PHYSICS

第十八章

靜電

_____年 _____班 _____號

姓名：_____

吳錫玠老師 編授

第十八章 靜電

18-1 電荷與電量

※原子結構

一、原子模型：

根據實驗，物質都是由許多原子所構成，每個原子本身有一個小而重的核心，叫做原子核，核外還有數個極輕的電子環繞著原子核運動。

原子核中含有質子與中子(氫則不含中子)，質子與核外電子帶等量異性電荷而中子則不帶電。

因原子內所含質子數目和電子數目相等，故在自然狀態之下原子皆呈中性。

二、電的種類：按富蘭克林之命名

正電～～被絲絹摩擦後之玻璃棒所帶之電稱為正電。

負電～～被毛皮摩擦後之塑膠棒所帶之電稱為負電。

註：凡與上述玻璃棒有斥力作用之物體皆帶正電而與塑膠棒相斥者則帶負電。

三、帶電體：組成物體之正、負電荷之質點數不同所形成。

若正電之質子數＞負電之電子數⇒物體對外呈正電性。

若正電之質子數＜負電之電子數⇒物體對外呈負電性。

註：不帶電的中性物體並非內部不含任何電荷，而是具有等數量的正電荷及負電荷。

四、各種物質依導電性質分類：

1.導體～～凡物質中含有可自由移動的帶電質點者稱為導體。

例：如金、銀、銅等。

(1)在金屬導體中，僅帶負電的質點可以自由移動，故藉自由電子而導電。

(2)在液態與氣體導體中，藉正負游子而導電，因正、負電質點均可以移動。

2.絕緣體～～凡物質中所含帶電質點不能自由移動者稱為絕緣體。

例：如玻璃、硬橡膠或乾的木材等。

註：**(1)**導體與絕緣體僅表示導體導電程度之差異，並無絕對之區別。

(2)實際上雖無完全的絕緣體，但熔融石英的絕緣性約為銅的 10^{25} 倍，故就許多種實用目的而言，若干材料可視為完全絕緣體。

(3)同一物質在通常情形下雖為絕緣體，但在電場甚強時便可能變成導體，如 **1atm** 之空氣平常並不導電，但當電場強度超過 3×10^{6} 伏特米時便能導電，而失去其絕緣性。

3.半導體～～導電性介於導體與絕緣體之間，只能單向導電之物體。如矽、鍺。

※其導電性常隨溫度昇高或加入砷或硼等雜質而增大。

※摩擦起電

一、摩擦起電：兩不同物體互相摩擦而使物體帶電之現象。

1.原理：在一般物質內電子遠比正離子容易移動，因此當兩物體互相摩擦時，其中一物體的電子就很可能跑到另一物體上。

2.結果：

(1)電子游離能較低的物體易失去電子而帶正電，電子游離能較高的易獲得電子而帶負電。

(2)摩擦後兩物體所帶的電量恆大小相等，電性相反。

二、電荷量守恆定律

內容：任何一個孤立系統中的電荷"總和"是不變的。

◎說明：由精確實驗，我們可發現自然界任何過程均不能產生淨電荷；當產生一正電荷時，必會同時伴隨著產生一等量的負電荷。

實例：由摩擦所生的正、負電，二者之量相等，絲絹和玻璃棒二者的總電量，恆等於一常數～～零值。

三、電荷的量子化

1.意義：自然界所見的一切電荷都等於"基本電荷 **e** 的整倍數"

⇒即任何出現的電荷 **q**，不論其來源為何，均可寫成 **q=ne**，

n 是正整數或負整數。

2.發展過程：

(1)電的性質，在早期是被視為一種連續的流體。

(2)在 **1832** 年，法拉第**(M. Faraday，1791-1867**，英國實驗物理學家**)**發現「電解定律」，如我們接受物質的原子性質，則此定律隱含了電的不連續性質。

(3)電的「量子性」**(**即「非連續性」之意**)**，到第十九世紀末年因湯木生**(J.J. Thomson)**的研究和洛仁茲**(H.A. Lorentz)**的理論而建立。湯木生量出帶電粒子**(**電子**)**的電荷 **e** 與質量 **m** 的此值 **e/m**。

(4)1909 年，**e** 的值由美國的米立坎**(Robert Andrews Millikan 1868-1953)**用有名的「油滴實驗」準確的測定了。米立坎發現，他實驗中的每一油滴所帶的電量 **q** 總是某一最大公約數 **e** 的整數倍；即 **q＝ne**，**n＝1**，**2**，**3**，……這個最大公約數 **e**，稱為自然界中的電荷的基本單位，數值為 $e=1.60\times10^{-19}$ 庫侖。

※靜電感應

一、靜電感應

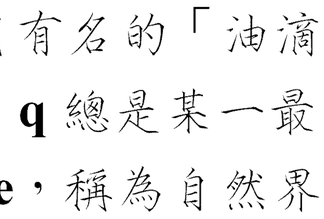
1.意義：由於帶電體的接近**(**非接觸**)**而使導體上正、負電荷分離的現象。

註：聚集於導體不同部分的局部正、負電荷都稱為感應電荷。

2.帶電體對電中性體之吸斥作用

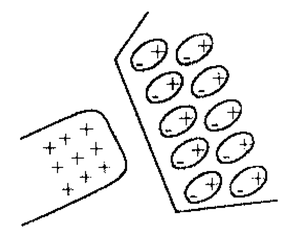
(1)帶電體吸引電中性導體之原因～～

如右圖當不帶電的導體接近一帶正電物體時，導體中的負電質點被吸引至靠近帶電物體的一側，正電荷則留在原處，此時所受引力大於斥力，故被吸引。

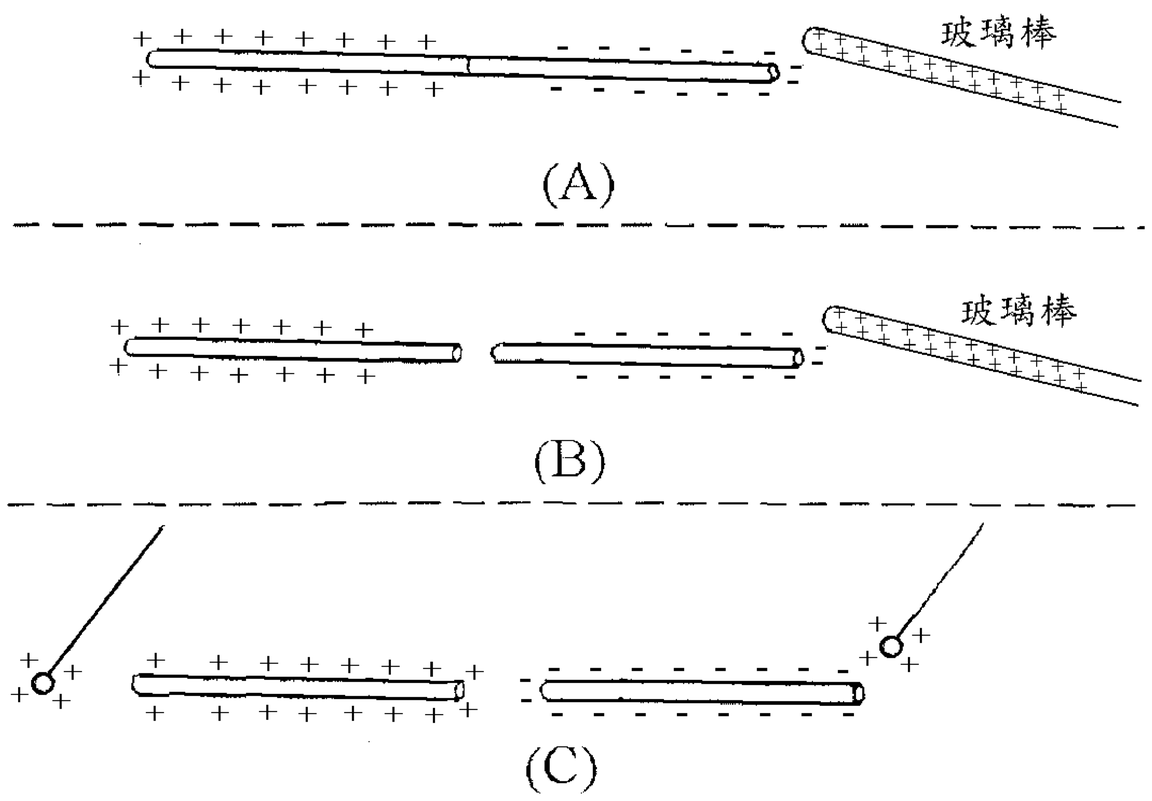


(2)帶電體吸引電中性絕緣體之原因～～

如右圖在不帶電的絕緣體近旁有一帶正電的物體時，絕緣體內的負電質點雖不能自由移動，但每一原子中的正負質點卻能稍稍調整其位置，使每一對正負質點中，負質點較正質點離帶正電物體略近，使每一原子均受到微弱的吸力。



3.原理：利用同性電相斥，異性電相吸之靜電力作用。



4.特性：

(1)靠近帶電體一端所呈電性必與帶電體之電性相反。遠離帶電體一端所呈電性必與帶電體之電性相同。

(2)正、負電荷同時產生，電量相等。

(3)由靜電感應而引起的電量與導體距帶電體的距離有關，距離愈小，導體上的感應電荷愈多，反之則愈少。

(4)感應電荷之電量恆不多於原帶電體之電量。

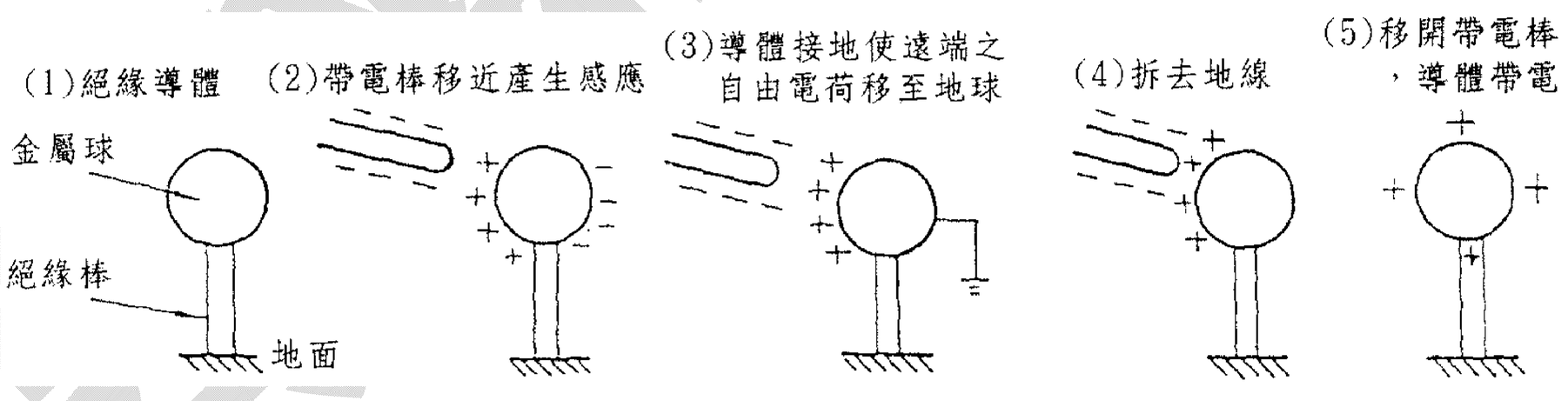
(5)原帶電體的電量，不因靜電感應而改變。

(6)帶電體移去後，導體上電荷立即恢復原狀。

二、感應起電

1.意義：利用靜電感應原理，使物體帶電的現象。

2.方法與步驟：如下圖所示。



註：**a.**摩擦起電多用於使絕緣體帶電，而接觸及感應起電則多用於使導體帶電。

b.利用靜電感應使導體起電後所帶之電荷可正、可負。

※接地即是以一導線(或經人身)將帶電體與地球連接(以⏚為代號)。

三、驗電器

1.用途：可用以檢驗物體：

(1)是否帶電。

(2)所帶之電的性質。

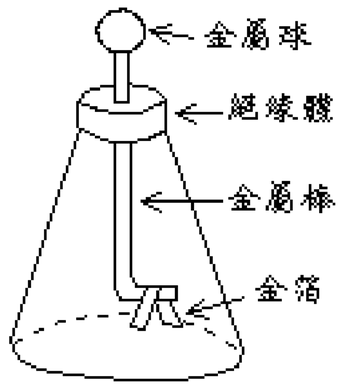
(3)所帶之電量的大小。

(4)驗知物體是否為導體。

2.種類

(1)金箔驗電器

a.構造：由兩片金箔置於上端附有金屬球的金屬棒**(**稱為管莖，**Stem)**下，裝入玻璃瓶內而成。如右圖所示。



b.用途：可檢驗物體：是否帶電；電性；電量；是否為導體。

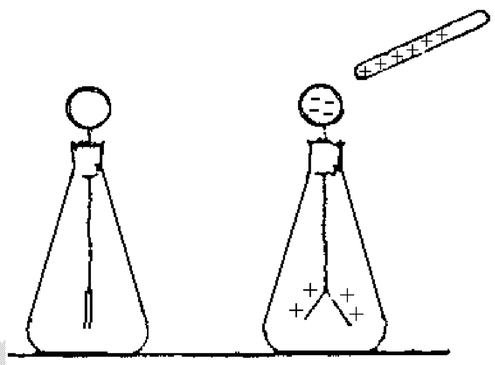
c.原理：

(a)驗電器不帶電**(**金箔垂閉**)**：

◎帶電體靠近或接觸金屬球⇒金箔張開

(此時金箔所生之感應電荷其電性與帶電體相同**)**

◎電中性物體靠近或接觸金屬球⇒金箔仍保持閉垂狀態



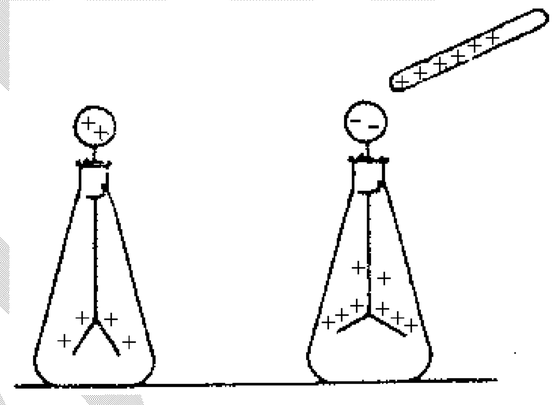
(b)驗電器帶電**(**金箔原張開某一角度**)**：

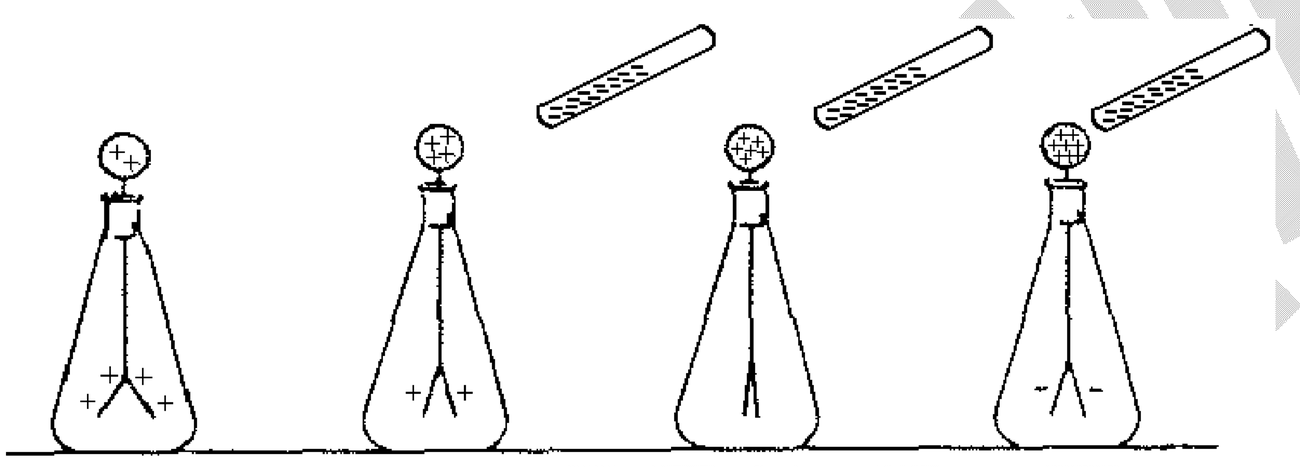
帶電體靠近金屬球⇒

◎金箔角度變大⇒帶電體與驗電器帶同性電

◎金箔角度變小**(**可能閉合再張開**)**

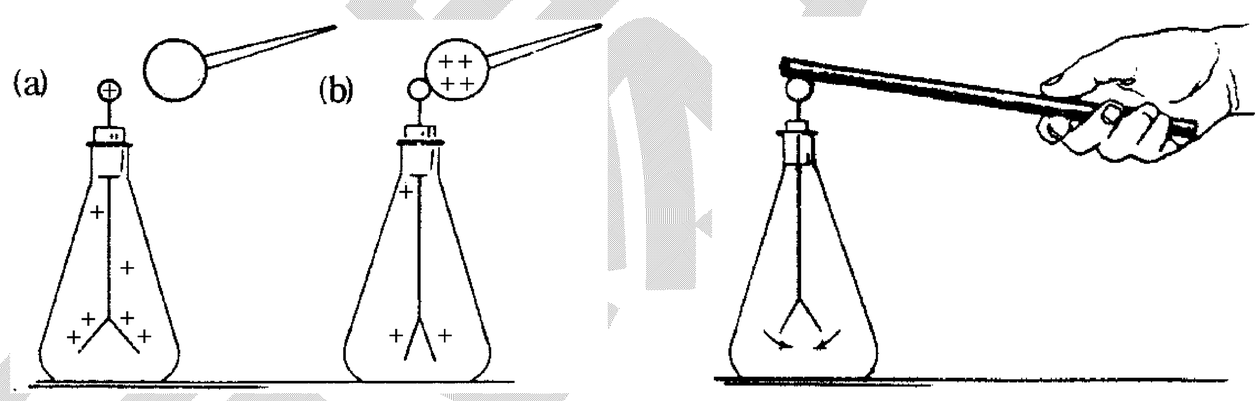
⇒帶電體與驗電器帶異性電





◎若金箔張開角度不變，則物體不帶電。

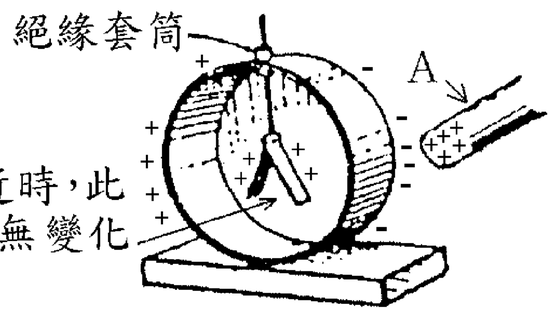
©以一不帶電物體與頂球接觸



◎若金箔張開的角度變小，則此物體為導體**(**如上圖**)**

◎若金箔張開的角度不變，則此物體為絕緣體。

(2)金屏驗電器～～如右圖



a.構造：以金屬殼代替玻璃瓶且金屬殼與金箔所附的金屬管徑間加以絕緣。

b.優點：帶電體靠近時，金屬殼因靜電感應，在殼的兩側出現感應電荷，由於帶電體對金箔的作用電力與感應電荷對金箔的作用電力抵消，故金箔不受外界帶電體的影響，即金屬殼具有屏蔽作用。

※原子結構⇒導體&絕緣體

【觀念&公式】
1.具有可移動帶電粒子者稱為導體，反之稱為絕緣體。
2.可移動帶電粒子多寡與原子結構&游離能大小有關。

例 1.關於"導體"與"絕緣體"敘述，何者是對的？(A)絕緣體可帶電但不可導電 (B)絕緣體帶正電時是因為有正電荷移至絕緣體上 (C)距同大小帶等電量之絕緣體與導體等遠之點電荷所受電力相同 (D)帶電體接近不帶電導體時本身不生感應電荷 (E)手握導體，以毛皮摩擦之可使其帶電。答：(A)

類 1.下列有關絕緣體與導體之作用何者正確？(A)在金屬中可自由運動之帶電質點為電子 (B)絕緣體不能導電故不能帶電 (C)絕緣體亦有屏蔽作用 (D)唯有導體才能產生靜電感應 (E)驗電器必以導體製成。答：(A)(D)(E)

類 2.下列何者可證明電荷量子化，相距一定的兩帶電體間 (A)有靜電力作用 (B)作用力與電量乘積成正比 (C)作用力與距離平方成反比 (D)改變一帶電體之電量其間作用力必有整數倍關係 (E)同(D)有整數比關係。答：(E)

類 3.半導體是 (A)指導電能力介於導體與非導體之間 (B)指導電方向受限制 (C)指導電能力受電壓影響 (D)是一半導體與一半絕緣體合成的。答：(A)

類 4.下列敘述何者正確？(A)絕緣體可帶電，但不可導電 (B)絕緣體帶正電時，是因為有正電荷移到絕緣體上 (C)某點電荷距帶電量、外形完全相同的絕緣體球、導體球等距離，則此電荷與兩球有相同大小的靜電作用力 (D)在導體中，電荷可自由移動，在絕緣體中則否 (E)純水為絕緣體。答：(A)(D)(E)

類 5.一對已分手的情侶不巧又遇見了。
男的很驕傲的問：『新的男友有比我好嗎?』
女方不好意思直說，就如此回答：
『你跟他有如 2001 年和 2002 年的 TOYOTA CAMRY』說完轉頭就走了。
前男友還是不懂她的意思竟打電話到中都汽車北屯營業所問：
『請問 2002 年和 2001 年的 CAMRY 有什麼不一樣？』
營業員在電話中回答：
『馬力強、衝力大、車身長三吋』

※摩擦起電

【觀念&公式】

1.兩物體互相摩擦時，因游離能不同，而產生電子轉移的現象。

2.電子游離能較低的物體易失去電子而帶正電，電子游離能較高的易獲得電子而帶負電。

3.摩擦後兩物體所帶的電量恆大小相等，電性相反。

4.摩擦起電適用於絕緣體。

例 2.下列有關摩擦起電之敘述何者正確？(A)在摩擦時由摩擦力將電子由一物移至另一物而成帶電 (B)被摩擦物必帶正電 (C)摩擦起電必帶等量異性電 (D)手持金屬棒無法使用摩擦使之帶電 (E)兩物摩擦時帶正電者其電子游離能較大。答：(C)

類 1.絲絹摩擦過之玻璃棒會帶正電此過程是 (A)帶正電之質點離開絲絹 (B)帶負電之質點離開絲絹 (C)帶正電之質點離開玻棒 (D)帶負電之質點離開玻棒 (E)在(A)與(D)均正確。答：(D)

類 2.用絲絹摩擦玻璃棒後，玻璃棒帶正電時，則 (A)絲絹帶同量的負電 (B)帶正電的質點由絲絹移至玻璃棒 (C)負電荷由玻璃棒移至絲絹 (D)系統正、負電荷總數不變 (E)俟摩擦產生的熱量都已散盡的時候，帶電的玻璃棒與絲絹的整個系統總能量大於摩擦以前整個系統的總能量 。答：(A)(C)(D)(E)

類 3.貓皮摩擦玻璃棒後，貓皮帶正電的原因是 (A)帶正電之質點由貓皮移向玻璃棒 (B)正電質點由玻璃棒移向貓皮 (C)負電質點由玻璃棒移向貓皮 (D)摩擦後兩棒皆失掉正電質點 (E)負電質點由貓皮移向玻璃棒。答：(E)

類 4.下列有關帶電體的敘述何者正確？(A)帶電體間之作用力，為各個帶電質點間電力之向量和 (B)中性體彼此靠近時，無電力是因其上無淨帶電質點 (C)摩擦起電時，一物體失去負電荷，另一物體失去正電荷 (D)使一物體帶正電，必須由此物體移去電子 (E)摩擦起電時，各物體中的質子數不變。答：(A)(B)(D)(E)

類 5.以下敘述何者為正確者？ (A)握金屬棒於手中，無論怎樣摩擦均不能使其帶電 (B)人立於潮濕之地面接觸電之各種裝置易受電擊，置於乾燥之木板上則否 (C)摩擦起電，夏季較冬季難 (D)欲使棒帶正電，必須移去其所有負電粒子 (E)在潮濕氣候下，摩托車的火星塞不易點火發動。答：(A)(B)(C)(E)

※靜電感應

【觀念&公式】

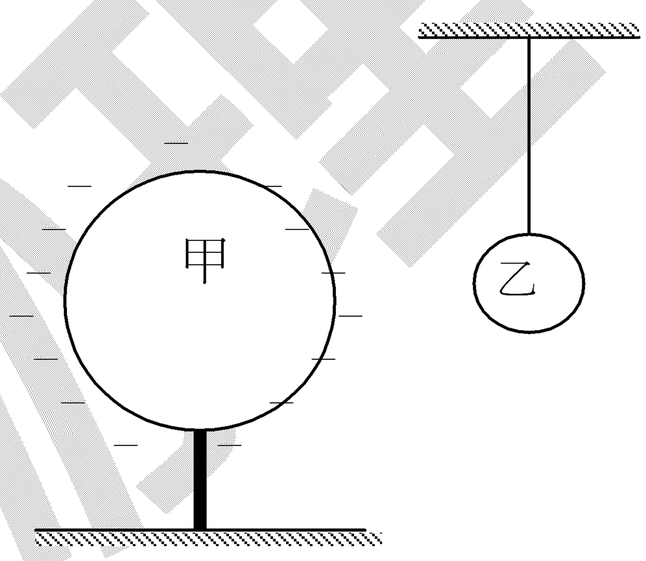
1.帶電體靠近(非接觸)另一物體，而使物體產生正負電荷分離的現象。此分離之正負電荷稱為感應電荷。

2.靠近帶電體一端所呈電性必與帶電體之電性相反。遠離帶電體一端所呈電性必與帶電體之電性相同。

3.正、負電荷同時產生，電量相等。

4.導體&絕緣體皆可產生靜電感應的現象，但導體的效果較明顯。

例 3.一個輕而未帶電的金屬小球乙，用一絕緣線懸吊著，如圖所示。若將一帶電的金屬球甲靠近乙，則下列敘述何者正確？



(A)乙先被甲排斥，然後被甲吸引與甲接觸。

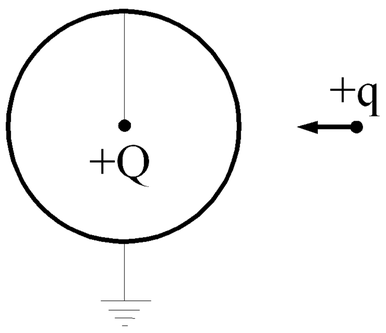
(B)乙被甲吸引，然後一直保持與甲接觸。

(C)乙先被甲吸引接觸甲，然後被甲排斥離開甲。

(D)乙被甲排斥，不可能碰觸甲。

(E)乙不受影響，保持不動。【89 推甄】答：(C)

類 1.設有一接地之金屬球殼，殼內以絕緣體線繫一正電荷＋Q 於球心，如將另一正電荷＋q 由遠處移近球殼(如圖)則下列何種現象會發生：



(A)球殼鄰近一面會帶負電，球殼另一端則帶正電。

(B)電荷＋Q 會受到排斥力。

(C)球殼與＋q 之間會產生吸引力。

(D)球殼內部的電場因＋q 之移動而改變。

(E)將電荷＋q 移近球殼時需以外力對＋q 作正功。【75 日大】答：(C)

類 2.有 A、B、C、D 四個小物體，不計萬有引力，發現四者互相作用之電力為 A、B 互相排斥，C、A 互相吸引；B、D 互相吸引；C、D 互相吸引。則 A、B、C、D 帶電情形為：(A)A、B 必帶同性電 (B)C、D 必帶異性電 (C)C、D 必定有一個不帶電 (D)A、B 必定有一個不帶電 (E)B、C、D 中必定有二個帶異性電，一個不帶電。答：(A)(C)(E)

類 3.點電荷與一接地的金屬球接近，但不相接觸，此電荷與球心之距離為 r。測量此電荷所受之力與 r 之函數關係得 $F_A(r)$。再將金屬球換成同樣大小而原不帶電之玻璃球，重複同樣的測量得 $F_B(r)$，則下列敘述中，那些是正確的？(A) $F_A(r)$ 與 $F_B(r)$ 方向相反 (B) $\left|F_B(r)\right| < \left|F_A(r)\right|$ (C) $F_B(r)=0$ (D) $\left|F_A(r)\right|$ 隨 r 減小而增加 (E) $F_B(r)$ 與 r 無關。【74 大學】答：(B)(D)

※感應起電

【觀念&公式】

1.利用靜電感應原理，使物體帶電的現象。

2.接地時，遠端的電荷被中和，只留下近端的電荷。

3.接地的位置不影響結果。

4.接地後才可將原有之帶電體移開。

5.摩擦起電多用於使絕緣體帶電，而接觸及感應起電則多用於使導體帶電。

例 4.要讓一枚金屬硬幣帶電，先用布摩擦平放桌上的塑膠片，然後把硬幣放在塑膠片上，最後用絕緣夾把硬幣拿起來 (A)整個過程中，手一定不可以碰到硬幣 (B)硬幣拿起來以後塑膠片上仍有電荷 (C)硬幣所帶電荷與塑膠片的異號 (D)用絕緣夾子把硬幣夾起後，即可用手拿著。【67 夜大】答：(B)(C)

類 1.下列有關感應起電之敘述何者正確？ (A)感應所生的兩種電，電性相反電量相等 (B)帶電體距金屬物體愈近，感應所生的電愈多 (C)一帶電體將他物感應後，其上所帶電量減少 (D)感應時，近端生異性電。

類 2.下列何者正確？(A)兩物體因摩擦起電，所得的電量相等，電性相反 (B)感應起電所得電量不一定與原帶電體所帶電量相等 (C)摩擦起電適用於絕緣體 (D)感應起電適用於金屬導體 (E)接觸起電時，物體所帶電性與被接觸之帶電體相同。答：(A)(B)(C)(D)(E)

類 3.做“靜電實驗”時，下列何者正確？ (A)絕緣體適用「摩擦起電」法 (B)導體適用「靜電感應」法 (C)天氣潮濕時，無法作好靜電實驗 (D)大小相同的兩銅球，一爲空心一爲實心，今以等量之電加於二球上，表面電量實心者較少 (E)一帶正電的玻璃棒吸引一懸掛物時，則懸掛物必帶負電 。答：(A)(B)(C)

類 4.某天，某甲在餐廳用餐，突然感到一陣腹痛；於是他趕緊衝進廁所誰知廁所正清潔中，有位歐巴桑手拿拖把，正在拖著地。

某甲就說：『我好急喔！』

歐巴桑說道：『那你想怎麼樣？』

某甲說：『你要先拖，還是我先上？』

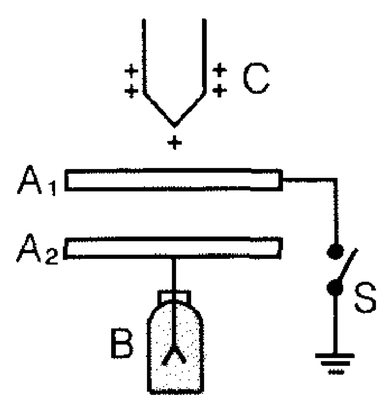
歐巴桑答道：『當然是我先脫，你比較好上啊！』

※驗電器

【觀念&公式】
1.金箔張開的角度隨金箔上所帶電量的增加而增加，與電性無關。
2.若驗電器原已帶電，當帶電體靠近時：①同性電：張的更開 ②異性電：先合再開
3.屏蔽效應：帶電體靠近金屬球殼外部時，金屬球殼內部不受外部帶電體之影響。

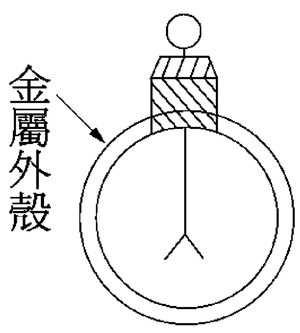
例 5.一根為絲絹摩擦過的玻璃棒與驗電器頂球接近 5cm 時，見金箔完全下垂；若移去此棒，則金箔又張開；若將玻璃棒靠近頂球到相距 3cm 時，則：(A)箔片仍下垂 (B)箔片帶正電而再度張開 (C)箔片帶負電而再度張開 (D)驗電器頂球負電荷增多 (E)驗電器頂球正電荷增多。答：(B)(D)

例 6.如右圖 A_1、A_2 為二片面積很大之平行金屬板，C 為帶正電之玻棒，B 為驗電器，而 S 為接地線之開關，最初 A_1、A_2 及 B 均不帶電，則 (A)取 C 接近 A_1 之正上方不動時，使 S 關閉，則 A_1 帶負電 (B)承(A)，驗電器 B 之箔片張開但不帶電 (C)承(A)，若再使 S 打開後移走 C，則 B 之箔片再閉合 (D)承(C)，當玻棒移走後再把 S 關閉，則 B 之箔片張開。答：(A)



類 1.金箔驗電器因帶電而箔片張開角度θ，一帶負電塑膠棒逐漸接近，見金箔先閉合再張開，此時用手接觸驗電器頂球，先移去手指再移開塑膠棒，則見金箔又張開θ'，此時 (A)$\theta > \theta'$ (B)$\theta' > \theta$ (C)金箔帶負電 (D)金箔帶正電 (E)由手流至地球的爲負電荷。答:(B)(D)(E)

類 2.將帶正電的帶電體靠近原帶正電的金屬驗電器（如圖）之外殼時： (A)金箔之張開之角度將增大 (B)金箔張開之角度將變小 (C)金箔之角度不變 (D)金箔之角度會先增大後再變小 (E)金箔之張開角度會先變小後再增大。答：(C)



類 3.握住附於未帶電的金屬球甲之絕緣柄，使甲與已帶電之驗電器頂的金屬球乙相接觸，則：(A)驗電器中之金屬箔所張角度增大 (B)前述角度減小 (C)甲之體積越大，則上述角度變化越大 (D)上述角度變化只與甲之質料有關，與其體積無關。【大學聯考題】答：(B)(C)

類 4.金箔驗電器的管徑接地，若將帶負電物體接近頂球則:(A)頂球帶負電 (B)金箔帶負電 (C)頂球帶正電 (D)金箔張開 (E)金箔閉垂。答：(C)(E)

18-2 庫侖定律

※庫侖定律

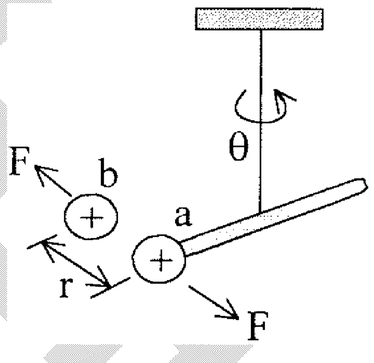
一、靜電力：異性電荷互相吸引，同性電荷互相排斥的力。

二、庫侖定律～～經驗定律

1.提出者：公元 **1785** 年法國物理學家庫侖以實驗方法確定了兩電荷間力與距離的關係。

2.實驗裝置～～如右圖所示：

帶電球 **b** 作用於帶電球 **a** 的斥力將水平輕桿推轉，使鉛直的懸線被扭轉達某一程度。作用力愈大，扭轉角度愈大，從扭轉角度的大小測出 **a**、**b** 間的電力。然後改變兩球距離，測出電力與距離間的函數關係。



3.實驗結果：

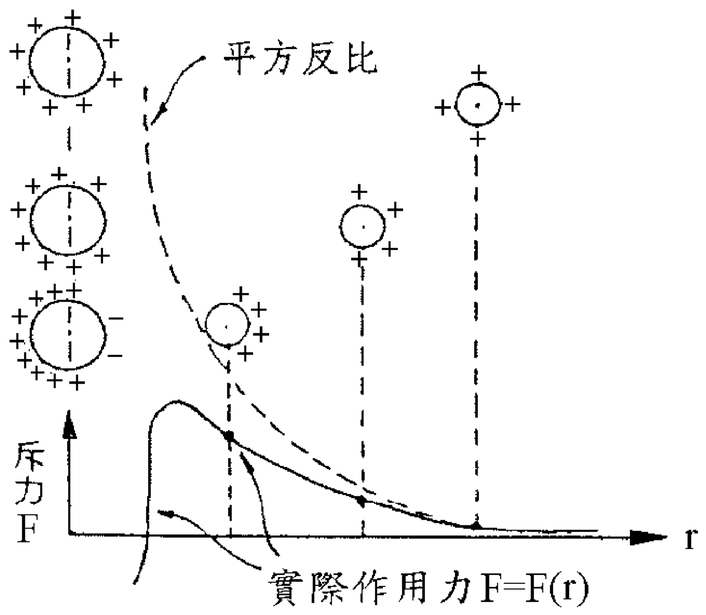
兩帶有電量 q_1 及 q_2**(**體積微小**)**的物體間的作用力 **F** 的量值，與其所帶電量的乘積成正比，與兩者距離 **r** 的平方成反比，其方向係沿二電荷的連線上。

⇒公式：$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$；**k** 表一常數其數值與所用的單位及周圍介質有關。

4.庫侖定律之限制：僅適用於點電荷間的作用力。

註：兩帶電體的大小與距離相較甚小時，此帶電體稱為"點電荷")，在此情況下電荷在小帶電體上如何分佈便無關重要。

※理由：當兩帶電體接近至其大小與距離比較不能忽略時，彼此間即因靜電感應所生之感應電荷而影響原來之電力，如圖所示。



(1)兩球相距甚遠：

兩球間之斥力與兩點電荷間之作用相同。

(2)兩球相距不甚遠：

兩球間之斥力較兩點電荷間為小，因大球上之電荷已被推至較遠處分佈之故。

(3)兩球相距甚近：

大球之一側被感應而帶負電，與正電荷相較，此負電荷與小球較接近，故產生吸引之力。

註：**(1)**目前在自然界中已知的所有各種力中，庫侖力的強度是排在第二位的。自然界中最強的作用力是核子力，其次是電磁力，再其次是弱作用力，最弱的是萬有引力。

(2)庫侖力是聯心力、是保守力、是場力，滿足作用反作用定律。

三、單位

	電力(F)	電荷(q)	距離(r)	$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$
自然單位(MKS)	牛頓(N)	基本電荷(e)	公尺(m)	2.306×10^{-23} N・m^2/(基本電荷)^2
靜電單位	達因(dyne)	靜庫(s.c.)	公分(cm)	1 dyne・cm^2/(靜庫)^2

(CGS)				
實用單位(MKS)	牛頓(N)	庫侖(C)	公尺(m)	9×10^9 N · $m^2/(庫侖)^2$

※1 基本電荷＝**1.6×10^{-19}** 庫侖＝**4.8×10^{-10}** 靜庫

※1 庫侖＝**3×10^9** 靜庫＝**6.25×10^{18}** 基本電荷。

※1 法拉第**(**簡記為 **F)＝1** 莫耳個基本電荷＝**96500** 庫侖

註：**1.**電量的單位～～庫侖～～導出單位：

在一導線中的電流為一安培時，每秒鐘所流過導線的電荷量。

2.在真空中定義 **$k=1/4\pi\varepsilon_0$**，即得 **$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$(庫侖)^2/牛頓-(公尺)^2** ；$\varepsilon_0$稱為真空中的電容率

四、如果男生和女生一起過夜

‧郎有情妹有意……

發生了——你是個陶醉在愛情中的春風少年

沒發生——你是溫柔體貼尊重女性的好伴侶

‧郎有情妹無意……

發生了——証明你是個貨真價實的衣冠　獸

沒發生——你應該還算是個知書達禮的君子

‧郎無情妹有意……

發生了——

1.你是一個騁馳情場的花心大蘿蔔

2.你是個用下半身思考的發情野狗

3.你是個自制力比種馬還弱的動物

沒發生——

1.你是個如柳下惠坐而不亂的男人

2.你可能是個不解風趣的白痴智障

3.你是個需要服用威而鋼的性無能

‧郎無情妹無意……

發生了——你是乾柴遇烈火小魚遇到大河流

沒發生——你是行為正常思想純正的好國民

※庫侖定律⇒兩個點電荷

【觀念&公式】

1. $F = k\dfrac{Qq}{r^2}$

2.庫侖定律只適用於點電荷。

3.兩帶電體靠近時，需考慮靜電感應之影響。

例 7.一個質子所帶電量為＋1 基本電荷，質量為1.67×10^{-27}公斤；而一個電子所帶電量為－1 基本電荷，質量為9.1×10^{-31}公斤，若二者相距5.3×10^{-11}公尺，求二者間(1)庫侖力 (2)萬有引力 (3)電力之大小為重力之多少倍？答：(1)8.2×10^{-8} Nt，(2)3.7×10^{-47} Nt，(3)2.2×10^{39} 倍

例 8.單電子繞原子序 Z 的原子核作等速率圓周運動，電子的質量 m，半徑 r，電子電量 e，則(1)電子的速率為何？(2)周期為何？(3)動能為何？答：(1)$e\sqrt{\dfrac{ZK}{mr}}$，(2)$\dfrac{2\pi r}{e}\sqrt{\dfrac{mr}{KZ}}$，(3)$\dfrac{KZe^2}{2r}$

類 1.一電荷 Q 被分成 q 及(Q－q)兩部份，而置於一定距離上。當其間的斥力為最大時，Q 及 q 的關係為何？【78 三專】答：$q=\dfrac{Q}{2}$

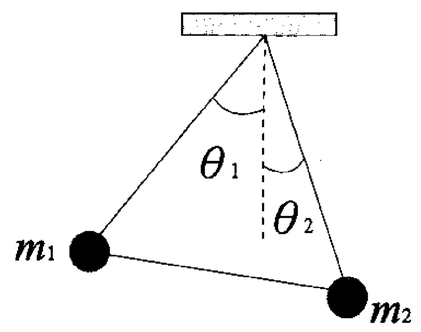
類 2.力常數為 K 之彈簧兩端，各有帶電量為-q 及+q 之小球 A、B，球與彈簧間為絕緣，由於引力關係使彈簧被壓縮成為長度 L，設庫侖定律常數 k，此彈簧之自然長度為何？答：$L+\dfrac{kq^2}{KL^2}$

類 3.兩繞同一原子核的電子，其半徑比為 1：2，則其對原子核的角動量大小之比為多少？(A)1：2 (B)1：$\sqrt{2}$ (C)2：1 (D)$\sqrt{2}$ ：1。答：(B)

類 4.將 10^{-6} 庫侖電量分成兩部份，則在真空中使其相距 1.0 米，其間最大靜電力為何？答：2.25×10^{-3} Nt

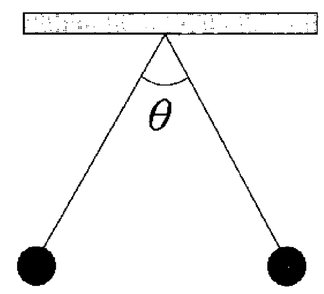
※庫侖定律 ⇒ 兩個點電荷

例 9.如圖所示，電量各為$+q_1$及$+q_2$，質量各為m_1及m_2之 A 和 B 二通草球，若各以等長之絲線共懸於一點，受靜電力排斥而分開，平衡時兩線與鉛垂線之夾角各為θ_1及θ_2，則m_1及m_2的比值為何？答：$\dfrac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$

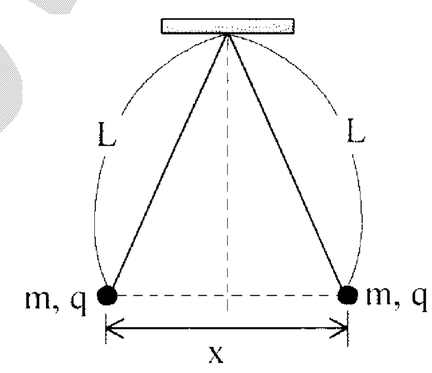


類 1.質量相等，帶同量同性電的兩小球各以等長 L 的細線懸起，設兩線的張角爲θ，求(1)小球所受靜電力與重力之比。(2)小球的帶電量。

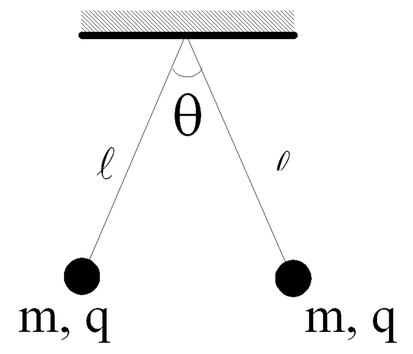
答：(1)$\tan\dfrac{\theta}{2}$ (2)$\sqrt{\dfrac{4L^2mg\sin^2\dfrac{\theta}{2}\tan\dfrac{\theta}{2}}{k}}$



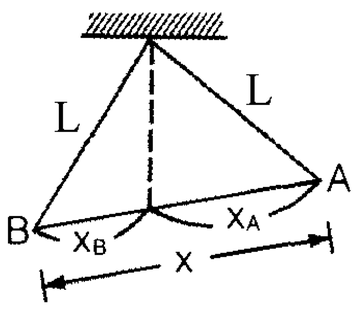
類 2.如圖，同質量 m、同電量 q 之兩小球，懸於長 L 之線上，設θ值極小時 $\tan\theta \fallingdotseq \sin\theta$，則平衡時 x＝_____。答：$x=\left(\dfrac{2kq^2\ell}{mg}\right)^{1/3}$



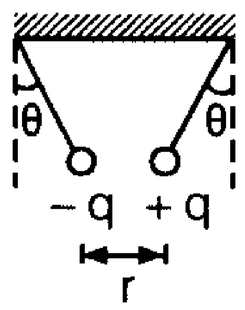
類 3.量質量均爲 m 的小球，用長ℓ的細線共懸於一點，且均帶電量 q，平衡時兩球相距 x，若θ很小，則(1)若ℓ、q 不變，將兩小球之質量均減爲 m/8，平衡後兩球相距_____。
(2)若ℓ、m 不變，將兩小球之荷電量均減爲 q/8，平衡後兩小球相距_____。答：(1)2x；(2)x/4



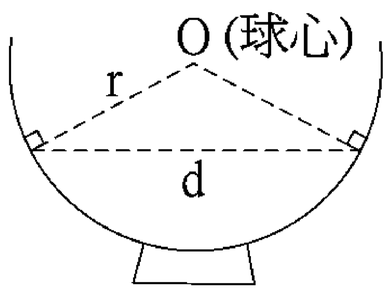
類 4.如右圖所示，長度 L 之二輕繩吊 A、B 二帶同性電之小球，因其間之庫侖斥力，當其相距 x ($x=x_A+x_B$)時呈平衡，若$x_A>x_B$，則 (A)B 球受重力小於 A 球 (B)二球受電力大小相等 (C)A、B 二繩之張力比爲 $x_A:x_B$ (D)A、B 二球重量比爲 $x_B:x_A$ (E)二球所受電力與x^2成反比。答:(B)(D)(E)



類 5.如圖兩小球帶電量各爲-q 與+q，當靜力平衡時二球相距 r，兩球質量均爲 m，繩長 L 與鉛直線夾角爲θ，則 q 等於 (A)$\dfrac{mg\tan\theta}{kr}$ (B)$\dfrac{mg\tan\theta}{\sqrt{k}}$ (C)$\dfrac{\sqrt{k}}{(mg\cos\theta)r}$ (D)$\sqrt{\dfrac{mg\tan\theta}{k}}\cdot r$ (E)$\sqrt{\dfrac{kr}{mg\tan\theta}}$ 答：(D)



類 6.半徑 r 之球型碗中有兩帶等量同性電的小金屬球，由於電力推斥平衡於相距 d 之同一水平線上，則兩球間之電力爲各球重力之_____。答：$\dfrac{d}{\sqrt{4r^2-d^2}}$



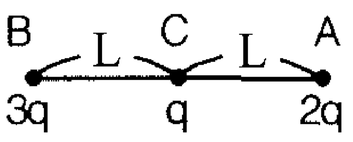
※庫侖定律⇒多點電荷直線排列

【觀念&公式】
1.靜電力是向量。
2.任意兩電荷間皆有靜電力。

例 10.A、B 兩電荷之電量各為+4e、－9e，相距 d，今置另一電荷 C 於 AB 連線上，使整個系統靜電平衡，則應
(A)Qc=－9e，在 AB 延長線上距 B 為 2d 處
(B)Qc=－36e，在 AB 延長線上距 A 為 2d 處
(C)Qc=－4e/9，在 AB 延長線上距 B 為 3d 處
(D)Qc=＋9e/4，在 AB 延長線上距 A 為 3d 處
(E)Qc=＋4e/9，在 AB 線段上距 B 為 d/3 處。答：(B)

類 1.A、B、C 三帶電體所帶電量之比為 1：2：3，但電性各為正、正、負。當 A、C 相距 10cm 固定時，若欲 B 受力為零，則 B 應放在 AC 連線上據 C 處多遠？

類 2.如右圖示 A、B、C 各小球帶電量分別為 2q、3q、q，其間以長度均為 L 的絕緣繩連接，平衡時繩拉直，求 (1)BC 間繩之張力 T_1；(2)AC 間繩張力 T_2。答：(1)$\frac{9kq^2}{2L^2}$ (2) $\frac{7kq^2}{2L^2}$



類 3.在 x 軸上有三個點電荷。電荷 A 置於原點，其電量為 $q_A=16\times10^{-6}$ 庫侖;電荷 B 置於 x＝1 公尺處，其電量為 $q_B=-9\times10^{-6}$ 庫侖;電荷 C 置於 x＝d 處，其電量 $q_C>0$。【87 日大】

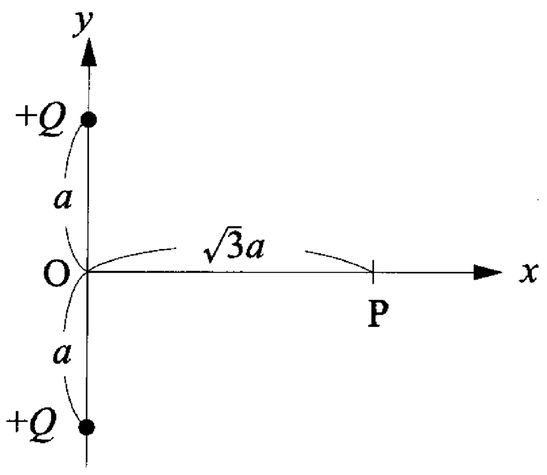
(1)要使電荷 C 所受的靜電力為零，d 應為多少？(無限遠處除外) 答：4m
(2)要使電荷 A 及電荷 B 所受的靜電力也分別為零，則 q_C 應為多少？答：1.44×10^{-4} 庫侖

類 4.A、B 兩點相距 2ℓ，在 A、B 各有一正電荷 q_A、q_B，且 $q_A=q_B=q$，今引入第三點電荷 Q，質量為 m，置於 AB 線上，若 Q＞0 並靜放在 AB 上距中央 C 一小距離 x，（x<<ℓ）釋放後 Q 即開始作週期運動，試求其震盪週期。答：$\pi\ell\sqrt{\frac{m\ell}{kQq}}$

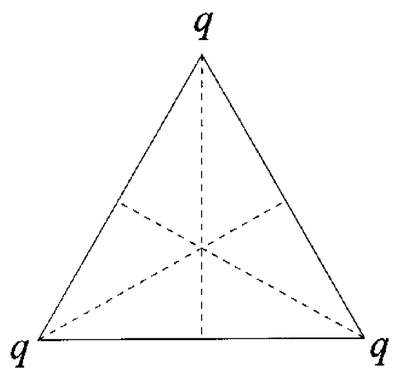
類 5.三電荷 Q、-2Q 及 3Q 排成一列，-2Q 恰位於 Q 及 3Q 連線之中點，Q＝2C，且 Q 與 3Q 相距 2 米，試求每一電荷所受之電力。答：Q：$4.5\text{x}10^{10}$N　-2Q：$1.44\text{x}10^{11}$N　3Q：$1.89\text{x}10^{11}$N

※庫侖定律⇒平面分佈的點電荷

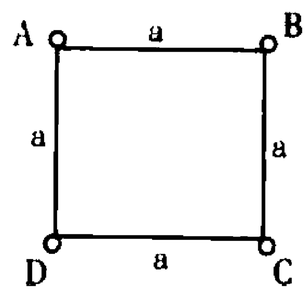
例 11.如圖所示，在 y 軸上與原點 O 相距 a 之兩點，各置電量均為＋Q 之固定點電荷。今在 x 軸上與 O 點相距 $\sqrt{3}$ a 之 P 點，有一電量為－q 的點電荷，其所受的靜電力為何？答：$\frac{\sqrt{3}kQq}{4a^2}$ 向左



例 12.如圖所示，正三角形三頂點上各置有點電荷 q，若於此三角形重心處放另一點電荷 Q 後，此四個點電荷恰可成靜止平衡狀態，則 Q 與 q 間之關係為何？答：$q=-\sqrt{3}Q$



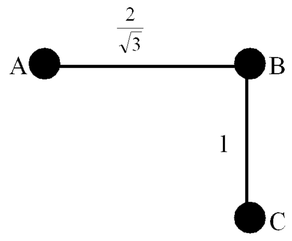
類 1.正四邊形 ABCD 如圖，A、B、D 均置+q，C 置電量為何，則可使 A 點靜止？答：$-2\sqrt{2}q$



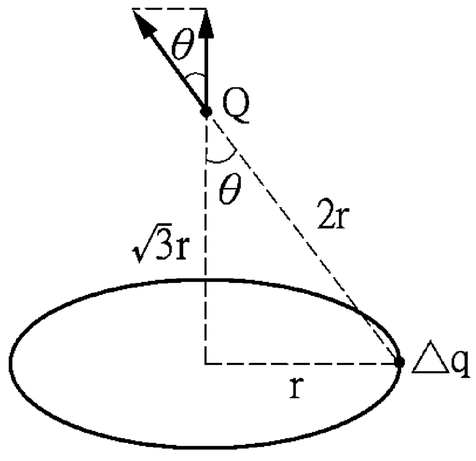
類 2.三個帶相等電量的小球排列位置如圖所示。其中球 C 作用於球 B 之電力為 4×10^{-6} 牛頓。求

(l)A 作用於 B 之電力。答：3×10^{-6} Nt

(2)B 所受之淨電力。答：5×10^{-6} Nt



類 3.圓環半徑為 r，在軸線上距環心 $\sqrt{3}$ r 處有電荷 Q，已知 Q 受環上電荷之力量值為 $\frac{kq^2}{r^2}$，若環上帶電量為 q，則 q 為：(A)$\frac{\sqrt{3}Q}{8}$ (B)$\frac{Q}{8}$ (C)$\frac{\sqrt{3}Q}{4}$ (D)$\frac{Q}{4}$ 。答：(A)



類 4.甲、乙、丙三個點電荷受靜電力交互作用，已知甲受的合力為 $2\hat{i}$ 牛頓，乙受的合力為 $-3\hat{j}$ 牛頓，其中 $\hat{i}$ 與 $\hat{j}$ 分別代表沿+x 軸與+y 軸的單位向量，則丙所受的合力為何？【86 日大】

答：$-2\hat{i}+3\hat{j}$

18-3 電場與電力線

※電力場～～簡稱電場

1.意義：帶電體周圍電力所及之空間稱為電力場。

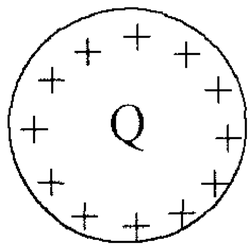
※電場是空間的一種狀況，帶電粒子進入這種分佈的範圍就會與其所在位置的電場產生作用，而呈現受力的情況。

2.電場強度～～亦簡稱為電場：

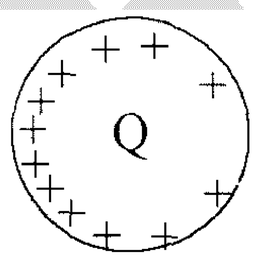
(1)定義：單位正電荷置於電場中某一點所受的電力，稱為該點的電場強度。

(2)公式：$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$

註：**q** 的大小必須以不影響原有電力源的電荷分佈情況為原則。



(a)沒有q時，Q均勻分佈



(b)因q存在，Q分佈不均勻

◎原因：如下圖所示，在**(a)**、**(b)**圖中，**Q** 在四周空間所建立的電場不同，**q** 盡量小，可使此電場差異減到最小。

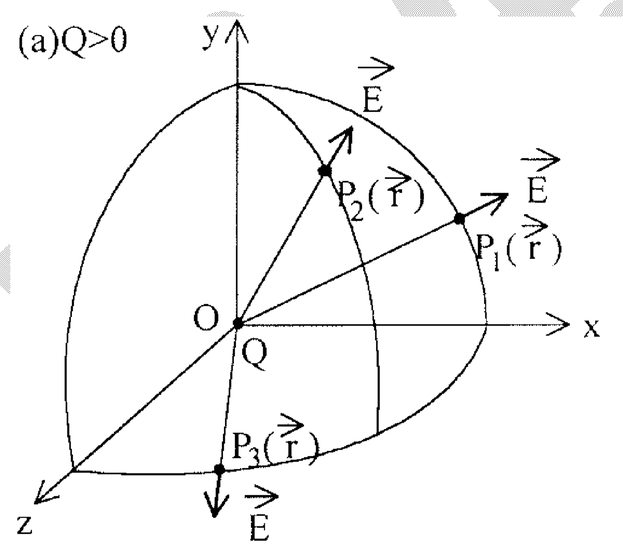
(3)單位：

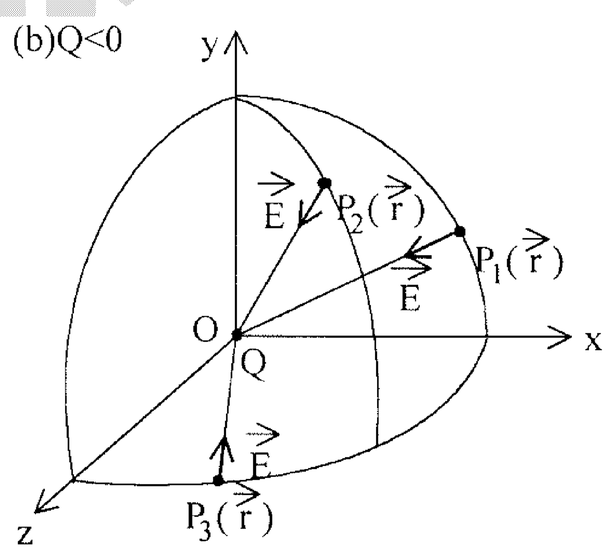
	電力(F)	電荷(q)	距離(r)	電場強度(E)
靜電單位(CGS)	達因(dyne)	靜庫	公分(cm)	dyne/靜庫
實用單位(MKS)	牛頓(N)	庫侖	公尺(m)	N/庫侖

(4)方向：以單位正電荷受電力之方向為方向，故負電荷受力之方向與電場反向。

※點電荷建立的電力場～～發散電場

如下圖所示：距點電荷(電量 **Q**)為 **r** 處的電場強度：$\mathbf{E}=\frac{F}{q}=\frac{kQq/r^2}{q}=\frac{kQ}{r^2}$





※電荷群所建立之合電場：

電場強度為向量，若空間某一點之電場係由群體電荷所建立，則此點的　電場強度由各個電荷對該點的電場強度之向量和

$\Rightarrow \vec{E}=\vec{E_1}+\vec{E_2}+\cdots\cdots+\vec{E_n}$；式中 $\mathbf{E_i}=\frac{kQ_i}{r_i^2}$　；**i**＝**1**，**2**，……，**n**

$\mathbf{r_i}$：該點距電荷 **Q** 之距離

※電力線

一、意義：置一可動正電荷於電場中，沿用受電力的方向連續緩慢移動所得的軌跡。

⇒用來表示電場的強弱與方向的假想力線～～法拉第創立。

註：正電質點在電場中的運動軌跡不一定是電力線。

二、電力線的性質

1.靜電荷的電力線始於正電荷而終於負電荷，非封閉曲線。

註：**(1)**電力線不得起終於同一導體。

(2)在電磁感應所產生之電力線為封閉曲線，此與帶靜電體之電力線不同。

2.電力線各點的切線方向表示該點的電場方向。

3.電力線的密度表示該處電場的大小，每單位面積上垂直通過的電力線數正比於該處的電場強度。⇒愈近電荷處電力線密度愈大電場強度愈強。

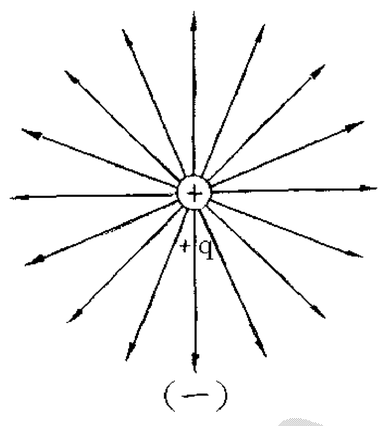
4.電力線彼此排斥，互不相交可說明同性電相排斥。

5.電力線為一張緊的力線，有縮短趨勢可說明異性電相吸引。

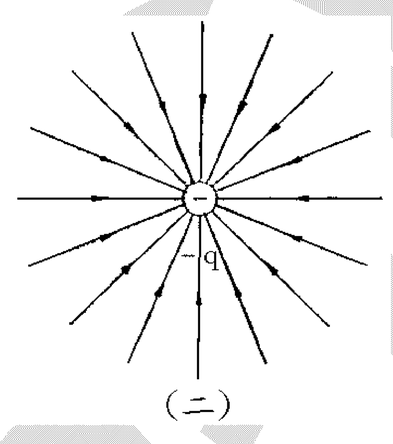
6.帶靜電之導體發出之電力線必和其表面垂直；但載有電流之導線內之電力線卻和導線平行，但仍和導線截面垂直。

三、電力線分佈情形～～因帶電體之形狀不同而異

1.單一正電荷：電力線的終點在無限遠處。**(**下圖**(**一**))**



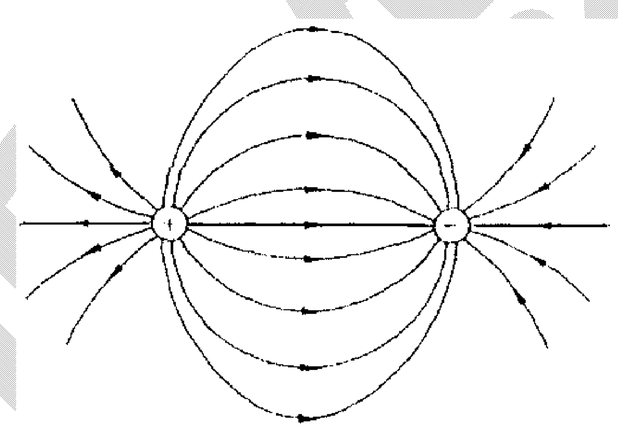
(一)

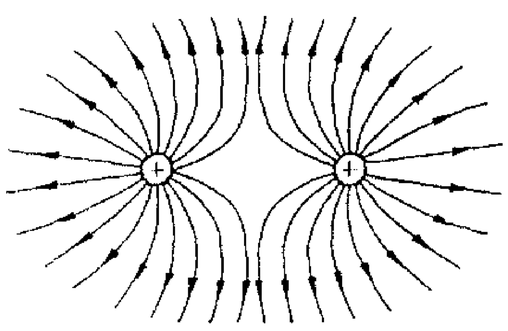


(二)

2.單一負電荷：電力線的始點在無限遠處。**(**上圖**(**二**))**

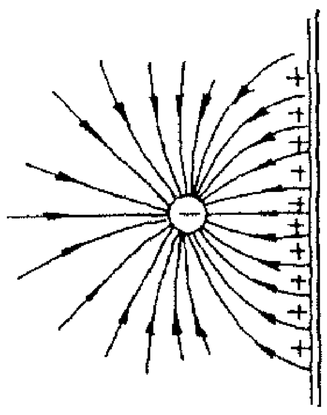
3.兩等量異性點電荷：電力線由正電荷發出終止於負電荷。**(**下圖**(**三**))**

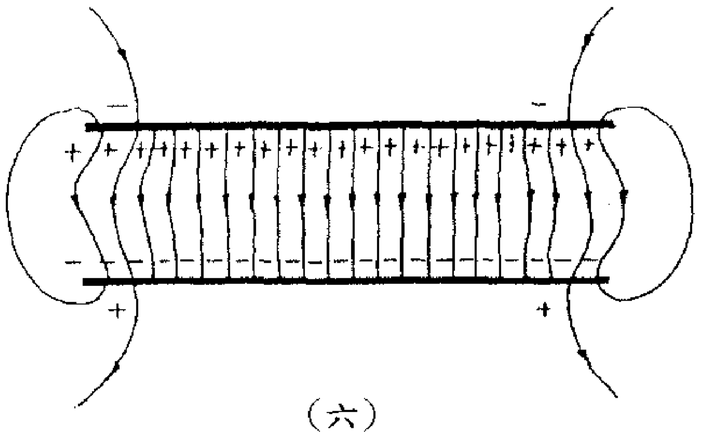

(三)


(四)

4.兩等量同性點電荷：電力線均趨至無限遠處。**(**上圖**(**四**))**

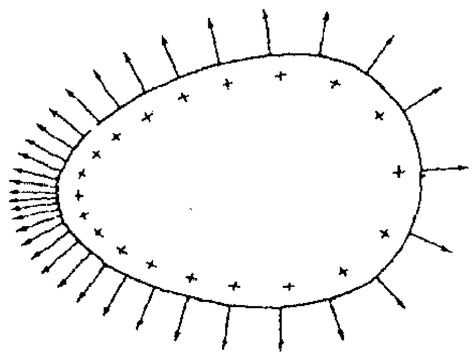
5.一小帶電球和附近帶異號電荷之一大平板的電力線分佈。**(**下圖**(**五**))**


(五)

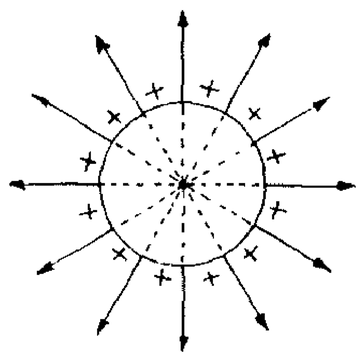

(六)

6.兩平行金屬板，帶有異性電荷而距離甚近，則除邊緣部分外，兩板間可視為均勻電，即其電力線相互平行。**(**上圖**(**六**))**

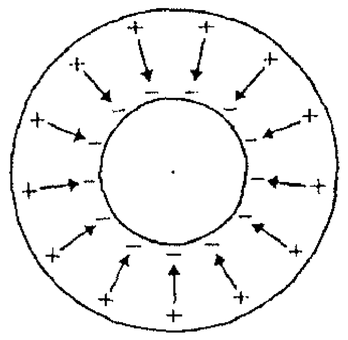
7.蛋形帶電金屬殼之電力線分佈：尖端較密集而鈍端較稀疏。**(**下圖**(**七**))**



(七)



(八)



(九)

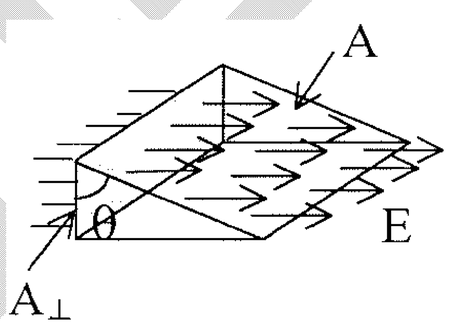
8.均勻帶電球殼的電力線分佈：電力線垂直球面且其延長線通過球心。**(**上圖**(**八**))**

9.帶等量異性電荷的兩同心球殼的電力線分佈。**(**上圖**(**九**))**

※高斯定律：(補充教材)

一、電通量(ψ_E)：

1.意義：靜電荷發出通過某一曲面之電力線總數。



2.公式：$\psi_E=\vec{E}\cdot\vec{A}=EA\cos\theta=EA_\perp$；

θ表**A**與**E**之夾角；$A_\perp$為垂直電場面積；$\vec{A}$為面積向量**(**垂直曲面**)**

※$\vec{A}//\vec{E}$即面積與電場垂直通過之$\psi_E=EA=$最大值

※$\vec{A}\perp\vec{E}$即面積與電場平行通過之ψ_E為零。

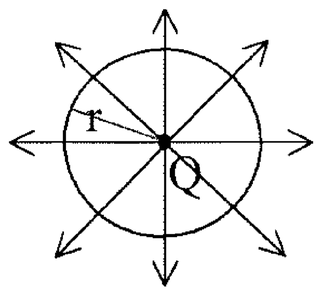
註：若電力線由內指向外，則因$\vec{E}$與$\vec{A}$的夾角$\theta<90^o\Rightarrow\psi_E>0$。

反之，若電力線由外指向內，則$\theta>90^o\Rightarrow\psi_E<0$。

3.單位：牛頓．公尺^2/庫侖**(N-m^2/C)**單位因次式 $ML^3T^{-2}Q^{-1}$

4.電量**Q**的電荷在空間所發出的總電力線數**(**通電量**)**$\psi_E=4\pi kQ$。

※推導：在點電荷**Q**附近**r**處之電場強度$E=\frac{kQ}{r^2}$而在空間中以**r**為半徑之球面，其面積為$A=4\pi r^2$，且電場之方向恆與球面垂直



$\Rightarrow$全球面上共有電力線數為$\psi_E=EA=\frac{kQ}{r^2}\times4\pi r^2=4\pi kQ$

註：上式適用於任意形狀之帶電體。

二、高斯定律：通過任意一個假想封閉高斯曲面的電通量ψ_E，等於被包圍在此封閉曲面內之淨電量ΣQ與$4\pi k$的乘積。

公式：$\psi_E=\Sigma(\vec{E}\cdot\vec{A})=(4\pi k)\Sigma Q$　或　$\psi_E=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}$

註：**(1)**與電力線**(**或電場**)**方向垂直之曲面，謂之高斯曲面。

(2)ψ_E值僅與封閉高斯曲面內之淨電量有關而與封閉曲面外之電量無關。

(3)在封閉曲面內電荷的確實位置也對ψ_E值沒有影響。

(4)利用高斯定律可求出對稱之帶電體在空間所建立的電場。

三、電場強度的求法：

由電力線性質及電通量之定義知電場強度亦即電通量密度。

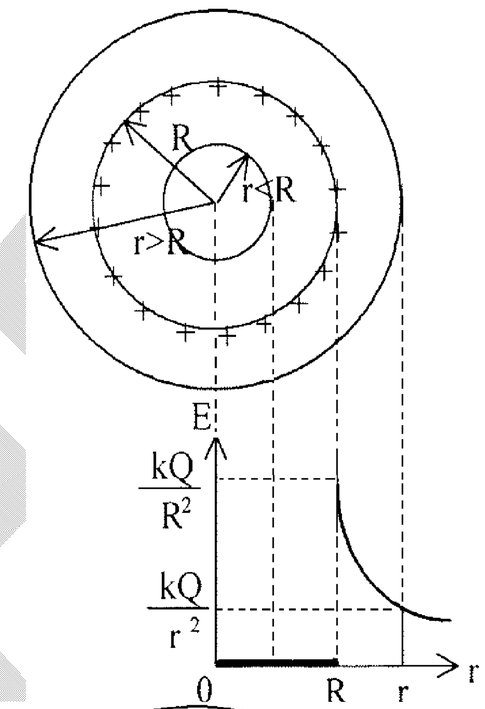
$$\Rightarrow \mathbf{E}=\frac{\phi_E}{A}=\frac{4\pi k(\Sigma Q)}{A_\perp}\cdots\cdots$$即單位垂直面積所通過電力線總數

1.半徑 **R** 電量 **Q** 之均勻帶靜電金屬球所建立的電場：

(1)內部**(r＜R)**：$\mathbf{E}=\frac{\phi_E}{A}=\frac{4\pi k\cdot 0}{A_\perp}=\mathbf{0}$

(2)表面**(r＝R)**：$\mathbf{E}=\frac{\phi_E}{A_\perp}=\frac{4\pi k\cdot Q}{4\pi R^2}=\frac{kQ}{R^2}$

(3)外部**(r＞R)**：$\mathbf{E}=\frac{\phi_E}{A_\perp}=\frac{4\pi k\cdot Q}{4\pi r^2}=\frac{kQ}{r^2}$



※無論是空心或實心金屬球體以及空心的帶均勻電荷非金屬球均相同。**(**因電荷只分布在表面**)**

2.半徑 **R** 電量 **Q** 之均勻帶電實心非金屬球**(**電荷密度$\rho=\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$**)**

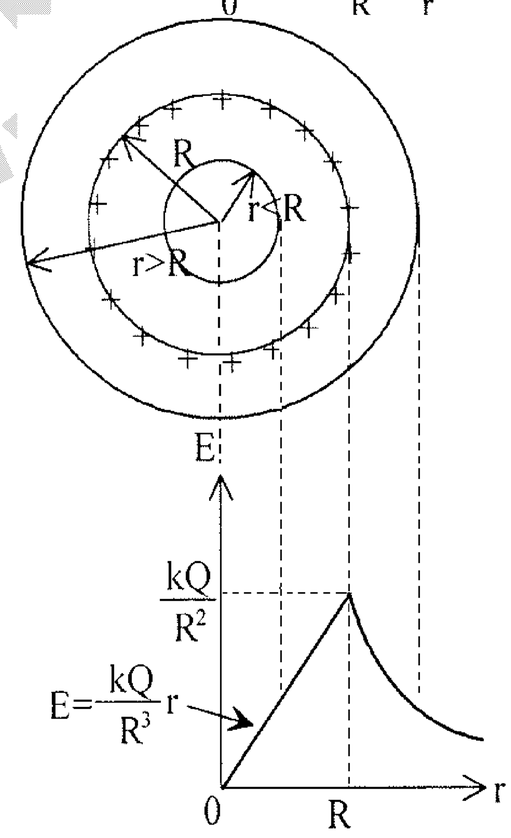
所建立之電場：

(1)內部**(**即 **r＜R)**：

球內一半徑為 **r** 之高斯球面所包含之淨電量

$$\mathbf{q}=\frac{4}{3}\rho\,\mathbf{r^3}=\frac{r^3}{R^3}\mathbf{Q}$$

$$\Rightarrow \mathbf{E}=\frac{\phi_E}{A_\perp}=\frac{4\pi k\cdot(4\pi\rho r^3/3)}{4\pi r^2}=\frac{4\pi k\rho}{3}\mathbf{r}=\frac{kQr}{R^3}\propto \mathbf{r}$$



(2)表面**(r＝R)**：$\mathbf{E}=\frac{kQ}{R^2}$

(3)外部**(r＞R)**：$\mathbf{E}=\frac{kQ}{r^2}$

※**(2)&(3)**與 **1.**之**(2)&(3)**同法求得

3.電量線密度為$\lambda=\mathbf{Q/L}$之均勻帶電長直導線附近的電場：

距線垂直距離為 **r** 處作一長$\Delta\mathbf{L}$之圓柱高斯面，其所包含之淨電量 $\mathbf{q}=\lambda\,\Delta\mathbf{L}$

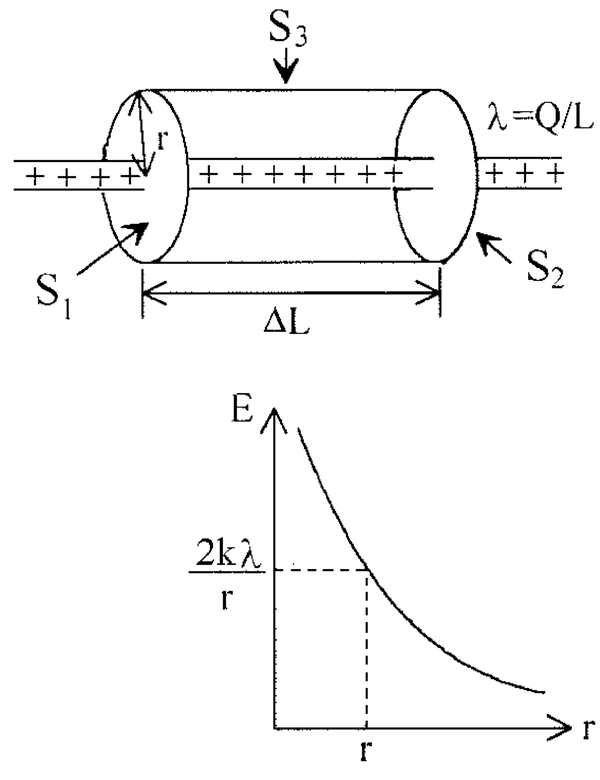
$\because \psi_{\mathbf{E}}=\psi_{\mathbf{1}}$**(**通過 $\mathbf{S_1}$ 面之電通量**)**

$+\psi_{\mathbf{2}}$**(**通過 $\mathbf{S_2}$ 面之電通量**)**

$+\psi_{\mathbf{3}}$**(**通過 $\mathbf{S_3}$ 面之電通量**)**

$=\mathbf{0}+\mathbf{0}+\mathbf{E}\cdot\mathbf{2}\pi\,\mathbf{r}\Delta\mathbf{L}$**(**$\because$電場方向垂直導線**)**$=\mathbf{4}\pi\,\mathbf{kQ}$

$$\Rightarrow \mathbf{E}=\frac{\phi_E}{A_\perp}=\frac{4\pi k\cdot(\lambda\Delta L)}{2\pi r\cdot\Delta L}=\frac{2k\lambda}{r}\cdots\cdots$$垂直於導線

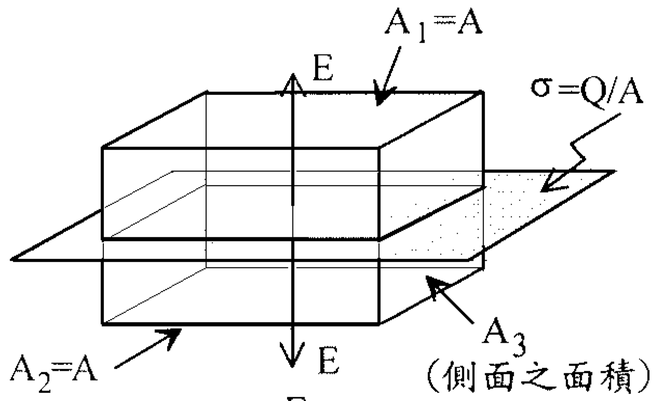


4.電荷面密度 $\sigma = \mathbf{Q/A}$ 之帶電大薄平板附近的電場：

取一上下對稱之長方體高斯面包圍帶電平面，則其上下兩面之面積＝帶電平板之面積 **A**

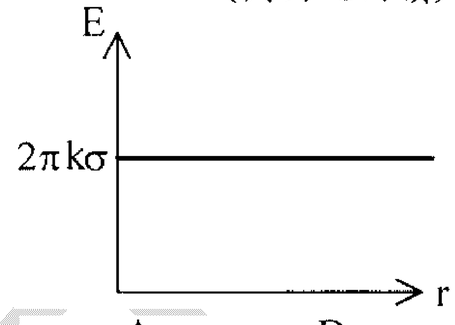
$\because \psi_E = \mathbf{EA_1 + 0 \cdot A_3 + EA_2 = 2EA = 4\pi kQ}$

$$\Rightarrow \mathbf{E} = \frac{\phi_E}{A_\perp} = \frac{4\pi kQ}{2A} = \frac{2\pi kQ}{A} = \mathbf{2\pi k\sigma}$$



註：電場強度之方向垂直平板且量值與距離無關

⇒帶電大薄平板附近為一均勻電場。

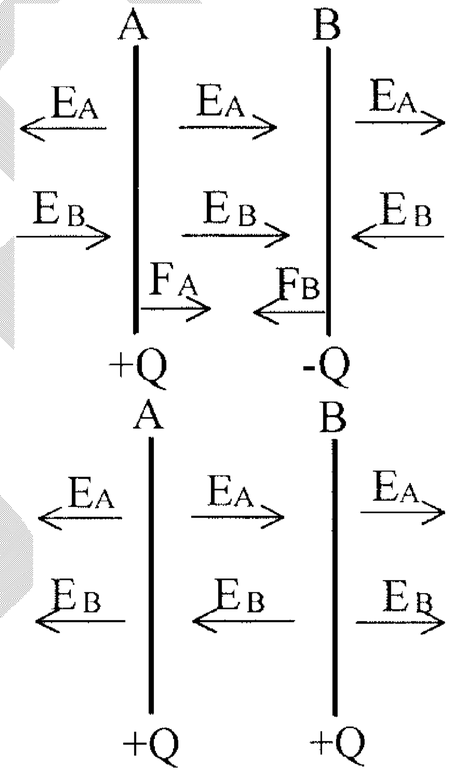


5.電荷面密度 $\sigma = \mathbf{Q/A}$　**(Q**：每板荷電量，**A**：板面積**)**之兩帶異性等量電荷之平行板的電場：

A、**B** 兩帶電板在其附近所建立之電場強度之大小均相等為 $\mathbf{E_A = E_B = 2\pi k\sigma}$，方向如右圖所示，則

(1)板外兩側 $\mathbf{E = 2\pi k\sigma - 2\pi k\sigma = 0}$

(2)兩板間 $\mathbf{E = 2\pi k\sigma + 2\pi k\sigma = 4\pi k\sigma}$



6.電荷面密度 $\sigma = \mathbf{Q/A}$ 之兩帶同性等量電荷之平行板的電場：

(1)板外兩側 $\mathbf{E = 2\pi k\sigma + 2\pi k\sigma = 4\pi k\sigma}$

(2)兩板間 $\mathbf{E = 2\pi k\sigma - 2\pi k\sigma = 0}$

※導體上電荷的分布

一、導體上電荷的分佈

1.帶靜電的導體內部無電力線**(**即電場為零**)**。

2.帶靜電導體外的電力線在導體表面處必垂直於導體表面。

註：**(1)**若導體表面電場不與其表面垂直，則與表面平行的電場分量就會促使表面層的自由電荷運動而呈非平衡態。

(2)在導體上：因電荷同性相斥而皆分佈於外表面上。

(3)球形導體：電荷分佈均勻，表面電荷密度處處相等。

(4)導體表面不規則：表面曲率愈大**(**曲率半徑愈小**)**處分佈的愈密⇒電荷密度與曲率半徑成反比。

(5)假如將一導線連接帶電體與地球，則所有電荷都流至地球，留在帶電體上的電荷少得無法覺察。此種程序稱為"接地"。

二、帶電的絕緣體

1.內部可能帶電，且電荷亦不必須分布於表面。

2.電荷在絕緣體中不能自由移動。

3.絕緣體內部的電場可不為零，即內部可能有電力線。

4.帶靜電絕緣體之電力線不一定垂直表面。

註：**(1)**在絕緣體上電荷可任意分布。

(2)絕緣體可帶電，但不能導電。

※電場&電力線

【觀念&公式】

1.單位正電荷置於電場中某一點所受電力的大小&方向，稱為該點的電場強度。$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$、

2.電力線：用來表示電場的強弱與方向的假想力線。

3.帶靜電之導體發出之電力線必和其表面垂直。

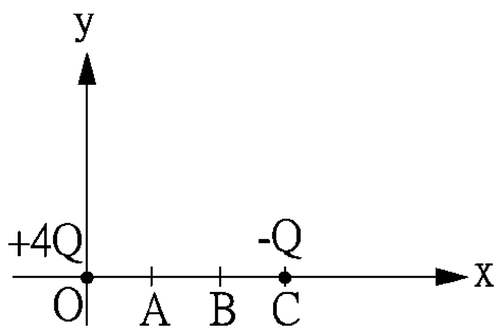
4.電力線與等位面互相垂直。

例 13.關於電力線之敘述何者正確？ (A)電力線是正電荷沿受電力方向連續移動所形成的軌跡 (B)電力線是正電荷在電場中由靜止釋放後的運動軌跡 (C)電力線稠密處，電場較大，稀疏處，電場較小 (D)通過空間中的一點之電力線只有一條 (E)均勻電場中的電力線互相平行。答：(A)(C)(D)(E)

類 1.下列敘述哪些正確？(A)電場中，電力線上每點的切線方向，代表正電荷在該點的運動方向 (B)順著電力線方向，電場強度越來越小 (C)順著電力線方向，電位一定越來越低 (D)正電荷必由高電位向低電位運動 (E)在等位面上移動電荷，電荷必不受電力作用。答：(C)

類 2.下列有關電力線的敘述，何者正確？ (A)兩電力線不可相交 (B)靜電平衡的導體，其電力線必垂直於表面 (C)電力線上各點電場相等 (D)兩甚靠近的正、負帶電體，正帶電體的電力線必收攏於負帶電體 (E)電力線即為電荷在電場中運動的軌跡。答：(A)(B)

類 3.如圖將點電荷 4Q 固定於原點 O，另一點電荷 −Q 固定於 C 點(坐標 x＝3a)，則下列關於電力線的敘述，何者正確？ (A)在 A 點(x＝a)及 B 點(x＝2a)附近的電力線密度不相等 (B)如將一電子靜置於 x−y 平面上任意一點，則電子會受電場作用，沿著通過此點的電力線運動至原點 (C)所有電力都由原點出發並終止於 C 點 (D)在 D 點(x＝6a)電場為零，故該點不會有電力線通過 (E)在這兩個點電荷的中垂面上各點的電力線均與 x 軸平行。【81 日大】答：(A)(D)



類 4.有關電力線的敘述何者正確？ (A)電力線是法拉第提出，在電場中實際具有的直線或曲線 (B)在靜電場中電力線是封閉曲線 (C)電荷在電場中可能沿電力線運動 (D)電力線上任一點切線的方向是負電荷受力的方向 (E)異性電荷間的電力線像彈性繩具有收縮的性質。答：(C)(E)

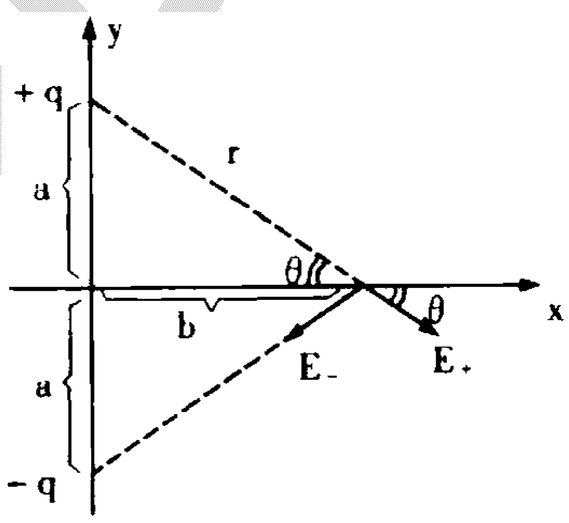
※兩點電荷的電場

【觀念&公式】

$$\vec{E}=\frac{KQ}{r^2}$$

例 14.一直線上相距 L 的 A、B 兩點電荷各帶電+q、+4q，則此直線上的等電力點之位置為 (A)在 A、B 之間與 A 相距 L/3 (B)在 A、B 之外與 B 相距 L (C)在 A、B 之外與 A 相距 L (D)在 A、B 之間與 B 相距 2L/3 (E)在無窮遠處。答：(A)(C)(D)(E)

例 15.在直角坐標中，若於 y 軸上 y=a 及 y=－a 處，各置一電荷為 q 及－q 之點電荷，則在 x 軸上 x=b 處電場強度之大小為 (A)0 (B) $2K\frac{q}{a^2+b^2}$ (C) $2K\frac{qa}{(a^2+b^2)^{3/2}}$ (D) $2K\frac{qb}{(a^2+b^2)^{3/2}}$ 。【70 日大】答：(C)



類 1.有 A、B 二點電荷，A 帶電 9e，B 帶電－4e，A、B 相距 2 埃 Å。何處電場為 0？ (A)在 AB 線段上距 B2/3 埃處 (B)AB 線段上距 B0.6 埃處 (C)在 AB 延長線上距 B 1 埃處 (D)在 AB 延長線上距 B 2 埃處 (E)在 AB 延長線上距 B 4 埃處。【68 大學】答：(E)

類 2.電量分別為 q 以及 nq(n 為一正數)的 A、B 兩電荷，相距 r 處。在 A 和 B 連線上的電場為零處與 A 點的距離為何？答：$\frac{r}{\sqrt{n}+1}$

類 3.電量 q、3q 的兩個正點電荷相距 2a，求在兩電荷中垂線上任一點的電場？答：$\vec{E}=\left[\frac{2kq}{(a^2+y^2)}\right]^{3/2}(-a\hat{i}+2y\hat{j})$

類 4.兩帶電量均為＋q 庫侖之固定帶電體相距 2ℓ，試求：

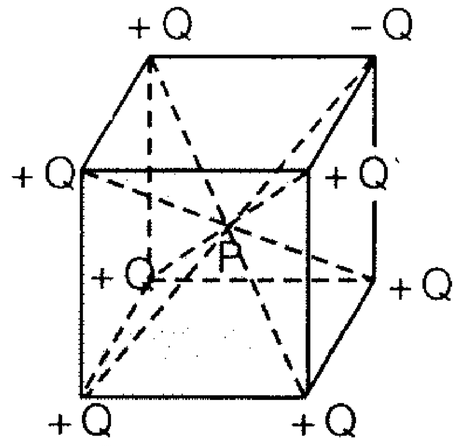
(1)在連線中垂線上距中央 x 處之電場強度。

(2)若其中之一帶－q 庫侖，則又如何？

(3)若 x 》 ℓ，則以上結果又如何？答：$\frac{2kqx}{(x^2+\ell^2)^{3/2}},\frac{2kq\ell}{(x^2+\ell^2)^{3/2}},\frac{2kq}{x^2},\frac{2kq\ell}{x^3}$

※多點電荷的電場

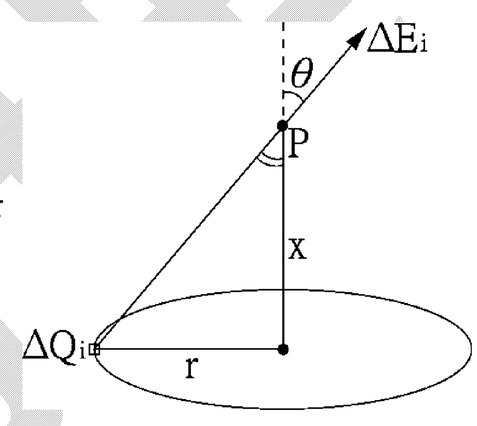
例 16.邊長為 a 的正立方體，其中一頂點置放點電荷-Q 外，其餘各頂點皆置放點電荷+Q(見圖)，則此正立方體中心點 P 之電場強度大小為 (A)$\frac{4kQ}{a^2}$ (B)$\frac{2kQ}{a^2}$ (C)$\frac{8kQ}{3a^2}$ (D)$\frac{4kQ}{3a^2}$。【76 三專】答：(C)



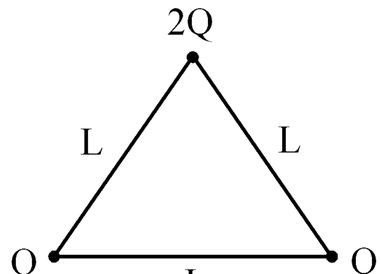
例 17.半徑 r 的金屬圓環，均勻帶有＋Q 的電量，庫侖常數 k，則：

(1)在圓環之垂直軸上，與環心相距 x 處之 P 點的電場量值。

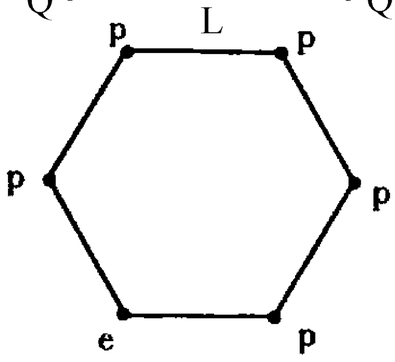
(2)若在 P 點置一質量為 m，電量為－q 的點電荷，當 x≪r 時，求此點電荷作 S.H.M.的週期？答：(1)$E_p=\frac{kQ}{(x^2+r^2)^{3/2}}x$ (2)$T=2\pi\sqrt{\frac{mr^3}{kqQ}}$



類 1.在邊長為 L 之正三角形頂點上各置有一電荷(如右圖)，則三角形重心處之電場強度為：(A)$9kQ/L^2$ (B)$3kQ/L^2$ (C)$2kQ/L^2$ (D)$4kQ/9L^2$ (E)$kQ/9L^2$。【69 日大】答：B

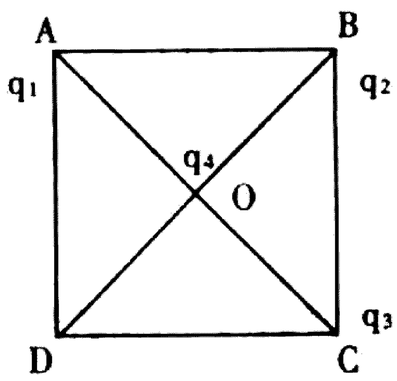


類 2..於邊長為 1 埃 Å 之正六邊形之五個頂點上各置一質子，在第六個頂點上則置一電子(如圖)，則此六邊形中心處之電場強度為 (A)1.44×10^{11} 牛頓/庫侖 (B)2.30×10^{11} 牛頓/庫侖 (C)2.88×10^{11} 牛頓/庫侖 (D)3.24×10^{11} 牛頓/庫侖 【74 日大】答：(C)



類 3.帶電量均為 q 之 6 個點電荷固定在正六角錐之底面六角上，若六角錐之稜長與其底面六角形之對角線 2a 相等時，求頂點 O 處之電場？答：$\frac{3\sqrt{3}kq}{4a^2}$

類 4.如右圖：正方形 ABCD 之邊長為 a，三個頂點放置電量分別為：$q_1=+Q$，$q_2=-2Q$，$q_3=+Q$，中心 O 點置電量 q_4，則 $q_4=$_____Q 時，D 點電場強度恰為零。答：$\frac{1-\sqrt{2}}{2}Q$



※帶電球之電場

【觀念&公式】

1.高斯定律：通過任意一個假想封閉高斯曲面的電通量ϕ_E，等於被包圍在此封閉曲面內之淨電量ΣQ與$4\pi k$的乘積。$\phi_E=\Sigma(\vec{E}\cdot\vec{A})=(4\pi k)\Sigma Q$ 或 $\phi_E=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}$

2.帶靜電的導體內部無電力線(即電場為零)

3.半徑 R 電量 Q 之均勻帶靜電金屬球所建立的電場：

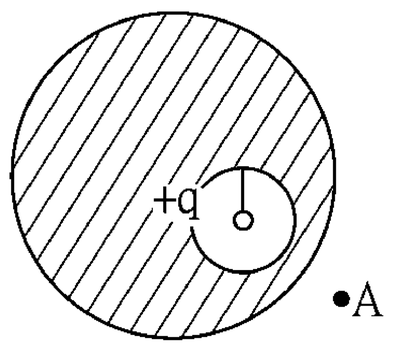
(1)內部(r＜R)：$E=\frac{\phi_E}{A}=\frac{4\pi k\cdot 0}{A_\perp}=0$

(2)表面(r＝R)：$E=\frac{\phi_E}{A_\perp}=\frac{4\pi k\cdot Q}{4\pi R^2}=\frac{kQ}{R^2}$

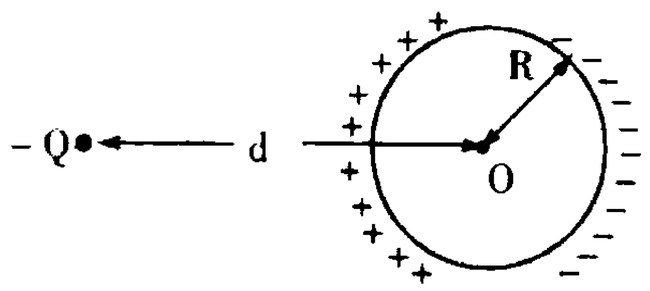
(3)外部(r＞R)：$E=\frac{\phi_E}{A_\perp}=\frac{4\pi k\cdot Q}{4\pi r^2}=\frac{kQ}{r^2}$

4.絕緣體內部的電場可不為零，即內部可能有電力線。

例 18.不帶電的實心金屬球中挖一個空腔如圖，在空腔內用絕緣繩吊一帶電的點電荷＋q 置於空腔中心 (A)空腔內部電場不為 0 (B)金屬球內部電場為 0 (C)金屬球表面帶電＋q (D)點電荷＋q 對外部 A 點的電荷作用力為 0 (E)金屬球外部沒有電力線分布。答：(A)(B)(C)



類 1.一不帶電之中空金屬殼外徑為 R，中心位於 O 點。今在球殼外距球心距離為 d 處放置一點電荷－Q(Q>0)，則金屬球上會產生感應電荷(如右圖所示)。所有感應電荷在球心 O 點處產生之電場其量值及方向為 (A)$K\frac{Q}{R^2}$，方向向右 (B)$K\frac{Q}{R^2}$，方向向左 (C)$K\frac{Q}{d^2}$，方向向右 (D)$K\frac{Q}{d^2}$，方向向左 (E)0 。【82 日大】答：(C)



類 2.下列何處的電場強度一定為零？ (A)帶電體的質量中心 (B)載流導線的內部 (C)帶靜電的金屬材料中 (D)帶電絕緣體的內部 (E)相等電量的兩個同號的點電荷連線的中點。【72 大學】答：(C)(E)

※同心球殼之電場

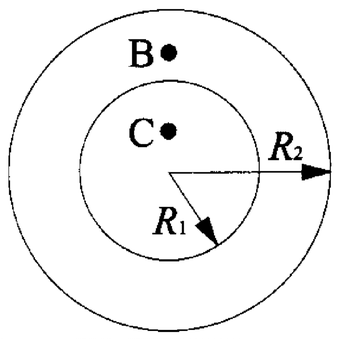
【觀念&公式】

1.高斯定律：$\phi_E=\Sigma(\vec{E}\cdot\vec{A})=(4\pi k)\Sigma Q$ 或 $\phi_E=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}$

2.帶靜電的導體內部無電力線(即電場為零)

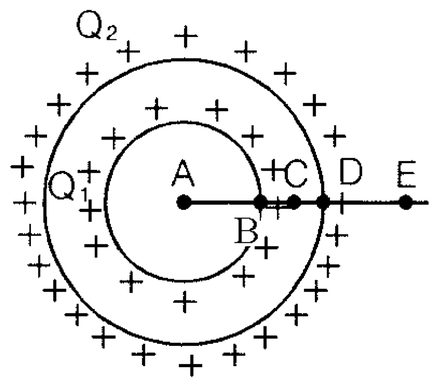
例 19.電中性的金屬球殼內外半徑各為 R_1 和 R_2，今在其球心處置一點電荷＋Q，如圖所示。若 r_A、r_B、與 r_C 分別表示 A、B、與 C 三點至球心的距離，則：(1)在點 A、B、C 處的電場各為何？(2)若將球殼接地，則各點的電場強度又如何改變？答：(1) $E_A=\frac{kQ}{r_A^2}$，$E_B=0$，$E_C=\frac{kQ}{r_C^2}$

(2) $E_A=0$，$E_B=0$，$E_C=\frac{kQ}{r_C^2}$



類 1.兩同心的空心金屬球半徑各為 r、R(R＞r)，小球帶電量－Q，大球帶電量＋Q，彼此絕緣。求下列各題中相距球心 d 處之電場強度為何？(1)d＜r；(2)r＜d＜R；(3)d＞R。

類 2.(1)如圖，兩同心金屬球殼半徑分別為 r_1 與 r_2，帶正電荷，電量為 Q_1 與 Q_2，求下列各點之電場強度：(a)球心 A 點 (b)內球面 B 點 (c)距球心 $R_1(r_1<R_1<r_2)$ 之 C 點 (d)外球面 D 點 (e)距球心 $R_2(R_2>r_2)$ 之 E 點。答：(a)0 (b) $\frac{kQ_1}{r_1^2}$ (c) $\frac{kQ_1}{R_1^2}$ (d) $\frac{k(Q_1+Q_2)}{r_2^2}$ (e) $\frac{k(Q_1+Q_2)}{R_2^2}$ ((b)～(e)方向均為指離球心)



(2)若用導線將內外兩球接通，則那一點之電場強度不變？答：ADE

(3)承(2)，接通後，C 點之電場強度為何？答：0

類 3.一半徑為 a，帶電量+q 的金屬球，被一內半徑 b、外半徑 c、帶電量為+Q 的同心金屬球殼所包圍，則下列距球心為 r 處之各點的電場強度各為若干？(1)r<a (2)a≦r<b (3)b≦r<c (4)r≧c 答：(1)0(2) $\frac{kq}{r^2}$ (3)0(4) $\frac{k(q+Q)}{r^2}$

類 4.三個同心導體球殼由內往外各有電荷+4Q、-2Q、-5Q，則最外層球殼的內表面分佈有電量為何？答：-2Q

※平行板之電場

【觀念&公式】

1.高斯定律：$\phi_E=\Sigma(\vec{E}\cdot\vec{A})=(4\pi k)\Sigma Q$ 或 $\phi_E=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}$

2.帶電大薄平板附近為一均勻電場，電場強度之方向垂直平板且量值與距離無關。

3.電荷面密度$\sigma=Q/A$之帶電大薄平板附近的電場：

$$\Rightarrow E=\frac{\phi_E}{A_\perp}=\frac{4\pi kQ}{2A}=\frac{2\pi kQ}{A}=2\pi k\sigma$$

4.電荷面密度$\sigma=Q/A$ (Q：每板荷電量，A：板面積)之兩帶異性等量電荷之平行板的電場：

(1)板外兩側 $E=2\pi k\sigma-2\pi k\sigma=0$

(2)兩板間 $E=2\pi k\sigma+2\pi k\sigma=4\pi k\sigma$

例 20.兩平行金屬板上帶電量各為＋Q 和－Q，兩板距離為 d，(1)若將兩板電量增為 2 倍，則兩板間的電場強度變為幾倍？(2)若電量保持不變，但將兩板距離增為 2 倍時，則兩板間電場強度變為幾倍？答：(1)2 倍；(2)不變

類 1.達靜電平衡時，下列哪些區域的電場為零？ (A)帶電金屬球內部 (B)均勻帶電的絕緣體內部 (C)帶等量異性電之兩平行金屬板的內側 (D)帶等量同性電之兩平行金屬板的外側 (E)帶等量同性電之點電荷連線中點處。答：(A)(E)

類 2.下列何者正確 (A)點電荷建立之電場為 $E=K\frac{Q}{r^2}$ (B)長直帶電導線附近之電場為 $E=\frac{2K\delta}{r}$ (δ 為單位長度所含之電量) (C)無限大帶電金屬板附近之電場為 $E=2\pi K\rho$ (ρ 為單位面積所含之電量) (D)兩平行金屬帶異性電板間之電場為 $E=4\pi K\rho$。答：(A)(B)(C)(D)

類 3.老公辛苦了半天，還是沒弄出一頓像樣的海鮮粥，第二天老婆索性自己到市場買來煮……」 老婆「老闆，今天有比較新鮮的魚嗎？」

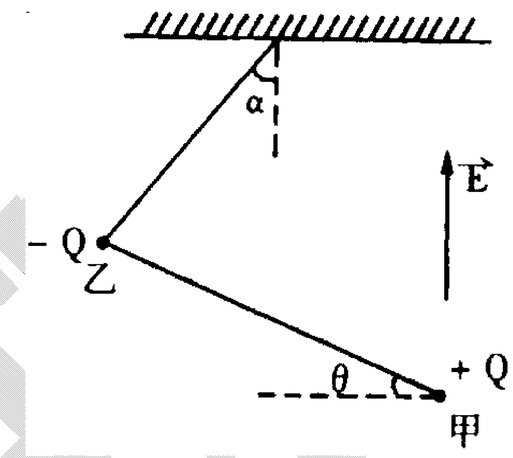
魚販想起昨日的經驗便說道「有有有！才上岸的吻仔魚，粉鮮喔～而且，『整尾』煮來吃，味道更好！」

老婆「這樣啊!那……老闆，來兩尾好了，我要煮湯。」

魚販「…人……人客……」

※電荷在均勻電場中之受力

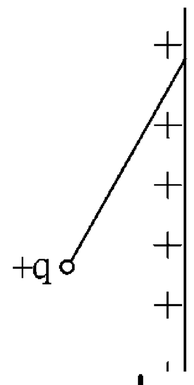
例 21.如右圖所示，兩個一樣大小、相同質量的小球，甲球帶正電荷+Q，乙球帶負電荷-Q，兩球以一均勻絕緣細桿相連接，桿與兩球總重量為 mg，又球又以一絕緣細線懸掛，整個系統在一方向朝上之均勻電場 $\vec{E}$ 中成力平衡。下列敘述何者正確？ (A)不論電場值 E 為何，細線與鉛直之夾角 α 恆為零 (B)細線之張力的量值恆為 mg (C)當 mg=2QE 時，細桿與水平線之夾角可為任意值 (D)2QE 不得大於 mg，否則系統不可能平衡 (E)QE 不得小於 mg，否則系統不可能平衡。【83 日大】答：(A)(B)(C)



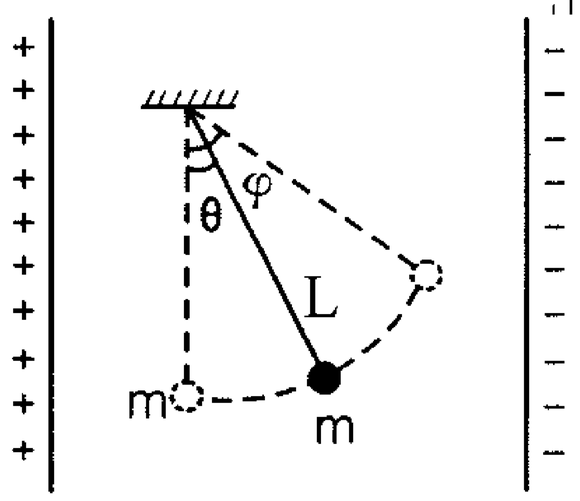
類 1.質量 m 的小物體帶電量 q(q 為正電)放於均勻電場 E 中，以長 l 之細繩懸之，使作小幅度 S.H.M.，若 E 與重力加速度 g 同向，則振動週期為【大學聯考】

(A) $2\pi\sqrt{\frac{l}{g+E}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{ml}{mg+qE}}$ (C) $\pi\sqrt{\frac{l}{g+qE}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (E) $2\pi\sqrt{\frac{ml}{qE}}$ 。答：(B)

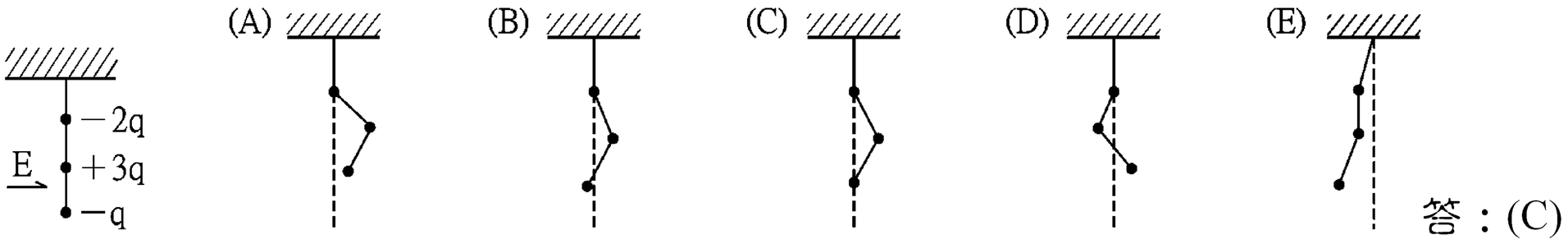
類 2.有一均勻帶正電的大平板，以絕緣輕繩連接，下端懸掛一質量 m 的帶電量＋q 導體球（體積忽略不計），若懸線與大平板夾θ角時呈平衡，則此均勻電場大小為_____。（重力場強度為 g）答：$\frac{g\tan\theta}{q}$



類 3.質量為 m 的帶電小球，以長為 L 的絕緣細線懸吊於垂直水平面的兩平板之間，平行板內有一均勻電場(垂直板面)，強度為 E。小球平衡時，細線與鉛垂方向成θ角(如圖)，此時細線的張力為 T。若將小球移至使細線與鉛垂方向成ψ角，然後將小球由靜止釋放，小球擺至最低點 O 時，速度恰為零，則下列敘述何者正確？(A)小球帶正電荷 (B)小球所帶電量為 $q=\frac{mg}{E}\tan\theta$ (C)張力 $T=mg\sin\theta+qE\cos\theta$ (D)若ψ角為 60^o，則θ角為 30^o (E)小球擺至最低點 O 時，加速度量值為零。【80 日大】答：(A)(B)(D)



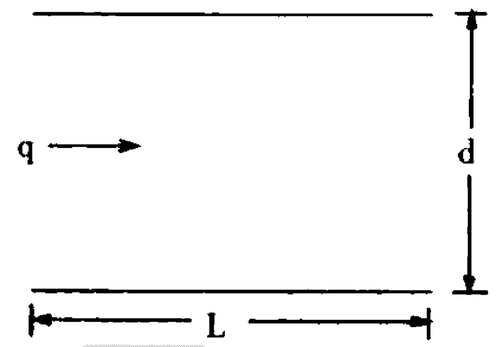
類 4.如圖，三個等重之帶電小球，帶電量分別是－q，＋3q，－2q 以等長之絲線懸之，今若於空間中加入向右之均強電場 E，不計小球之靜電力，則達平衡時，呈何種狀態？



答：(C)

※電荷在均勻電場中之運動

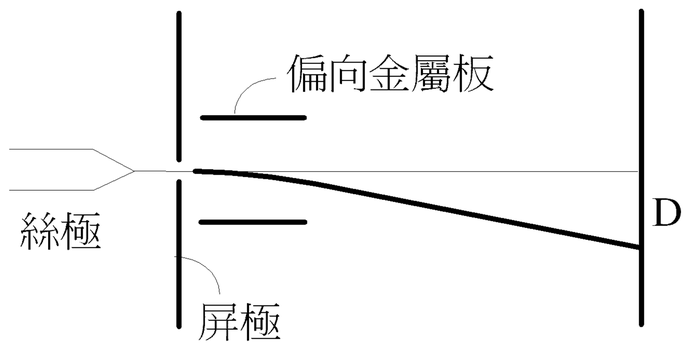
例 22.見附圖。設兩個水平平行金屬板中的電場為 E，兩板距離為 d，板長為 L。一個質量為 m、電荷為 q(q>0)的粒子，以水平方向射入兩板之間，且剛進入電場區域時，與兩板等距離。如果不考慮重力，為了使粒子在運動中不至於撞到金屬板，其初速率至少須為＿＿＿＿＿＿。【82 日大】答：$L\sqrt{\frac{qE}{md}}$



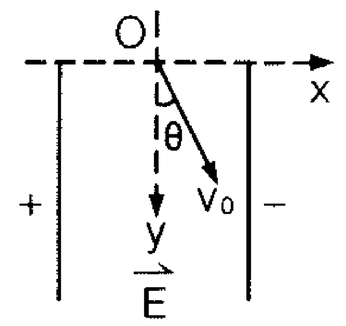
類 1.一質子與一α粒子同時從均勻電場的正極板由靜止釋放，在不計重力及空氣阻力的影響下，下列何者正確？ (A)在板間所受電力大小之比為 1：2 (B)在板間加速度大小之比為 1：2 (C)抵達負極板時速率之比為 1：$\sqrt{2}$ (D)在板間所經歷時間之比為 1：$\sqrt{2}$ (E)在板間電力對電荷所施衝量大小之比為 1：$\sqrt{2}$。答：(A)(D)

類 2.一質子以垂直電場方式射入兩平行帶等量異性電之金屬板間，當穿出電場峙，其偏離原射線之距離為 d_p。若改用同能量之α粒子，偏離之距離變為 d_α，則 d_p/d_α之值=？答：$\frac{1}{2}$

類 3.一束電子自電子槍射出後，經一對偏向金屬板射達螢幕，在螢幕上產生之偏移 D 為 8.0 厘米(如右圖)。今將電子槍中絲極與屏極間之電位差加倍，而保持偏向金屬板間之電場不變，則偏移 D 變為多少？(A)0.5 (B)1.0 (C)2.0 (D)4.0 (E)8.0 厘米。【73 日大】答：D



類 4.右圖是一對帶電平行金屬板，內有均強電場，電場強度為 E，帶正 q 電荷的質點，自 O 點以 v_o之初速，與 y 方向成θ角進入電場，此質點之質量 m 甚大，重力不可忽略。以圖中之坐標，x 向右為正，y 向下為正，求：(1)此質點 x 方向之位置與時間的關係？(2)此質點 y 方向之位置與時間的關係？(3)如果有 $qE=mg\tan\theta$ 的條件，求質點的運動軌跡，並判定是何曲線？答：(1)$x=v_o\sin\theta\, t+\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2$；(2)$y=v_o\cos\theta\, t+\frac{1}{2}gt^2$；(3)$y=\frac{1}{\tan\theta}x$；直線



類 5.一帶正電之粒子及一中性粒子同時同地以相同之初速被拋入一水平均勻電場中。設粒子運動方向與電場方向平行而反向，帶電粒子最遠運動至 20 公分後不再前進而開始後退，則此時中性粒子已運動 (A)30 公分 (B)36 公分 (C)40 公分 (D)48 公分 (E)60 公分。【70 年大學】答：(C)

18-4 電位能、電位與電位差

一、電位能

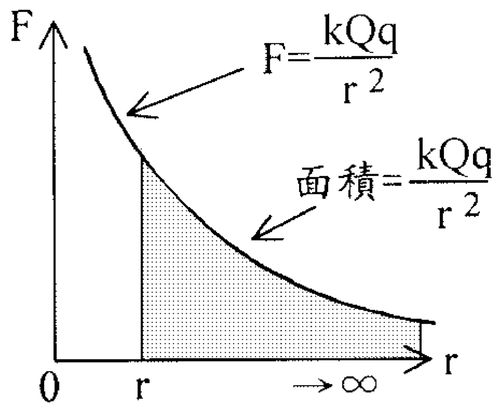
1.定義：

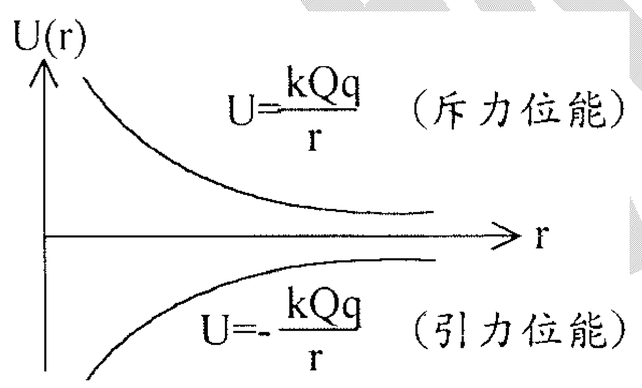
(1)將電荷 **q** 由∞處**(**電力 $\mathbf{F_e=0}$**)**等速緩慢移至電場中某處，外力所需作的功，稱為該電荷在該處所具有的電位能，以符號 **U** 表之。

(2)改變電荷位置，在不改變其動能條件下反抗電力所作的功稱為電位能。

2.兩點電荷 **Q** 與 **q** 相距 **r** 時之電位能：

將 **Q**、**q** 從相距無限遠處**(r**→∞**)**以反抗 **Q** 和 **q** 之間的庫命力 $\mathbf{F_e=kQq/r^2}$ **(r** 為 **Q**、**q** 之距離**)**的外力 $\vec{F}$ **(**$\vec{F}=-\vec{F_e}$ ；**F=F$_e$)**等速攜至相距為 **r** 處時，此外力 **F** 所作的功即成為 **Q** 和 **q** 的「電位能」，乃為 **Q** 和 **q** 所共有的，以 **U(r)**表之。 $\mathbf{U(r)}=\dfrac{kQq}{r}$





◎推導：

(1)W$_{\infty\to r}$=F-r 關係圖形下之面積 $=\int_{\infty}^{r}\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_{\infty}^{r}(-\vec{F_e})\cdot d\vec{r}$

(2)由功能原理知 $\mathbf{W_{\infty\to r}=U_r-U_\infty}\Rightarrow\dfrac{kQq}{r}=\mathbf{U_r-U_\infty}$

令相距∞處電位能 $\mathbf{U_\infty=0}$ 則相距 **r** 時電能 $\mathbf{U_r}=\dfrac{kQq}{r}$

註：**a.**斥力位能：若兩電荷為同號由於斥力作用而具有之位能其值為正。

b.引力位能：若兩電荷為異號由於引力作用而具有之位能其值為負。

c.零位面：在相距∞處**(F$_e$=0)**時，電位能為零。

3.單位：電位能為純量，僅有正負的區別，單位與功、能量之單位相同。

	電荷(Q，q)	距離(r)	k	U
自然單位(MKS)	基本電荷	公尺(m)	2.306×10^{-23} N·m^2/(基本電荷)^2	焦耳
靜電單位(CGS)	靜庫	公分(cm)	1 dyne·cm^2/(靜庫)^2	耳格
實用單位(MKS)	庫侖	公尺(m)	9×10^9 N·m^2/(庫侖)^2	焦耳

註：在原子物理中常用的單位：

1 電子伏特**(eV)=1.6**×$\mathbf{10^{-19}}$ 焦耳**(J)**　**1J=6.25**×$\mathbf{10^{18}}$**eV**

二、電位

1.定義：

(1)自∞處將單位正電荷等速移至電場中某一點時反抗電力所作之功稱為該點的電位，以 **V** 表之。

(2)在電場中，單位正電荷在某一點所具有的電位能稱為該點的電位。

$$\Rightarrow \mathbf{V}=\frac{-\int_{\infty}^{r}\vec{F}_e\cdot d\vec{r}}{q}=\frac{-\int_{\infty}^{r}q\vec{E}\cdot d\vec{r}}{q}=-\int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{r}^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

2.固定點電荷 **Q** 附近之電位：

設有一固定於 **O** 點的正電荷 **Q**，**Q** 即在空間產生一電場$\vec{E}$。此時我們定義空間任意一點 **P**($\overline{OP}=$**r**)的電位為將一單位正電荷以反抗電場的外力自無限遠處在此電場中移到 **P** 點，此外力所作的功(若固定於 **O** 點的電荷 **Q** 係負電，則其電場$\vec{E}$所作的功)，以 **V** 表之。

$$\mathbf{V}=\frac{W_{\infty\to r}}{q}=\frac{U_r-U_\infty}{q}=\frac{kQq/r}{q}=\frac{kQ}{r}$$ ；若 **Q** 為正～～則 **r** 處電位為正

若 **Q** 為負～～則 **r** 處電位為負

3.單位：

	電荷(Q，q)	距離(r)	電位能(U)	電位(V)
自然單位(MKS)	基本電荷(e.c.)	公尺(m)	焦耳	焦耳/基本電荷(J/e.c.)
靜電單位(CGS)	靜庫(st.c.)	公分(cm)	耳格	靜伏特(st.V.)
實用單位(MKS)	庫侖(c)	公尺(m)	焦耳	伏特(V＝J/c)

※**1** 伏特＝**1.6**×**10**$^{-19}$ 焦耳/基本電荷＝**1/300** 靜伏特

註：**(1)**按「電位」與「電位能」的定義$\Rightarrow$**U(r)**＝**qV(r)**＝$\frac{kQq}{r}$

(2)由 $\mathbf{V}=\frac{kQ}{r}$ 及 $\mathbf{U}=\frac{kQq}{r}$ 知，當 **r**→∞時，**V**＝**0** 及 **U**＝**0**。

我們必須注意：**r**→∞乃為一般定義電位及電位能的參考點(零點)。

三、各種帶電體產生的電位

1.電荷群之電位：

若建立電場的電荷為一群電荷，則空間某一點的電位 **V** 由各個電荷對該點的電位之代數和。

$$\mathbf{V}=\frac{kQ_1}{r_1}+\frac{kQ_2}{r_2}+\cdots\cdots=\sum_{i=1}^{n}\frac{kQ_i}{r_i}$$

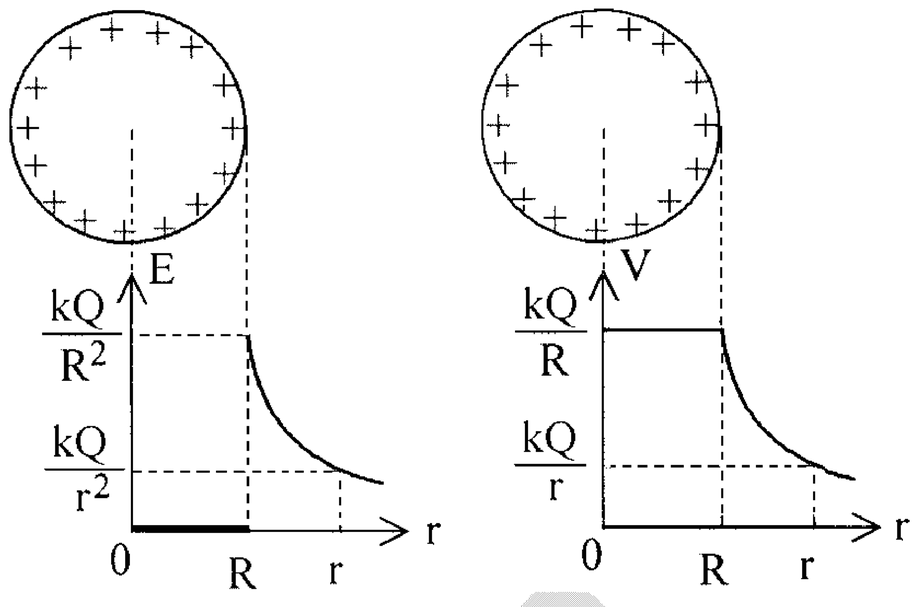
2.球形導體之電位～～半徑 **R**，帶電量 **Q**：

(1)球外**(r＞R)**：$\mathbf{V}=\frac{kQ}{r}$ ；$\mathbf{E}=\frac{kQ}{r^2}$

證：$\mathbf{V}=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^\infty \frac{kQ}{r^2}dr=\frac{\mathrm{kQ}}{\mathrm{r}}$

(2)球表面**(r＝R)**：$\mathbf{V}=\frac{kQ}{R}$ ；$\mathbf{E}=\frac{kQ}{R^2}$

(3)球內**(r＜R)**：$\mathbf{V}=\frac{kQ}{R}$ ；$\mathbf{E}=\mathbf{0}$



註：因導體球內無電場，帶電質點在內部移動不須作功，故球內任一點電位與表面均相同，　球體為等位體。

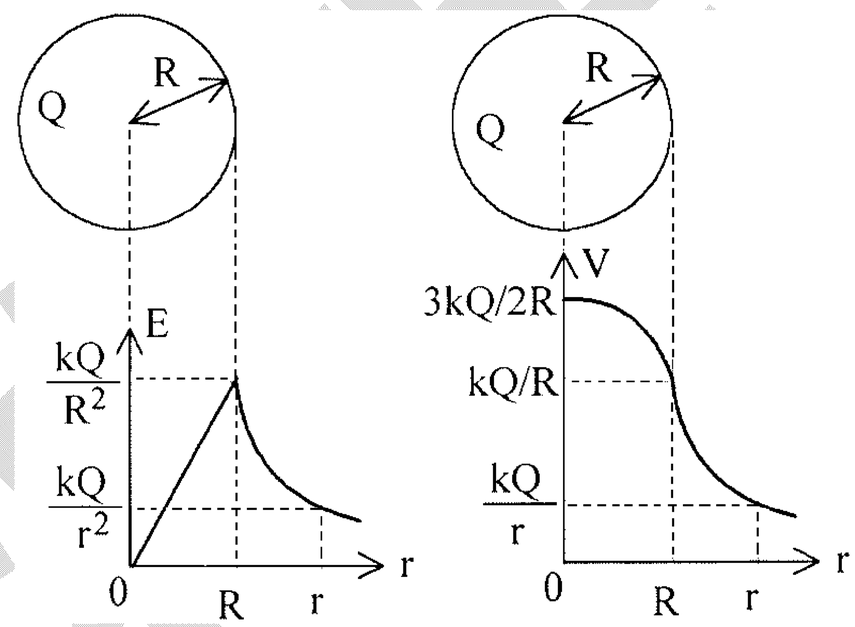
3.均勻荷電 **Q** 之絕緣體**(**半徑 **R)**：

(1)球外**(r＞R)**：$\mathbf{V}=\frac{kQ}{r}$ ；$\mathbf{E}=\frac{kQ}{r^2}$

(2)球表面**(r＝R)**：$\mathbf{V}=\frac{kQ}{R}$ ；$\mathbf{E}=\frac{kQ}{R^2}$

(3)球內**(r＜R)**：$\mathbf{V}=-\frac{kQ}{2R^3}r^2+\frac{3kQ}{2R}$ ；

$\mathbf{E}=\frac{kQ}{R^3}\mathbf{r}$



四、電位差(俗稱電壓)

1.意義：在電場中任兩點 **A**、**B** 間電位之差，稱為 **A**、**B** 兩點的電位差 $\mathbf{V_{AB}=V_A-V_B}$

(1)將單位正電荷自電場中的 **B** 點等速移至 **A** 點時反抗電力之外力所作的功。

$\Rightarrow\ \mathbf{V_{AB}}=\frac{W_{B\to A}(\text{外力作功})}{q}=\frac{W_{A\to B}(\text{電力作功})}{q}$

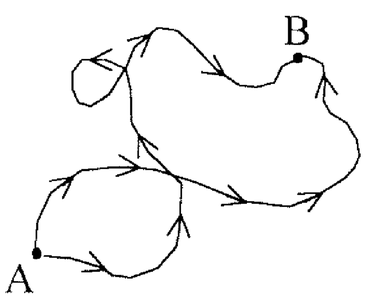
(2)單位正電荷自電場中的 **A** 點受電力作用移至 **B** 點，

其電位能的變化 $\mathbf{V_{AB}=(U_A-U_B)/q}$

※當一電荷在靜電場**(**保守力場**)**中自一點移至另一點時，此系統的電位能的改變，和此兩點的位置有關，而與移動時所經的路徑無關。

※正電荷在電場中受電力作用有自高電位移向低電位的趨向。

※負電荷在電場中受電力作用有自低電位移向高電位的趨向。



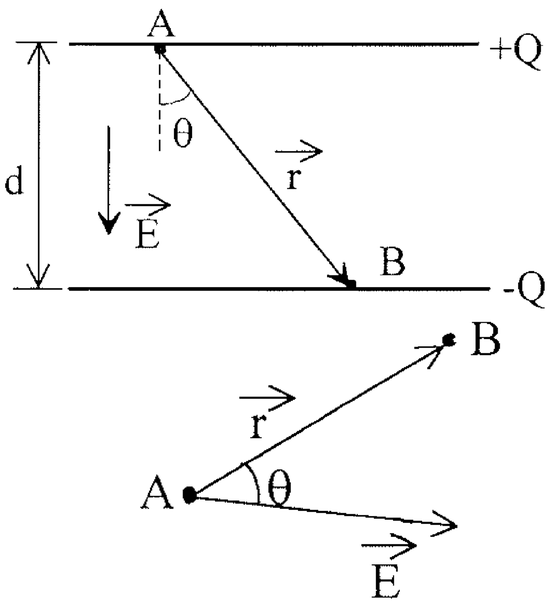
2.點電荷周圍之電位差～～距固定點電荷 **Q** 各為 $\mathbf{r_A}$ 及 $\mathbf{r_B}$，之二點。

$\mathbf{V_A}=\frac{kQ}{r_A}$ **&** $\mathbf{V_B}=\frac{kQ}{r_B}$　　$\mathbf{V_{AB}=V_A-V_B=kQ}(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B})$

3.荷等量異性電荷之兩平行金屬板之電位差 **V** 與電場 **E** 之關係：

設 **A**、**B** 兩板荷電量分別為＋**Q** 與－**Q**，板上電荷密度為 $\sigma=\mathbf{Q/A}$，兩板距離為 **d**，則由定義知 **A**、**B** 兩板電位差為：

$\mathbf{V_{AB}}=\frac{W_{A\to B}(\text{電力作功})}{q}=\frac{Fd}{q}=\frac{qEd}{q}=\mathbf{Ed}=\mathbf{4}\pi\mathbf{k}\sigma\cdot\mathbf{D}$



註：如右圖 **A**、**B** 二點之電位差 $V_{AB}=\vec{E}\cdot\vec{r}=E\,r\cos\theta$

五、等位體

1.意義：一導體帶電而電荷靜止時，則導體上任一點之電位必均相同，稱為等位體。

2.性質：

(1)導體之內部無電場亦無電荷存在，但電位則等於表面電位。

(2)導體外之電力場方向必垂直於導體的表面。

(3)兩帶電導體互相接觸(或以導線聯結)，導體上電質點發生移動，直至兩導體電位相等，導體內部電場消失為止。

(4)電荷恆分佈於導體表面上，曲率愈大處，電荷密度愈大，電場強度愈強，但電位與其他各處相等。

※說明：有 **A**、**B** 兩帶電金屬球，各帶 q_1、q_2 電量，半徑各為 r_1、r_2，若以導線連接之(或接觸)後兩球帶電量分別為 q_1'與 q_2'，則

a.因兩球表面電位相等 $\Rightarrow \frac{kq_1'}{r_1}=\frac{kq_2'}{r_2}\Rightarrow \frac{q_1'}{q_2'}=\frac{r_1}{r_2}\Rightarrow$兩球帶電量與半徑成正比

b.又由電荷守恆知 $q_1'+q_2'=q_1+q_2\Rightarrow q_1'=\frac{r_1}{r_1+r_2}(q_1+q_2)$ ；$q_2'=\frac{r_2}{r_1+r_2}(q_1+q_2)$

註：因金屬球的半徑 r_1 ＜＜地球半徑 r_2，故金屬球接地時，$q_1'\fallingdotseq 0$ 而 $q_2'\fallingdotseq q_1+q_2$，即球上面的電荷可視為全部流到地面上。

c.兩球表面的電荷密度與球的半徑成反比。

$$\sigma'=\frac{q'}{A}=\frac{q'}{4\pi r^2}\propto\frac{r}{r^2}=\frac{1}{r}\Rightarrow\frac{\sigma_1'}{\sigma_2'}=\frac{r_2}{r_1}$$

d.兩球表面電場強度的量值與球的半徑成反比。

$$E'=\frac{kq'}{r^2}\propto\frac{r}{r^2}=\frac{1}{r}\Rightarrow\frac{E_1'}{E_2'}=\frac{r_2}{r_1}$$

$\Rightarrow$帶電之導體的曲率半徑愈小

$\Rightarrow\sigma$ 愈大，**E** 愈大，易使周圍空氣分子游離而成導體

$\Rightarrow$電荷可經由空氣放電～～尖端放電

※例：同心導體球：內球帶正電時其電位必高於外球，內球帶負電時電位必低於外球，故內外二球以導線連接時必使內球之電荷流到外球之表面直至流光為止，即最後必使電荷恆分佈於外球表面。

說明：設內、外球的半徑分別為 R_1 與 R_2，而荷電量分別為 Q_1 與 Q_2，則

內球電位 $V_1=\frac{kQ_1}{R_1}+\frac{kQ_2}{R_2}$，而外球電位 $V_2=\frac{kQ_1}{R_2}+\frac{kQ_2}{R_2}$

$\Rightarrow$內、外二球電位差 $V_{12}=V_1-V_2=kQ_1(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$

因 $R_1<R_2$ 故 $\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}>0$，則

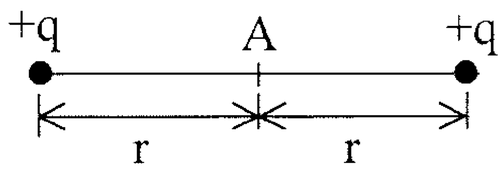
a.若 $Q_1>0$，則 $V_1-V_2>0$，即 $V_1>V_2$，故以導線連接後，正電荷 Q_1 自高電位的內球殼

流向低電位的外球殼，直到 $Q_1=0$ 時 $V_1-V_2=0$，即 $V_1=V_2$，此時內、外球等電位，而外球殼外壁帶電量為 Q_1+Q_2。

b.若 $Q_1<0$，則 $V_1-V_2<0$，即 $V_1<V_2$，以導線連接後，負電荷 Q_1 自低電位的內球殼流向高電位的外球殼，直到 $Q_1=0$ 時 $V_1-V_2=0$，即 $V_1=V_2$，此時內、外球等電位，而外球殼外壁帶電量為 Q_1+Q_2。

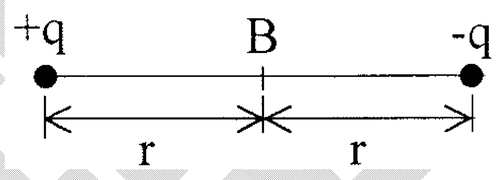
(5)當某點電位為零時，該點電場不一定為零，反之亦然。

例：如右圖所示(電位為純量求代數和而電場為向量求向量和)



A 點：電位：$V=k\frac{q}{r}+k\frac{q}{r}=k\frac{2q}{r}\neq 0$

電場：$\vec{E}=(k\frac{q}{r}\rightarrow)+(k\frac{q}{r}\leftarrow)=0$



B 點：電位：$V=k\frac{q}{r}+k\frac{(-q)}{r}=0$

電場：$\vec{E}=(k\frac{q}{r}\rightarrow)+(k\frac{q}{r}\rightarrow)=(k\frac{2q}{r}\rightarrow)\neq 0$

(6)愈近正電荷，電位愈高，其電場強度愈大。而愈近負電荷，則電位愈低，但其電場強度愈大。

說明：**(a)**距電量為＋**q** 的點電荷之距離 **r** 處，

電位 $V=k\frac{q}{r}$；電場強度量值 $E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow$ 若 **r**↓則 **V**↑且 **E**↑。

(b)距電量為－**q** 的點電荷之距離 **r** 處，

電位 $V=k\frac{(-q)}{r}$；電場強度量值 $E=k\frac{q}{r^2}\Rightarrow$ 若 **r**↓則 **V**↓而 **E**↑。

六、等位面：電位恆為一定值的假想面

1.與電力線的切線方向垂直。

2.形狀隨帶電體形狀而異。

◎點電荷所建立電場：等位面形狀為球面。

◎帶電長直導線所建立的電場：等位面形狀為柱面。

◎均勻電場：等位面的形狀為平面。

3.不相交，亦不相切。

七、電位與電場的關係：

1.電位對位置關係曲線上任一點切線斜率之絕對值表示該點電場強度。

2.電場對位置關係曲線下所包含的面積表電位差。

3.若電場方向由 **A**→**B**，則 **A** 點電位高於 **B** 點的電位。

4.電力線的始點之電位高於電力線之終點電位。

5.愈接近正電荷，電位愈高，其電場強度愈大。

※點電荷的電位能

【觀念&公式】

1. $U(r)=\dfrac{kQq}{r}$

2. 已無窮遠為零位面

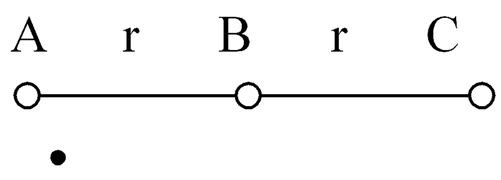
3. 電位能是純量

例 23.質量 M、m 的質點各帶電量-Q、+q，繞共同質心等速旋轉的過程中，M、m 恆相距 r，不計重力，則 (A)此系統動能為 kQq/2r (B)系統電位能為-kQq/2r (C)系統力學能為-kQq/2r (D)系統束縛能為 kQq/2r (E)旋轉週期為 $2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{k(Q+q)}}$ 。答：(A)(C)(D)

類 1.在氫原子中，設電子繞核半徑 0.5Å 的等速率圓周運動，求：(1)電子的受力 (2)系統的位能 (3)電力動能 (4)系統的力學能 (5)電子的游離能(或束縛能)。答：(1) 9.2×10^{-8} Nt，(2) -4.6×10^{-18} J，(3) 2.3×10^{-18} J，(4) -2.3×10^{-18} J，(5) 2.3×10^{-18} J

類 2.兩點電荷相距 d 時，其間的靜電引力量值為 F，則相距 $\dfrac{1}{3}$ d 時的電位能為_____。答：3Fd

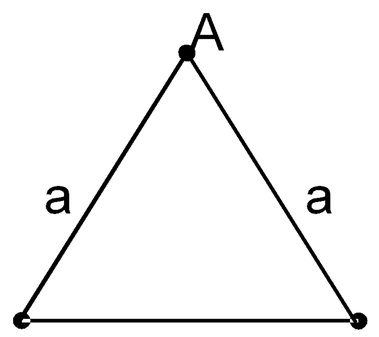
類 3.右圖中，三點電荷 A、B、C，每一點電荷電量均為＋q，則此系統之電位能為若干？答：$\dfrac{5kq^2}{2r}$



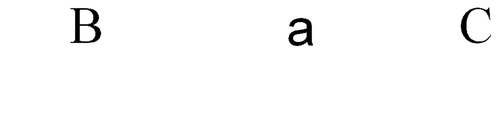
類 4.如圖，試求：

(1)A 在電場中所具有的電位能。

(2)分離此三電荷至無窮遠處需作功若干？答：$-\dfrac{12kQ^2}{a},\dfrac{10kQ^2}{a}$



類 5.電子繞原子核轉，當電子的總能變為原有的一半，則電子的繞轉半徑變為原來的少倍？ (A)$\dfrac{1}{2}$ (B)2 (C)$\dfrac{1}{4}$ (D)4 。答：(B)

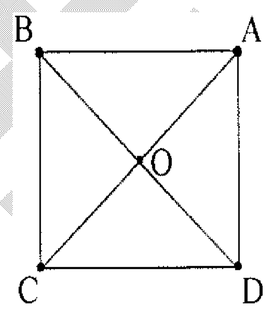


類 6.質量 m 的電子繞質子作半徑 R 的圓周運動，動能為 E，則： (A)位能-2E (B)總能量-E (C)束縛能 E (D)動量大小 $\sqrt{2mE}$ (E)受力大小 2E/R。答：(A)(B)(C)(D)(E)

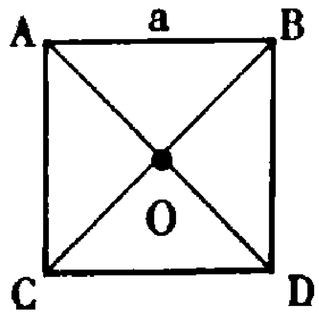
※系統的電位能差

例 24.正方形 ABCD 之每邊長為 L，在頂點 A、B 上各置一正電荷+Q，而在頂點 C、D 上則各置一負電荷-Q。(1) 求組合此一系統所需的總能量為？(2) 現將一電荷 Q 由無限遠處移到此正方形的中心點上，問需作功多少？【82.夜大】答：(1) $\frac{-\sqrt{2}kQ^2}{L}$ (2)0

類 1.正方形 ABCD 之每邊長爲 0.20 米，在其它三頂點 B、C、D 分別置有三個點電荷 Q。設 $Q=3.0\times10^{-6}$ 庫侖，則欲將一帶有 5.0×10^{-7} 庫侖電荷的質點 q 由 A 點移至正方形之中心點 O 所需作之功約爲：(A)0.104 焦耳 (B)0.0615 焦耳 (C)0.222 焦耳 (D)0.180 焦耳。【70 日大】答：(A)

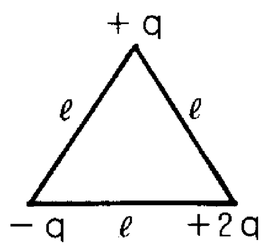


類 2.如圖，ABCD 爲正方形，邊長 a，各角置+Q，求(1)O 點電位，(2)將+q 自∞移到 O 點須做功若干？ (3)若 A 點之電量改爲-Q 其他 B，C，D 仍爲+Q，則(1)與(2)答案各如何？答：(1) $\frac{4\sqrt{2}KQ}{a}$，(2) $\frac{4\sqrt{2}KQq}{a}$，(3) $\frac{2\sqrt{2}KQ}{a}$，$\frac{2\sqrt{2}KQq}{a}$



類 3 在一正方形 ABCD 各角上分別有+q、+q、−q、−q 的點電荷，而正方形邊長爲 a，則(1)四電荷間的總電力位能爲何？(2)將 A 點的電荷移到無窮遠處需作功若干？答：(1) $\frac{-\sqrt{2}kq^2}{a}$ (2) $\frac{kq^2}{\sqrt{2}a}$

類 4.右圖三個帶電質點兩兩相距 ℓ，欲使間隔距離均變爲 2ℓ 須作功多少？答：$\frac{kq^2}{2\ell}$



類 5.A、B、C 爲邊長 a 之正三角形的三個頂點，均置點電荷 q，若移動 B、C 二點之點電荷使 ABC 仍成一正三角形，而邊長變爲 a/2，須作功若干？答：$\frac{3kq^2}{a}$

類 6.一正三角形之三角上各有一點電荷 Q，則要組合此一系統需作功若干？答：$3kQ^2/a$

類 7.三個點電荷，電量均爲 q，彼此相距 r，設此系統之電位能爲 U_1，今引入另一點電荷 q 至此三個點電荷所構成正三角形之重心處，而此四點電荷之總電位能爲 U_2，則 U_2/U_1 爲若干？答：$\sqrt{3}+1$

※點電荷的電位

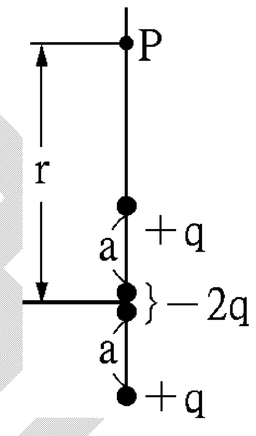
【觀念&公式】

1. $V(r)=\frac{kQ}{r}$

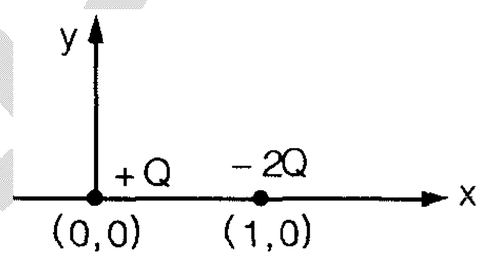
2. 已無窮遠為零位面

3. 電位是純量

例 25. 求圖中 P 點之電位，又 r≫a 時之電位又為何？答：(1) $\frac{2kqa^2}{r(r^2-a^2)}$ ；(2) $\frac{2kqa^2}{r^3}$

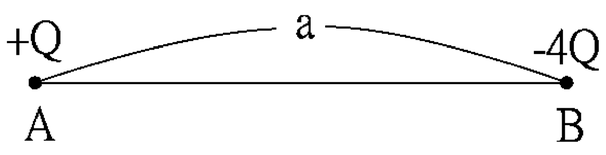


類 1. 兩個點電荷+Q 與-2Q，分別置於座標(0，0)與(1，0)處，如右圖所示。則下列那些點的電位為零？ (A)(-1，0) (B)$(-\frac{1}{3}$，0) (C)$(\frac{1}{3}$，0) (D)(2，0)【83 夜大】答：(A)(C)



類 2. 兩點電荷 A、B 相距為 a，帶電量如圖，則在 AB 連線上電場為零處，其電位為多少？

(A) $\frac{kQ}{a}$ (B) $-\frac{kQ}{a}$ (C) $\frac{kQ}{2a}$ (D) $-\frac{3kQ}{a}$ (E)0 。答：(B)



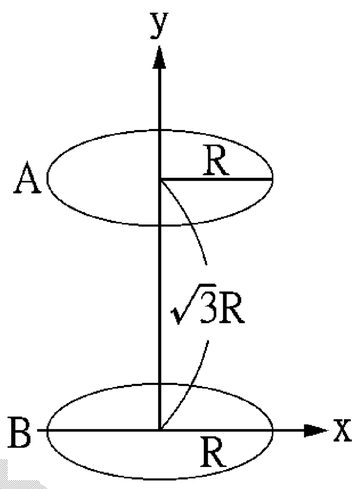
類 3. 在 AB 兩點各有一正電荷 q，其電量相等，且固定不動。今引入第三個點電荷 Q 於 AB 之中點 C 上，並限定 Q 只能在 AB 連線上運動，則下列何者正確？(A)若將 Q 靜止放在 C 點，它將保持不動 (B)若 Q＞0，則 Q 在 C 點成平衡 (C)若 Q＝q，設未放 Q 前的電位能為 U，則放 Q 於 C 後位能為 5U (D)在答案(C)中，如 Q＝-q 最後位能為-5U (E)若 Q＞q 並將 Q 放在 AC 中點上，如 Q 不受電場以外的力，則 Q 開始振動且振幅大於 AB/2。答：(A)(B)(C)

類 4. 在 x 軸上有一點電荷 Q 置於 x＝a 處(Q 及 a 均為正值)，另一點電荷-$\sqrt{5}$ Q 置於 x＝-3a 處。設在無限遠處之電位為零，則下列敘述何為正確?(A)在 y 軸上，y＝a 處電位為零(B)在 y 軸上，y＝2a 處電位為正(C)在 y 軸上，y＝a 處電場的 y 方向分量為零(D)在 x 軸上，x＝(2-$\sqrt{5}$)a 處電位為零(E)在 x 軸上，a＞x＞1-3a 間電場均為朝正 x 方向。【84 日大】答：(A)(D)

類 5. 在 x 軸上有一點電荷 q 固定於 x＝1 之位置，另有一點電荷(-q)固定在 x＝-1 之位置。今考慮 x 軸上極遠的一點 A，其位置為 x＝r(r>>1)，則 A 點之電位大約與 (A)r^2 成正比 (B)r^2 成反比 (C)r 成正比 (D)r 成反比 (E)$\sqrt{r}$ 成反比。【大學聯考題】答：(B)

※點電荷的電位

例 26.如圖所示，兩均勻帶電的圓環 A、B，A 帶電量+Q，B 帶電量－Q，如果環的半徑皆為 R，兩環距離為 $\sqrt{3}$ R，求在 A 環中心處的電位為_____；電場大小為_____。答：$\frac{kQ}{2R}$；$\frac{\sqrt{3}kQ}{8R^2}$

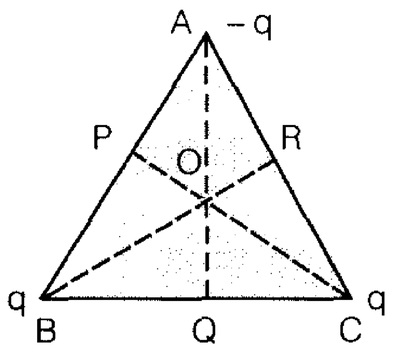


類 1.一半徑為 a 之金屬圓環，均勻帶＋Q 之電量，則 (1)其圓環軸心上與圓環中心相距 r 處之電場大小及電位各為何？(2)若 r＝0 或 r»a 時，其值又如何？答：(1) $E=\frac{kQr}{(r^2+a^2)^{3/2}}$，$V=\frac{kQ}{(r^2+a^2)^{1/2}}$ (2)r=0 時，$E=0$，$V=\frac{kq}{a}$；r»a 時，$E=\frac{kQ}{r^2}$，$V=\frac{kQ}{r}$

類 2.在邊長為 l 之正三角形的兩個頂點上各放置一個點電荷，測得在第三個頂點上之電位為 O，電場大小為 $\frac{KQ}{l^2}$，則此兩點電荷之乘積為： (A)Q^2 (B)$\frac{Q^2}{3}$ (C)$-Q^2$ (D)$\frac{-Q^2}{3}$ (E)$-3Q^2$【68 大學】答：(C)

類 3. 12 個電量相同的點電荷，對稱分佈在球赤道上，球心處電位為 V_1；球北極處電位為 V_2，則 V_1/V_2＝ (A)$1/\sqrt{2}$ (B)$\sqrt{2}$ (C)1/2 (D)2 (E)1 。答：(B)

類 4.正三角形 ABC，重心為 O，其三邊上之中點分別為 P、Q、R。今於三角形 ABC 之頂點分別放置點電荷-q、q 及 q(如圖)。設 q＞0，令 O、P、Q、R 各點之電位分別為 V_O、V_P、V_Q、V_R；電場量值分別為 E_O、E_P、E_Q、E_R，則下列不等式何者為正確？(A)$V_O>V_P$ (B)$V_O>V_Q$ (C)$E_O>E_Q$ (D)$E_R>E_Q$ (E)$E_O>E_P$。【78 日大】答：(A)(C)(D)



類 5.三點電荷固定在邊長 r 之正三角形 ABC 三頂點上，若三角形中心位置電位為零，且電場強度指向 A 點，其大小為 $9kQ/r^2$，則 B、C 在 A 點建立之電位為何？答：$2kQ/r$

※功&電位差

【觀念&公式】

1. $V_{AB}=\int_{r_B}^{r_A}-\vec{E}\cdot d\vec{r}=V_A-V_B$

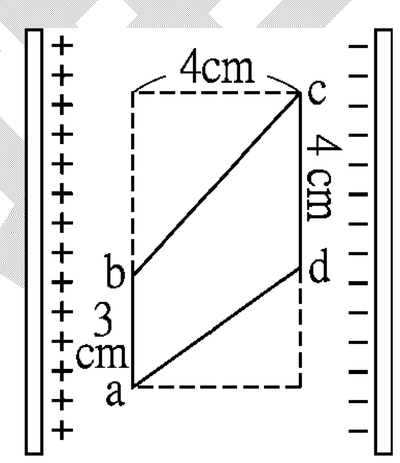
2.點電荷電位差 $V_{AB}=V_A-V_B=kQ(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B})$

3.均勻電場電位差 $V_{AB}=-\vec{E}\cdot(\vec{r}_A-\vec{r}_B)=-Er\cos\theta$

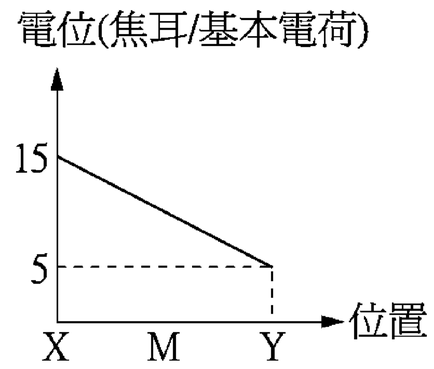
4.電位差決定於起點&終點，與路徑無關。

5.垂直於電場移動不需作功。

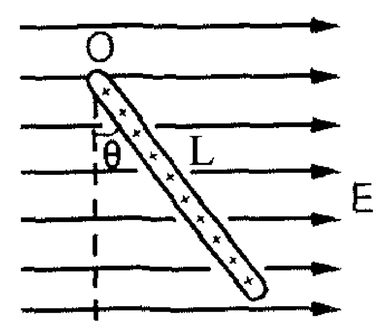
例 27.兩板間電位差 2000 伏特，相距 10cm，下列何者正確？ (A)板間電場 2.0×10^4N/C (B)V_{ab} ＝600 伏特 (C)V_{ac}＝800 伏特 (D)將 q＝-3×10^{-2}C 之電荷自 a→b→c 需作功 24 焦耳 (E)同(D)由 a→d 需作功 24 焦耳。答：(A)(C)(D)(E)



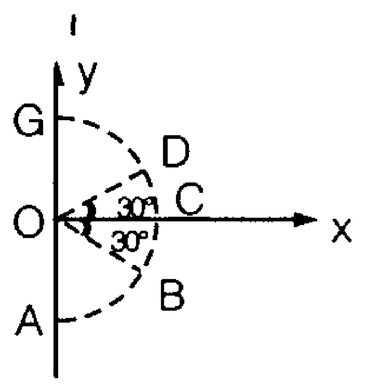
例 28.空間中相距 1 米之 X、Y 兩點，$\overline{XY}$ 上諸點的電位變化如圖。假設電場與 $\overline{XY}$ 平行，則一氦核（$^4_2He^{2+}$）於 X、Y 中點 M 處所受電力為_____牛頓。答：20



類 1.如圖所示，質量與電量皆均勻分布的細棒，長為 L，質量為 m，單位長度內的電荷為 λ，其一端繫於定點 O 並可繞 O 自由轉動。棒置於水平向右的均勻電場中(電場強度為 E)，靜止時棒與鉛直線的夾角為 θ。今棒的位置為鉛直時的重力位能及電位能皆為零，則以下敘述何者正確？(A) $\tan\theta=\frac{L\lambda E}{mg}$ (B)棒的電位能為 $-\frac{1}{2}L^2\lambda E\sin\theta$ (C)棒的重力位能為 $\frac{1}{2}mgL(1-\cos\theta)$ (D)棒所受的淨力矩為零。答：(A)(B)(C)(D)



類 2.在 xy 平面上，OA=OB=OC=OD=OG=2m，一均勻電場 3000N/C、平行 +y 軸向上，將位於原點的電荷 q=$+4\times10^{-3}$ C 移到_____點，電力所作之功，與將 q 自 A 沿 ABC 移到 C，電力所作之功相等。答：G



類 3.於 x-y 平面上有均勻電場 $\vec{E}=2\vec{i}-4\vec{j}$ 牛頓/庫侖，則點 P（1 米，3 米）與點 Q（–3 米，4 米）知電位差 V_{PQ} 為_____伏特。答：–12

※電位能→動能

【觀念&公式】

1. $E_{k1}+U_1=E_{k2}+U_2$

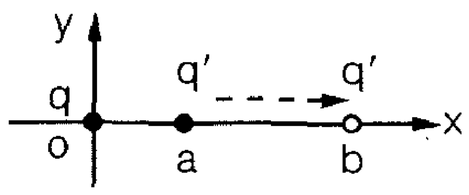
2.系統僅受內力而不受外力時，系統總動量守恆。

例 29.帶正電荷的甲、乙兩粒子，質量分別為 m_1、m_2，電荷分別為 q_1、q_2 中，被置於 x 軸上，距離為 d。今若同時讓這兩個粒子由靜止釋放，重力影響不計，則乙粒子最後的速率為 _____。【87.日大】答：$\sqrt{\dfrac{2km_1q_1q_2}{m_2d(m_1+m_2)}}$

類 1.兩點電荷帶同性電 q_1，q_2 由相距 r 靜止釋放，其質量分別爲 m_1 及 m_2，求二者距 2r 時 (1)二者總動能及動量和 (2)個別之動能 (3)若 q_1 固定而 q_2 遠離 q_1 甚遠時，q_2 之動能。答：(1) $\dfrac{kq_1q_2}{2r}$ ；0 (2) $E'_{k1}=\dfrac{km_2q_1q_2}{2(m_1+m_2)r}$ ；$E'_{k2}=\dfrac{km_1q_1q_2}{2(m_1+m_2)r}$ (3) $\dfrac{kq_1q_2}{r}$

類 2.兩等質量質點，各帶有異性電荷，相距 ℓ，從靜止釋放至相距 $\ell/2$ 時，各具速度 v，今改將其中一個固定，另一個仍由靜止釋放至相距 $\ell/2$ 時，速度爲何？ (A)$\sqrt{2}$ v (B)$2\sqrt{2}$ v (C)2v (D)v/2 (E)v/$\sqrt{2}$ 。答：(A)

類 3.有質量 m 且電性相同的二個帶電質點，如圖所示，其中電荷 q 被固定於 O 點上，而電荷 q'自坐標 a 處釋放。若不考慮消耗性阻力，則當電荷 q'運動至坐標 b 時的速率爲 (A) $\dfrac{kqq'(b-a)}{mab}$ (B) $\dfrac{2kqq'(b-a)}{mab}$ (C) $\sqrt{\dfrac{kqq'(b-a)}{mab}}$ (D) $\sqrt{\dfrac{2kqq'(b-a)}{mab}}$ 。答：(D)

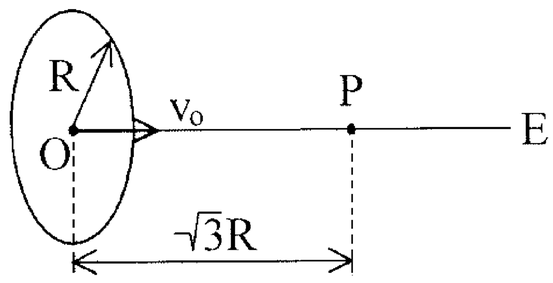


類 4.(一)二點電荷 A、B，Q_A=3 微庫侖、Q_B=2 微庫侖，m_A=m、m_B=2m，若將 B 固定，A 可在空間自由運動，將 A 自距 B 電荷 3 米處自由釋放 (1)A、B 相距 9 米 時 A 之動能爲何？ (2)A、B 相距很遠時 A 之動能爲何？答：(1) 1.2×10^{-2} 焦耳 (2) 1.8×10^{-2} 焦耳
(二)上問中若 B 電荷亦可自由運動，則如何？答：(1) 8.0×10^{-3} 焦耳 (2) 1.2×10^{-2} 焦耳

類 5.有兩質點，A 質量爲 m，電量爲 q，B 質量爲 3m，電量爲 5q。開始時，兩質點皆靜止，距離爲 b。將兩個質點釋放後，A 的動能爲 E_A，B 的動能爲 E_B，則 E_A/E_B=_____。答：3

※電位能→動能

例 30.總電量 Q 均勻分佈於一半徑為 R 的固定圓環上，今將一帶有 q 電量的質點 A，以 v_o 的速率由環心 O 垂直於環面向 E 射出(如右圖)，q 與 Q 符號相異，

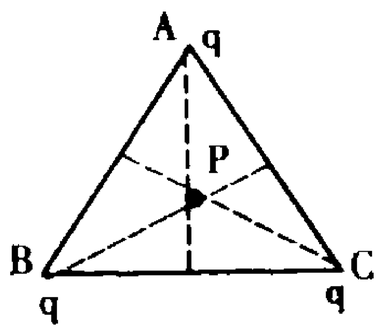


質點 A 沿 OE 軸運動時可達的最遠點為 P，而 $OP=\sqrt{3}R$

(1)質點 A 從 O 向 E 射出時，速率最小要若干，才可達無限遠處？

(2)今將質點 A 改為一質量相同，但電量為-q 的另一質點 B。當質點 B 從 O 處，由靜止狀態逐漸加速向 E 運動時，試求它到這 P 點時的速率？【72 日大】答：$(1)\sqrt{2}v_o\ (2)v_o$

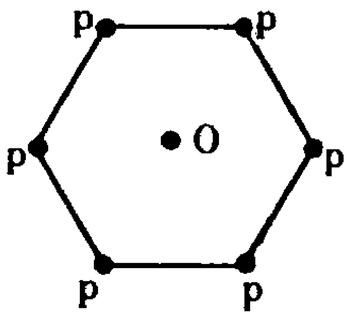
類 1.正三角形 ABC 之各邊長為 a，重心為 P。若在頂點 A、B、C 各固定一電荷，其電量均為 q，則下列敘述正確的是： (A)P 點之電場為 0 (B)P 點之電位為 $\frac{3\sqrt{3}Kq}{a}$



(C)在頂點 A 之電荷所受靜電力之量值為 $\frac{\sqrt{3}Kq^2}{a^2}$ (D)若 P 點有一靜止電荷 Q(電量等於 2q)，則 Q 脫離 P 點而遠走時，其動能不會超過 $\frac{6\sqrt{3}Kq^2}{a}$

(E)在(D)中之電荷 Q 是以等加速度遠走。【77 大學】答：(A)(B)(C)(D)

類 2.如圖為正六邊形，邊長均為 1Å，六個頂點均置質子一顆，



(1)今將一個質子由∞移到中心點須供給能量若干焦耳？答：1.38×10^{-17} J

(2)一個電子在中心點垂直紙面射出，要速率若干 m/s 才能到∞？(電子質量 9×10^{-31}Kg) 答：5.5×10^{6} m/s

類 3.一固定之均勻帶電圓環，半徑為 R，帶電量為+Q。另有一點電荷質量為 m，帶電量為-q，被侷限在圓環的中心垂直軸上運動。若點電荷在離圓環中心 $\sqrt{8}$ R 處被釋放，則點電荷到達環心時之速率為_____。【86.日大】答：$\sqrt{\frac{4kQq}{3mR}}$

類 4.邊長 d 之正方形每頂點皆有+q 電荷，則

(1)系統電位能為若干？

(2)設每一質點質量均為 m，則固定三質點，另一個電荷受斥力至無限遠處時之速率為何？

(3)若固定兩對角電荷，則兩質點至無限遠處之相對速度為若干？

答：$5.4\frac{kq^2}{d},q\sqrt{\frac{5.4k}{md}},2q\sqrt{\frac{4.7k}{md}}$

※彈性碰撞

【觀念&公式】

1. $\vec{v}_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_2$　　$\vec{v}_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_2$

2. 碰撞最接近時，兩物的速度相等，且等於質心速度 $\vec{v}_1' = \vec{v}_2' = \vec{v}_C$

3.若 $v_2=0$，則 $E_{k1}^{'} = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}E_k$ ， $E_{k2}^{'} = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}E_k$

4.若質點僅受徑向的力，則其角動量守恆。

例 31.質量 m 的質點帶電 $+q$，以初動能 K 從甚遠處向帶電 $+Q$、質量 M 之靜止原子核正向碰撞，假設原子核不動時，m、M 最近距離為 r_o，則原子核可以自由運動時最近距離為

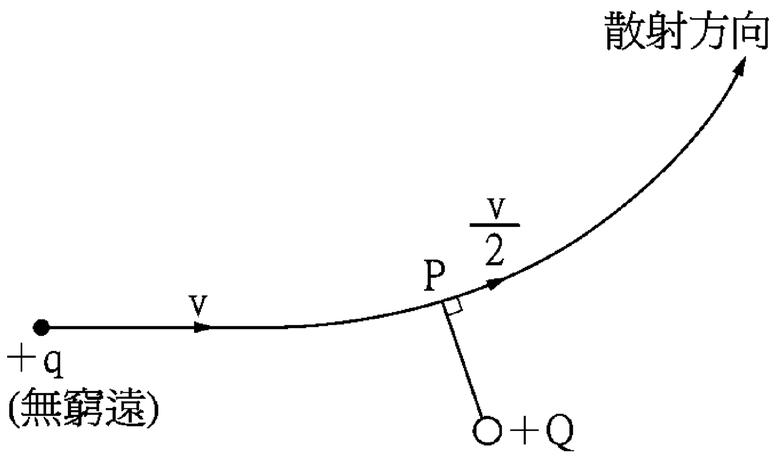
(A) $(\frac{m}{M})r_o$　(B) $(\frac{M}{M+m})r_o$　(C) $(\frac{m}{M+m})r_o$　(D) $(\frac{M+m}{M})r_o$　(E) $(\frac{M+m}{m})r_o$。答：(D)

類 1.如圖中，質量 m、帶電量 $+q$ 之質點射向一帶電量 $+Q$ 之固定點電荷而被散射，若 q 距 Q 無窮遠時之速率為 v，最接近時（圖中 P 點）之速率為 $\frac{v}{2}$，則

(1) 二質點最接近之距離為何？

(2) 最接近時，q 質點運動軌跡之曲率半徑為何？答：

(1) $\frac{8kQq}{3mv^2}$；(2) $\frac{16kQq}{9mv^2}$



類 2.假設 α 粒子自無窮遠處以 E_k 的動能正撞一靜止質子（電量 e）所能接近的最近距離為＿＿＿＿。答：$\frac{10ke^2}{E_k}$

類 3.具有動能 5.0×10^{-19} 焦耳的 α 質點自無窮遠處正面射向一靜止的質子，當兩者相距最近時，求：(1)總動能 (2)電位能 (3)兩者速度 (4)電力位能 (5)此最小距離各為若干？

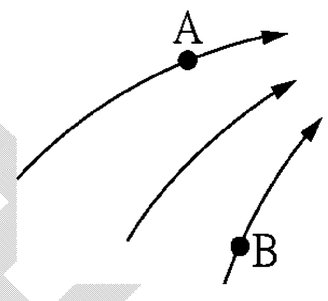
答：(1) 4.0×10^{-19} J，(2) 1.0×10^{-19} J，(3) 9.8×10^{3} m/sec，(4) 10^{-19} J，(5) 4.6×10^{-9} 公尺

類 4.質量均為 m，各帶正電量 q_1 與 q_2 的 A、B 兩自由電荷，當兩電荷相距甚遠時，A 以 v_o 之速率正面向靜止的 B 運動，則兩者最接近的距離為＿＿＿＿。（庫倫常數為 k）答：$\frac{4kq_1q_2}{mv_0^2}$

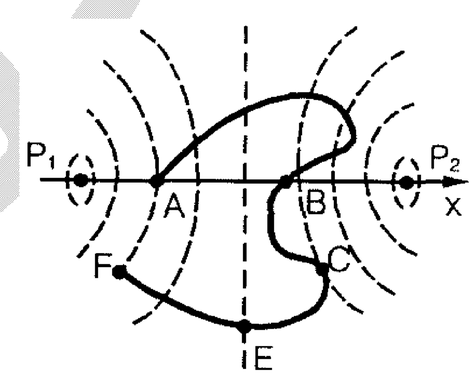
※電場&等位線

【觀念&公式】
1.等位面與電力線的切線方向垂直
2.等位線可以是封閉曲線
3.等位線越密，電場越強

例 32.如圖為某靜電場的電力線分佈，其中 A、B 兩點的電場大小各為 E_A、E_B，電位各為 V_A、V_B，則 (A)$E_A > E_B$，$V_A < V_B$ (B)$E_A > E_B$，$V_A > V_B$ (C)$E_A < E_B$，$V_A < V_B$ (D)$E_A < E_B$，$V_A > V_B$ (E)資料不夠，無法判斷。答：(A)



類 1.圖中，P_1、P_2 分別有點電荷 Q，-Q，虛線所示為等位線，任兩相鄰之等位線相差 50 伏特，且訂無限遠電位為零。(1)一點電荷 3.0×10^{-12} 庫侖，由 A 循實線所示之路徑由 A→B→C 時，靜電力所作之功為焦耳。(2)該點電荷，若已知質量 3.6×10^{-13} 仟克，則其由 A 點靜止出發，通過 B 點時之速度為_____。答：(1)4.5×10^{-10} J(2)50m/s



類 2.下列有關於「等位線與電場」實驗的敘述中，正確的是 (A)若兩圓形電極完全相同，則繪出的等電位線(或電力線)形狀和電池正負極的選擇無關 (B)愈靠近正電極的等電位線，電位愈高；愈靠近負電極的，電位愈低 (C)正負兩圓型電極連線垂直平分線，電位最低，其值等於零 (D)依照電學理論，本實驗所得之等電位線，應全部為閉合曲線 (E)兩探針間的微安計改成靈敏的伏特計，同樣可以作成實驗。【76 夜大】答：(A)(B)(E)

類 3.下列敘述何者正確 (A)等位線上各點的電場大小都相等 (B)在均勻電場中的電位到處相等 (C)電力線為電荷運動的軌跡 (D)一導體帶電時，曲度較大處，電場強度較大。電位亦較高，曲度較小處，電場強度較小，電位亦較低 (E)任何電荷在電場中由靜止釋放，必向電位能較小處移動。答：(E)

類 4.下列關於等位面之描述何者正確？ (A)與電力線的切線方向垂直 (B)形狀隨帶電體形狀而異 (C)點電荷所建立電場：等位面形狀為球面 (D)帶電長直導線所建立的電場：等位面形狀為柱面 (E)均勻電場：等位面的形狀為平面。答：(A)(B)(C)(D)(E)

類 5.關於電位、電壓、電場與電力線之描述，下列何者正確？ (A)電位對位置關係曲線上任一點的切線斜率之絕對值表示該點的電場強度 (B)電場對位置關係曲線下所包含的面積表電位差 (C)若電場方向由 A→B，則 A 點電位高於 B 點的電位 (D)電力線的始點之電位高於電力線之終點電位 (E)均強電場 E 順電場方向移動 d 之電位降落為 Ed(即電壓 Ed) 答：(A)(B)(C)(D)(E)

※金屬球的電場&電位

【觀念&公式】

1.球形導體(半徑 R，帶電量 Q)：(1)球外(r＞R)：V＝$\frac{kQ}{r}$ ；E＝$\frac{kQ}{r^2}$

(2)球表面(r＝R)：V＝$\frac{kQ}{R}$ ；E＝$\frac{kQ}{R^2}$ (3)球內(r＜R)：V＝$\frac{kQ}{R}$ ；E＝0

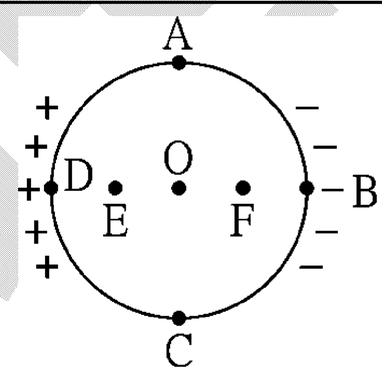
2.電荷恆分佈於導體表面上，導體內部無電荷存在。

3.導體內部電場為 0，導體外之電力場方向必垂直於導體的表面。

4.球內任一點電位與表面均相同，球體外之電場&電位可視球體電荷集中於球心來計算。

5.曲率愈大(半徑愈小)處，電荷密度愈大，電場強度愈強，但電位與其他各處相等。

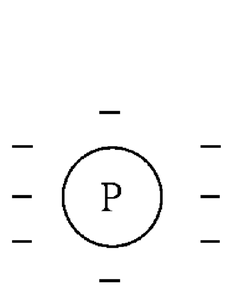
例 33.如圖，一不帶電之中空金屬球外徑為 R，今在球殼外距球心為 3R 處放一點電荷 $-Q$ ($Q>0$)，A、B、C、D 四點分別在金屬球表面，O 為球心，E、F 兩點距球心 $\frac{1}{2}R$，若 V_D 表 D 點電位，E_E 表 E 點電場，其餘類推，則下列敘述何者正確？ (A)$V_D>V_B$ (B)$V_B=V_C$ (C)$E_E=E_F$ (D)$V_E=V_F$ (E)$E_O=E_B$。答：(B)(C)(D)

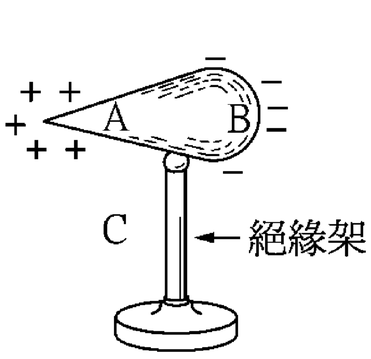


類 1.一半徑為 0.5 公尺的金屬球體，置於乾燥空氣中，充電於其上使電壓達 60 萬伏特而無放電現象產生，則此球的帶電量為何？答：3.3×10^{-5} 庫侖

類 2.與半徑 R、電位 V_o 的導體球球心距離 r 處，電場大小為 E，電位為 V，則 r＞R 時 (A)E＝$\frac{r^2V_o}{R}$，V＝$\frac{RV_o}{r}$ (B)E＝$\frac{R^2V_o}{r}$，V＝$\frac{rV_o}{R}$ (C)E＝$\frac{RV_o}{r^2}$，V＝$\frac{r^2V_o}{R}$ (D)E＝$\frac{RV_o}{r^2}$，V＝$\frac{RV_o}{r}$ (E)E＝$\frac{rV_o}{R^2}$，V＝$\frac{rV_o}{R}$。答：(D)

類 3.如圖帶電體 P 靠得夠近，使絕緣架上中性導體 C 的 A、B 兩端產生不可忽略的感應電荷，靜電平衡時 (A)A 端電位 V_A 比 B 端電位 V_B 高 (B)$V_A<V_B$ (C)V_A、V_B 之大小需進一步的資料才能判定 (D)$V_A=V_B$ (E)P 靠近 C 時，C 的電位升高。答：(D)





類 4.對一半徑為 R 之球形帶電金屬體，下列敘述何者正確？(A)金屬體內電場為零 (B)電荷均勻分布在球形金屬體中 (C)金屬體內電位為零 (D)金屬體之內部電位較表面為低。答：(A)

※同心球殼的電場&電位

【觀念&公式】

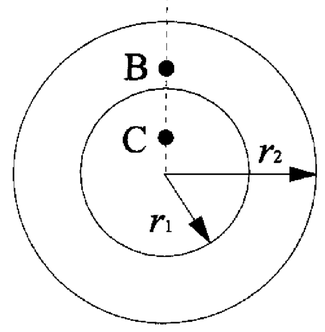
1.以高斯定律計算電場。

2.電位為所有電荷產生電位之純量和。

3.厚球殼需考慮感應電荷，但總電荷守恆。

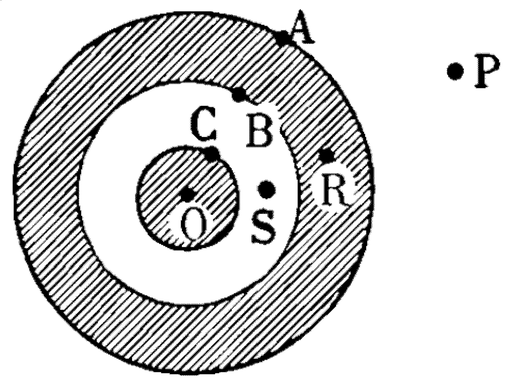
4.導體內部電場為零。

例 34.如圖所示，兩個半徑分別為 r_1 及 r_2 $(r_1<r_2)$ 之同心金屬薄球殼，各帶正電荷 q_1 與 q_2，則 A、B、及 C 三點之電位各為何？ 答：$V_A=\frac{k(q_1+q_2)}{r_A}$，



$V_B=\frac{kq_1}{r_B}+\frac{kq_2}{r_2}$，$V_C=\frac{kq_1}{r_1}+\frac{kq_2}{r_2}$

例 35.$r_A>r_B>r_C$，AB 間為厚金屬殼，帶電量為+Q；BC 間無任何物體；C 為實心金屬球，帶電量為-q。求 P、A、R、B、S、C、O 各點之電場及電位各若干？答：$E_P=\frac{k(Q-q)}{r_P^2}$，$V_P=\frac{k(Q-q)}{r_P}$；

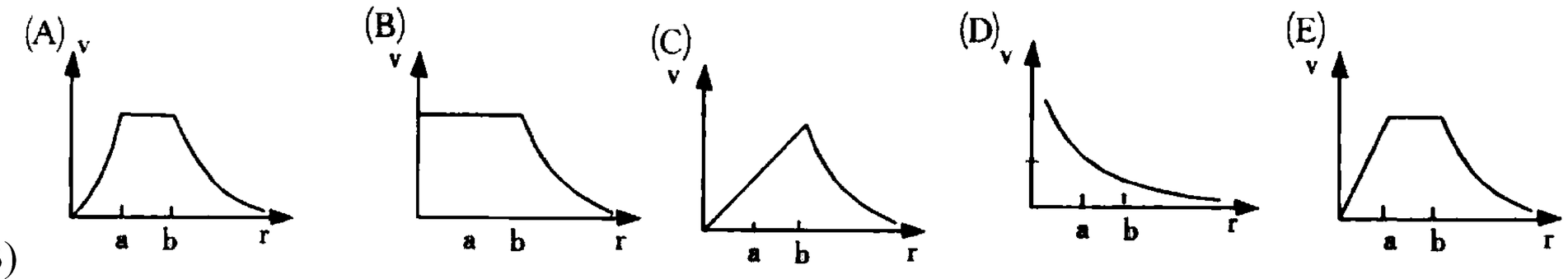


$E_A=\frac{k(Q-q)}{r_A^2}$，$V_A=\frac{k(Q-q)}{r_A}$；$E_R=0$，$V_R=\frac{k(Q-q)}{r_A}$；$E_B=0$，

$V_B=\frac{k(Q-q)}{r_A}$；$E_S=\frac{k(-q)}{r_S^2}$，$V_S=\frac{k(Q-q)}{r_A}+\frac{kq}{r_B}+\frac{k(-q)}{r_S}$；$E_C=\frac{k(-q)}{r_C^2}$，

$V_C=\frac{k(Q-q)}{r_A}+\frac{kq}{r_B}+\frac{k(-q)}{r_C}$；$E_O=0$，$V_O=\frac{k(Q-q)}{r_A}+\frac{kq}{r_B}+\frac{k(-q)}{r_C}$

類 1.一空心金屬球殼內半徑 a，外半徑 b，帶有電荷 Q(Q>0)，電荷均勻分佈於其外表面，則金屬球殼殼內外距離中心 r 處之電位 V，以下列各圖中那一圖是爲正確？【69 大學】答：(B)



※金屬球接觸

【觀念&公式】

1.兩球接觸，電位相等，帶電量與半徑成正比。

2.兩球表面的電荷密度與球的半徑成反比。表面電場強度的量值與球的半徑成反比。

3. $V=\frac{kQ}{R}$ ； $E=\frac{kQ}{R^2}$

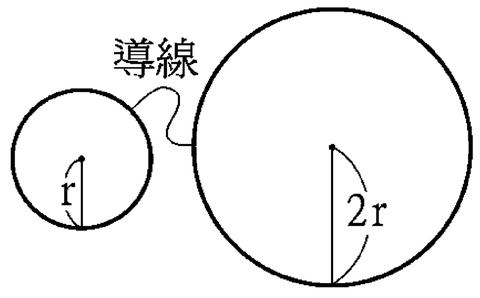
例 36.有彼此相距甚遠的甲、乙兩帶電金屬球，甲、乙兩球的半徑各為 a 及 b。假設在無窮遠處電位為零，甲、乙兩球的電位分別為 V_a 及 V_b。今以一細長導線接觸兩球，使兩球成為等電位後，再將此導線移開，則此兩球之電位為： (A) $\frac{V_a+V_b}{2}$ (B) $\frac{V_a a+V_b b}{a+b}$ (C) $\frac{V_a b+V_b a}{a+b}$ (D) $\frac{V_a a^2+V_b b^2}{a^2+b^2}$ (E) $\frac{V_a b^2+V_b a^2}{a^2+b^2}$ 。【89 日大】答：(B)

類 1.設 A、B、C 三球，半徑比依序為 3：2：1，僅 A 球荷電 q，而 B 與 C 均不帶電。B 球先與 A 接觸後，再與 C 球接觸後，三球分開，最後使 A、B 相距為 r 時，兩者間靜電力為若干？ (A) $\frac{kq^2}{25r^2}$ (B) $\frac{2}{25}\frac{kq^2}{r^2}$ (C) $\frac{3}{25}\frac{kq^2}{r^2}$ (D) $\frac{4}{25}\frac{kq^2}{r^2}$ (E) $\frac{5}{25}\frac{kq^2}{r^2}$ 。（r 甚大於三球之半徑）答：(D)

類 2.兩電位不等、半徑各為 R 及 r 之導體球，各帶電量 Q 及 q，相距甚遠。以細導線連接後電荷重新分配直到等電位為止，試求後來兩球之(1)帶電量；(2)電荷密度 σ_1 及 σ_2。

類 3.A、B、C 是三個完全相同的導體小球，其中 A 和 B 各帶相等電量，相距 d 時，其靜電力為 F，今將原先不帶電之 C 球與 A 球接觸後，再與 B 球接觸，然後 C 球移至遠處，A、B 位置不變，則靜電力變為_____。【79 日大】答： $\frac{3}{8}$F

類 4.如圖半徑分別為 r 與 2r 的兩帶同性電的金屬球體，彼此相距甚遠，若將兩球以導線接通，則兩球表面電場之比值為多少？ (A) $\frac{1}{2}$ (B)2 (C) $\frac{1}{4}$ (D)4。答：(B)



類 5.一實心銅球半徑 R，質量 M；另一空心銅球半徑 r，質量 m。設二球相距甚遠，令二球帶電，並以一細長直導線連接此二球，則空心銅球帶電量與實心銅球帶電量之比值為多少？(A)1 (B) $\frac{r}{R}$ (C) $(\frac{r}{R})^2$ (D) $(\frac{r}{R})^3$ (E) $\frac{m}{M}$ 。【73 日大】答：(B)

※水銀球合併

例 37.有八個完全相同的球形水銀滴，所帶電量皆為 q，其中兩個帶負電，六個帶正電，若帶正電的水銀滴表面電位為 V 電場大小為 E，則此八個水銀滴合成一個大水銀滴之後，表面電位及電場大小各為若干？（以 V，E 表示）答：$(1)V'=2V\ (2)E'=E$

類 1.帶電量 Q 之水銀成球形，分離成三顆水銀球，半徑比為 1：2：3，求各球表面的 (1)電位比 (2)電量比 (3)電荷密度比 (4)電場大小比？答：(1)1：1：1，(2)1：2：3，(3)6：3：2，(4)6：3：2

類 2.有兩個大小相同、但帶不等電量的水銀球，其電位分別為 V_1 和 V_2。若將兩水銀球合成一大水銀球，則其電位為何？ 答：$\frac{V_1+V_2}{\sqrt[3]{2}}$

類 3.兩個大小相同的水銀球，各帶不同電性之電荷，球表面之電場大小分別為 E 及 2E。今將兩水銀球合成一大水銀球，則此大水銀球表面之電場強度大小為何？答：$\frac{\sqrt[3]{2}}{2}E$

類 4.直徑 2R 之球形水滴電位 V，現有同樣水滴 8 滴合成一滴後之電位為若干？答：4V

類 5.老公為了替破病中的老婆煮飯，決定到傳統市場買材料準備煮海鮮粥「孝敬」老婆.....

老公「老闆，今天有進新的魚獲嗎？」

魚販「有啊！你看　魚怎樣？」

老公「　魚...？可是我要煮粥哩！有沒有小魚？」

魚販「煮粥呀～～那吻仔魚最好了!」

老公「吻仔魚？好吧！那...麻煩你先幫我處理一下，不用太麻煩，去頭去尾，再幫我切三段就好了！」

魚販「.....」

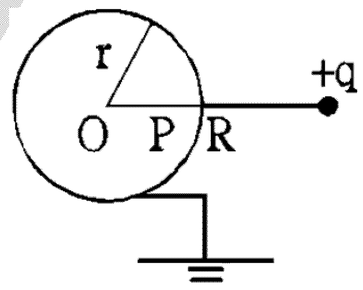
若需各章講義，可至 http://web.tcfsh.tc.edu.tw/whc1118/下載

※接地

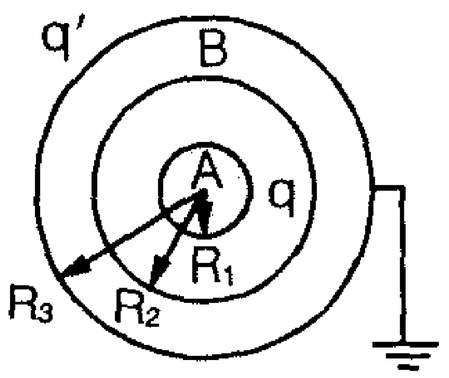
【觀念&公式】
1.接地之導體電位為零。
2.考慮感應電荷。

例 38.有一電荷 q 與一個接地之平面導體相距 d，則兩者間作用力為 (A)0 (B)$\frac{Kq^2}{d^2}$ (C)$\frac{Kq^2}{2d^2}$ (D)$\frac{Kq^2}{4d^2}$ (E)$\frac{Kq^2}{16d^2}$ 。答：(D)

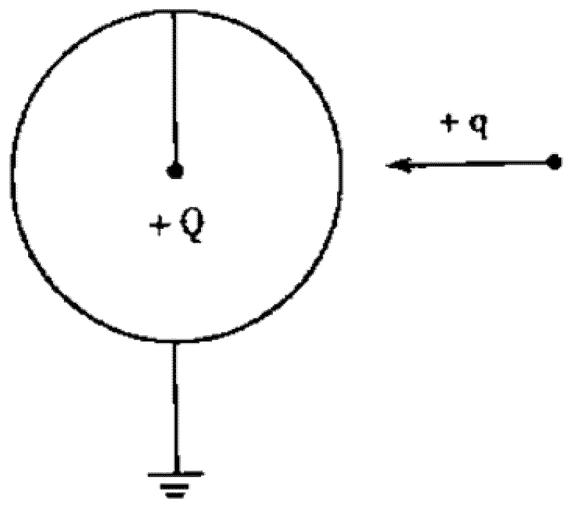
例 39.半徑為 10cm 的金屬球，以導線與地球連接。在距球心 20cm 處有一點電荷 q，$q=+1.0\times10^{-8}$ coul，如右圖。則 (1)球上的感應電荷為？ (2)球上的感應電荷在球心 O 點所建立的電位？答：(1)-5.0×10^{-9} coul；(2)450 伏特



類 1.半徑 R_1 的導體球 A 與內、外半徑 R_2、R_3 的厚金屬球殼 B 同心，今設法使 A、B 各帶+q、+q'的電荷後，將 B 之外表面接地，則 A、B 間的電位差 V_A-V_B 為 (A)k(q+q')($\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}$) (B)kq($\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}$) (C)k(q+q') $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ (D)kq' $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ (E)以上皆非。答：(B)



類 2.設有一接地之金屬球殼，殼內以絕緣線繫一正電荷+Q 於球心。如將另一正電荷+q 由遠處移近球殼(如右圖)，則下列那些現象會發生？ (A)球殼鄰近+q 之一面會帶負電，球殼另一端則會帶正電 (B)電荷+Q 會受到+q 之排斥力 (C)球殼與+q 之間會產生吸引力 (D)球殼內部之電場因+q 之移近而改變 (E)將電荷+q 移近球殼時須以外力對+q 做正功。【75 年大學】答：(C)



類 3.若半徑為 r，荷電量為 q 的金屬球，與半徑為 R 厚度極薄且接地的金屬球殼同心，則內外兩球的電位差為何？答：$kq(\frac{1}{r}-\frac{1}{R})$

※平行板的電場&電位

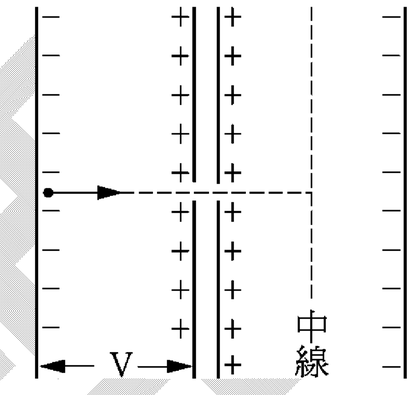
【觀念&公式】

若兩平行板帶電量分別為$+Q$、$-Q$，兩板間距為 d，則

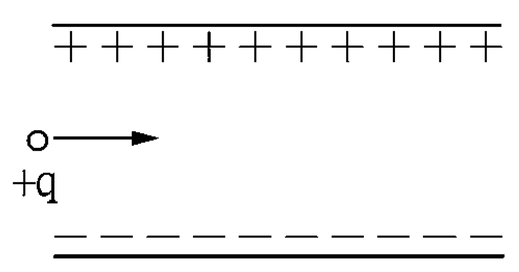
1.兩板間電場$E=4\pi k\sigma=4\pi k\frac{Q}{A}$(由正極板指向負極板)

2.兩板間電位$V=-\vec{E}\cdot\vec{d}=4\pi k\sigma d$

例 40.如圖，一個電子由負板受到電位差 V 加速以後，進入另一均勻電場，恰能抵達中線處，今欲使電子能到達底端的負板，則加速電位差應變為多少？ (A)2V (B)$\sqrt{2}$ V (C)4V (D)$2\sqrt{2}$ V。答：(A)

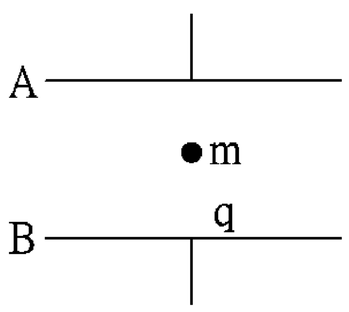


類 1.質子與α粒子分別垂直電力線入射於同一帶電平行金屬板中，若可離開電場，則下列敘述何者正確？ (A)以相同的速率入射，則偏向位移之比為 1：2 (B)以相同的動量大小入射，則穿越電場的時間比為 1：1 (C)以相同的動能入射，則庫侖力對其所作之功之比為 1：2 (D)以相同的加速電壓加速後入射，則偏向位移之比為 1：1 (E)承(D)，則其恰離開電場時，動能變化之比為 1：2。答：(D)(E)



類 2.將氫核與氘核放在相同兩平行金屬板的正電板上靜止釋放，則到達負電板時 (A)動能之比為 1：1 (B)動量之比為 1：$\sqrt{2}$ (C)受力之比為 1：1 (D)所須時間之比為 1：2 (E)所受衝量之比為 1：$\sqrt{2}$。【71 夜大】答：(A)(B)(C)(E)

類 3.如圖，A、B 為兩個水平放置的平行帶金屬板，兩板間距離為 d。板間有一正電荷質量 m、電量 q，處於平衡狀態，則兩板間電位差及電位高低為： (A)$\frac{mg}{dq}$，$V_A>V_B$ (B)$\frac{mg}{dq}$，$V_A<V_B$ (C)$\frac{mgd}{q}$，$V_A>V_B$ (D)$\frac{mgd}{q}$，$V_A<V_B$ (E)0，$V_A=V_B$。答：(D)



類 4.分別以相同動能的質子與α粒子垂直於均勻電場入射，若入射動能為 K，質子離開平板時，動能變為 2K，則α粒子離開時動能變為＿＿＿＿。答：5K

類 5.質量 m 的油滴恰在板距 d、電位差 V 的平行金屬板間靜止不動，則油滴帶電量為 (A)$\frac{dg}{mV}$ (B)$\frac{dV}{mg}$ (C)$\frac{mg}{dV}$ (D)$\frac{mgd}{V}$ (E)$\frac{mgV}{d}$。答：(D)

18-5 電容

一、電容器與電容

1.電容器：用來儲存電荷及能量的裝置，如平行板，導體球……等。電容在電路中的符號為⊣⊢。

2.電容：將兩個導體分別接於電池的正、負極，則兩導體會帶有等量而異性的電荷，實驗顯示，兩導體上的電量 **Q** 與兩板間之電位差成正比，其比例常數稱為電容 **C**，**C＝Q/V**。

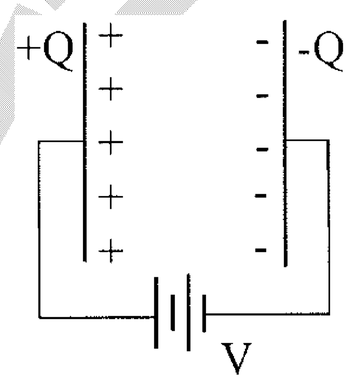
※使導體每升高(或降低)一單位電位所需充入(或放出)之電量，稱為導體之電容。

3.單位：若使導體每升高(或降低)**1** 伏特所需充入(或放出)之電量恰為 **1** 庫侖，則此導體之電容為 **1** 法拉**(F)**⇒法拉**(F)**＝庫侖**(C)/**伏特**(V)**

註：實用上「法拉」太大，常使用微法拉(μ**F**)＝10^{-6}**F**，而 **1** 微微法拉($\mu\mu$**F**)＝**1pF**＝10^{-12}**F**。

4.平行板的電容(板距 **d**，面積 **A**)：

平行板上兩板各均勻帶電＋**Q**、－**Q**，則其間的電場 **E**＝**4**π**kQ/A**，



因電場均勻，故兩板間的電位差 **V**＝**Ed**，

則 $\mathbf{C}=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{Ed}=\frac{Q}{4\pi kQd/A}=\frac{A}{4\pi kd}$

5.金屬球殼的電容：

(1)半徑為 **R** 的金屬球體之電容 $\mathbf{C}=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{kQ/R}=\frac{R}{k}=4\pi\varepsilon_0\mathbf{R}\propto\mathbf{R}$

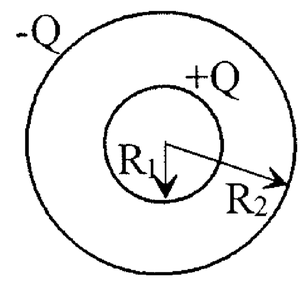
⇒球導體之電容與其半徑成正比。

(2)同心金屬球電容器：

設內球體(殼)的半徑 $\mathbf{R_1}$，外薄球殼的半徑 $\mathbf{R_2}$，內、外球各帶電＋**Q**、－**Q**，

則　內球體電位 $\mathbf{V_1}=\frac{kQ}{R_1}+\frac{k(-Q)}{R_2}$

外球殼電位 $\mathbf{V_2}=\frac{kQ}{R_2}+\frac{k(-Q)}{R_2}$



⇒電位差 $\mathbf{V}=\mathbf{V_1}-\mathbf{V_2}=\mathbf{kQ}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$

∴電容 $\mathbf{C}=\frac{Q}{V}=\frac{R_1R_2}{k(R_2-R_1)}$

註：電容的大小與電容器的幾何形狀有密切的關係，與 **Q**、**V** 無關。

二、電容器的組合

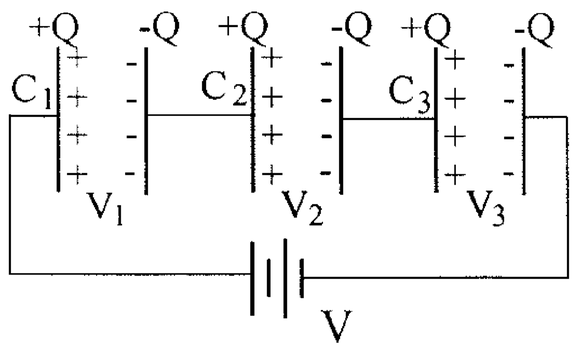
1.串聯：今將電容分別為 $\mathbf{C_1}$、$\mathbf{C_2}$、$\mathbf{C_3}$、……及 $\mathbf{C_n}$ 等 **n** 個電容器串聯，則

(1)充電時每一電容器上之電量均相同

$\mathbf{Q}=\mathbf{Q_1}=\mathbf{Q_2}=\mathbf{Q_3}=\cdots\cdots=\mathbf{Q_n}$　……**a.**

(2)總電位差＝各個電容器電位差之和，

即 $\mathbf{V}=\mathbf{V_1}+\mathbf{V_2}+\mathbf{V_3}+\cdots\cdots+\mathbf{V_n}$　……**b.**



(3)由 **a.b.**得 $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\cdots\cdots+\frac{1}{C_n}$

$\Rightarrow$**C** 稱為 **n** 個串聯電容器之總電容或等效電容。

2.並聯：今將電容分別為 C_1、C_2、C_3、……及 C_n 等 **n** 個電容器並聯，則

(1)每一個電容器的電位差均相同

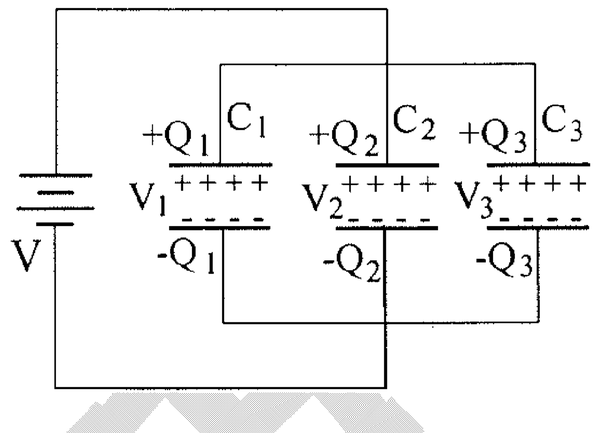
$V=V_1=V_2=V_3=\cdots\cdots=V_n$ ……**a.**

(2)總電量＝各個電容器電量之和，

即 $Q=Q_1+Q_2+Q_3+\cdots\cdots+Q_n$

$\Rightarrow CV=C_1V_1+C_2V_2+C_3V_3+\cdots\cdots+C_nV_n$ ……**b.**

(3)由 **a.b.**得總電容或等效電容 $C=C_1+C_2+C_3+\cdots\cdots+C_n$



3.討論：

(1)串聯後電容變小：$C<C_1$，$C<C_2$，$C<C_3$，……及 $C<C_n$。

(2)並聯後電容變大：$C>C_1$，$C>C_2$，$C>C_3$，……及 $C>C_n$。

(3)電容器電容的大小決定於下列兩極因素：

a.介質的種類：

兩平行板間若有介質，由較深入的分析知電容將變大，變大的程度與介質種類有關。

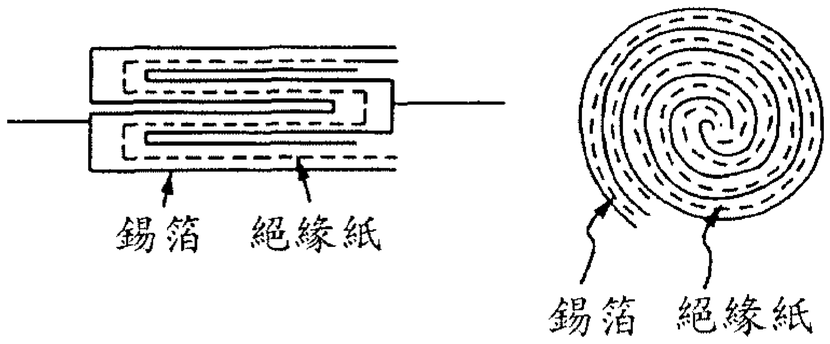
b.電容的幾何結構：

平行板電容器的電容 $C \propto A/d$。串聯則相當於 **d** 變大，故 **C** 變小；並聯相當於 **A** 變大，故 **C** 變大。

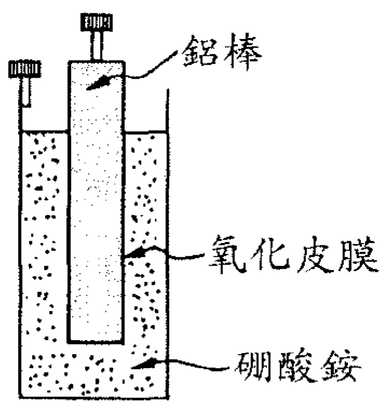
(4)電容的組合公式與彈簧類似，但與電阻相反。

三、各種電容器～～可以用來存(充電)提放電的絕緣導體

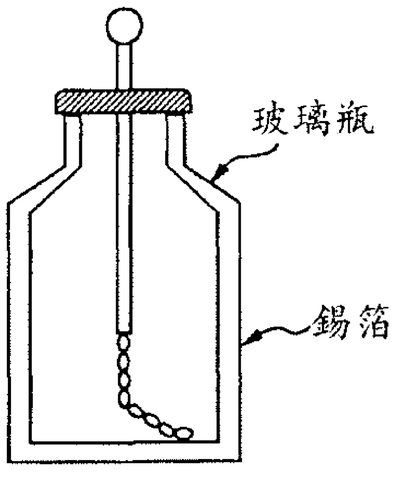
1. 錫箔電容器



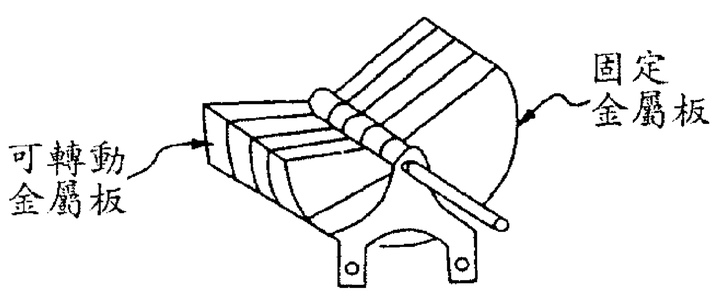
2. 電解電容器



3. 來頓(Leyden)瓶



4. 可變空氣電容器

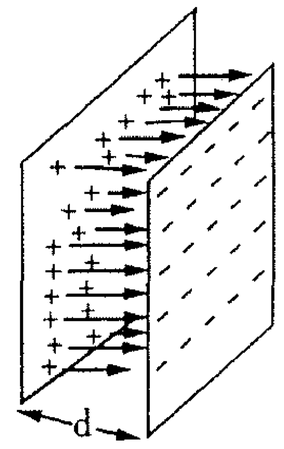


四、電容器帶電時所貯存之能量：

1.電荷＋**q**通過平行帶電金屬板電場作功：

如右圖，兩平行帶異性電**Q**金屬板面積**A**，其間之電場**E**為

$\mathbf{E}=\frac{4\pi kQ}{A}=\mathbf{4\pi k\sigma}$ ；此電場為均強電場，與板距**d**無關。



今若置＋**q**於正板前放手，到負板時，電力做功 $\mathbf{W=qEd}$

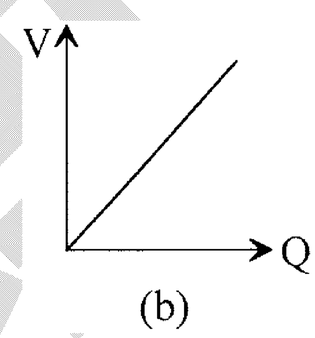
註：兩板間之電壓(電位差)為 $\mathbf{V=W/q=Ed=4\pi K\sigma d}$

可見電壓與板距成正比，且與板上電荷密度成正比。

2.平行板電容器的能量：

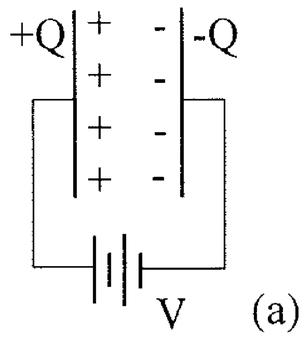
如右圖**(a)**，一板帶＋**Q**，另一板帶－**Q**的平行板電容器，兩板間的電位差為$\mathbf{V_o}$，用一導線連接兩板，此時第一個電子自負板移至正板，釋出能**eV**，第二電子移至正板，則釋出$\mathbf{eV_1}$，$\mathbf{(V_1<V)}$(因 $\mathbf{V\propto Q}$)

因電位差隨著電荷的減少而降低，如右圖**(b)**。



故所有－**Q**移至正板，共釋出能量 $\mathbf{U}=\frac{QV}{2}=\frac{CV^2}{2}$

此為平行板儲存的電能。



3.導體球半徑**R**，電量**Q**，其儲存的電能為 $\mathbf{U}=\frac{QV}{2}=\frac{kQ^2}{2R}$

4.有一次，世界第一男高音，跟世界第二男高音，在街上碰見了身為義大利人的第一男高音，向身為西班牙人的第二男高音炫耀說：「我上星期在西班牙一間教堂演唱，唱到一半，西班牙的觀眾忽然紛紛叫著：『啊！奇蹟出現了！奇蹟出現了！』我轉頭往身後一看，只見聖母瑪麗亞雕像的臉上，流下了兩行淚水。」

「哦？真是太巧了」第二男高音笑著說:「很巧的，當我在義大利的一間教堂裡演唱，唱到一半， 義大利觀眾忽然紛紛指著我的身後叫著： 『啊！奇蹟！奇蹟！』我轉過身一看， 只見耶穌從十字架走下來，握起我的手，由衷的讚美說： 『太好了！你唱的真是太好了啊！ 比起上星期在西班牙把我老媽都給弄哭了的那個義大利胖子，要好的太多了』。

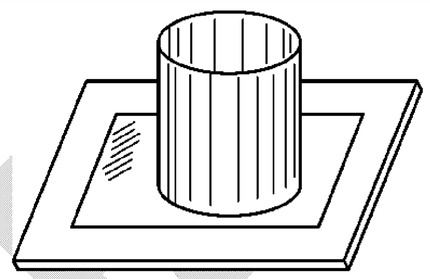
※電容的定義

【觀念&公式】

1. $C=\frac{Q}{V}$

2.影響電容的因素：幾何形狀(形狀、極板面積、極版間距)、絕緣材料電容率 ε

例 41.一金屬燒杯置於一金屬平板之上，兩者之間有一絕緣薄膜，若將 $8\times10^{-10}\,\mathrm{C}$ 的電量由燒杯轉至平板，使兩者電位差為 10V，求燒杯平板電容器的電容。答：$8\times10^{-11}\,\mathrm{F}$



類 1.兩金屬物體帶有 $+7.0\times10^{-11}\,\mathrm{C}$ 及 $-7.0\times10^{-11}\,\mathrm{C}$ 的電荷，而它們之間的電位差為 20V。(1)此系統之電容為何？(2)若電荷改成 $+2.0\times10^{-10}\,\mathrm{C}$ 及 $-2.0\times10^{-10}\,\mathrm{C}$，電容變為何？(3)此時電位差又變為何？答：(1) $3.5\times10^{-12}\,\mathrm{F}$；(2) $3.5\times10^{-12}\,\mathrm{F}$；(3) $\frac{400}{7}\,\mathrm{V}$

類 2.在隨機存取記憶體 RAM 晶片上的儲存電容器之電容為 $5.6\times10^{-14}\,\mathrm{F}$。若電容器充電至 5.1V，在電容器的負電板上之額外電子數為多少個？答：1.785×10^{6} 個

類 3.靜電計是一個用來測靜電荷的儀器，今不知電容中電板的電荷，而已測得電位差。當電容為 $5.0\times10^{-11}\,\mathrm{F}$ 而且電壓敏感度為 0.15V 時，靜電計所能測到最小的電荷為何？答：$7.5\times10^{-12}\,\mathrm{C}$

類 4.一電容與電源相連結，一開始未充電的 $2.5\times10^{-5}\,\mathrm{F}$ 電容。電源供應 120V。當開關 S 關了很久後，多少電荷會流經電池？答：$3.5\times10^{-3}\,\mathrm{C}$

類 5.電容器之使用若超過額定電壓則 (A)有放電可能 (B)當擊穿後電阻為零(C)電容會變大 (D)電容器之壽命變短 (E)可當安全開關。答：(A)(B)(D)

類 6.歲末年關將近，警察機關也開始一連串的巡邏臨檢的動作....

一天丫寶巡邏至一條小巷，發現四個賭鬼聚在角落正準備大開殺戒...

丫寶：吼...被我逮到了喔！這下誰都不准逃了！

甲：我是來找朋友聊天的

乙：我是來泡茶的

丙：我來陪朋友的

丫寶指著丁及地上的賭具：他們都說不是！那絕對就是你了！

丁：那你說我跟誰玩啊？等你一起玩嗎？

※平行板的電容

【觀念&公式】

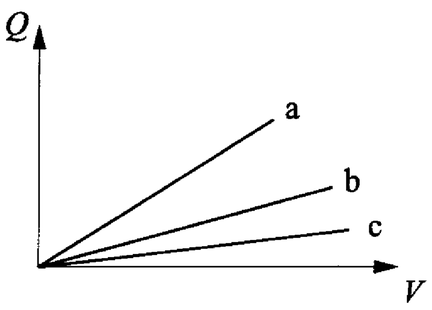
1. $C=\dfrac{1}{4\pi k}\dfrac{A}{d}$

2.當平行板間距改變時，①連接電池：電壓不變。②未連接電池：電量不變。

例 42.兩平行金屬板上帶電量各為＋Q 及－Q，兩板距離 d 時，兩平行金屬板的電容為 C，(1)若將兩板之帶電量增為＋2Q 及－2Q，則電容變為幾倍？(2)若將兩板距離增為 2d，則電容變為幾倍？答：(1)不變；(2) $\dfrac{1}{2}$

例 43.一對平行金屬板連接於電池兩端充電後，拆去連接電池之導線，並將兩板間距改為原來兩倍，則 (A)兩板上電量仍不改變 (B)兩板間電場強度將減半 (C)兩板間電位差將為原來兩倍 (D)兩板間相互作用力將減為原來 1/4 (E)兩板間儲存之能量將為原來兩倍。答：(A)(C)(E)

類 1.右圖所示為三個平行金屬板電容的帶電量 Q 與電壓 V 的關係圖線。其所對應的金屬板面積與兩板間距離應為表中的何者？答：a=丙，b=甲，c=乙。



電容種類	面積	兩板距離
甲	A	d
乙	A	$2d$
丙	$2A$	d

類 2.兩平行金屬板連接在電池兩端，若改變兩板間之距離，則： (A)兩板上電量與距離成反比 (B)兩板間電場強度與距離成反比 (C)兩板間之相互作用力與距離平方成反比 (D)兩板間儲存之能量與距離成正比 (E)拉開兩板所須外力作功與移動距離成正比。答：(A)(B)(C)

類 3.一平行板空氣電容器，兩金屬板對立部分面積為 1 平方公尺，兩板相距為 0.1 公釐。求(1)此電容器之電容。(2)若此電容器連接於 12 伏特之電池，則所充電之電量為若干？(3)此時金屬板間電場強度為若干？

類 4.某平行板電容器連接 12 伏特電源時，充電可達 20 庫侖，於拆去電源後，使二板放電 5 庫侖，此時二板間電位差為若干伏特？ (A)12 (B)9 (C)7 (D)5。答：(B)

※球狀電容&同心球殼電容

【觀念&公式】

1.球狀電容 $C=\frac{R}{k}$

2.同心球殼電容 $C=\frac{R_1R_2}{k(R_2-R_1)}$

例 44.一個半徑為 18cm 的孤立導體球，其電容大小為多少？ (A)18pF (B)20pF (C)24pF (D)36pF。答：(B)

例 45.一球狀電容器之兩電板半徑分別為 38mm 及 40mm，(1)計算其電容。(2)若以同樣間隔之平行板電容器來代替，則平行板面積為何？答：(1)8.4×10^{-11} F；(2)$1.9\times10^{-2}\ m^2$

類 1.若把地球視作為半徑 6370km 的導體球，則其電容為多少？答：7.1×10^{-4} F

類 2.一金屬球充以負電，當球面上的負電荷由 0 逐漸增加時： (A)球面電位為負 (B)球面的電位漸低 (C)金屬球所帶電能為正 (D)金屬球所帶電能漸增 (E)球面上的電場強度漸增。答：(A))B)(C)(D)(E)

類 3.鄰近無任何其他帶電體存在時，半徑為 10cm 之金屬球，則 (1)其電容為若干？(2)若欲使此金屬球電位升高 200 伏特，則須充若干電量於此金屬球？(3)此時儲存有多少電位能？答：(1)1.11×10－11F；(2)2.22×10－9C；(3) U_e＝2.22×10^{-8}（J）

類 4.一球狀液滴之電容為 $C=\frac{R}{k}$(R 為半徑)。若八滴合成一滴，則電容為何？答：$\frac{2R}{k}$

類 5.地球半徑為 6370km，而電離層高度為 80km，將地表與電離層視為同心金屬球殼，則此同心金屬球殼的電容為多少？答：0.057F

類 6.金屬球電容器 (A)電容與半徑成正比 (B)其上電量愈大電容愈大 (C)其上之電量愈大電壓愈大 (D)當電壓太大時會有放電現象 (E)電量愈大貯存能量愈大。答：(A)(C)(D)(E)

※電容的串聯並聯

【觀念&公式】

1.並聯：

電壓相等 $V=V_1=V_2=V_3$

電量相加 $Q=Q_1+Q_2+Q_3$

等效電容 $C=C_1+C_2+C_3$

2.串聯：

電壓相加 $V=V_1+V_2+V_3$

電量相等 $Q=Q_1=Q_2=Q_3$

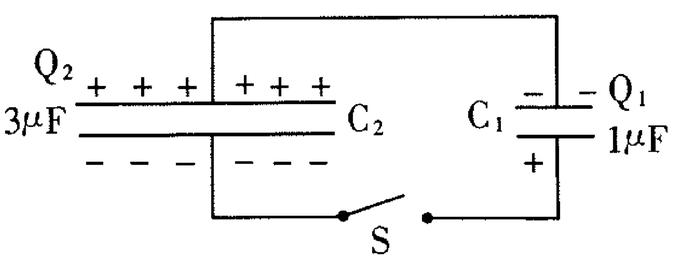
等效電容 $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$

例 46.電容比 1：2：3 的三個電容，則(a)串聯，(b)並聯時其上電量比？與電壓比各若干？答：(a)電量比 1：1：1；電壓比 6：3：2 (b)電量比 1：2：3；電壓比 1：1：1

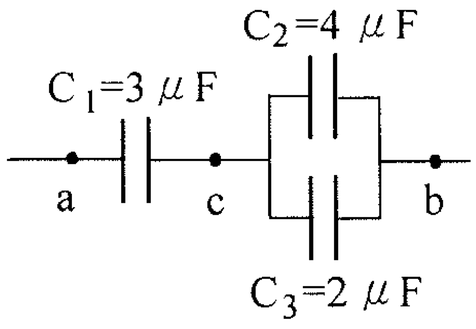
類 1.將板面積相同且板距比爲 1：2：3 之三平行金屬板電容器 A、B 與 C 串聯後連接於電池之正負兩極，求三者 (1)電容之比 (2)板上荷電量之比 (3)電位差之比 (4)板間電場強度之比。

類 2.電容器串聯，則 (A)其上各個電量相等 (B)各個電壓相等 (C)各個電容相等 (D)總電容變小 (E)每個貯存之電能相等。答：(A)(D)

類 3.兩平行板電容器(其電容分別爲 1.0 微法拉與 3.0 微法拉)，並聯接於一個 100 伏特的電池。今將電池移走，並接成如圖所示。試求開關 S 接通前與接通後，電容器上的電量？答：(1)$Q_1=1\times10^{-4}C$；$Q_2=3\times10^{-4}C$　(2) $Q_1'=0.5\times10^{-4}C$；$Q_2'=1.5\times10^{-4}C$



類 4.在右圖中，設 b 點接地，a 點保持 12 伏特，試求 (1)其組合電容 (2)每一電容器之電量。



※電容的能量

【觀念&公式】

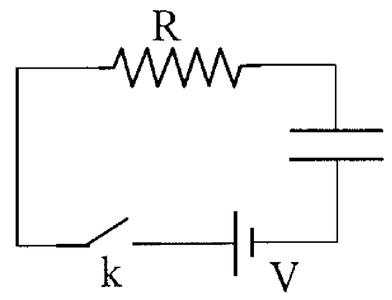
1.電容器儲存的電能：$U=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

2.平行板電容器儲存的電能：$U=\frac{AV^2}{8\pi kd}=\frac{2\pi kdQ^2}{A}$

3.球狀電容器儲存的電能：$U=\frac{RV^2}{2k}=\frac{kQ^2}{2R}$

例 47.一平行板電容器之面積 A＝40cm^2，其間之距離 d＝1.0mm，總充電至 V＝600V，求 (a)電容大小；(b)平板上之電量大小；(c)儲存的電能；(d)電場各若干？答：(a)35pF (b)2.1×10^{-8}C　(c)6.3×10^{-6} J (d)6.0×10^5 N/C

類 1.如右示電路圖，一電池與平行金屬板聯接情形，電源電壓 V、板的面積爲 A、板距 d。K 按上後，充電完畢，兩板各帶電量 Q 及−Q，則 (1)電池輸出的化學能若干？(2)平行金屬板儲存能量若干？(3)在電阻 R 處產生的熱量若干？



類 2.兩個不帶電的平行金屬板，以電動勢爲 60 伏特的直流電源（或電池）加以充電後，電源耗去了 4.8×10^{-6} 焦耳的能量，則由一平行板上被移至另一平行板上的電子數目爲：(A)1.25×10^7 (B)8.0×10^{-8} (C)2.88×10^{-4} (D)5.0×10^{11} (E)1.8×10^{15} 。答：(D)

類 3.一平行板電容器之面積 A，相距 d，充電至 V 然後拆去電池，並將兩板拉至 2d，試以 A、d 和 V 表示 (a)新的電位差，(b)起初和最後儲存的能量，(c)分開兩板所需的功各若干？答：(a)2V (b)U=$\frac{\varepsilon_o AV^2}{2d}$；U'=$\frac{\varepsilon_o AV^2}{d}$ (c) $\frac{\varepsilon_o AV^2}{2d}$

類 4.不接電池之二平行帶電板相距 L 米，電量各爲+q 庫命及-q 庫侖，若其中之電場強度爲 E 牛頓/庫侖，則加熱負板使電子射向正板，則

(1)剩餘電量爲 q/n 時，貯存能剩餘：(A)$\frac{qEL}{2n}$ (B)$\frac{n^2qEL}{2}$ (C)$\frac{qEL}{4}$ (D)$\frac{qEL}{2n^2}$ (E)$\frac{2qEL}{n^2}$。

(2)繼上題，在正板轉換成熱能之量值爲 (A)$(1+\frac{1}{n})$qEL (B) $(1-\frac{1}{n})$qEL (C) $(1-\frac{1}{n^2})$qEL (D) $(1+\frac{1}{n^2})$qEL (E) (n^2-1)qEL。答：(1)(D)；(2)(C)