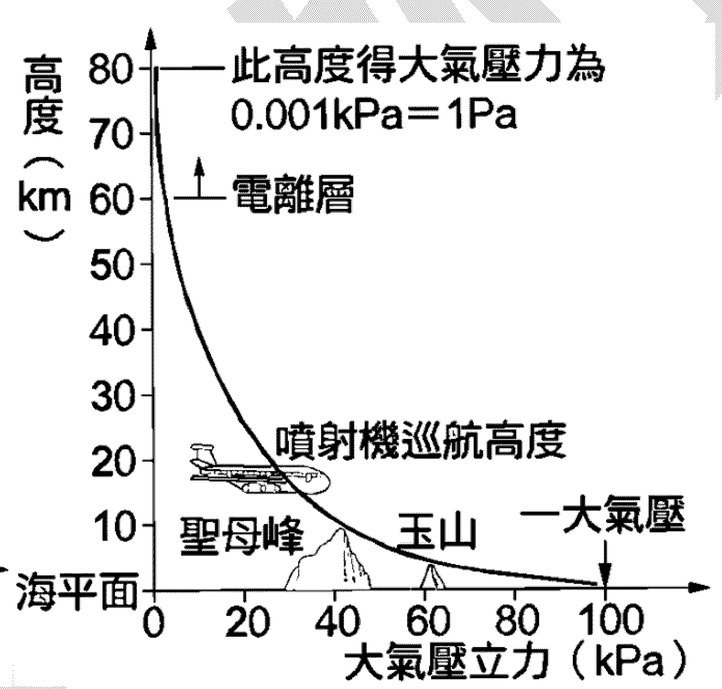


2.地表上方的大氣壓力

(1)離地高 **h** 處的氣壓 $P = P_o e^{-ah} = P_o e^{-0.000125h}$，**a** 為一常數，$P_o$ 為地表壓力。

(2)地表每上升一公里，氣壓約降低 **8cm-Hg**，溫度下降約 **6.5**℃。





※托里切利實驗

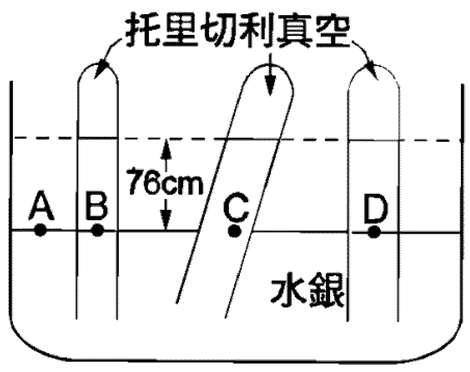
1.1644 年<u>義大利</u>人<u>托里切利</u> **(Evangelista Torricelli，1608-1647)**發現管內水銀面下降至離槽內水銀面鉛直高度約 **76** 公分處。

(1)管內水銀垂直高度與管的粗細、形狀、傾斜度無關。

(2)當地球重力場強度改變時，不影響水銀柱的高度。

【說明】因大氣壓力=水銀柱高度造成的壓力

$$\frac{mg}{A} = \rho hg \Rightarrow h = \frac{m}{A\rho} \Rightarrow \mathbf{h} \text{ 與 } \mathbf{g} \text{ 無關}$$



(3)玻璃管內上端為真空，這是人類第一次作出接近真空狀態，故稱托里切利真空，事實上仍有少量水銀蒸氣。

2.一大氣壓：緯度 45° 的海平面，溫度為 **0°***C*，**76** 公分高的水銀柱所產生的壓力。

(1) $P_{大氣壓力} = \dfrac{m_{大氣} g}{A} = \rho hg$

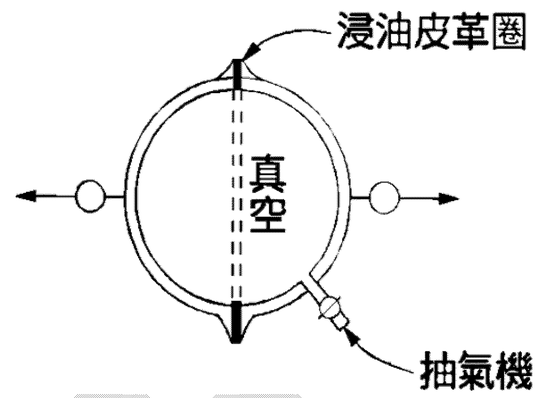
(2)單位換算：

$$1atm = 76cm \cdot Hg = 760mm \cdot Hg(1mm \cdot Hg = 托Torr) = 1033.6cm \cdot 水柱 = 10.336m \cdot 水柱$$
$$= 1033.6gw/cm^2 = 10336kgw/m^2$$

$= 1.013 \times 10^5\, Nt/m^2 = 1.013 \times 10^6\, dyne/cm^2$

$= 1.013 \times 10^5$ 帕$(1 Nt/m^2 = 1$帕$Pa) = 1013$百帕$= 1013$毫巴

※馬德堡半球



1.1654 年德國馬德堡市長用直徑 **55** 公分的兩銅金屬半球，利用抽氣機將球內空氣抽除，結果用每邊八匹馬仍無法拉開，可見大氣壓力之大，在每 **1** 平方公分有 **1** 公斤重的力氣下壓。

2.帕斯卡**(B1ais Pasca1，1623 一 1662)**認為管中的水銀柱，係由管外空氣壓力所支持，則在離地面較高處，壓力必減低，則地球表面大氣壓力隨高度增加作非線性的遞減。

※密閉容器內的氣體壓力

1.壓力的產生：密閉容器內的氣體壓力是由於氣體分子不斷撞擊器壁所產生。**(**詳見第 **12** 章**)**

2.波以耳定律：

(1)定溫下，一定量的氣體，其氣體壓力與氣體體積成反比。

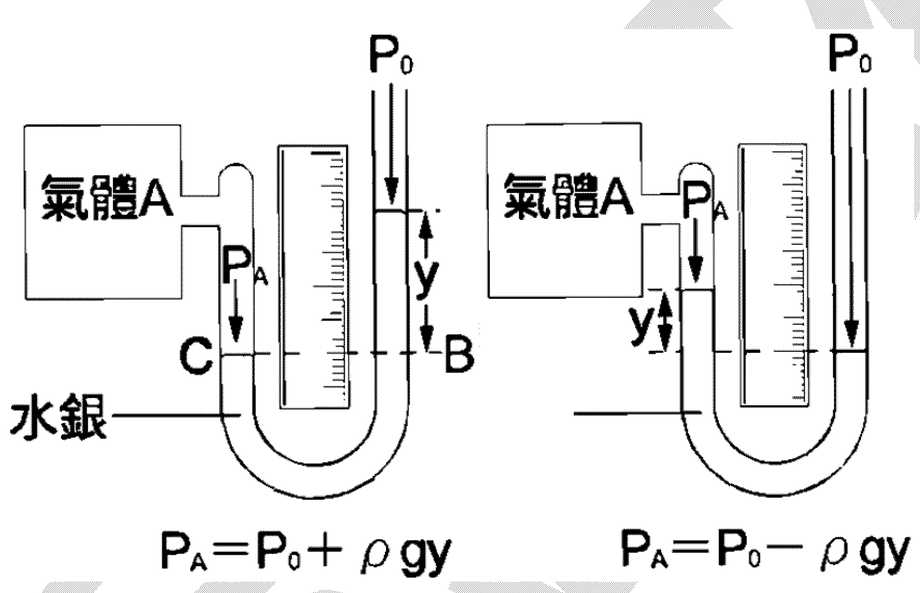
(2)定溫定量的氣體，其氣體壓力與氣體體積的乘積為一定值。

$P_1V_1 = P_2V_2$

＊開口壓力計

(1)開管壓力計直接由所附之量尺讀出密閉容器氣體壓力 P_A 和大氣壓力 P_o 的差值。

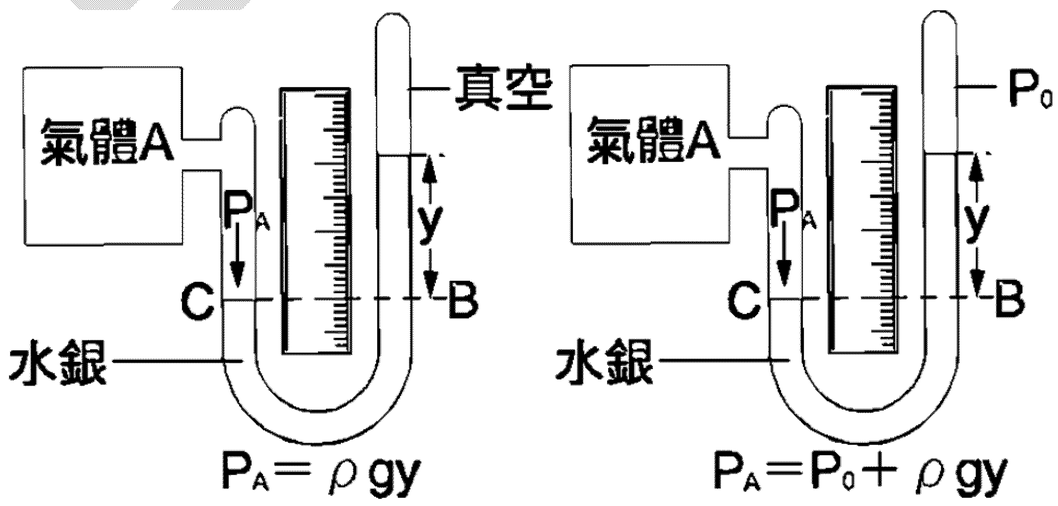
(2)左右兩管的壓力差值稱為計示壓力**=** ρgy ，**y** 為兩管的水銀面高度差。



＊波以耳定律與閉口壓力計

(1)若右管抽成真空封閉，則測量出的兩管高度差即為氣體 **A** 的壓力。

(2)若右管內壓力為 P_o，可由所附之量尺讀出密閉容器氣體壓力 P_A 和大氣壓力 P_o 的差值。



※大氣壓力的成因

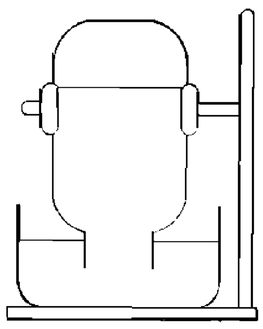
例 25.若現在的空氣分子逃逸一半，則： (A)大氣壓力減為原來一半 (B)水銀柱高度減為原來一半 (C)若重力場強度亦同時減半，則大氣壓力減為原來 1/4 倍 (D)若重力場強度亦同時減半，則水銀柱高度減為原來一半 (E)若重力場強度亦同時加倍，則水銀柱高度減為原來一半。答：(A)(B)(C)(D)(E)

類 1.假設重力變爲現在的$\frac{2}{3}$，而地球表面的空氣失去一半，則氣壓計內水銀柱高爲原來的 (A) $\frac{2}{3}$ (B)$\frac{1}{2}$ (C)2 (D)$\frac{4}{3}$ (E)$\frac{1}{3}$ 。答：(B)

類 2.若整個大氣層之空氣較現在減少一半，則氣壓計之水銀柱高度應爲現在之_____倍。若空氣分子逃逸一半，且重力場大小亦變爲現在之一半，則氣壓計之水銀柱高度應爲現在之_____倍。答：(1)$\frac{1}{2}$；(2) $\frac{1}{2}$

類 3.某地之大氣壓爲 1atm 合 76cm-Hg 高，今重力減半且大氣逃脫一半，則氣壓變成_____atm，水銀柱高_____cm。答：0.25；38

類 4.爲了使飲水盤內的水能常保持不缺，小雄將一裝滿水的玻璃瓶倒立在飲水盤中，如圖所示，關於此一設計，下列敘述何者正確？ (A)在瓶內，水面上方的空間是真空狀態 (B)在瓶內，水面上方的空間，其壓力略小於大氣壓力 (C)這是不可能存水的，瓶內的水柱高於盤面，水很快就漏光了。【84 推甄】答：(B)



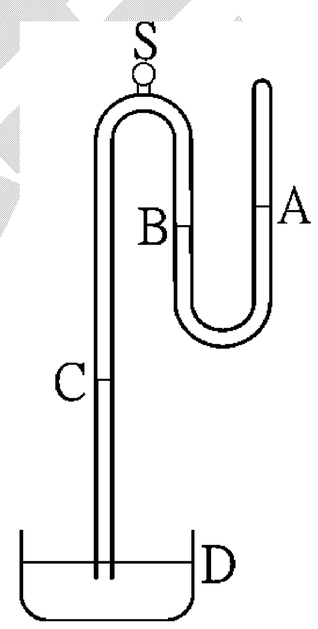
類 5.下列有關「大氣壓力」的敘述，何者正確？ (A)大氣壓力是來自於大氣的重量所造成的 (B)大氣屬於流體，所以可以用 P＝ρgh 的公式來計算 (C)托里切利實驗可以測出大氣壓力的大小 (D)在地表附近鉛直高度每升高 100 公尺，大氣壓力降低約 8mm 汞柱 (E)1 標準大氣壓等於 1013 百帕。答：(A)(C)(D)(E)

類 6.下列有關氣壓隨高度變化的敘述，何者正確？ (A)氣壓隨高度之變化率爲每 1 公里約升高 6.5 百帕（毫巴） (B)氣壓隨高度之變化率爲每 10 公尺約降低 1 百帕（毫巴） (C)氣壓在垂直方向的變化比它在水平方向的變化小 (D)空氣愈緻密時，氣壓隨高度之遞減率愈小 (E)空氣愈稀薄時，氣壓隨高度之遞減率愈大。答：(B)

※托里切利實驗

例 26.若一電梯內為一完全密閉的氣室，內有一水銀氣壓計，當電梯靜止時，水銀柱高 76cm：(A)電梯以等速上升時，水銀柱高 76cm (B)電梯以 $4.9m/s^2$ 等加速上升時，水銀柱約高 51cm (C)同(B)電梯內的氣體壓力加倍 (D)電梯以 $4.9m/s^2$ 等減速上升時，水銀柱高 152cm (E)同(D)電梯內的氣體壓力減半。答：(A)(B)(D)

類 1.如圖中有一彎曲的玻璃管，上端封閉，下端浸入水銀槽中，圖中 A 的上方和 BC 之間爲真空，AB 之間和 C 以下爲水銀，S 爲開關，外界環境的大氣壓力爲 76 公分水銀柱高。 (A)圖中 A 和 B 必須在同一高度才對 (B)圖中 B 和 C 高度相差 76 公分 (C)圖中 C 和 D 高度相差 76 公分 (D)把開關 S 拔掉，外界空氣進入管內後，B 和 A 兩水銀面會移動，成爲 B'和 A'，則 B'和 D 的高度差爲 76 公分 (E)在(D)的步驟後，B'和 A'的高度差爲 76 公分。答：(A)(C)(E)

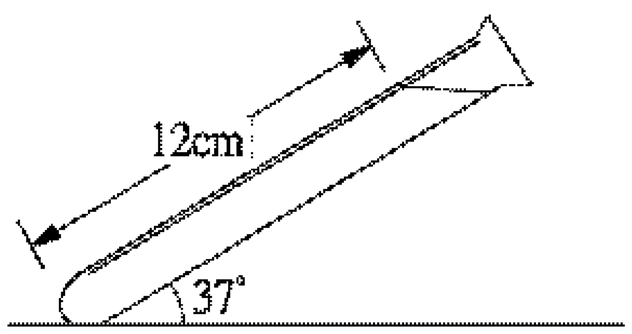


類 2.在電梯內作托里切利實驗，當電梯不動時汞柱高 76cm，若電梯加速度運動時汞柱高 95.5cm，則知電梯之加速度爲 (A)向上 $2m/s^2$ (B)向下 $2m/s^2$ (C)向上 $6m/s^2$ (D)向下 $6m/s^2$ (E)向上 $4.9m/s^2$。答：(B)

類 3.關於托里切利實驗那些是對的？ (A)在緯度 45°的海平面，溫度 0℃時，1atm 是 76cm 水銀柱高 (B)水銀柱高的壓力與外面大氣壓力同 (C)水銀柱上端爲真空 (D)若將水銀柱管傾斜則水銀柱長不變 (E)水銀柱的高度不受管的內徑粗細影響。答：(A)(B)(E)（※水銀柱上方有些微水銀蒸氣）

類 4.下列說法何者正確？ (A)靜力平衡中，兩點間之壓力差只與流體密度及其垂直高度有關 (B)水壓機爲帕斯卡原理之應用 (C)浮力中心就是物體的重心 (D)托里切到實驗在月球上，水銀柱高度爲 0 (E)無液氣壓計比水銀氣壓計方便精確。答：(A)(B)(D)

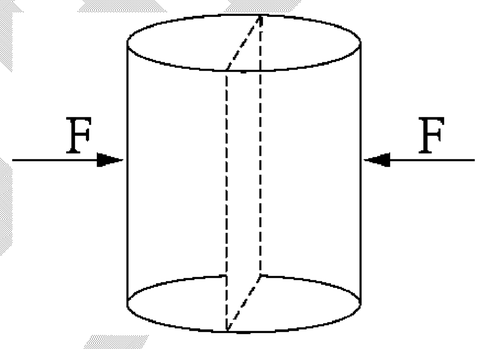
類 5.一玻璃管內裝有 12cm 長的水，管傾斜與地面夾 37°(如圖)，若不計大氣壓力，g＝10m/s² 則水呈靜止時，管內底部的壓力爲若干 N/m^2？ (A) 7.2×10^2 (B) 6.9×10^2 (C) 20.8×10^2 (D) 12×10^2 (E) 9.6×10^2。答：(A)



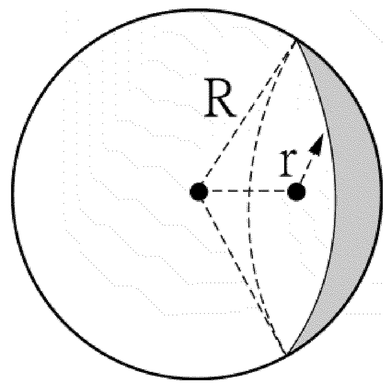
※馬德堡半球

例 27.設有一半徑為 10 厘米的球，將之切成兩半球，緊密相對扣合，內部抽成真空，則要用多大數量級之力(以牛頓為單位)才能將其拉開？ (A)10^0 (B)10^3 (C)10^6 (D)10^9 。【71 年大學】答：(B)

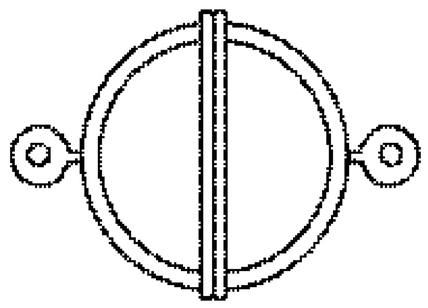
類 1.如圖，在無重力且無空氣的環境中，把半徑為 1 公尺，高 3 公尺的圓柱形空心密封容器縱切成相同的兩半。再度併攏後，內部充以壓力為 $10^5 Nt/m^2$ 的氣體，若要使氣體保持在容器內，至少應從圓柱的兩側各施力多少？ (A) $\pi\times10^5$ (B) 6×10^5 (C) $6\pi\times10^5$ (D) $3\pi\times10^5$ (E) $4\pi\times10^5$ 牛頓。答：(B)



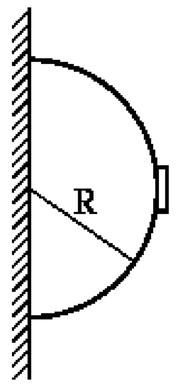
類 2.設大氣壓力為 P，則在半徑 R 的球面上，截面半徑為 r 的斜線部分球面（如圖所示），所受到大氣壓力的總力為 (A) $P\cdot\pi r^2$ (B) $P\cdot\pi R^2$ (C) $P\cdot\pi(R^2-r^2)$ (D) $P\cdot\pi(1-\frac{r^2}{R^2})$ (E) $P\cdot4\pi(R^2-r^2)$ 。答：(A)



類 3.設有一馬德堡球的半徑 10 cm，經抽氣後，球內呈真空狀態如圖，若一人可出力能為 60 kgw，且當時大氣壓力為 76 cmHg，在球可分離的兩側至少每邊多少人才能拉開它？ (A)5 (B)6 (C)7 (D)8 (E)9。答：B



類 4.一半球形吸盤吸附在牆壁上，如圖，若球半徑為 R，大氣壓力為 P，則欲拉開此吸盤需施力_____。(假設吸盤內的氣壓為 P_0 且 $P_0<P$)答：$(P-P_o)\pi R^2$

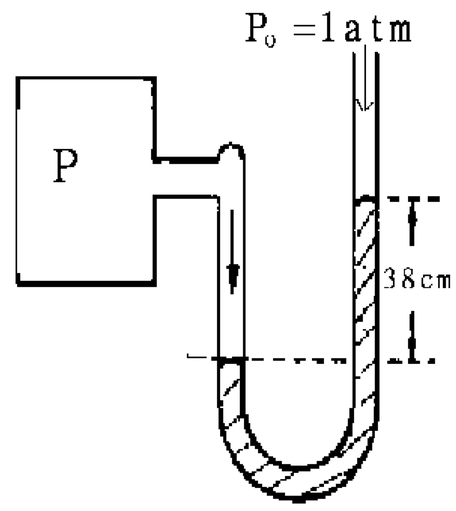


類 5.在氣壓為 684 毫米水銀柱的山頂上有一鍋，其半徑為 20 公分，今欲使鍋內的水沸騰時的溫度與在平地沸騰時的溫度(氣體為 1 大氣壓)相同，則在鍋上應置多少公斤的蓋子？(A)955 公斤 (B)95.5 公斤 (C)1169 公斤 (D)13 公斤 (E)130 公斤 。【72 年大學】答：(E)

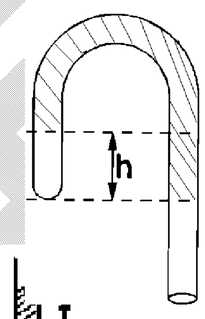
類 6.大氣壓力壓在一平方公尺的水平桌面上，約略相當於多大的重量壓在此桌面上？ (A)1 公斤 (B)10 公斤 (C)100 公斤 (D)1000 公斤 (E)10000 公斤。【68 日大】答：(E)

※密閉容器內的氣體壓力

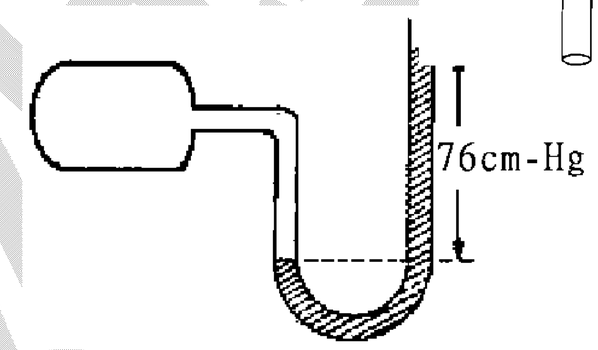
例 28.如右圖，在 0℃時，將一開管壓力計的一端連接於一氣體瓶上，若連接後兩管的水銀液面相差 38 公分的高度，則瓶內氣體的 (A)計示壓力為何？ (B)絕對壓力為何？答：(A)0.5atm；(B)1.5atm



類 1.如圖所示，一端封閉開口朝下的 U 形管鉛直放置，設兩管中水銀柱高度差為 h，外界大氣壓力為 P_0，水銀的密度為 ρ，則封閉端氣體的壓力為。答：$P_o - \rho hg$

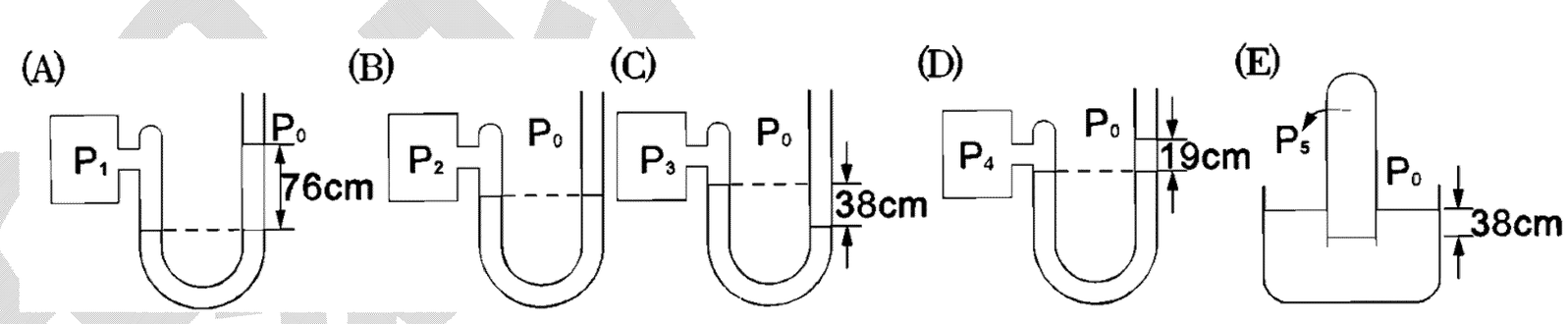


類 2.如右圖，在 0℃，將一開管壓力計的一端連接於一氣體瓶上，如連接後兩管的水銀液面相差 76 公分的高度，則瓶內氣體壓力為若干？答：2atm



類 3.兩端開口的 U 型玻璃管內盛水銀，左、右兩邊等高，設當時大氣壓力為 1 大氣壓，今將左端接某氣之氣瓶，則左邊水銀下降 19 公分，則此氣體之計示壓力為幾大氣壓？(A)0.25 (B)0.5 (C)0.75 (D)1.0 (E)1.5。答：(B)【注意題目中所問的是”計示壓力”或是”壓力”】

類 4.有五個密閉容器各與開口水銀氣壓計相連，如下圖所示，設大氣壓力 $P_o = 76cm - Hg$，則關於密閉容器內的氣壓，下列何者是正確的？

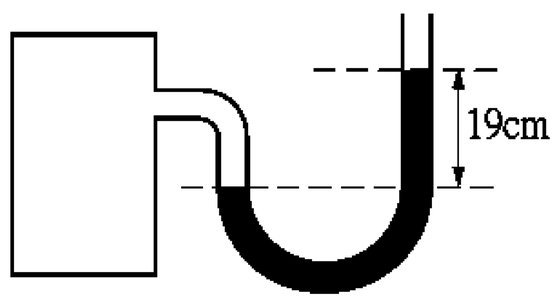


(A)P_1=1atm (B)P_2=0atm (C)P_3=1.5atm (D)P_4=1.25atm (E)P_5=1.5atm。答：(D)(E)

類 5.在 1am 下，以裝有某液體之開管壓力計測得籃球內氣體壓力為$1.04\times10^5\ Nt/m^2$，且得其兩管液柱高度差為 36cm，試求： (1)壓力計內某液體的密度？ (2)若以水代替某液體，其兩管液柱高度差又為若干？答：(1)765 kg/m^3；(2)27.6cm

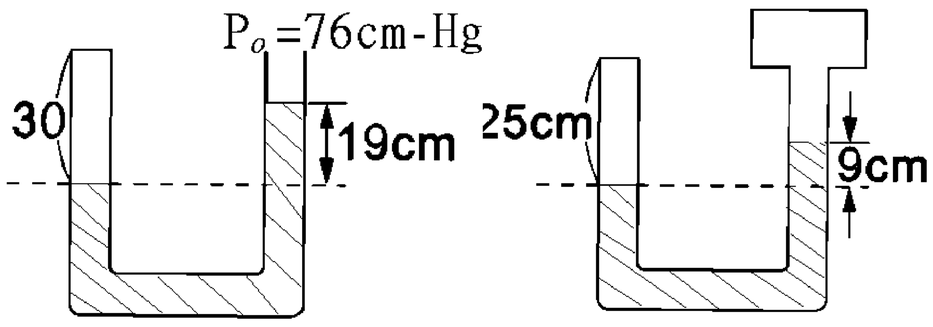
類 6.用一開管式的水銀氣壓計測量一密閉容器內氣體之壓力，若兩管水銀面的高度差為 39.0cm，且當時的大氣壓力為 75cmHg，則容器內的計示壓力為_____cmHg。答：39

類 7.如圖，將裝有水銀的開管壓力計一端接於一待測之密閉容器，若大氣壓力為 1atm，則此密閉容器內的氣體壓力為_____atm。答：1.25



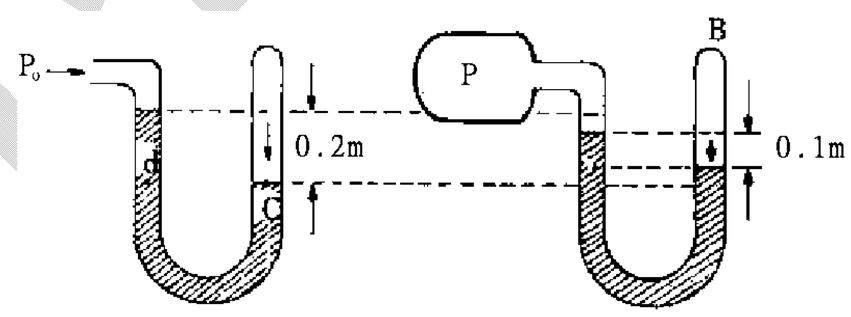
※波以耳定律與閉口壓力計

例 29.一閉管壓力計，已知當開口端水銀柱比閉口端水銀柱高 19 公分，閉口的空氣柱高 30 公分。今如將開口端接於一待測壓力的系統，發現兩端水銀柱高度差變小成 9.0 公分，開口端水銀柱仍然較高(設大氣壓力為一大氣壓)，試問：(1)未接通時，閉口端內空氣的壓力為若干大氣壓？(2)接待測系統後，閉口端內空氣的壓力為若干氣壓？(3)待測系統的壓力為若干大氣壓？答：(1)95cm-Hg；(2)114cm-Hg；(3)105cm-Hg



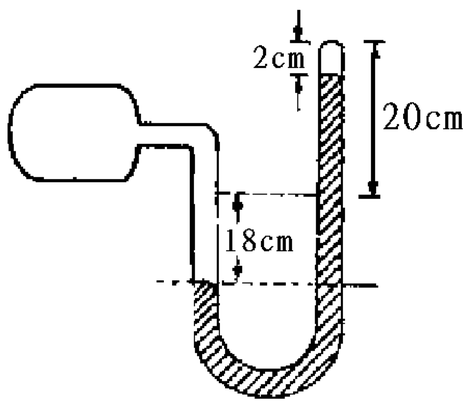
類 1.有一水銀氣壓計，因水銀柱上的玻璃管內有微量的空氣，致使讀數不準確。今知當大氣壓力為 76cm 汞柱時，此氣壓計之讀數為 74cm，其上空氣柱長 8.0cm，若氣壓計之讀數為 72.0cm 時，則正確的大氣壓力為若干？(設溫度不變)答：73.77cm-Hg

類 2.一閉管壓力計如圖所示，外面大氣壓力為 76cm-Hg，已知當開口端水銀柱比閉口端水銀柱高 0.2 公尺時，閉口端的空氣柱高 0.3 公尺。今如將開口端接於一待測壓力的系統，發現兩端水銀柱高度差變小成為 0.1 公尺，開口端水銀柱仍然較高，試問待測系統的壓力為何？答：105.2 cm-Hg



類 3.直立 U 形管內盛水銀，成為開管壓力計。當它未連接於任何待測系統時，在 1 大氣壓力下，將其一端的開口封閉，此時閉口端空氣柱長度為 21 公分。今將其開口端與一氣體瓶連接後，閉口端空氣柱被壓縮成為 7 公分高。設溫度為 0℃，且壓力計管徑甚小，則此時：(1)閉管內的空氣壓力是多少牛頓/公尺 ^{2}？(2)瓶中氣體的壓力是多少毫巴？(1 毫巴=10^2 牛頓/公尺 ^{2})【79 夜大】答：(1)3×10^5；(2)3.4×10^3

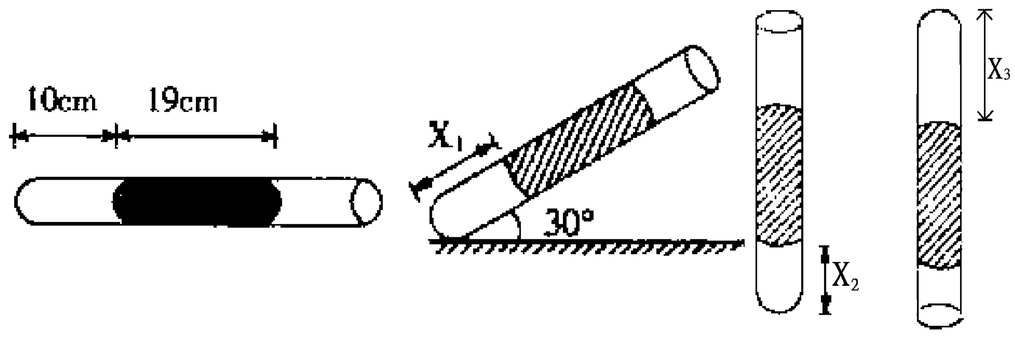
類 4.一開口壓力計在未連接於任何待測系統時，在 1atm 時將其一端的開口封閉，此時閉口端空氣長度為 20 公分。今如將其開口端與一氣體瓶連接，接著發現閉口端的空氣被壓縮成為高度 2cm。如右圖。問瓶中氣體的壓力為何？假設溫度為 0℃，且 U 形管的管徑甚小，液體為水銀柱。答：796 cm-Hg



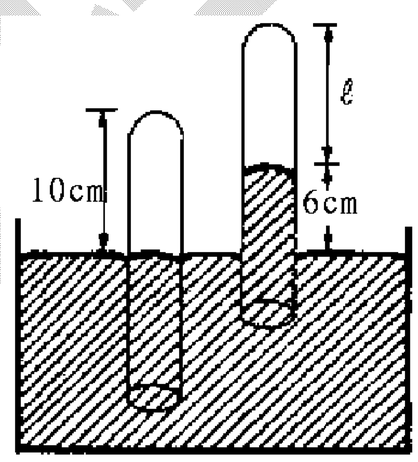
類 5.直立 U 形管內盛水銀，成為開管壓力計。當它未連接於任何待測系統時，在 1atm(相當 76cmHg)下，將其一端的開口封閉，此時閉口端空氣柱長為 50 cm，今將其開口端與一氣體瓶連接後，閉口端空氣柱被壓縮為 40 cm，則此氣體之計示壓力為多少公分汞柱？ (A)115 (B)95 (C)75 (D)20 (E)10。答：(D)

※波以耳定律與開口壓力計

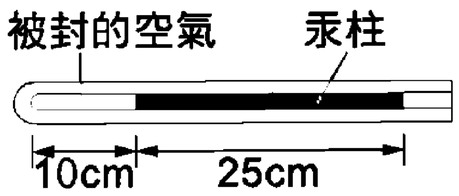
例 30.一玻璃管，一端封閉，水平放置，其中存有長 19cm 之水銀柱一段，恰將閉端長 10cm 之空氣柱封住如圖。(a)若開口向上使管與水平成 30° (b)開口向上鉛直立起，(c)開口向下鉛直立起，求管內空氣柱之長？ (氣壓為 76cm-Hg) 答：(a)8.9cm；(b)8cm；(c)13.3cm



例 31.一玻璃管鉛直插入水銀中，露出水銀面之長為 10cm，在標準大氣壓力時，封其上口而上提，當管內水銀面高出管外 6cm，求此管露出水銀面之長為若干？答：16.86cm



類 1.如右圖所示，在一個均勻口徑的玻璃管內，有 10cm 的空氣柱被 25cm 長的汞所封閉，此毛細管水平置於 $75\,cm-Hg$ 壓力之屋內，若玻璃管之開口端 (1)向上而管成鉛直方向；(2)向下而管成鉛直方向；(3)向上而管與鉛直線成 53° 角，則此空氣柱之長度各為若干？答：(1)7.5cm；(2)15cm；(3)8.33cm



類 2.在水平放置的玻璃管之中部有一段水銀，當大氣壓力為 $75\,cm-Hg$ 時封其兩端，此時兩端氣柱等長，若將其鉛直立起，則管中下段氣柱之長僅為上段氣柱長度的 1/3，則管內水銀柱之長為？ (A)60cm (B)70cm (C)80cm (D)90cm (E)100cm 。答：(E)

類 3.附圖，鉛直向下之玻璃管內裝少量氣體，水銀柱長 2 公分，大氣壓力 $76\,cm-Hg$，求管內氣體的壓力_____。答：$74\,cm-Hg$

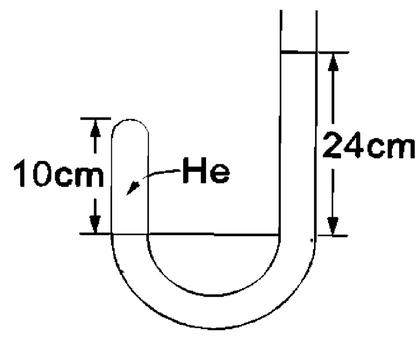
類 4.在 1atm 時，把一支長 40 公分均勻玻璃管管口朝下壓入水銀槽中，當玻璃管頂端距水銀液面 65 公分時，管內空氣柱有多長？答：19cm

類 5.一玻璃管長 57cm，管底封閉。在 25℃、1am 下裝滿氮氣，然後倒壓入一水銀槽內，直到管底與水銀槽的水銀面等高。試問：(1)管內氮氣高度 h 為若干公分？(2)管內氮氣壓力為 $cm-Hg$ ？答：(1)38cm；(2)114 $cm-Hg$

吳錫玠物理

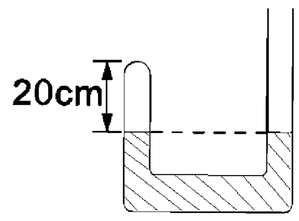
※波以耳定律與閉口壓力計

例 32.在右圖中，管的截面積 $1.0cm^2$，一端封閉充氦及水銀，大氣壓力 76cm-Hg，如欲再使氦一端之水銀面上升 2.0cm，則管中尚需加入水銀若干毫升？答：29 毫升

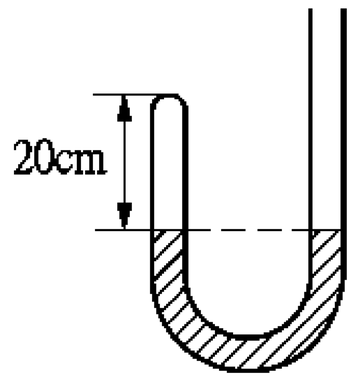


例 33.在湖底 1 克的氫氣氣泡(理想氣體)在 27℃時之體積為 $5.6\times10^3 cm^3$，則湖之深度約為：(A)12.4 米 (B)22.7 米 (C)34.3 米 (D)36.4 米 (E)44.8 米。【70 年大學】答：(A)

類 1.一均勻 U 型管內充水銀(如圖)，左管空氣柱長 20cm，大氣壓力為 $76\,cm-Hg$，若欲使左管水銀面上升 12cm，則需在開口端加入水銀柱長為若干 cm？ (A)90 (B)144 (C)138 (D)126 (E)102。答：(B)



類 2.一均勻 U 型管內充水銀，左管空氣柱長度 20 cm，如圖，大氣壓力為 76 $cm-Hg$，若欲使左管水銀面上升 12 cm，則必須在開口端加入水銀柱多少 cm？ (A)90 (B)102 (C)126 (D)138 cm。答：(D)



類 3.一 U 形玻璃管，由右管倒入水銀，當兩管水銀面等高時，左管內空氣柱長為 12cm，此時封閉左管。已知大氣壓力為 75 公分汞柱高，若右管再倒入水銀，使左管空氣柱變為 10cm 時，左右兩管內之水銀面高度差為何？答：15cm

類 4.一 U 形玻璃管，由右管倒入水銀，當兩管水銀面等高時，左管內空氣柱長為 12cm，此時封閉左管。已知大氣壓力為 $75\,cm-Hg$，若右管再倒入水銀，使左管空氣柱變為 10cm 時，左右兩管內之水銀面高度差為 (A)5cm (B)8cm (C)10cm (D)15cm (E)20cm 。答：(D)

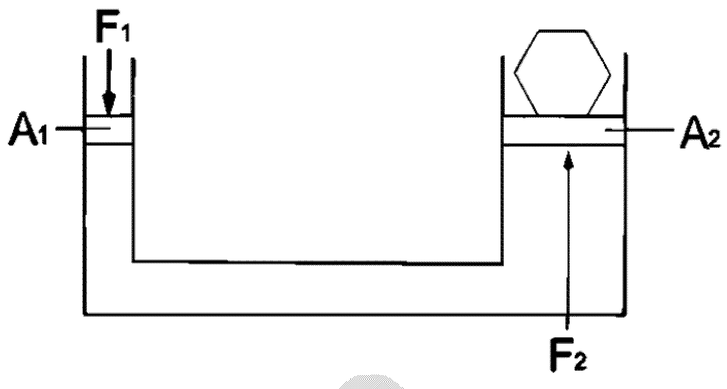
類 5.某液體密度為 $3.4\,g/cm^3$，在其液面下 114cm 處有一體積為 $4\,cm^3$ 之氣泡。若液面之空氣與液面溫度相同，則氣泡浮在液面時，體積將為多少？(設當時氣壓為 76cm-Hg) 答：5.5 cm

類 6.在 1atm 時，將一試管開口向下壓入水池底，提出水面後見水入管內的痕跡恰為管長的 $\frac{1}{5}$，若水深 10 公尺之水壓為 1.013×10^5 nt/m^2，則池深=_____公尺。答：2.5m

10-4 帕斯卡原理

1.帕斯卡原理：對封閉容器內的液體任一處所施加的壓力，必均勻的傳遞到液體中的任一部分及器壁上，當高度相同時其值不變。

2.帕斯卡原理應用：液壓機、汽車煞車系統.....等。



(1)液壓機：兩邊大小活塞所受之壓力相等。

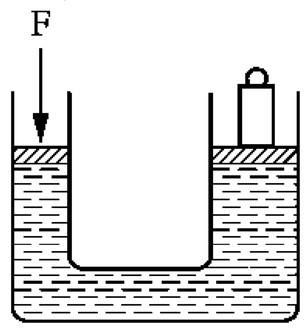
$$P=\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}\Rightarrow F_1=(\frac{A_1}{A_2})F_2$$

如圖，施較小的力 F_1 可以支撐較重的物體 **F2**。牙科椅、起重機都是利用液壓機原理製成的。

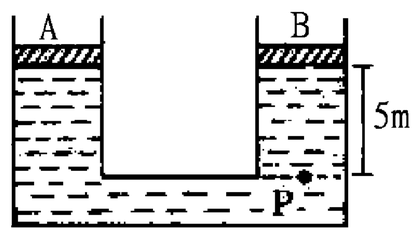
(2)汽車煞車系統：當施力於腳踏板時，壓力同時且均勻的傳至汽車的四個輪子上。

3.帕斯卡的生平：帕斯卡**(B1siae Pascal**，**1623~1662**，法國**)**在 **1653** 年發現帕斯卡原理，他也是數學家，帕斯卡三角形也是他的傑作，在十九歲時，發明了世界上第一部機械式計算機，只能作加法計算。現在的電腦語言 **Pascal** 就是為了紀念他的貢獻。

例 34.如圖為一油壓起重機的示意圖，大、小活塞半徑比為 1:3，今將重物置於大活塞上，施力 F 於小活塞上而達平衡，若將此重物改置於小活塞上，則欲達平衡必須在大活塞上施力_____F。答：81



類 1.在大氣壓力 1atm 下有一水壓機，在 B 活塞下 5m 深處之 P 點壓力若干？今若將 A 固定，在 B 板加 0.3atm 之壓力，則 P 點之壓力若干？答：1.5atm；1.8atm



類 2.水壓機大活塞面積 $200\,cm^2$，小活塞面積 $5\,cm^2$，今於大活塞上放置 1600kg 的物體，若大活塞與小活塞在同一高度，則小活塞上需施力多少才能支持？答：40kgw

類 3.已知油壓起重機大、小活塞半徑比為 10:1，欲舉起 1.5 公噸的汽車，至少必須施力_____公斤重的力於小活塞上。答：15

類 4.熱水瓶內裝滿水後，用橡皮塞塞緊，此時繼續用力壓下瓶塞，往往導致熱水瓶破裂，這現象可用下列何項原理來解釋？ (A)連通管原理 (B)亞基米得原理 (C)帕斯卡原理 (D)波以耳定律 (E)白努利原理。答：(C)

類 5.下列敘述何者錯誤？ (A)大氣壓力隨高度之增大而均勻遞減 (B)密閉容器內之氣體壓力與大氣壓力之成因相同 (C)帕斯卡原理是能量守恆的必然結果 (D)比重大於 1 的任何物質必均會沉入水中 (E)體積相同之實心鐵塊與銅塊在水中所受浮力相同。答：(A)(D)

※水壓機

例 35.如圖 6 所示，一油壓機內裝密度為 ρ 之液體，兩活塞截面積各為 A 與 $2A$，且活塞所受的阻力與重量可忽略。今在左活塞上置重量為 W 的物體，在右活塞上置重量為 $W/2$ 的物體，最後達到平衡。設重力加速度為 g，兩活塞之高度差為何？【95 指考】

(A) $\dfrac{W}{4A\rho g}$　(B) $\dfrac{W}{2A\rho g}$　(C) $\dfrac{3W}{4A\rho g}$　(D) $\dfrac{W}{A\rho g}$　(E) 0 。

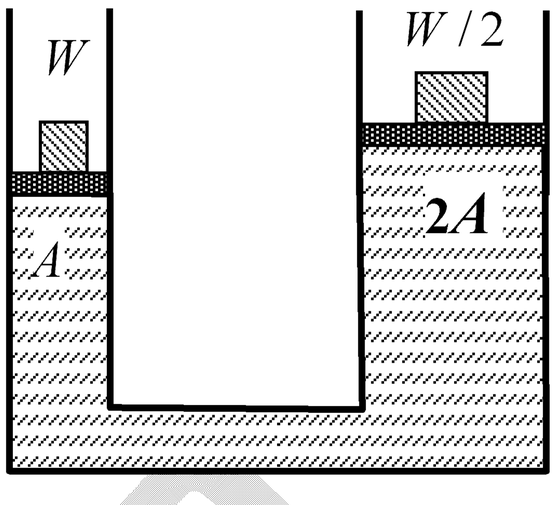


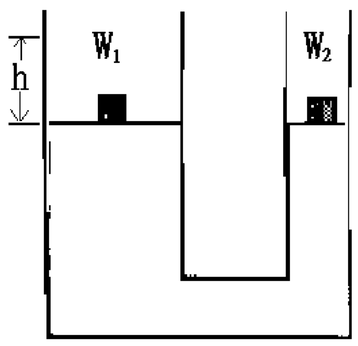
圖 6

類 1.如右圖重量可忽略之 A、B、C 三活塞面積分別為 $3\,cm^2$、$1\,cm^2$、$2\,cm^2$，且高度相同，今於 C 上置放 42gw 物體，則 C 下降_____cm，A 上升_____cm，A、B 高度差為_____cm。

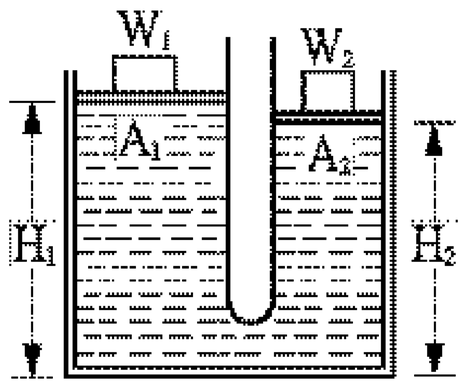
提示：(1)C 壓下 x，則 A 與 B 均上升同高度 y(因同液度同壓力)

(2)C 壓下之體積為 A 與 B 上升體積之總和。答：14 cm；7 cm；0

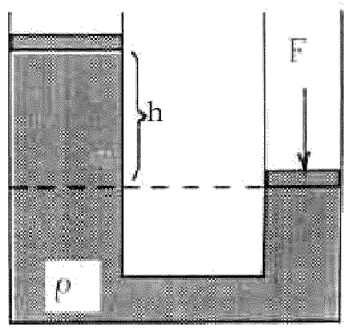
類 2.一油壓機內裝密度為 ρ 的液體，其兩活塞截面積各為 A_1 及 A_2。當在 A_1 上置重量 W_1，在 A_2 上置重量 W_2 時，兩活塞能保持在等高的平衡狀態，如圖所示。若要使 W_1 的平衡位置上升 h，則需在 A_2 上增加的重量為【86 年大學】答：$(A_1+A_2)\rho gh$



類 3.如圖，若 A_1，A_2 表水壓機活塞面積($A_1 > A_2$)，W_1 及 W_2 表活塞上的載重，H_1 及 H_2 表活塞距底面之高度則平衡時，下列敘述何者正確？ (A)若 $H_1 = H_2$，則 $W_1 \neq W_2$ (B)若 $W_1 \leq W_2$，則 $H_1 > H_2$ (C)若 $\dfrac{W_1}{A_1} > \dfrac{W_2}{A_2}$，則 $H_1 > H_2$ (D) 若 $H_1 = H_2$，則 $A_1W_2 = A_2W_1$ (E) 若 $H_1 = H_2$，則 $A_1W_1 = A_2W_2$。答：(A)(B)(D)



類 4.如右圖，一油壓機大小活塞半徑分別為 10A、A，油之密度為 ρ，兩活塞之高度差為 h，設活塞重量可略而不計，若在小活塞上施以向下 F 之力，則在大活塞上可支撐之重量為_____。答：$10F-10A\rho gh$



吳錫玠物理

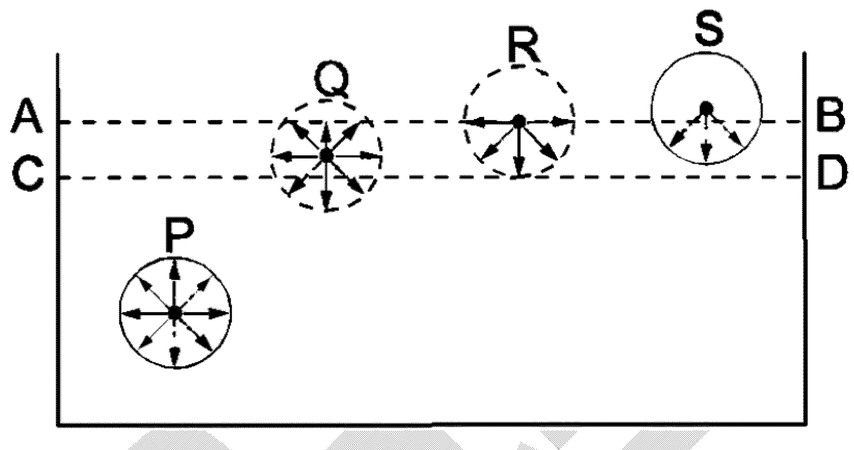
10-5 液體表面張力與毛細現象

※表面張力

一、表面張力的成因

1.內聚力**(cohension force)**：同類分子間的吸引力，如水分子與水分子。

2.表面張力**(surface tension)**：



(1)在液體內部的分子因各方向的內聚力互相抵消使得合力為零。

(2)在液體表層各點的分子則受到向下的淨力，使液面向內收縮。

(3)液體表面有一層膜因分子間引力而受垂直向下的內聚力，厚度約 **10** 埃。此層分子間因引力方向向下，故位能較高，自然界的趨勢是位能愈小愈好，也就是說在此膜中的分子數是愈少愈好，因為膜的厚度大約固定，導致此膜的表面積愈小愈好。此平行於液面欲縮小其面積的分力稱為表面張力。

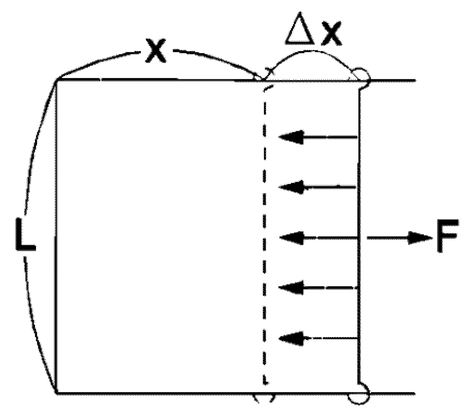
二、表面張力的大小

1.表面張力的定義：作用於液體表面，使表面積縮至最小的力，以一定體積的液體而言，其表面積以圓球形最小。

2.表面張力的大小：

(1)表面張力為液體表面接觸邊緣，每單位長度上所受的垂直拉力。

$$\text{表面張力}T=\frac{\text{平行於液面且垂直於接觸邊緣之拉力}F}{\text{接觸邊緣之長度}}$$



(2)表面張力為液體表面每單位面積所儲存的位能。

【證明】施力於液體表面，對液體作功，使液體表面積增加，所作的功儲存為液體的位能。

$$W(\text{功}\rightarrow\text{位能})=F(\text{外力})\cdot\Delta x(\text{位移})$$

$$W=(\frac{F}{L})\cdot(L\cdot\Delta x)=\frac{F}{L}\cdot\Delta A$$

$$\Rightarrow\text{表面張力}T=\frac{F}{L}=\frac{W}{\Delta A}$$

3.物體受力 **F=**表面張力 **T×**接觸長度 **L**

(1) 接觸長度是指與液面有接觸的長度，而不是物體長度。例如一根針的長度為 **x**，則其與液面之接觸長度 **L=2x**

(2)物體浮在液體上，則接觸表面僅有一面；若為薄膜(例如肥皂膜)，則有 **2** 個接觸面。

(3)若因重量或其他因素使接觸面彎曲，物體受力為各方向表面張力之合力。

三、影響表面張力的因素

1.溫度增高表面張力減少。

2.易蒸發的氣體因分子束縛力較小，表面張力也較小。

液體	溫度(℃)	表面張力$(10^{-3}Nt/m)$
水	**60**	**66.2**
水	**20**	**72.8**
酒精	**50**	**19.8**
酒精	**20**	**22.3**
橄欖油	**20**	**32**
水銀	**20**	**465**

3.外加雜質也會影響表面張力大小：

(1)使水表面張力增加：強電解質、蔗糖、氯基苯甲酸、$NaCl$、Na_2SO_4、NH_4Cl

(2)使水表面張力緩慢減少：醇、醛、酸、酯作為乳化劑、溼潤劑。

(3)使水表面張力急速減少：肥皂、生物體中磷脂、膽固醇。

四、表面張力的例子

1.鋼針可以浮在水面上。

2.多腳的小昆蟲可以在水面上行走。

3.把水龍頭關得很小，可看到水滴在出口處逐漸形成，然後滴下，滴落的水滴接近球形。

※毛細現象

一、內聚力與附著力

1.內聚力**(Cohensive Forces)**：同類分子間的吸引力，如液體分子間的吸引力，其方向應對稱於液體的分布。

2.附著力**(Adhesive Forces)**：異類分子間的吸引力，如液體分子與容器器壁分子的吸引力，其方向應與管壁的方向垂直。

3.液體的平衡：任何平行於液體表面的作用力，都將使液體產生流動，當液體靜止時，外界對流體的作用力必垂直於流體的表面。

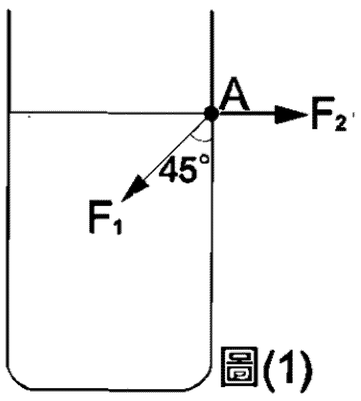
4.接觸角：液體內部接觸管壁的液面與管壁所夾之角度，接觸角決定於液體的種類以及接觸面的性質。

二、玻璃管內液面的形狀

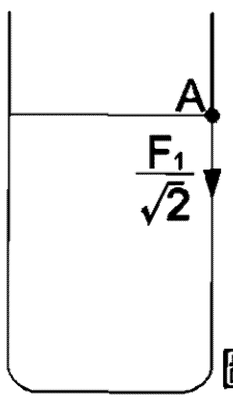
當液體靜止時，液面所受的合力必垂直於液體的表面。設F_1為液體分子間的內聚力；F_2為液體分子與管壁分子的附著力；合力為**R**。

1. $F_2=\dfrac{F_1}{\sqrt{2}}$：接觸角為直角

【說明】圖**(1)**說明內聚力與附著力的方向，$F_2=\dfrac{F_1}{\sqrt{2}}$使合力垂直於液面如圖**(2)**而達成平衡。



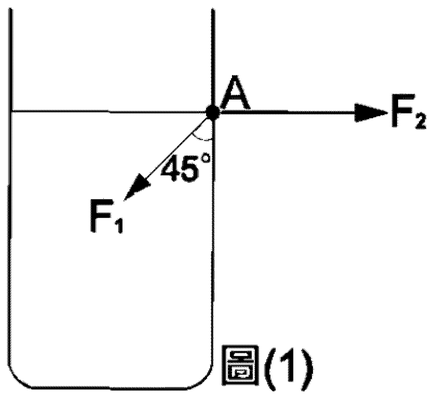
圖(1)



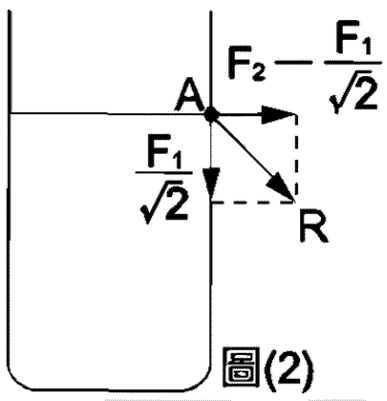
圖(2)

2. $F_2>\dfrac{F_1}{\sqrt{2}}$：接觸角為銳角，例如：水面在周邊形成向上彎曲的弧面。

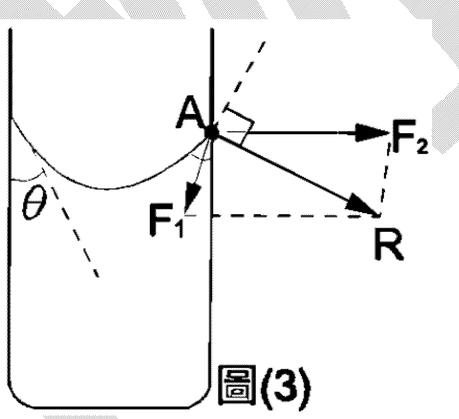
【說明】圖**(1)**說明內聚力與附著力的方向，$F_2>\dfrac{F_1}{\sqrt{2}}$使合力並未垂直於液面如圖**(2)**，故液體分子將向上移動至圖**(3)**成平衡為止。



圖(1)



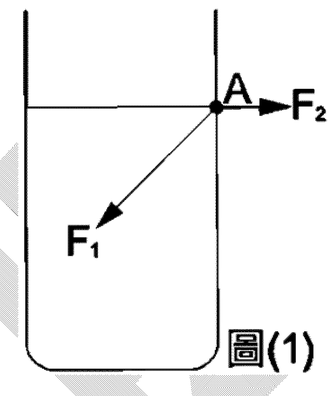
圖(2)



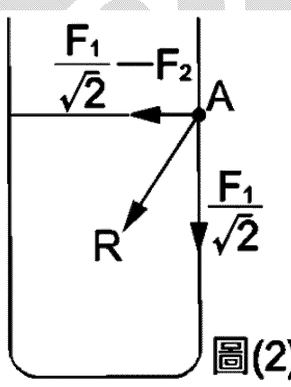
圖(3)

3. $F_2<\dfrac{F_1}{\sqrt{2}}$：接觸角為鈍角，例如：水銀面在周圍形成向下彎曲內縮的弧面。

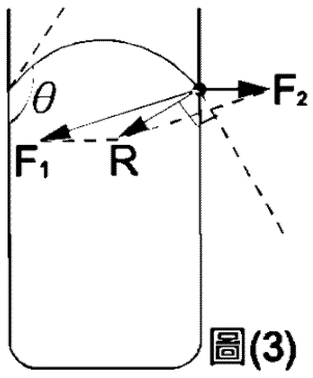
【說明】圖**(1)**說明內聚力與附著力的方向，$F_2<\dfrac{F_1}{\sqrt{2}}$使合力並未垂直於液面如圖**(2)**，故液體分子將內縮移動至圖**(3)**成平衡為止。



圖(1)



圖(2)



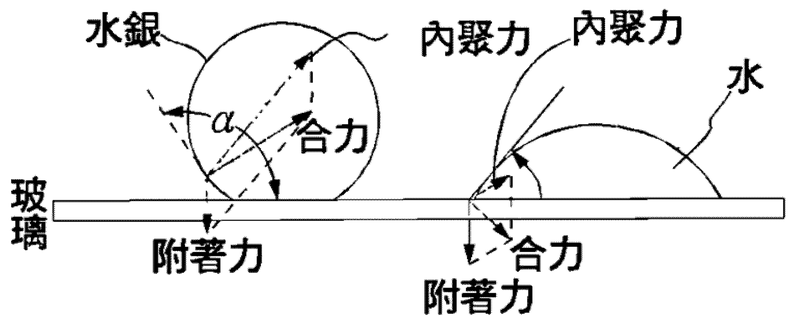
圖(3)

三、桌面上的液滴

當<u>液體靜止時，液面所受的合力必垂直於液體的表面</u>。設F_1為液體分子間的內聚力；F_2為液體分子與管壁分子的附著力；合力為**R**。

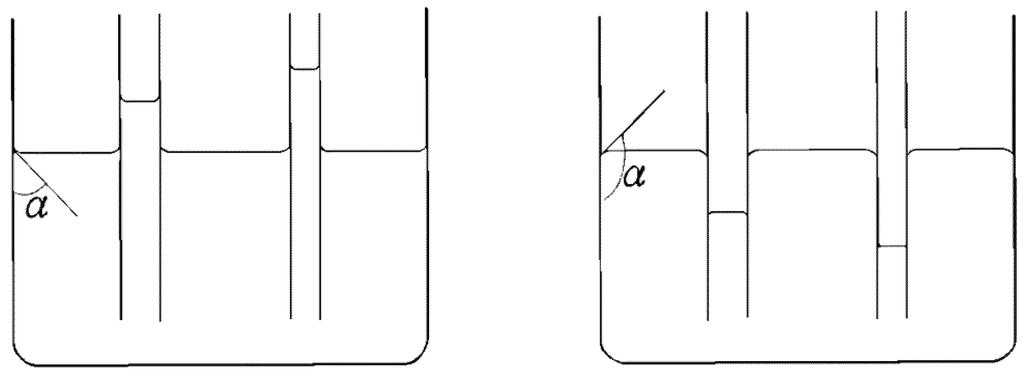
1.水銀：內聚力>附著力，接觸角為鈍角，液滴內縮趨向球狀且不會弄濕介面。

2.水滴：內聚力<附著力，接觸角為銳角，液滴被拉開成扁平狀且會弄濕介面。



四、毛細現象

1.毛細現象：將細長玻璃管插入液中，則在玻璃管中的液體會有升降的現象。



(a)水　　(b)水銀

2.毛細管高度：

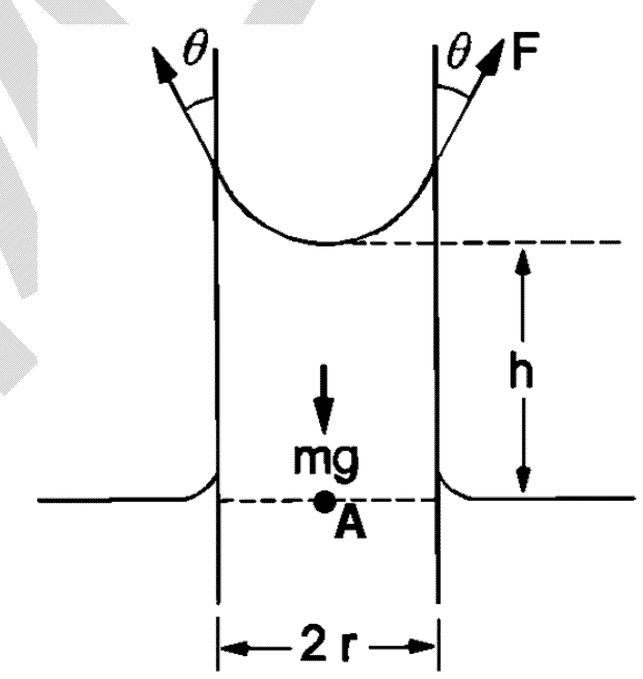
(1)接觸角**<90°**，管內液面高於管外：

底部**A**點向上壓力之合力**+**表面張力**=**液柱重量**+**頂端空氣壓力之合力

$$P_o\pi r^2 + 2\pi rT\cos\theta = \rho\pi r^2 hg + P_o\pi r^2$$

$$2\pi rT\cos\theta = \rho\pi r^2 hg$$

$$h = \frac{2T\cos\theta}{\rho gr}$$



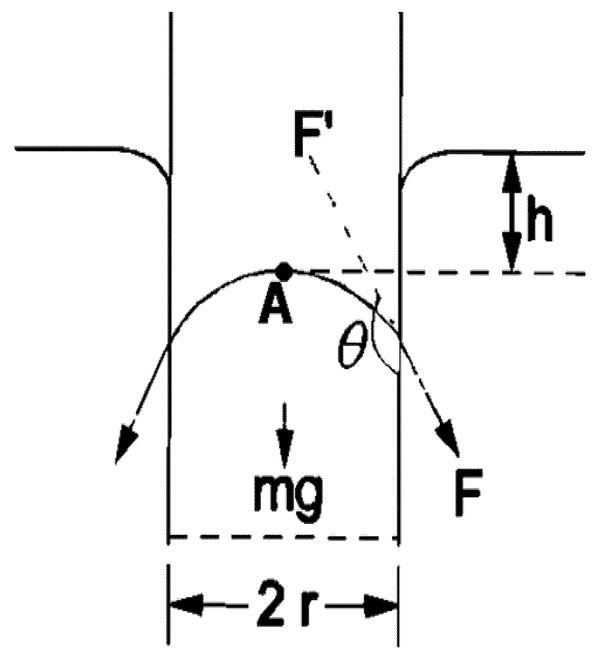
(2)接觸角**>90°**，管內液面低於管外：

A點向上壓力之合力**=**頂端向下空氣壓力之合力**+**表面張力

$$(P_o + \rho hg)\pi r^2 = P_o\pi r^2 + 2\pi rT\cos(180° - \theta)$$

$$\rho hg\pi r^2 = -2\pi rT\cos\theta$$

$$h = -\frac{2T\cos\theta}{\rho gr}\ (\because \theta > 90° \Rightarrow \cos\theta < 0)$$



3.毛細現象例子：

(1)濕頭髮**(**毛筆**)**因張力聚在一起。

(2)種植物需鬆土，土壤空隙有毛細現象使水份上升。

(3)針上塗蠟改變接觸角。

(4)酒杯中的酒可以高出水面，而不流出。

(5)酒精燈的燈蕊是用棉線拈成一束，酒精經由棉線間的空隙上升。

(6)毛巾的一端浸入水中，則整條毛巾會濕濕。

(7)方糖的一端沾上水漬，則整顆方糖會漸漸潮濕。

(8)植物內的維管束輸送根部的水分及養分。

吳錫玠物理

※表面張力

例 36.取一小塊薄木板裁成船形，船頭上端沾上牙膏後置於水槽內，有關小船的敘述下列何者正確？ (A)小船前進，因船頭的水表面張力減小 (B)小船前進，因船頭的水表面張力增大 (C)小船後退，因船頭的水表面張力減小 (D)小船後退，因船頭的水面張力增大。答：(C)

類 1.水分子和蠟分子間的附著力以 A 表示，水分子的內聚力以 B 表示，若將水滴在塗蠟的玻片上則 (A)水滴近似球形，因 A>B (B)水即平舖玻片上因 A>B (C)水滴近球形，因 B>A (D)水即平舖玻片上，因 B>A。答：(C)

類 2.燒熱的鐵絲接近撒有少許石松粉的水面中央時，水面自中央向周圍擴張，是因為 (A)水溫升高，表面張力增加 (B)水溫升高，表面張力減小 (C)水溫高低和表面張力無關 (D)水中有雜質，表面張力增加。答：(B)

類 3.有關表面張力的敘述，哪些是正確？ (A)表面張力是分子內聚力造成的 (B)溫度愈高，表面張力愈大 (C)液體含有雜質時，表面張力會變小 (D)表面張力可用 N/m 作單位 (E)在繞地球作圓周運動的太空梭中，液體沒有表面張力。答：(A)(C)(D)

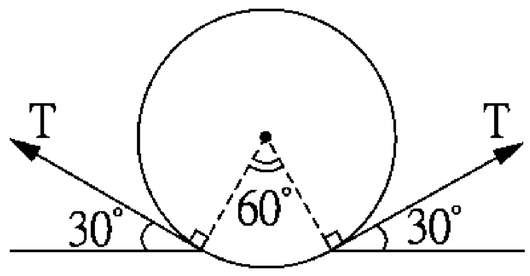
類 4.下列有關液體現象之敘述何者正確？ (A)固體中液體中受有浮力，是由於壓力差而產生的 (B)靜止液體中某點壓力若變為 2 倍，則其他各點之壓力也必同時變為 2 倍 (C)液體之表面張力使液體的表面積縮至最小值 (D)在靜止液體中，任兩點之壓力差只與兩點之垂直高度差和液體密度有關 (E)因液體的表面張力作用，使玻璃管吹成的肥皂泡在嘴離管後肥皂泡即行縮小。答：(A)(C)(D)(E)

類 5.下列敘述何者為表面張力之結果？ (A)液管滴下之水常成球狀 (B)表面張力作用結果使液體表面積有縮小的趨勢 (C)用玻璃管吹肥皂泡，嘴離管後肥皂泡即縮小 (D)昆蟲能在水面行走 (E)杯內水面高出杯口而不外溢。答：全

類 6.下列敘述何者不正確？ (A)液體的表面有使其表面積縮小之力稱為表面張力 (B)同液體溫度愈低，表面張力愈小 (C)將同一支毛細管插入不同之液體中，管內液面升降高度均相同 (D)毛細管內液柱高度，僅與液體管壁間之附著力有關，不受重力影響 (E)荷葉上之水珠呈球形，是因水分子內聚力大於與葉面分子的附著力的結果。答：(B)(C)(D)(E)

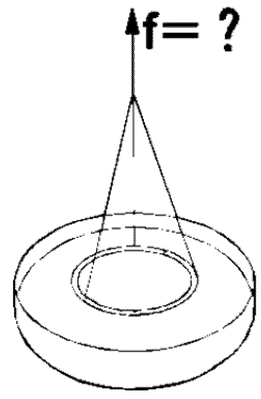
※表面張力⇨液體表面

例 37.有一質量為 m 公斤之細圓柱形針，長度 L 公尺，輕輕平放於水面。由於水的表面張力使其浮於水面，其橫截面如圖所示，試求水的表面張力為多少牛頓/公尺？答：$\frac{mg}{L}$



例 38.一半徑 R，重 W 之細金屬環，今將其由液中水平提起，當其離液面之際需用力 f 始可平衡，如圖所示，則液體表面張力若干？答：$\frac{f-W}{4\pi R}$

類 1.下圖是一半徑 R，重 W 之細金屬環，今將其由表面張力為 T 的液中水平提起，當其離液面之際需用力若干始可平衡？答：$W+4\pi RT$



類 2.有一細金屬環，圓周長為 L，重量為 W，將其自機油中鉛直提起，當其離開液面的時候，必須施力 1.2 W，則機油的表面張力為_____。答：$\frac{W}{10L}$

類 3.針浮於水面與水面接觸角為 120°，針長 10 cm、質量 0.8 g，則當時水的表面張力為_____N／m。答：7.8×10^{-3}

類 4.若水面靜止後，恰可支持長 5 公分、重 0.7 公克的鋼針一枚，則此時水的表面張力為多少牛頓/公尺？(設 g=10 m/s^2) (A)0.07 (B)0.035 (C)0.014 (D)0.14 (E)0.35。答：(A)

類 5.若已知肥皂液的表面張力在 20℃時為 25dyne/cm，置長 3cm 之針不下沈，針重若干？答：150dyne

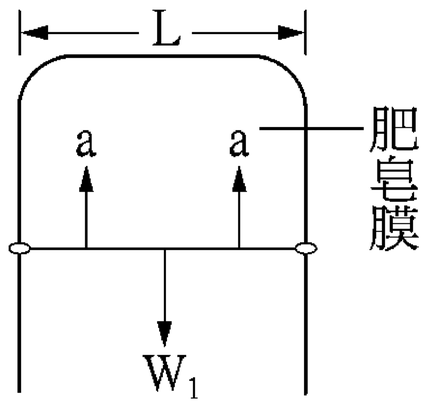
類 6.設水之液面在 20℃時，恰可支撐一長為 0.040 公尺的縫衣針，此時表面張力 72.8dyne/cm。問此針之重量為多少？答：0.6gw

類 7.已知 15℃時水的表面張力為 7.2×10^{-2} 牛頓/公尺，此時恰可支撐一長 5 公分的縫衣針，則此針重量為多少牛頓？答：7.2×10^{-3} 牛頓

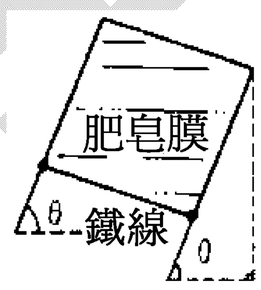
吳錫玠物理

※表面張力⇨肥皂膜

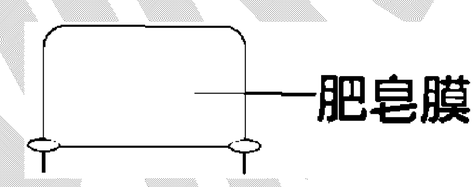
例 39.一長度為 L，重量為 W_1 之細鐵桿，受皂膜之表面張力作用以 a 之加速度向上運動(如圖所示)。今在細鐵桿上掛一重量為 W_2 之小物體後，細鐵桿變為以 a 之加速度向下運動，則皂膜之表面張力為_____(以 W_1、W_2 及 L 表示之)。【89 日大】答：$\dfrac{W_1(W_1+W_2)}{(2W_1+W_2)L}$



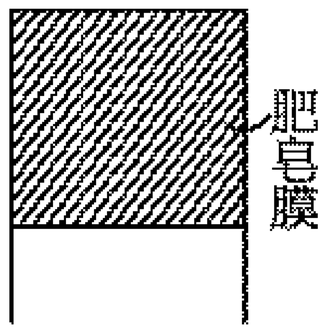
類 1.如右圖裝置鐵線 0.5 克重，3 公分長，框的傾斜為_____度時，恰保持平衡。(不計摩擦，肥皂液的表面張力為 49 達因/公分) 答：37°



類 2.如右圖，細桿之質量為 10g，長度 20cm，恰成平衡，則皂膜之表面張力為？答：0.25gw/cm



類 3.如圖，細桿質量為 8 公克、長度 20 公分，恰成平衡，則肥皂膜的表面張力為何？ (A)0.4 (B)0.25 (C)0.9 (D)0.8 (E)0.2 gw／cm。答：(E)



類 4.話說有隻未卜先知龜，因其靈驗而出名。

這天，阿甲阿乙和阿丙三人一起跑去看。

主人介紹說：「這就是未卜先知龜，想知道什麼事，就問吧。」

「請問我養了幾隻羊？」阿甲問

只見烏龜將把牠的頭伸進伸出 33 次...

「烏龜說你養了 33 頭羊。」主人說

「哇！好準！」阿甲說

「請問我有幾個兒女？」換阿乙問道

只見烏龜同樣的又做起了伸頭的動作 5 次。

「牠說你有 5 個兒女。」主人說。

阿乙聽了之後點點頭

不信邪的阿丙，打算要出一道難題來考考這隻烏龜...

「我老婆現在正在做什麼？」

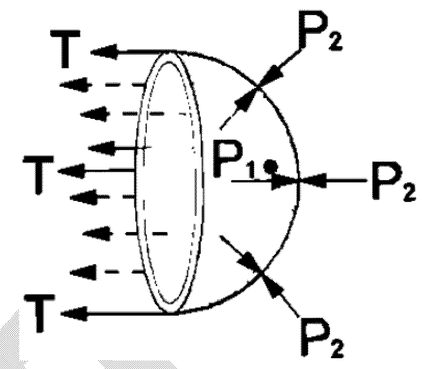
阿丙得意地問出這個題目，他心想，這下子牠一定答不出來了。

此時，卻看見小烏龜緩緩的爬起來，然後十分辛苦的往後仰躺在桌子上，不斷揮動牠的四肢.....

吳錫玠

※表面張力⇨肥皂泡

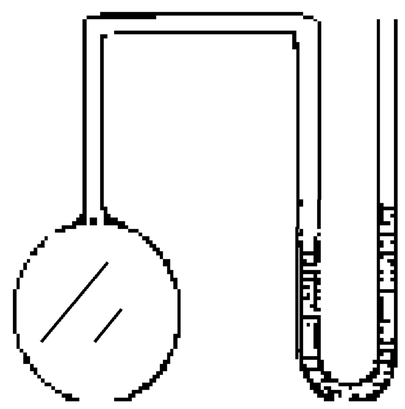
例 40.一肥皂泡膜半徑 R，表面張力 T，則皂泡內外壓力差為 $P-P_a=$ (A)$\frac{2T}{R}$ (B)$\frac{4T}{R}$ (C)$\frac{2\pi T}{R}$ (D)$\frac{\pi T}{R}$ (E)$\frac{4T}{\pi R}$。(P_a：大氣壓力) 答：(B)【※肥皂泡膜有兩面】



類 1.有一半徑為 r 的小水珠，不計重力，則水珠內壓力及水珠外大氣壓力的關係為何？(設水之表面張力為 T)答：$P_i-P_o=\frac{2T}{r}$【※水珠只有單面】

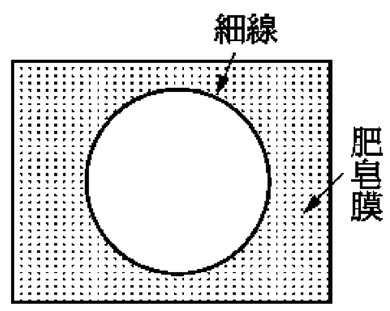
類 2.(1)假設有一個肥皂泡膜半徑為 R，表面張力為 S，外面大氣壓力為 P_0，則肥皂泡膜裡面的壓力為多少？(不考慮膜的厚度)
(2)假設肥皂泡膜的表面張力為 S，則吹起一個半徑為 R 的肥皂泡膜需對肥皂泡膜作多少功？答：(1) $P=P_o+\frac{4S}{R}$；(2) $W=2\pi R^2 S$

類 3.右圖是開口壓力計，用來測左邊肥皂泡泡內的壓力，發現左右兩水面高度相差1.2×10^{-3}公尺，肥皂泡泡的半徑是 1 公分。不計管內水的毛細現象，求肥皂液的表面張力。答：2.94×10^{-2}nt/m

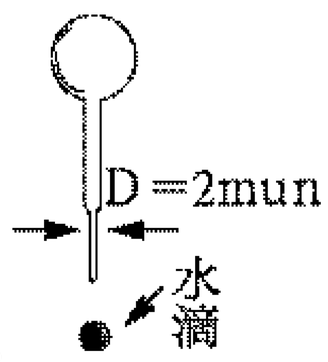


【提示】由前面曾解過皂泡之壓力差 $P-P_a=\frac{4T}{R}$，在此題中要注意公式之單位，要用 M.K.S.制。

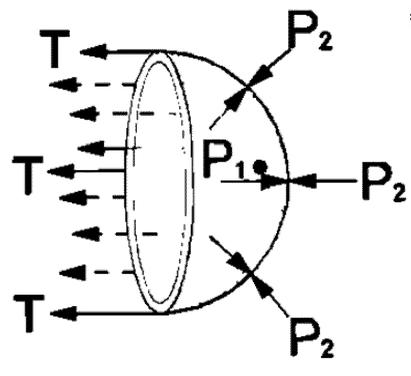
類 4.在一圓形的金屬線框上，沾上肥皂泡膜，將一條細線圈輕置於膜面上，今將線圈內的皂膜戳破，結果形成一半徑為 r 的圓形，如圖，若液體的表面張力為 S，則細線上的張力為_____。答：T＝2rS



類 5.一滴管管口內徑（直徑）為 D＝2 mm，設水的表面張力是7.28×10^{-2}牛頓／公尺。現滴管內有 M＝1.2 克的水，使管子鉛直，滴出水滴，一共約可以有幾滴水滴？ (A)19 (B)21 (C)24 (D)26 (E)30。答：(D)



類 6.如圖所示，半徑 R=5cm 的小肥皂泡沫，其球內外壓力差為 $2.4\,Nt/m^2$，其表面張力 T 為何？答：0.03Nt/m



吳錫玠物理

※毛細現象

例 41.下列有關界面現象的敘述，何者正確？(A)油在水面上會形成薄膜，因此油的表面張力比水大 (B)液體的表面張力隨液體溫度上升而減少 (C)露珠凝成球狀是由於表面張力作用的結果 (D)將毛細管插入液體中，若管內液柱上升，則液面呈凸型 (E)相同材料的毛細管插入同一液體中，管內外液面的高度差與管的內半徑成反比。答：(B)(C)(E)

類 1.將一細長玻璃管插入水中，則 (A)管內水面的高度與管子粗細無關 (B)管內水面呈凹面 (C)管內水柱高度受重力影響 (D)管內的水與玻璃管壁的附著力大於水的內聚力。【82 夜大】答：(B)(C)(D)

類 2.有一毛細管水上升的高度為 h，今在 h/2 處挖一小孔，經一段時間後，下列敘述何者正確？(A)水高仍為 h，但水由小孔繼續流出 (B)水高小於 h，但大於 h/2，水繼續由小孔流出 (C)水高仍為 h，但由於大氣壓力，水不由小孔流出 (D)水高小於 h，但大於 h/2，水不流出 (E)水高小於 h/2。答：(C)

類 3.下列何者與毛細管現象有關？ (A)粗細不同之管子內液面高度皆相同 (B)不同液體在管內升降現象不同 (C)液柱高度受重力影響 (D)管子愈細，升降現象愈明顯 (E)液體和管壁有附著力作用。答：(B)(C)(D)(E)

類 4.下列敘述何項為毛細現象？ (A)溫度計內液體之昇降 (B)油燈之燈蕊可使燈繼續點燃 (C)毛巾下端浸入水中，上端會逐漸溼掉 (D)鋼筆筆尖之設計，使墨水在書寫時繼續流出 (E)水壓機的應用。答：(B)(C)(D)

類 5.下列現象中何者曾局部利用毛細現象？ (A)鋼筆墨水用完後，可再吸滿墨水 (B)寫毛筆時，將筆在墨盤上磮黑 (C)油燈之燈蕊吸油 (D)樹根吸收水分，經導管輸送至各枝葉 (E)毛巾部分浸入水中經至溼潤大部分答：(B)(C)(D)(E)

類 6.影響毛細管內液面高度差之因素有： (A)表面張力 (B)接觸角 (C)液體面積 (D)管內徑 (E)大氣壓力。答：(A)(B)(C)(D)

類 7.下列有關「表面張力與毛細現象」的敘述，何者正確？ (A)表面張力是指使液面的表面積縮成最小的力 (B)表面張力是指液面邊緣單位長度所受的垂直拉力 (C)提高液體溫度，可以增加液體的表面張力 (D)毛細現象是液體分子內聚力與附著力交互作用的結果 (E)提高液體溫度，可以增加毛細管中液柱上升的高度。答：(A)(B)(D)ABD

※毛細現象⇨毛細管

例 42.設有一長 L 的縫衣針，其質量為 M，置於某液體(密度為 ρ)之液面上，恰好為其液面的張力所支撐而不致下沉。若垂直於液面插入一毛細管於此液體中，其內管望與液面之夾角為 θ，若管內外液面差為 H 時，請問毛細管的內半徑為

(A) $\dfrac{M\sin\theta}{\rho HL}$ (B) $\dfrac{M\cos\theta}{\rho HL}$ (C) $\dfrac{M}{\rho HL\cos\theta}$ (D) $\dfrac{M}{\rho HL\sin\theta}$ 。【86 夜大】答：(B)

類 1.將內直徑為 2mm 玻璃管鉛直插入水銀中，設水銀的表面張力為 470dyne/cm，與玻璃之接觸角為 $140°$，求管內外水銀面高度之差？($\cos 140° = -0.766$)答：0.54cm

類 2.設一細玻璃管半徑為 1×10^{-3} 公尺，插入盛有水銀的器皿中，管內液面與管壁成 $127°$，已知管內外液面差為 5×10^{-3} 公尺，則水銀表面張力為多少？(水銀密度為 $13.6\,g/cm^3$，重力加速度為 $10\,m/s^2$)(A)0.57 (B)5.7 (C)0.057 (D)0.0057 (E)56.7 N/m。答：(A)

類 3.一乾淨玻璃做的毛細管內半徑為 0.25×10^{-3} 公尺，插到純水中，水的表面張力為 7.28×10^{-2} 牛頓/公尺，水密度為 10^3 公斤/立方公尺

(1)毛細管內水面高度比管外高多少？(令水與乾淨的玻璃的接觸角是 0)答：5.9cm

(2)如果毛細管露出管外水面的高度只有 1 公分，管內的水會怎麼辦？答：不會流出，會改變接觸角 $\alpha = 80.4°$

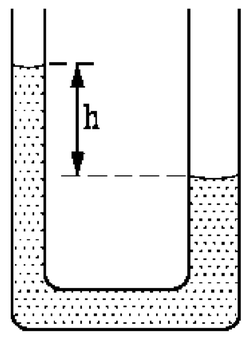
類 4.將同一細管插入 A 液中與插入 B 液中，管內液面較管外液面相差高度之比為若干？(設 A、B 二液體之表面張力為 60dyne/cm及 30dyne/cm；比重為 0.8 及 0.7，接觸角相同) 答：7：4

類 5.1893 年奧地利植物學家 Josef Bohm 認為水的輸送受三個因素影響：滲透壓、毛細現象、葉的蒸發。高 50m 的樹木之木質管(流通樹汁的管)，其半徑為 2×10^{-4}mm 的均勻圓柱體。如果表面張力是 0.05Nt/m，且接觸角是 45°，則使水分自根部到達樹頂的最小壓力應有多少？答：1.4×10^{5}nt/m^2

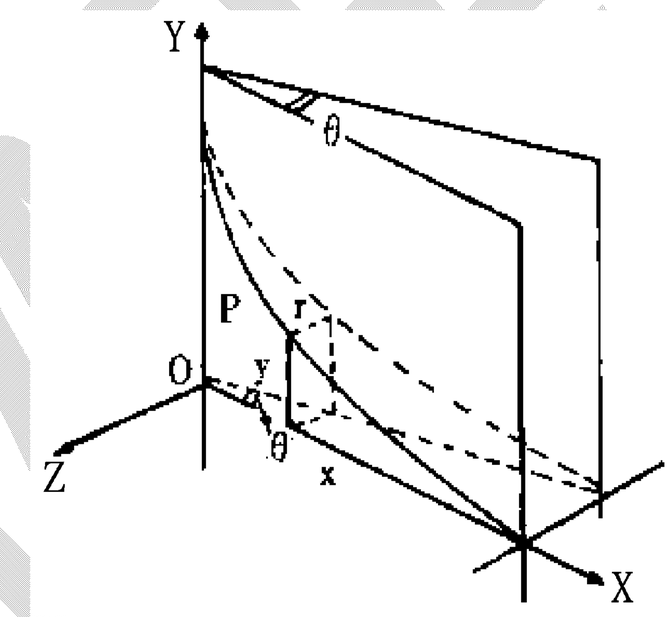
類 6.設有一長為 4×10^{-2} 公尺的縫衣針，其重量為 5×10^{-4} 公斤，置於盛有某液體(密度為 $1.25\times10^3\ kg/m^3$)之液面上，恰好為其液面的張力所支撐而不致下沈。今將一內直徑為 1×10^{-3} 公尺的玻璃管插入槽中，測得內管壁之液面與管壁成 $37°$，則管內外的液面高度差為若干？(g=10Nt/kg)答：0.016 公尺

※毛細現象⇨高度差

例 43.如圖所示，一 U 型毛細管，左右兩管的內半徑各為 r_1 及 r_2 $(r_1 < r_2)$。已知管內液體的密度為 ρ，液體與玻璃的接觸角為零，兩管的液面高度差為 h，則該液體的表面張力為_____。【81 年大學】答：$\dfrac{\rho h g r_1 r_2}{2(r_2 - r_1)}$

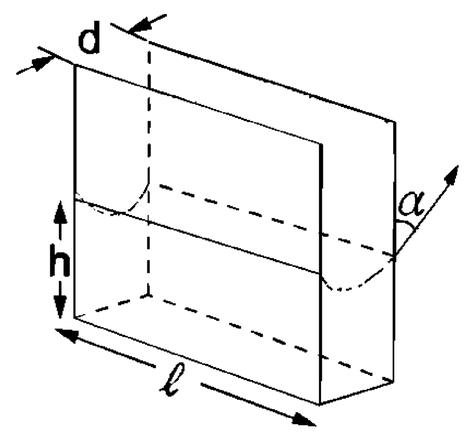


例 44.右圖是兩塊大矩形玻璃板，一邊夾緊成共同邊，然後張開 θ 角，再把此裝置插入水中，水面與玻璃板的邊線成雙曲線，求其軌跡？(已知水密度 ρ，表面張力 T，接觸角 α，θ 角很小) 答：$\because xy = \dfrac{2T\cos\alpha}{\rho g\theta}$=定值∴液面成雙曲線

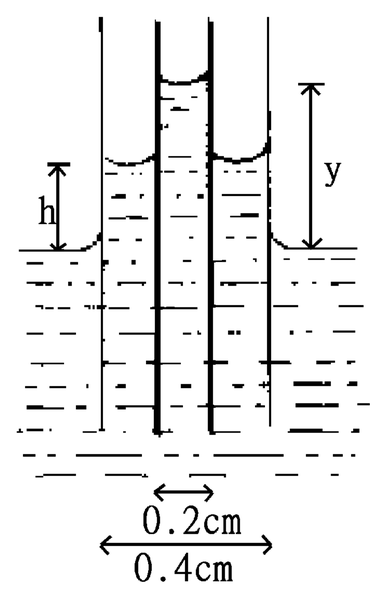


類 1.(1)兩片平行板插入一液體中，求其間因毛細現象，造成液體上升之高度表示式。答：$\dfrac{2T\cos\alpha}{\rho g d}$

(2)將相距 0.5mm 的兩片平行玻璃板插入水中，設接觸角爲零，水在兩板間上升多高？(水之表面張力爲 72.8dyne/cm)答：2.97cm



類 2.有一細玻璃管，其內直徑爲 1 ㎜，外直徑爲 2 ㎜，今將其插於內直徑爲 4 ㎜之粗玻璃管中央，一同鉛直插入水杯中，設水之表面張力爲 75dyne/cm，與玻璃之接觸角爲 0°，求 (a)細管內水面較杯中水面高出若干？ (b)兩管間水柱高爲若干？答：(a)3.1cm；(b)1.53cm



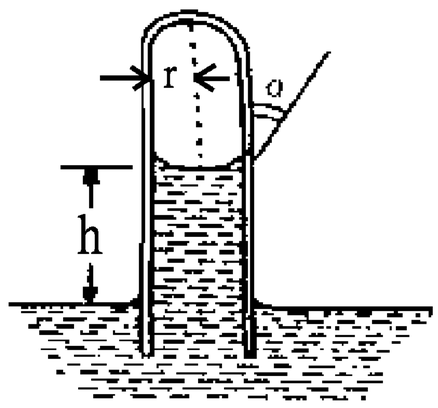
類 3.二毛細管在水銀中，下降之高度比 1：2，則在水中上升之高度比爲

(A)1：2 (B)2：1 (C)1：$\sqrt{2}$ (D)$\sqrt{2}$：1 (E)1：1 。答：(A)

類 4.兩片沾濕的玻璃疊在一起後很難拉開，其原因是 (A)水的粘性很強 (B)兩玻璃板間的吸引力很強 (C)夾板間的水呈內凹之彎曲形，內面壓力比外面大氣壓力小 (D)夾板間的水呈外凸之彎曲形，內面壓力大於外面大氣壓力 (E)兩板間呈真空狀態。答：(C)

※毛細現象⇨托里切利實驗

例 45.一細玻璃管其內半徑為 r，管內封入某氣體後，倒置於某液體中(如圖所示)。今測得管中液面較管外液面高 h，且液面與管壁之接觸角為α。若液體的密度為ρ，表面張力為 T，管外大氣的壓力為P_0，重力加速度為 g，則管內氣體的壓力為_____。【85 日大】答：$P_o+\dfrac{2T\cos\alpha}{r}-\rho gh$



類 1.某生用水銀做托里切利實驗，所用之玻璃管太細，以致發生毛細現象，今測得細玻璃管的內半徑為 r，管內較管外高出 h，且液面與管壁的接觸角為α，若水銀密度為ρ，表面張力為 T，重力加速度為 g，則管外的大氣壓力實際應為多少？答：$\rho hg-\dfrac{2T\cos\alpha}{r}$

類 2.某一天大氣壓力為 950 毫巴，而水銀的表面張力為 465dyne/cm，

(1)若沒有任何表面張力效應、則其高度多高？($\rho_{水銀}=13.6g/cm^3$)答：71.3cm

(2)若氣壓計管之內直徑為 2mn，則其水銀柱有多高?(接觸角為 135°)答：70.8cm

類 3.以內徑為 2×10^{-3} 公尺的玻璃管做的水銀氣壓計，測定某日大氣壓力，若水銀柱高為 71.2 公分，已知水銀的表面張力為 4.65×10^{-1} 牛頓/公尺，且水銀與玻璃的接觸角為 135°，則此日實際大氣壓力是多少？71.7cm-Hg

類 4.在 S.T.P.下某生用水銀做托里切利實驗時，所用玻璃管太細，以致發生毛細現象，則 1atm 所能支持水銀柱高為 (A)76cmHg (B)大於 76cmHg (C)小於 76cmHg (D)無法判定。答：(C)

類 5.某一天大氣壓力為 950 毫巴，而水銀的表面張力為 465dyne/cm，接觸角135°，氣壓計管之內直徑至少要多大，才能使毛細現象所引起液面下降之修正低於 0.01cm 汞柱？答：10cm

類 6.有一對新婚夫婦，老婆慾望非常高，每天都要『那個』。

老公就說：「完蛋了，這樣搞下去，我一定殘廢… 老婆那這樣子好了，從現在開始要收費，這樣子我才比較有保障：陽台一萬，廚房裡兩萬，浴室裡四萬，臥室十萬塊錢！」老婆二話不說拿出十萬。

老公說：「來吧！我們臥房見！」

「等一下！陽台… 十次，」老婆說。

吳錫玠物理

10-6 白努力方程式(只考觀念，不考計算)

一、流體動力學

1.流體動力學：描述流體在空間中的速度及壓力隨時間變化的關係。

2.穩流：又稱為層流，可用「流線」的概念描述。

(1)流線：每一條流線代表流體中質點的運動軌跡。

(2)不同的流線不會相交。

(3)流線上各點的切線方向就是質點通過該點的速度方向。

(4)流體中的不同質點，如果通過空間中的同一點，會遵循同一條流線運動。

3.理想的穩流體：

(1)流體沒有粘滯性，不會因內部摩擦而消耗能量。

(2)流線上每一點的速度和壓力保持定值，不隨時間而改變。

(3)流體不會轉動。

(4)流體具有不可壓縮的性質，及密度保持一定，不受壓力的影響。

二、流體的連續性方程式

連續性方程式：$A_1v_1 = A_2v_2$

【證明】設流體密度 ρ

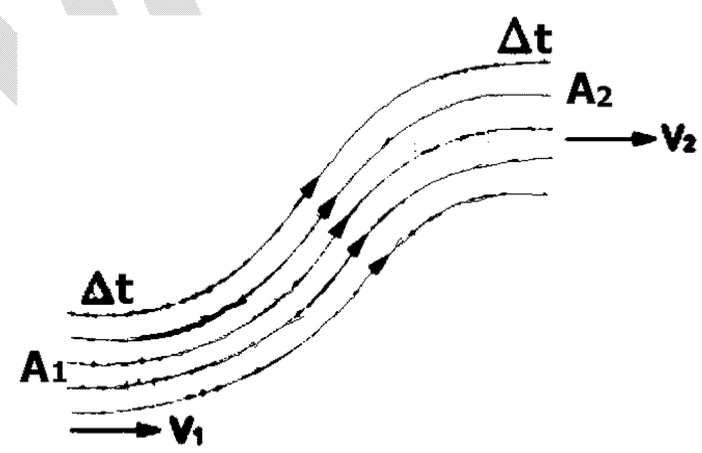
因質量守恆

流入 $\mathbf{A_1}$ 的流體質量＝流出 $\mathbf{A_2}$ 的流體質量

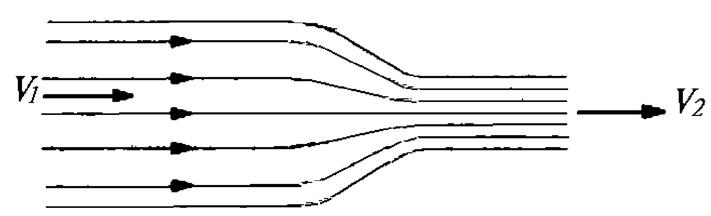
流入 $\mathbf{A_1}$ 的流體質量 $\Delta m_1 = \rho(\Delta V_1) = \rho(A_1\Delta L_1) = \rho A_1 v_1 \Delta t$

流入 $\mathbf{A_2}$ 的流體質量 $\Delta m_2 = \rho(\Delta V_2) = \rho(A_2\Delta L_2) = \rho A_2 v_2 \Delta t$

$\Delta m_1 = \Delta m_2 \Rightarrow \rho A_1 v_1 \Delta t = \rho A_2 v_2 \Delta t \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$



(1)以流線圖表示流體的流動，其中在截面積較小處，流線較密集，代表流速較快。



(2)河水在通過河道寬度狹窄、水淺處，其水流特別湍急。

(3)Av:代表體積流量速率，即每秒鐘流截面 **A** 的流體體積。

三、白努利方程式:1738 年

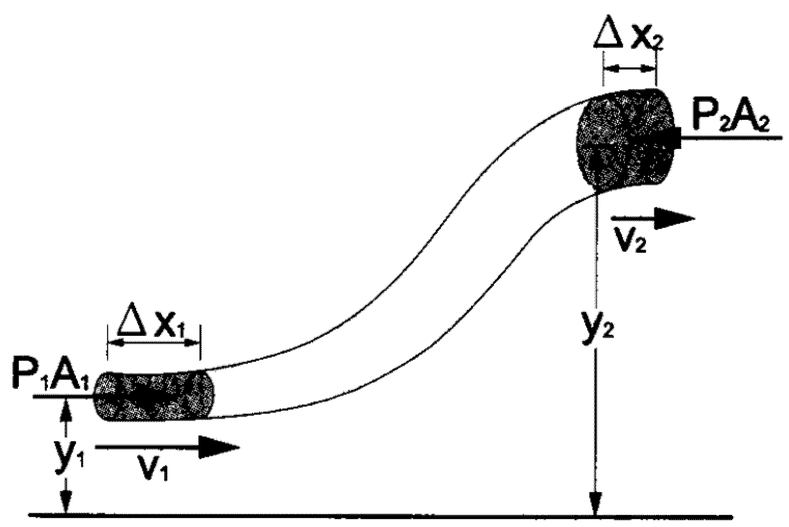
1.白努利方程式：為流體在空間運動時，其該處壓力(P)、速率(v)與高度(y)的關係。

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{定值}$$

【證明】**(1)**質量守恆定律：流入 $\mathbf{A_1}$ 的流體質量=流出 $\mathbf{A_2}$ 的流體質量

$\Delta m = \rho(\Delta V) = \rho(A_1\Delta x_1) = \rho(A_2\Delta x_2)$

所以 $A_1\Delta x_1 = A_2\Delta x_2$



(2)功能原理：淨力所做的功=力學能的變化

輸入功W_1－輸出功W_2＝力學能變化

$$F_1(\Delta x_1)-F_2(\Delta x_2)=(\frac{1}{2}(\Delta m)v_2^2+(\Delta m)gy_2)-(\frac{1}{2}(\Delta m)v_1^2+(\Delta m)gy_1)$$

$$P_1A_1(\Delta x_1)-P_2A_2(\Delta x_2)=(\frac{1}{2}\rho(\Delta V)v_2^2+\rho(\Delta V)gy_2)-(\frac{1}{2}\rho(\Delta V)v_1^2+\rho(\Delta V)gy_1)$$

$$P_1(\Delta V)-P_2(\Delta V)=(\frac{1}{2}\rho(\Delta V)v_2^2+\rho(\Delta V)gy_2)-(\frac{1}{2}\rho(\Delta V)v_1^2+\rho(\Delta V)gy_1)$$

$$P_1-P_2=(\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gy_2)-(\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho gy_1)$$

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho gy_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gy_2=\text{定值}$$

2.白努利方程式的原理**:**

(1)若流體在同一高度時，則 $P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2=\text{定值}$

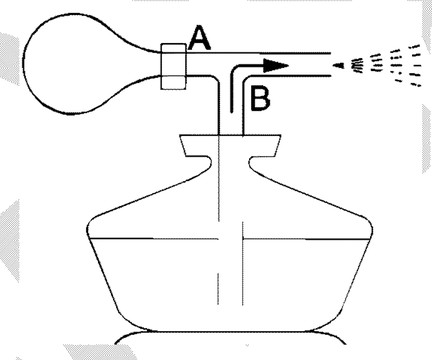
代表流速 **v** 增快時，流體的壓力減少，同理流速 **v** 減小時，流體的壓力增加。

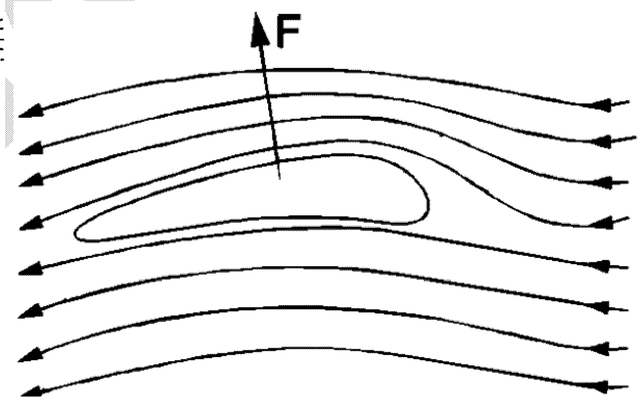
(2)若流體靜止，則 $P_1+\rho gy_1=P_2+\rho gy_2=\text{定值}$

代表 $\Delta P=P_1-P_2=\rho gy_2-\rho gy_1=\rho g(y_2-y_1)$，與靜止液體的壓力公式相同。

3.白努利方程式的應用

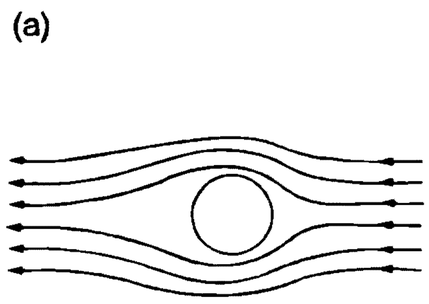
(1)噴霧器：將球泡壓縮時，空氣經由 **A** 管快速流經 **B** 管的頂端開口，造成該處的氣壓低於正常的大氣壓力，結果使瓶中的香水被吸上來。

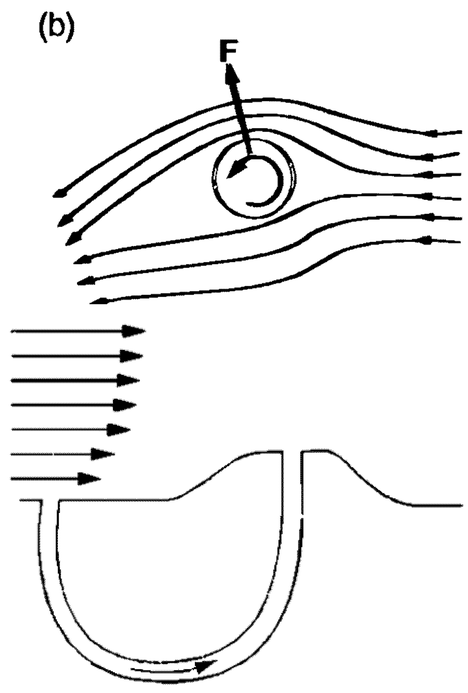




(2)飛機的上升力：上方右圖為飛機飛行時，空氣流經機翼上下方的流線圖。由於機翼的截面形狀，機翼上方的空氣流速較下方快，因此機翼上表面所承受的氣壓比下表面小，所以飛機獲得一向上的推力。

(3)棒球投手投出的變化球：下圖**(a)**中棒球向右方飛行時，所見的空氣流線圖。相對於棒球而言，空氣從右向左流動。





(a)棒球投出時，沒有旋轉，在球上下方的空氣流速相同，因此氣壓也相同。若球速夠快的話，球的前進方向幾乎不變，成為直球。

(b)棒球投出時，加以逆時鐘方向的旋轉，則球上方的空氣流速較下方快，因此上方的氣壓較下方小，球受到一向上的推力，成為上飄球。

(4)利用兩個出口的壓力差，使新鮮空氣被引人洞中，如土撥鼠所挖的地洞，即為此原理之應用。

※白努利方程式的應用

例 46.在流體的運動中有所謂的白努利原理：「當流體沿著一表面流過時，流體對表面所施的壓力會改變，流速越大時，此壓力就會變得越小。」下列四種情況運用白努利原理的為那些？ (甲)機翼上升；(乙)棒球的變化球；(丙)降落傘下降；(丁)的火箭飛行 (A)甲乙 (B)乙丙 (C)丙丁 (D)甲乙丙【85 大考中心題庫】答：(A)

類 1.兩個乒乓球靜置在水平桌面，相距約 1～2 cm 以麥管向兩球中間吹氣，則兩球 (A)互相遠離 (B)互相接近 (C)兩球位置不變 (D)會移動但不能確定分或合。答：(B)

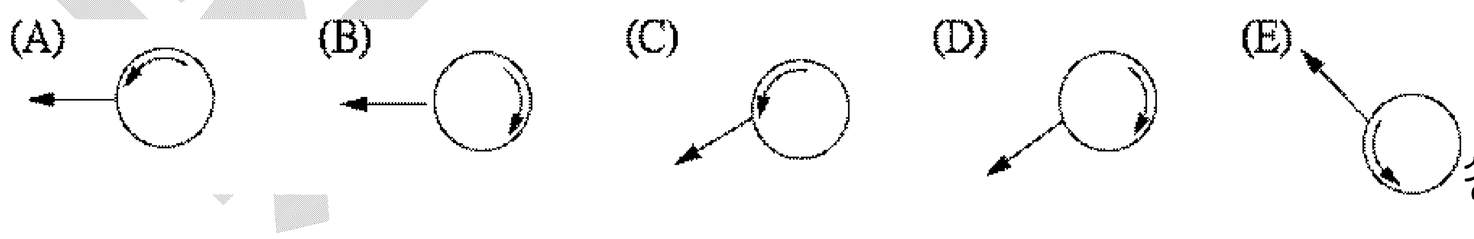
類 2.下列各種運動何者不能用白努利原理說明？ (A)飛機昇高 (B)氣球昇空 (C)降落傘下降 (D)投手投出變化球 (E)噴水池噴水。答：(B)(C)(E)

類 3.下面哪些都是白努利定理的應用？ (A)曲球原理 (B)機翼製造 (C)水流抽氣器 (D)汽車駛過後可帶動地上的紙屑上飄 (E)站在月臺等火車，若火車急駛而過，會得似乎被吸過去。答：全

類 4.在流體的運動中有所謂的白努利原理：「當流體沿著一表面流過時，流體對表面所施的壓力會改變，流速越大時，此壓力就會變得越小。」下列四種狀況運用白努利原理的爲哪些？(甲)機翼上升；(乙)棒球的變化球；(丙)降落傘下降；(丁)火箭飛行 (A)甲乙 (B)甲乙 (C)丙丁 (D)甲乙丙 。答：(A)

類 5.下列何者是「流體力學」的應用？ (A)變化球 (B)噴霧器 (C)吸塵器 (D)飛機的升力 (E)千斤頂。答：(A)(B)(D)

類 6.如下圖表示棒球擲出的方向及球的旋轉方向，何者會使球路由其擲出之方向向上彎曲？



答：(B)(D)

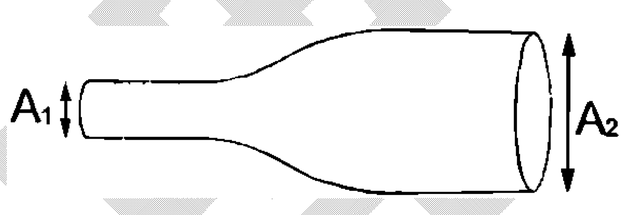
類 7.如圖所示，郭泰源投出一球，球旋轉的方向如圖，依流體力學原理判斷，此球的前進方向爲_____。(填:上飄、下墜、直進)答：上飄

類 8.當空氣流過飛機機翼時，機翼上面： (A)氣流較快，壓力較小 (B)氣流較慢，壓力較小 (C)氣流較快，壓力較小 (D)不變。答：(C)

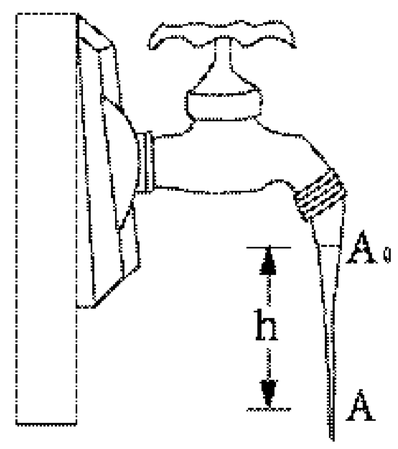
※流體的連續性方程式&白努利方程式

例 47.正常人體靜止時，其大動脈(從心臟帶出血液的主要血管)的截面積 A 為 $3cm^2$，血液速率 v 為 30cm/s，典型的微血管(直徑 6 μm)之截面積 A'為 $3\times10^{-7}cm^2$，流速 u 為 0.05cm/s，問這人體內的微血管數目有多少？答：6×10^9

例 48.類 3.如圖所示，A_1 的截面積為 $1.2\times10^{-3}m$，而 $A_2=3A_1$。當水流經此水管時，在 A_2 的壓力 P_2 為 68200Pa，流速為 4m/s，則在 A_1 的水壓力及流速各為何？答：4200Pa；12m/s

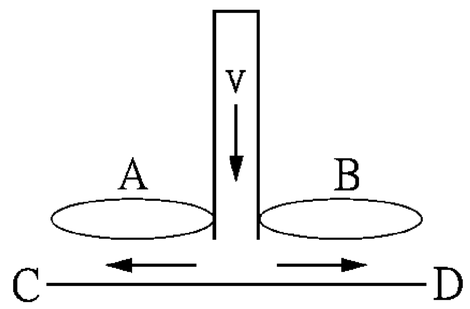


類 1.如圖所示，從水龍頭平順流出的水柱，其截面積隨落下的高度而減小。已知 $A_0=1.0cm^2$，$A=0.25cm^2$，$h=5.0cm$，求水龍頭的流量速率為_____cm^3/s。答：26



類 2.一水龍頭的水流出時，截面積為 $1.20cm^2$，而水流鉛直流至 3.6m 的低處時，其水的截面積為 $0.4cm^2$，則兩處的水流速率各為何？($g=10m/s^2$) 答：3m/s；9m/s

類 3.如圖，圖盤 AB 連接在一空心管的下方，當空氣吹入管中時，盤將吸住薄卡紙 CD，設當時空氣密度為 ρ，卡紙之面積為 A，質量為 m，則欲使紙不落下，盤與空氣速率至少應為_____答：$\sqrt{\dfrac{2mg}{\rho A}}$



類 4.一穩定氣流，水平通過 250 kgw，面積 5 m^2 之機翼，設氣流通過上表面的速率為 70 m/s，通過下表面速率為 50 m/s，設當時空氣之密度為 1.3 kg/m^3，且上下表面差可忽略，則：
(1)作用於機翼面上之上升力為_____N。
(2)上升之淨力約為_____N。答：(1)7800；(2)5350

類 5.一般氣體或液體穩定地流過一條粗細不均勻的管子中的較狹隘部分時，下列敘述何者是對的？ (A)流速變大，壓力變小 (B)流速變小，壓力變大 (C)流速與壓力都變小 (D)流速與壓力都變大。答：(A)