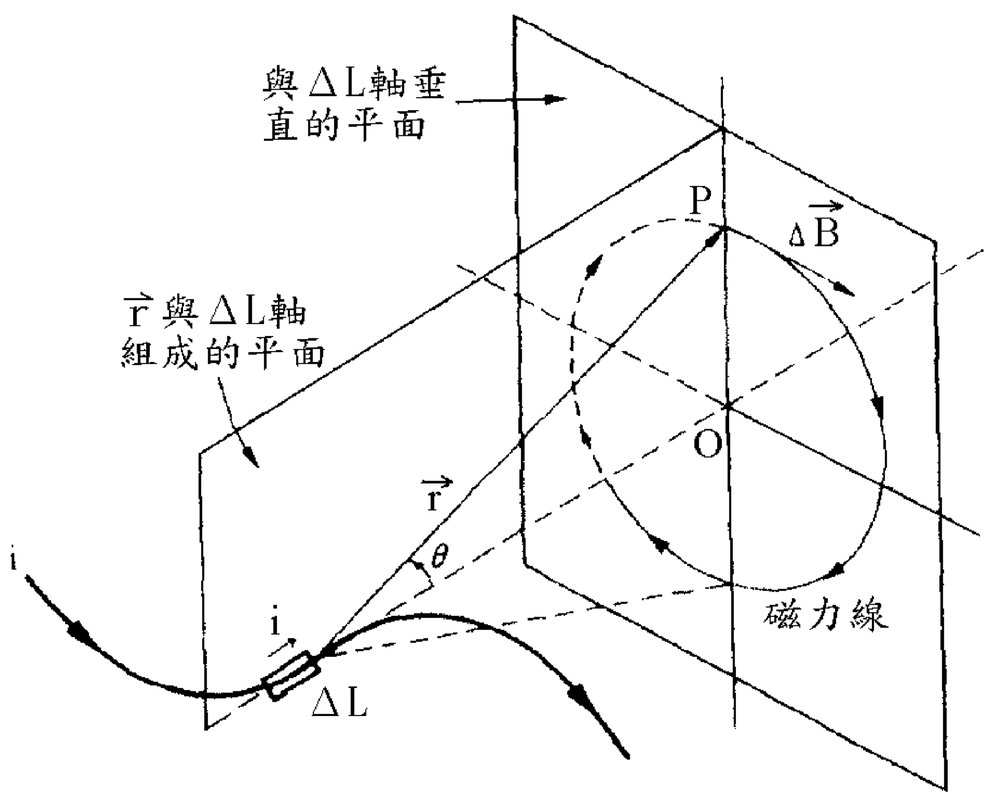
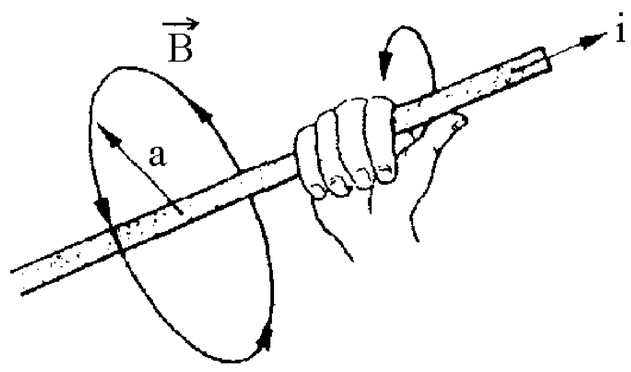
PHYSICS

第二十章

電流磁效應



(a)



(b)

_____年 _____班 _____號

姓名：_____

吳錫玠老師 編授

20-1 磁場與磁力線

一、磁性與磁鐵

1.磁性：物體能吸引鐵質物體的性質叫做磁性。

2.磁體或磁鐵：具有磁性的物體。如鐵、鈷、鎳等金屬和合金。

(1)天然磁鐵：凡天然具有磁性的物質，即為天然磁鐵。例：磁鐵礦**(Fe_3O_4)**、鈷、鎳等。

(2)人造磁鐵：凡經由人工造成的磁鐵，即為人造磁鐵。例：磁針、條形磁鐵、蹄形磁鐵。

a.暫時磁鐵：如電磁鐵用軟鐵製成的人造磁鐵，在磁化停止後，它的磁性隨之消失者，即為暫時磁鐵。

b.永久磁鐵：如用鋼或其合金製成的人造磁鐵，在磁化停止後，仍能保持磁性者即為永久磁鐵。

3.磁極～～在具有磁性的物體上，呈現磁性特別強烈部位。

(1)將磁針或條形磁鐵水平懸掛之，當其靜止時，見磁針之兩極恆指向南北。

a.指向北方的磁極稱磁針的指北極**(N** 極**)**。

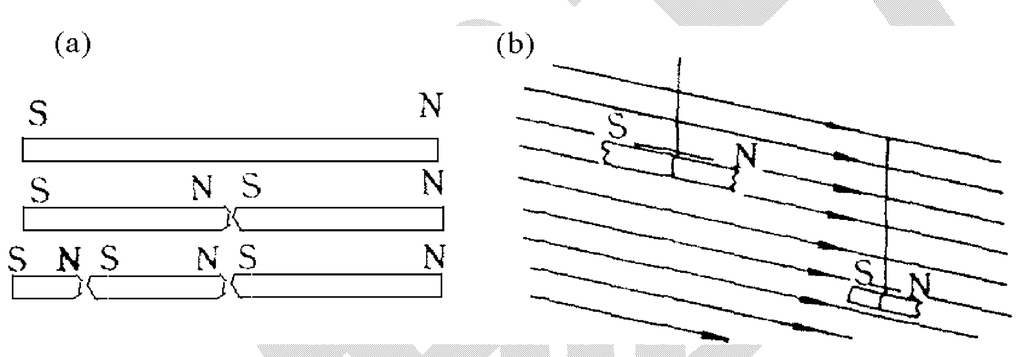
b.指向南方的磁極稱磁針的指南極**(S** 極**)**。

(2)磁極性質：

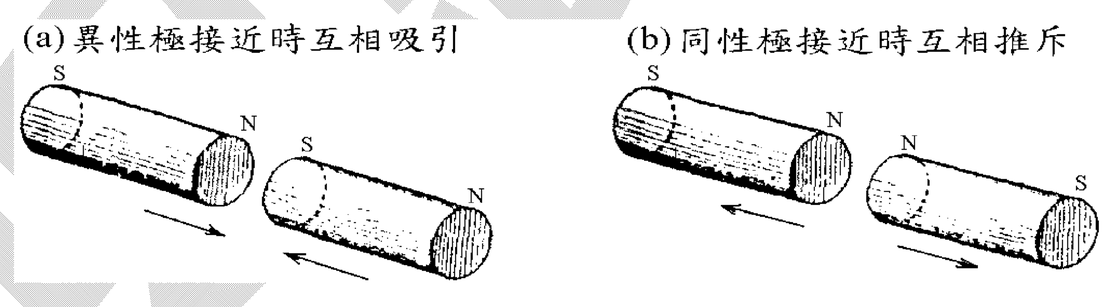
a.同一磁鐵兩極磁極強度必相等。

b.每一磁鐵必有兩極，**N** 極、**S** 極不能單獨存在。故當它被打破時，每一個破片仍保有兩磁極，只是其吸引或排斥的能力比原來整塊磁鐵的微弱些。**(**如下圖**)**

※基本粒子**(**如電子、質子、中子**)** 其本身亦為小磁鐵。



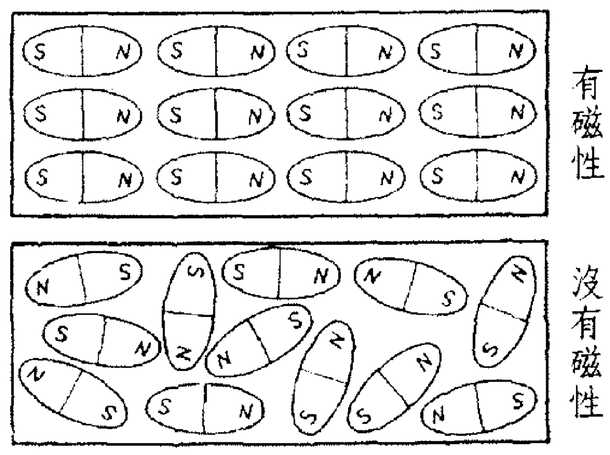
c.相同磁極間有斥力，相異磁極間有吸力。這種力稱為磁力。



4.磁性形成之原因：

(1)磁鐵是由磁分子之整齊排列而顯示者。

(2)磁分子之磁性是由於電子繞原子核之運動及電子之自旋運動。



5.磁化：將原來不具磁性物體用人工方法使它帶有磁性之程序。

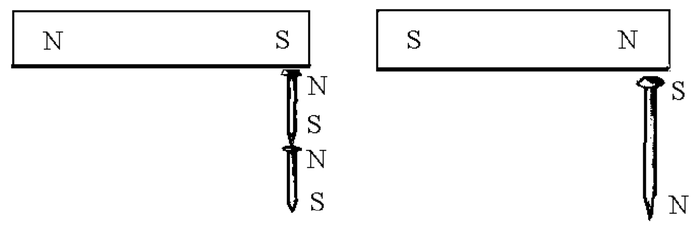
(1)取鋼棒以強磁鐵之一極，沿一定方向摩擦數次，鋼棒即被磁化成磁棒。

(2)將鋼棒繞以線圈並通以直流電，因電流的磁效應，片刻後鋼條即變成磁鐵。

二、磁感應

定義：不具磁性的磁性物質靠近磁鐵(或在磁場中)時，會被磁化成具有磁性的現象，稱為物質被磁感應。

實例：如右圖，將一無磁性的鐵釘，一端附於磁鐵上，他端即又可用來吸附另一鐵釘。此即表示，鐵釘被磁化而具磁性。



特性：軟鐵被感應而磁化時，其靠近原磁鐵的一端，生與該極相異的磁極，而遠離的一端則生與該極相同的磁極。

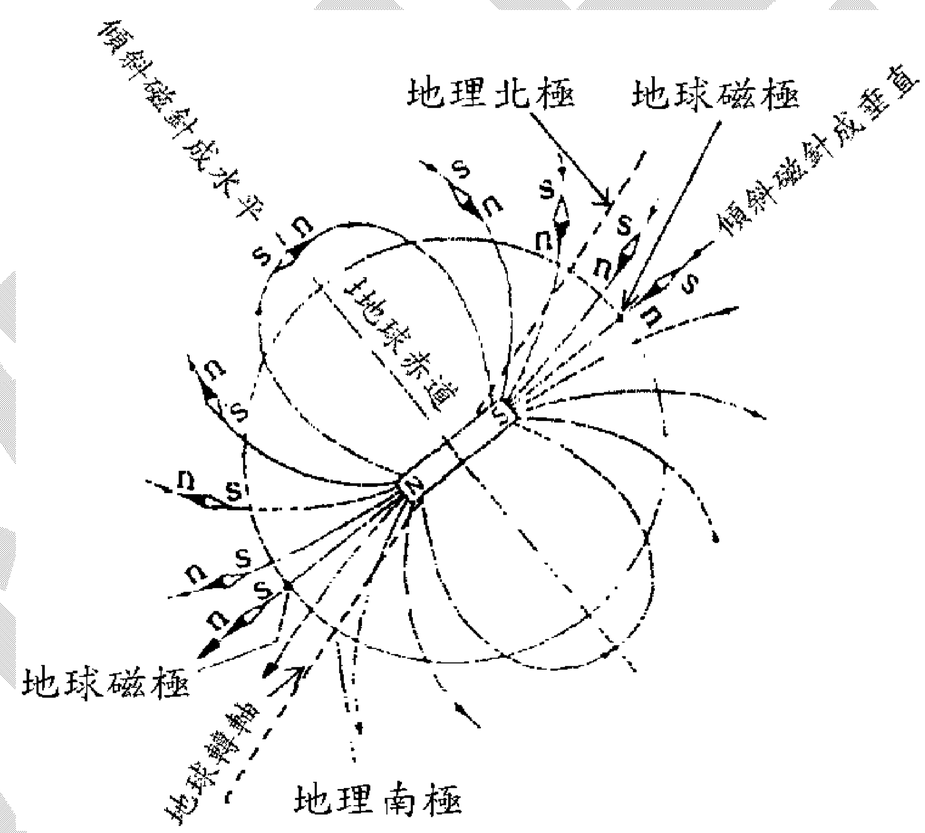
三、地磁學說

1.提出者：英人威廉．吉伯特

2.內容：

地球本身也是一塊大磁石，這塊磁石的北極位在地球的「地理南極」附近，它的南極則在地球的「地理北極」附近。地面上任何磁鐵棒的兩極分別受到地球這個大磁石的兩極所吸引或排斥，使鐵棒受到力矩的作用而轉動，直到鐵棒指向南北時為止。

註：在中國，春秋時代**(722～481B.C.)**就發現了磁石。**(**管子地數篇**)**



3.地磁三要素：

(1)磁偏角：懸於地表上的磁針靜止時，地磁的子午線與地理的子午線之夾角。

註：**a.**磁偏角大小因地點而異，可決定地理的經度。

b.宋朝沈括已發現了地磁中磁偏角的存在。**(**夢溪筆談**)**

(2)磁傾角：懸於地表面之磁針當其靜止時，其磁軸將沿該處的地磁子午線而與水平面間的夾角。

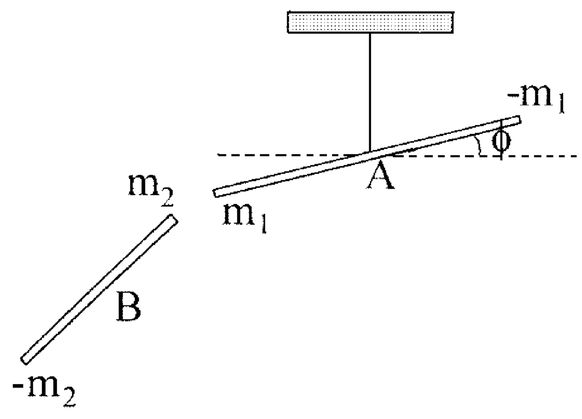
註：**a.**磁傾角大小因地點而異，可以決定地理的緯度。

b.磁赤道處磁傾角為 $\mathbf{0^o}$，磁南、北極處磁傾角為 $\mathbf{90^o}$，在地磁 **N** 極處，磁針的 **S** 極向下。

(3)水平強度：地表上各地之地磁在水平方向的分量。

註：若地磁強度為 $\mathbf{B_e}$，磁傾角為 ψ，則水平強度 $\mathbf{B=B_e\cos\psi}$。

四、靜磁的庫侖定律



1.提出者：庫侖於 **1785** 年由實驗所確定。

2.實驗：與卡文狄西測萬有引力常數 **G** 之方法相似。

(1)裝置：如圖，以水晶絲或硬度較大的金屬線懸一細長的磁針 **A**。

(2)方法：以另一細長的磁針 **B** 的一極，移近 **A** 的一極，觀察 **A** 針的扭轉角。

3.結論：兩磁極間相互作用之力 **F**，與兩磁極所含磁極強度**(**或稱為磁量以 $\mathbf{m_1}$ 及 $\mathbf{m_2}$ 表示**)**的乘

積成正比，而與兩者間距離 **r** 平方成反比。

4.公式：$\mathbf{F}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{m_1m_2}{r^2}=k\frac{m_1m_2}{r^2}$　　**k**：庫侖磁力常數

註：式中磁極強度 **m** 的單位稱為單位磁極強度(安培-公尺)。

而 μ_o 為真空的導磁率，其值為 $\mu_o=4\pi\times10^{-7}$ 韋伯/安培-公尺。

五、磁場

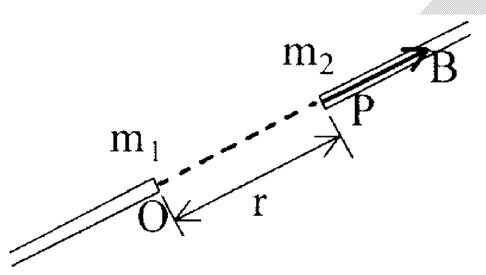
1.意義：在磁鐵或通電流之導體周圍，磁力所能作用的空間。

※我們可以將磁場想像成傳遞磁力作用的媒介，因此對於一塊磁鐵與另一塊磁鐵間的「超距力」，也可以解釋為一塊磁鐵先在空間中建立一個磁場，再藉由該磁場對另一塊磁鐵產生靜磁力。

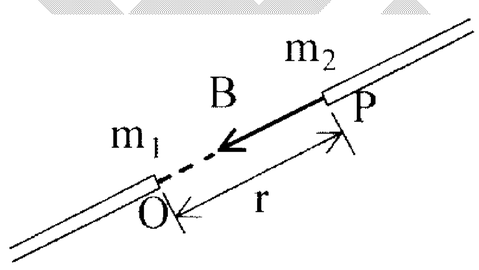
2.磁場強度：

(1)定義：「單位磁極」在磁場中所受的力。

(2)公式：$\mathbf{B}=\frac{F}{m_2}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{m_1}{r^2}=k\frac{m_1}{r^2}$



同性磁極



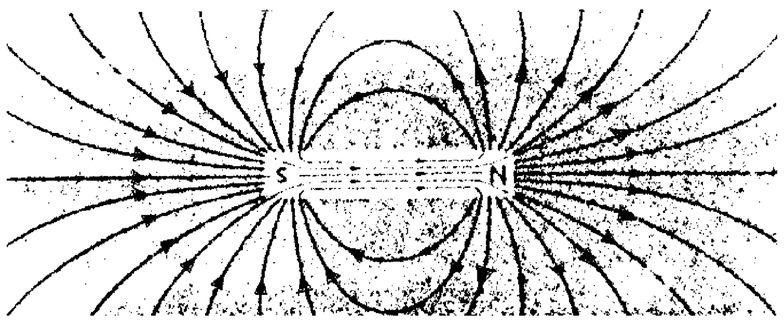
異性磁極

(3)方向：將一支懸掛的小磁針置於空間某處，平衡時小磁針 **N** 極所指的方向，即為空間該處的磁場方向。

(4)單位：韋伯/公尺 ^{2}**(Weber/m^2)**或簡稱特士拉**(tesla)**。

六、磁力線～～法拉第所提出

1.意義：在磁場中某點放置一個小磁針，則磁針南極至北極的方向使表示該點磁場的方向。移動磁針至各個不同的點，循序描畫各點磁場的方向，使成磁力線，如圖所示。



2.磁力線之性質：

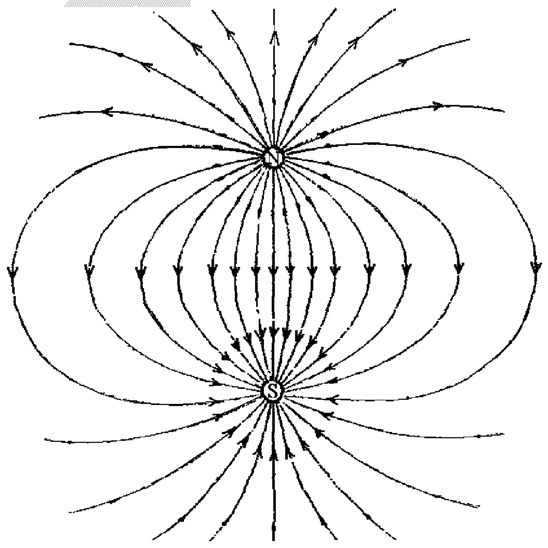
(1)磁力線發自磁鐵的 **N** 極經外部進入磁鐵的 **S** 極，再經磁鐵內部而返回磁鐵的 **N** 極形成一封閉曲線。

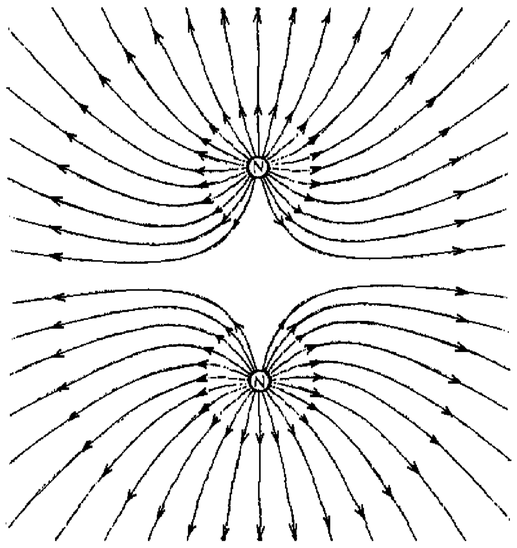
(2)磁力線互不相交，具有收縮、互相排斥的特性。

(3)磁力線上一點之切線方向表示該點磁場的方向。

(4)磁力線的密度表示磁場強度大小

⇒在磁極的附近磁場較強，磁力線比較擁擠些。



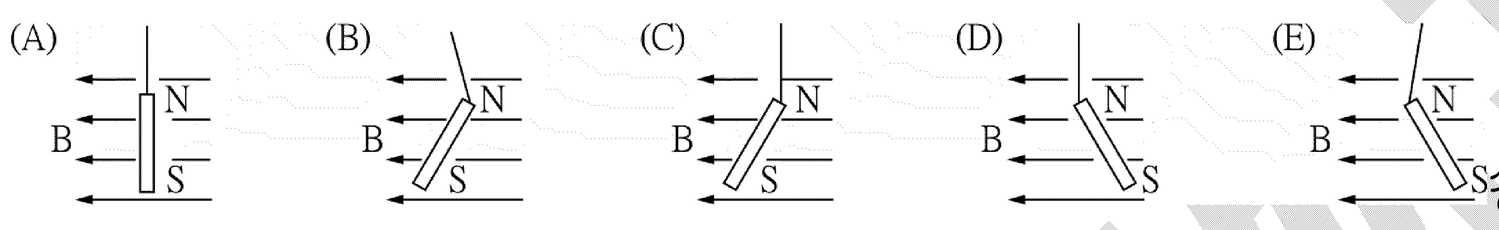


(5)磁力線在鐵內較空氣中容易通過。

※磁場與磁力線

例 1.於水平向左之均勻磁場 B 中，粗細均勻的磁棒磁極強度為 m'，重為 W，長為 ℓ，若平衡時磁棒與鉛直線成 θ 角，且若僅考慮兩端磁極位置所受磁力，則平衡時輕繩張力為兩磁極所受磁力之幾倍？ (A)$\tan\theta$ (B)$\cot\theta$ (C)$2\cos\theta$ (D)$2\tan\theta$ (E)$2\cot\theta$。答：(E)

類 1.於水平向左之均勻磁場 B 中，粗細均勻的磁棒磁極強度為 m'，重為 W，長為 ℓ，以輕繩懸掛平衡時之位置為何？



答：(D)

類 2.地球表面之地磁約 0.5 高斯合為_____特士拉，一般小磁鐵棒約 100 高斯合_____特士拉，大型電磁鐵 2nt/A-m 合_____高斯=_____T。答：5×10^{-5}；10^{-2}；2×10^{4}，2

類 3.甲、乙兩不帶電的鐵棒不論那兩端互相靠近均會相吸，則 (A)兩棒均具有磁性 (B)兩棒皆不具有磁性 (C)一棒具有磁性，另一棒則無 (D)甲棒只有 N 極，乙棒只有 S 極 (E)甲棒只有 S 極，乙棒只有 N 極。

類 4.下列有關磁力線之敘述有關？(A)磁力線上一點的切線方向，為該點的磁場方向 (B)某處磁力線的密度可表示磁場大小 (C)磁力線永不相交 (D)磁力線必為封閉曲線 (E)磁場強度可以表示單位截面積內所通過的磁力線總數。

類 5.下列有關磁力線之敘述何者正確？ (A)磁力線上任何一點的切線方向，為該點的磁場方向 (B)磁力線分佈的密度，可用來表示磁場的大小 (C)磁力線永不相交 (D)磁力線必定為一封閉曲線 (E)磁場強度表單位截面積內所通過的磁力線總數。答：全

類 6.下列有關「磁」的敘述，何者正確？ (A)單獨的磁極不能存在於自然界中 (B)電荷在磁場中運動必沿磁力線 (C)磁力線的切線方向為磁場方向 (D)磁針 N 極所受磁力的方向為磁場方向 (E)磁力線是封閉的平滑曲線。答：(A)(C)(D)(E)

類 7.有關「磁力線」的敘述，何者錯誤？ (A)磁場愈強的地方，磁極所受磁力也愈大 (B)磁力線不是封閉的 (C)磁力線的方向規定由 N 極發出，經磁鐵外部進入 S 極 (D)磁力線較密的地方，磁場較強 (E)在磁場中，金屬因有自由電子，故可被磁化。答：(B)

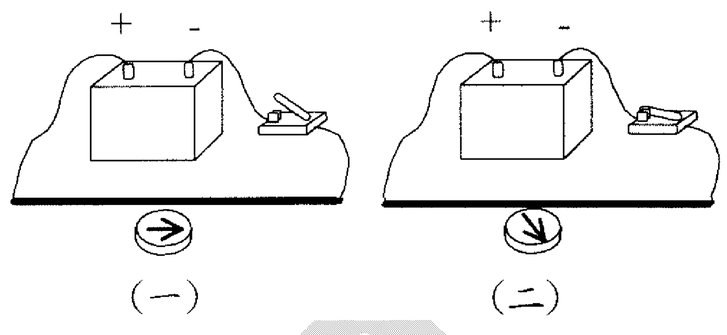
吳錫玠物理

20-2 電流的磁效應

※電流的磁效應

一、電流的磁效應～～丹麥物理學家厄司特，首先發現。

1.定義：電流通過導線時，即在其周圍產生磁場的現象稱為電流的磁效應。

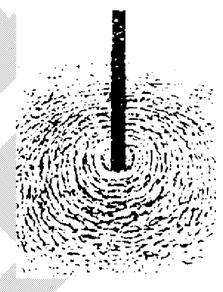


2.實驗證據：

(1)厄司特實驗：

a.裝置：如右圖**(一)**所示，一小磁針置於在一水平面南北向的水平導線下。

b.結果：將導線與電池連接，有電流通過導線時，磁針即向與導線垂直的方向偏轉，如右圖**(二)**所示。⇒電流在與它垂直的平面內產生了一個磁場，其方向係沿著以電流為中心的圓周切線。



※實驗印證：如右圖所示，於一與 **i** 垂直的紙上灑鐵屑末，即可顯示磁場**(**磁力線**)**分布成一群以導線為中心的同心圓。

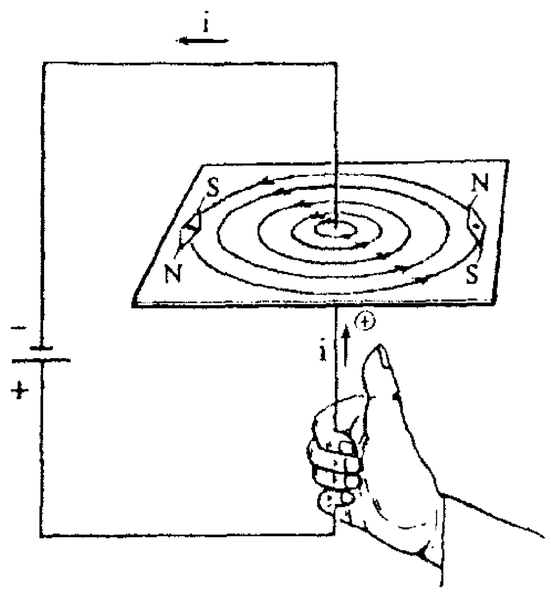
(2)亨利羅蘭實驗：

a.裝置：公元 **1876** 年羅蘭使一個直徑約 **20** 公分的硬橡皮盤帶上儘可能多的電荷，然後，將盤以每秒 **60** 轉的速率迴轉。

b.結果：測出盤的附近有一個微弱的磁場。⇒電荷的運動可以產生磁場。

(3)必歐**(Biot)-**沙伐**(Savart)**實驗：

※實驗：必歐與沙伐於 **1820** 年發現如圖，當一長直導線有一電流通過時，空間某點之磁場幾全為鄰近之導線所產生，而遠處導線對該點所建立之磁場則甚微弱。⇒**(a)**磁效應隨距離之增大而迅速減少。**(b)**磁力線環繞導線成同心環狀。



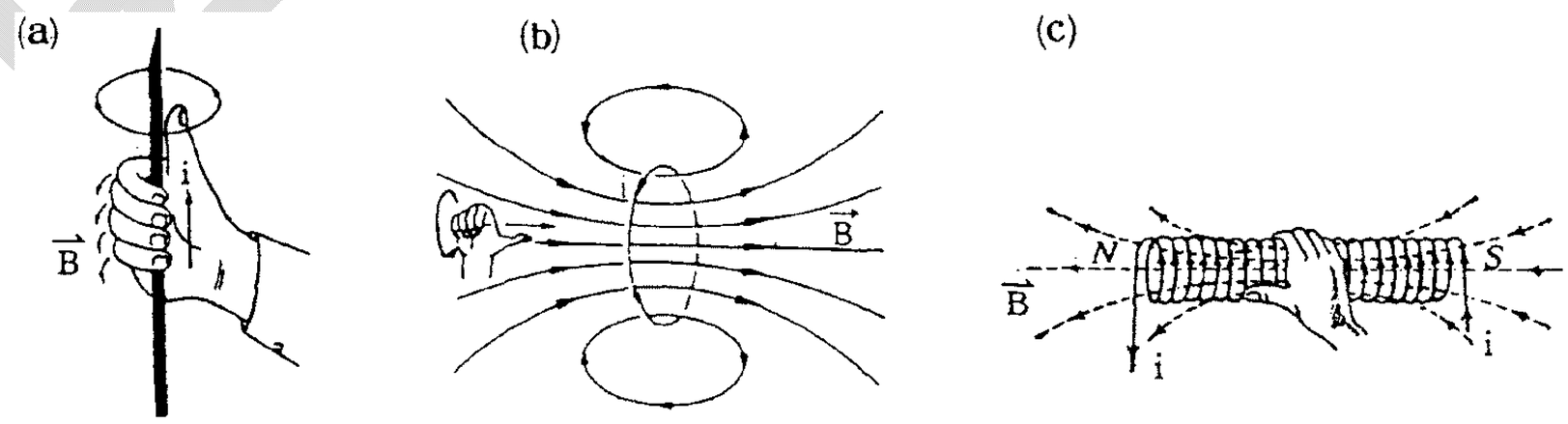
二、安培右手定則～～磁場方向之判定

1.載流直導線建立之磁場～～下圖**(a)**所示：

若用右手握導線，拇指指向電流方向，則四指彎曲所指即為磁場方向。

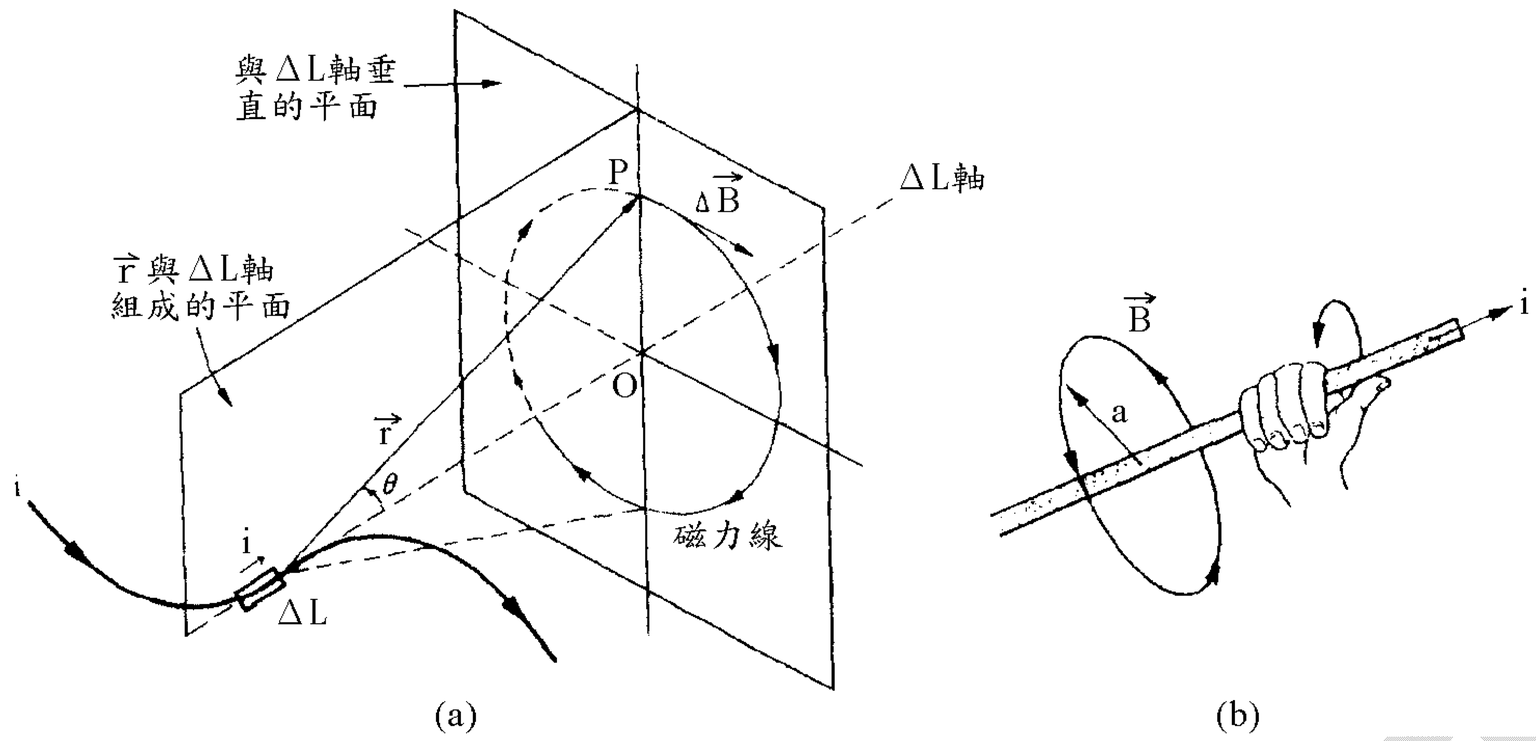
2.載流圓線圈**(**或螺線管**)**建立之磁場～～下圖**(b)**與圖**(c)**所示：

若用右手握導線，四指彎曲方向指電流方向，則姆指方向即為磁場方向。



三、必歐**(Biot)-**沙伐**(Savart)**定律

1.狀況：如下圖**(a)**所示 Δ**L** 為一小段導線，載電流 **i**。此電流 **i** 在距 Δ**L** 為 $\vec{r}$ 的 **P** 點產生一磁場**(**亦稱磁感應或磁通密度**)** $\Delta\vec{B}$，方向如圖。$\vec{r}$ 和 Δ**L** 處的電流 **i** 方向的夾角為 θ，$\Delta\vec{B}$ 與及 **i** 都正交，$\Delta\vec{B}$ 和 **i** 方向的關係可用右手定則表示，如圖**(b)**所示。



(a)　　(b)

2.公式：由實驗知，磁場$\Delta\vec{B}$之量值，與 **i**、Δ**L** 及 **sin**θ 皆成正比，與 $\mathbf{r^2}$ 成反比，

即 $\Delta\mathbf{B}=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\cdot\dfrac{i\Delta L\sin\theta}{r^2}\overset{\text{向量式}}{\Rightarrow}\Delta\vec{B}=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\cdot\dfrac{i\Delta\vec{L}\times\vec{r}}{r^3}$

此式稱為必歐-沙伐定律($\Delta\vec{L}$之方向即電流 **i** 之方向)。

註：由上式得知，一電流 **i** 的磁場$\Delta\vec{B}$，在平行電流方向上(即$\theta=\mathbf{0^o}$或 $\mathbf{180^o}$)的值為零。

四、磁場 **B** 的單位：

1.特士拉(**tesla** 或 **T**)(**M.K.S.**制)：

在必歐-沙伐定律中，若電流 **i** 的單位為安培(**Amp** 或 **A**)，距離 **r** 的單位為公尺(**m**)，

而真空中的磁導率$\mu_o=4\pi\times10^{-7}$特士拉-公尺/安培，則磁場 **B** 的單位為特士拉。

2.高斯(**Gauss** 或 **G**)(**C.G.S.**制)：

取半徑 **r**＝**2**π公分之圓形線圈一圈，通以 **10** 安培的電流，線圈中心之磁場強度即為 **1** 高斯。

註：**(1)1** 特士拉(**T**)$=\mathbf{1}\dfrac{\text{韋伯}}{\text{公尺}^2}(\dfrac{weber}{m^2})=\mathbf{1}\dfrac{\text{牛頓}}{\text{庫侖}\cdot\text{公尺/秒}}(\dfrac{N}{C\cdot m/s})=\mathbf{1}\dfrac{N}{A\cdot m}$

$=\mathbf{10^4}$高斯(**G**)$=\mathbf{10^4}$馬克士威/公分$^{\mathbf{2}}$(**maxwell/cm**$^{\mathbf{2}}$)

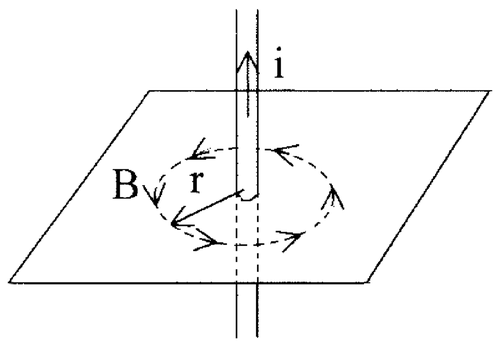
※**1** 韋伯(**wb**)$=\mathbf{10^8}$條磁力線$=\mathbf{10^8}$**Maxwell**

(2)在地球表面的地球磁場約為 **0.5** 高斯(**0.5**$\times\mathbf{10^{-4}}$特士拉)，一般小磁鐵棒的磁場約為 **100** 高斯，大型的電磁鐵可達 **20,000** 高斯的磁場，超導磁鐵可產生更強的磁場。

※載電流導線的磁場

一、無限長直導線電流的磁場：

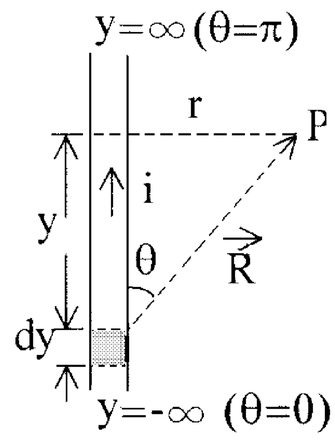
1.量值：如圖所示，電流 **i** 在距離導線 **r** 處的磁場，其量值可由必歐-沙伐定律計算(作積分)得下式：



$$\mathbf{B}=\frac{\mu_o}{2\pi}\cdot\frac{i}{r}=2\times10^{-7}\frac{i}{r}$$

即與導線相距為 **r** 處的磁場量值 **B** 與 **r** 成反比，與電流 **i** 成正比。

※推導：由必歐-沙伐定律得任一小段(**dy**)電流在 **P** 點建立之磁場



為 $\mathbf{dB}=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\cdot\dfrac{idy\sin\theta}{R^2}$ ……(1)

又由圖知 $\mathbf{R}=\mathbf{r}\csc\theta \Rightarrow \mathbf{R^2}=\mathbf{r^2}\csc^2\theta$

且 $\mathbf{y}=\mathbf{r}\cot\theta \Rightarrow \mathbf{dy}=-\mathbf{r}\csc^2\theta\,\mathbf{d}\theta$

代入(1)式得 $\mathbf{dB}=\dfrac{\mu_o}{4\pi}\cdot\dfrac{i\sin\theta d\theta}{r}$

因 **y** 之範圍自＋∞至－∞而其對應之角 θ 則自 π 至 **0**

$$\Rightarrow \mathbf{B}=\int_{\pi}^{0}dB=\frac{\mu_o i}{4\pi r}\int_{\pi}^{0}-\sin\theta d\theta=\frac{\mu_o i}{4\pi}\cdot\cos\theta\Big|_{\pi}^{0}=\frac{\mu_o i}{2\pi r}$$

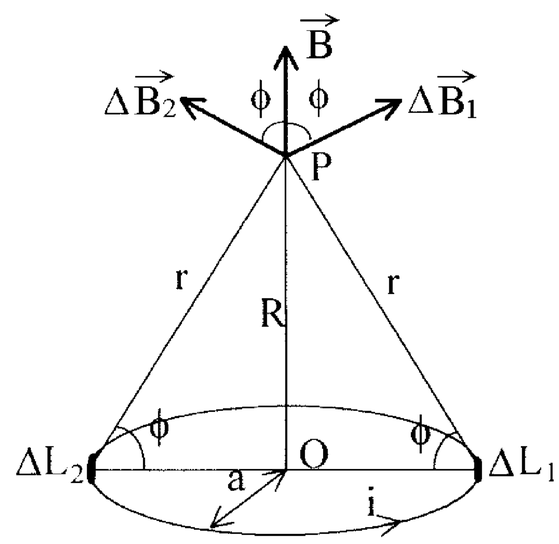
2.方向：由安培右手定則判定。

註：**(1)**由 $\mathbf{B}=\dfrac{\mu_o i}{2\pi r}\Rightarrow \mathbf{2\pi rB}=\mu_o\mathbf{i}$

因 **B** 的定義為「單位磁極」所受的力，故上式意即磁場 **B** 使一單位磁極，沿著磁力方向環繞一圓周 **2π r** 所作的功，此功的數值，與被該圓圍繞住的電流 **i** 成正比，而 $\mu_o\mathbf{i}\neq\mathbf{0}$，故由電流所生之磁場對單位磁極繞其一週作功不為零，即此種磁力並非保守力，故不遵守「力學能守恒」定律。

(2)若導線為半線，則 $\mathbf{B}=\dfrac{\mu_o i}{4\pi r}\displaystyle\int_{\pi}^{\pi/2}(-\sin\theta)d\theta=\dfrac{\mu_o i}{4\pi r}$

二、載流圓線圈在中心軸上的磁場



1.量值：如右圖所示，半徑為 **a** 的圓線圈通以電流 **i** 時，則在圓線 圈對稱軸上距離線圈平面為 **R** 的 **P** 點，其磁場 $\vec{B}$ 的量值為 $\mathbf{B}=\dfrac{\mu_o ia^2}{2(a^2+R^2)^{3/2}}$

※推導：**(1)**線圈上一線段素 $\Delta\mathbf{L_1}$ 產生磁場 $\Delta\vec{B}_1$，其方向與 $\Delta\mathbf{L_1}$ 至 **P** 的連線垂直。

與 $\Delta\mathbf{L_1}$ 對稱的線段素 $\Delta\mathbf{L_2}$ 產生的磁場為 $\Delta\vec{B}_2$，由對稱性，$\Delta\vec{B}_1$ 及 $\Delta\vec{B}_2$ 垂直於 **OP** 軸的分量互相抵消。

而沿 **OP** 軸的分量等大同向，其和可由必歐-沙伐定律之公式

令 $\Delta\mathbf{L_1}=\Delta\mathbf{L_2}=\Delta\mathbf{L}$ 及 $\theta=\mathbf{90^o}$ 求得，其值為：

$$\Delta\mathbf{B}=(\Delta\mathbf{B_1}+\Delta\mathbf{B_2})\cos\psi=\frac{\mu_o i(2\Delta L)}{4\pi r^2}\cos\psi$$

(2)整個圓線圈所產生的磁場 $\vec{B}$ **(**沿 **OP** 軸方向**)**，

可由上式中的 $\mathbf{2\Delta L}$ 代以 $\mathbf{2\pi a}$ 而得，即

$$\mathbf{B}=\Sigma\,\Delta\mathbf{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{i\cos\phi}{r^2}\,\Sigma(\mathbf{2\Delta L})=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{i\cos\phi}{r^2}\cdot\mathbf{2\pi a}$$

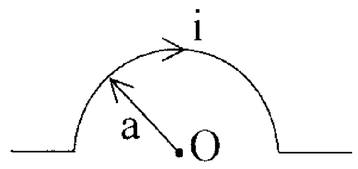
又由圖知 $\mathbf{cos}\,\psi=$ 且 $\mathbf{r^2}=\mathbf{a^2}+\mathbf{R^2}$

代入上式並化簡之可得 $\mathbf{B}=\dfrac{\mu_o ia^2}{2(a^2+R^2)^{3/2}}$

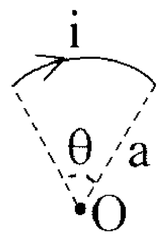
吳錫玠物理

註：**(1)**上式如 **R＝0**，即得圓線圈中心點 **O** 的磁場 $\mathbf{B}=\dfrac{\mu_o i}{2a}$

a.若僅半圓時 $\mathbf{B}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\mu_o i}{2a}=\dfrac{\mu_o i}{4a}$



b.若僅圓心角為 θ 之一段圓弧時　$\mathbf{B}=\dfrac{\mu_o i}{2a}\cdot\dfrac{\theta}{2\pi}$



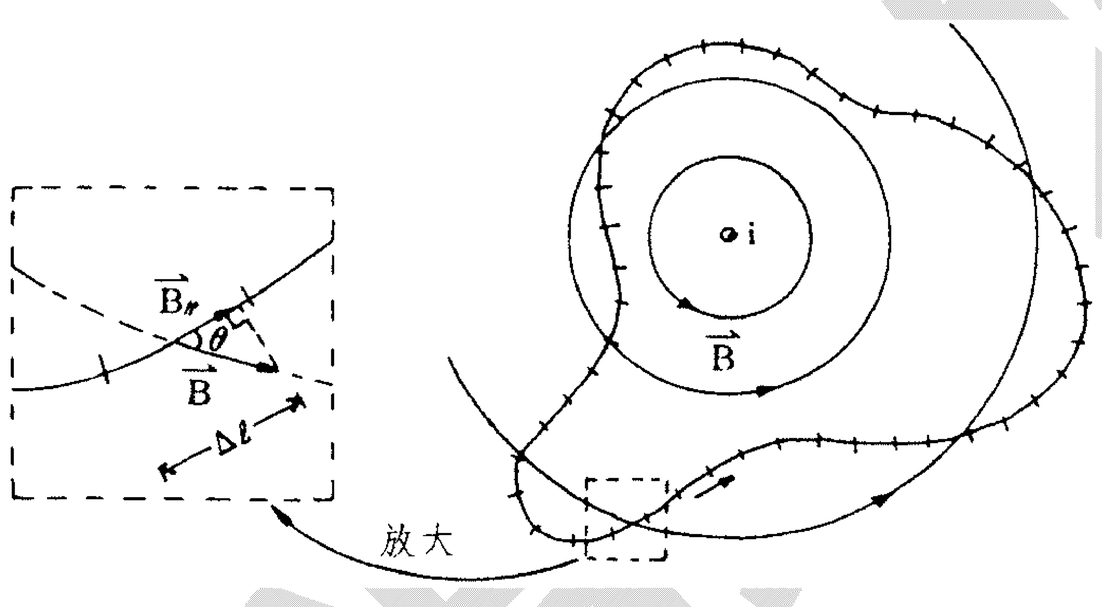
(2)標準磁場～～

半徑為 **2**π 公分的圓形迴導線中通以 **10** 安培的電流，則圓形迴線中心處的磁場強度為一個標準磁場，其量值為 $\mathbf{B_s}=\dfrac{\mu_o i}{2a}\dfrac{4\pi\times10^{-7}\times10}{2\times2\pi\times10^{-2}}=\mathbf{10^{-4}}$**(**牛頓**/**安培・公尺**)＝1** 高斯

2.方向：依安培右手定則決定。

※電流磁效應的安培定律～～亦稱為磁場環場積定律：

1.內容：若在電流 **i** 所產生的磁場 **B** 中，取一任何形狀的封閉曲線**(**如下圖所示**)**，則一單位磁極，沿著此一封閉曲線一周，磁場 **B** 對其所作的功為 μ_o**i**，稱為電流磁效應的安培定律。

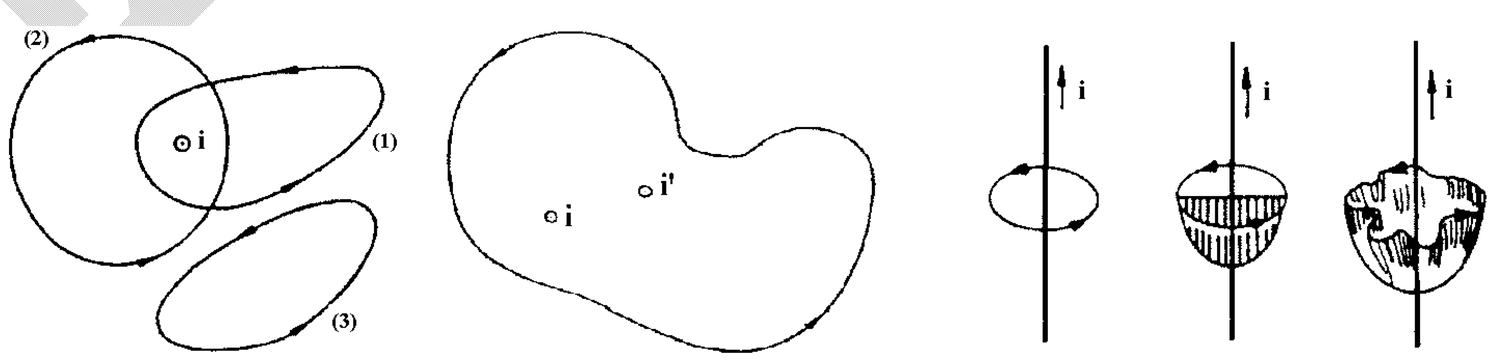


2.公式：磁場環場積 $\mathbf{C_B}=\Sigma(\vec{B}\cdot\Delta\vec{L})=\Sigma(\mathbf{B}\Delta\mathbf{L}\cos\theta)=\mu_o\mathbf{i}$

(若為圓周 $\Rightarrow\mathbf{C_B}=\mathbf{2}\pi\mathbf{r_B}=\mu_o\mathbf{i}$**)**

註：**(1)**若 Δ**L** 趨近於無限小，則可得積分形式為 $\oint\vec{B}\cdot d\vec{L}=\mu_o\mathbf{i}$

(2)對於任一封閉之曲線而言，磁場的環場積僅與穿越曲線所圍繞之面積中的電流成正比，而與穿過曲線的電流的位置，曲線的大小及形狀，曲線本身是否在同一平面皆無關，如下圖所示，環場積均為＝μ_o**i**。



(3)若封閉曲線中包含了 $\mathbf{i_1}$，$\mathbf{i_2}$，$\mathbf{i_3}$……等電流，則安培定律為

$\mathbf{C_B}=\Sigma(\vec{B}\cdot\Delta\vec{L})=\mu_o\Sigma\mathbf{i}$ 或 $\oint\vec{B}\cdot d\vec{L}=\mu_o\Sigma\mathbf{i}$

式中 Σ**i** 為封閉曲線內的淨電流，即 $\Sigma\mathbf{i}=\mathbf{i_1}+\mathbf{i_2}+\mathbf{i_3}+\cdots\cdots$

※由於電流方向不同會產生不同方向的磁場，因此當電流方向相反時應予相減。

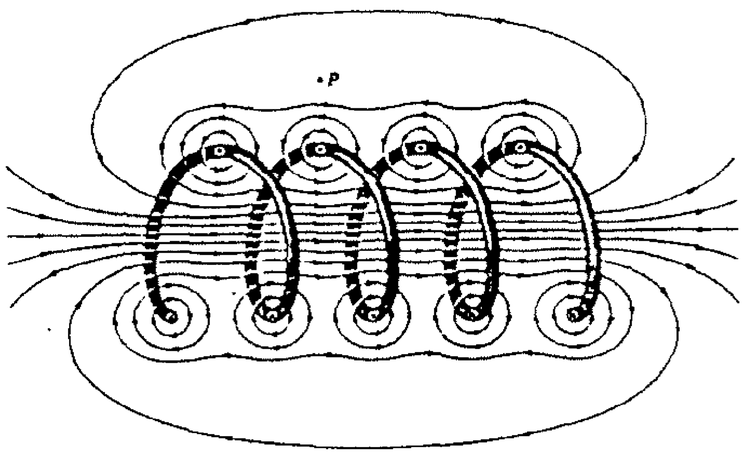
(4)磁場：若想像中之磁力線一根根離開平面向觀察者的眼睛接近時，可用 "⁝⁝⁝⁝"符號來代表這種情況；若離眼遠去的均勻磁場則可用"xxx xxx xxx"來代表。

(5)電流：垂直紙面向外之電流以"⊙"代表；垂直紙面向內之電流用"⊗"代表。

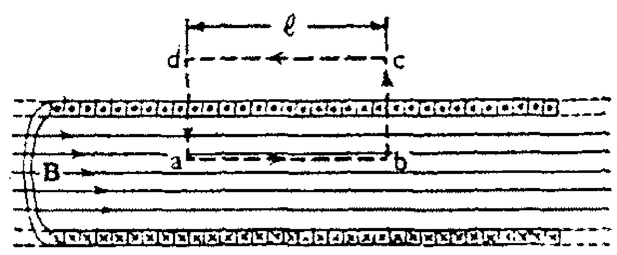
※螺線管的磁場：

1.螺線管中的磁場～～管內為均強(即量值與方向均一定)磁場：$\mathbf{B}=\mu_o \mathbf{n}\,\mathbf{i}$

內部磁場量值與通過螺線之電流強度 **i** 及螺線管單位長度內所含線圈匝數 **n** 成正比。



(一)



(二)

※推導：**(1)**在圖**(一)**中取一長方形封閉曲線 **abcda**，其一邊 **ab** 在螺線管內，長 **L** 且與管的中心軸平行，令此處的磁場量恆為 **B**，其對邊 **cd** 在螺線管的外部如上圖**(二)**所示。

(2)因管外磁場的量值甚小(可用磁針或鐵屑核驗，但靠近管端部分除外)，所以沿著 **cd** 邊磁場對單位磁極所作的功甚少 $\Rightarrow \mathbf{C_B}(\overline{cd})\fallingdotseq \mathbf{0}$

(3)兩邊 **ad**、**bc** 與磁力線幾成垂直，故磁場沿此兩邊對單位磁極所作的功幾乎等於零

$\Rightarrow \mathbf{C_B}(\overline{da})=\mathbf{C_B}(\overline{bc})=\mathbf{0}$

(4)沿著 **a b** 邊磁場對單位磁極所作的功為 $\mathbf{C_B}(\overline{ab})=\mathbf{LB}$。

(5)由**(1)(2)(3)(4)**封閉曲線 **abcda** 之磁場環場積為

$$\mathbf{C_B}=\mathbf{C_B}(\overline{ab})+\mathbf{C_B}(\overline{bc})+\mathbf{C_B}(\overline{cd})+\mathbf{C_B}(\overline{da})=\mathbf{LB}+\mathbf{0}+\mathbf{0}+\mathbf{0}=\mathbf{LB}$$

(6)若此長方形中有 **N** 匝導線通過，每一匝中通過電流均為 **i**，

則淨電流 $\Sigma\mathbf{i}=\mathbf{N}\,\mathbf{i}$

(7)綜合**(5)(6)**並按磁效應的安培定律 $\Sigma(\vec{B}\cdot\Delta\vec{L})=\mu_o\Sigma\mathbf{i}$

得 $\mathbf{LB}=\mu_o\mathbf{N}\,\mathbf{I}$

故螺線管內磁場量值為 $\mathbf{B}=\mu_o\dfrac{N}{L}\mathbf{i}=\mu_o\mathbf{n}\,\mathbf{I}$　(式中 $\mathbf{n}=\dfrac{N}{L}$ 為單位長度線圈的匝數)

註：磁場量值 **B** 與螺管的長度及截面積均無關。

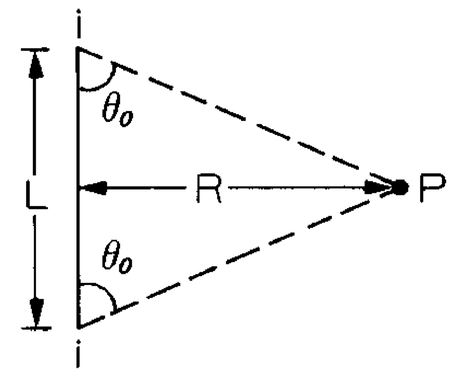
2.磁場方向：依安培右手定則決定。

※必歐-沙伐定律

【觀念&公式】

$$\Delta B=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{i\Delta L\sin\theta}{r^2}\overset{\text{向量式}}{\Rightarrow}\Delta\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{i\Delta\vec{L}\times\vec{r}}{r^3}$$

例 2.長 L 載有電流 i 之直導線，在其中垂線上距導線中點 R 之 P 點磁場大小為若干？



類 1.邊長 ℓ，載有電流之正方形迴路，求在中心處之磁場大小爲若干？

類 2.長 ℓ，寬 d，載有電流 i 之長方形迴路，求在其中心處之磁場大小爲若干？

類 3.載有電流 i 之正 n 邊形迴路，其外接圓半徑爲 a，求此多邊形迴路中心處之磁場大小爲若干？

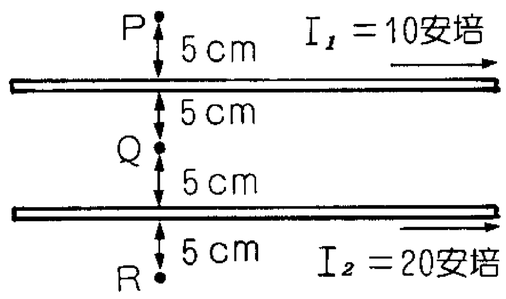
類 4.老王規定其兒子每天要記日記，某天晚上他要抽查兒子的日記。
他查完日記後，對兒子的母親大發雷霆。
其妻莫名其妙，要求老王說明原因。
他憤怒地打開兒子的日記攤在桌前，其上歪歪扭扭地寫著：
“今日陳叔叔來我家玩媽媽，說做完作業後，可以吃點心。
然後，陳叔叔誇我作業做得好，於是叔叔抱起了我媽媽，
叫叔叔小心一點，之後叔叔又親了我媽媽，也親了我奶奶，也親了我。”
妻大怒，斥問兒子，兒子哭道：是我把標點點錯了，應該是
……
“今日陳叔叔來我家玩，媽媽說做完作業後，可以吃點心。
然後，陳叔叔誇我作業做得好，於是叔叔抱起了我，
媽媽叫叔叔小心一點，之後叔叔又親了我，媽媽也親了我，奶奶也親了我。”
……

※長直導線的磁場⇨導線在同一平面

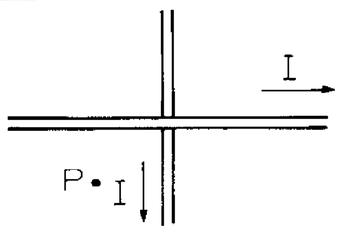
【觀念&公式】

$$B=\frac{\mu_o i}{2\pi R}$$

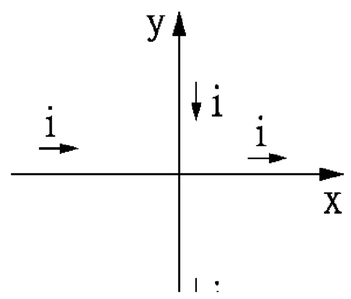
例 3.兩根很長之導線，彼此平行，相隔 10cm。其中一導線上有 10 安培之電流，另一導線有 20 安培之電流（如圖所示），試求圖上 P、Q、R 三點處磁場 $\vec{B}$ 之量值及方向。答：P：6.7×10^{-5} T，穿出紙面；Q：4.0×10^{-5} T，穿出紙面；R：9.3×10^{-5} T，穿入紙面



例 4.如右圖兩導線之電流均為 10A，則 P 點距兩導線均為 10 cm時，P 點之磁場強度為若干 N/A-m？答：4×10^{-5} T

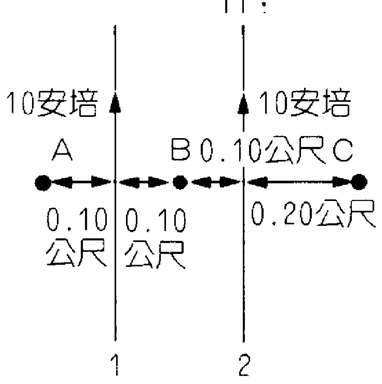


類 1.x 軸及 y 軸上各有一長直導線分別帶電流 i，如圖所示，則在 x-y 平面上，磁場爲零的軌跡爲_____。答：x＋y=0 之直線



類 2.二長直導線平行排列，相距 0.20 公尺，各載電流 10 安培，方向相同，如右圖所示。試求圖中 A、B、C 三點，磁場的量值和方向。(設三點與二導線均在同一平面內)。答：A：2.7×10^{-5} 特士拉，垂直穿出紙面；B：0；C：1.5×10^{-5} 特士拉，垂直穿入紙面

(2)上題中若導線 2 的電流方向改爲向下，與導線 1 相反，試求 A、B、C 三點磁場的量值和方向。答：A：1.3×10^{-5} 特士拉，垂直穿出紙面；B：4.0×10^{-5} 特士拉，垂直穿入紙面；C：5.0×10^{-6} 特士拉，垂直穿出紙面



類 3.一長直導線載電流 1.0 安培，則距離導線 10cm 之處的磁場大小爲多少高斯？答：2.0×10^{-2} 高斯

類 4.一長直導線，通以電流 5A，則磁場爲1.0×10^{-5} T 處距導線多遠？答：0.1m

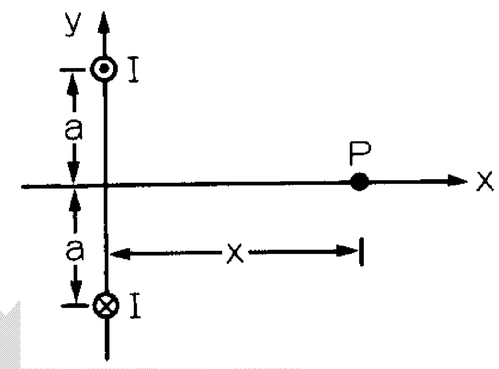
類 5.速度爲 10^6 米/秒，電流爲 10^{-5} 安培的電子束，離電子束 50 厘米處，該電子束所產生的磁場爲_____特士拉。答：4×10^{-12}

※長直導線的磁場⇨導線在不同一平面

【觀念&公式】

$$B=\frac{\mu_o}{2\pi}\cdot\frac{i}{r}=2\times10^{-7}\frac{i}{r}$$

例 5.右圖是兩條長平行導線的截面圖，它們垂直 xy 於平面各帶電流 I，但方向相反。試求:

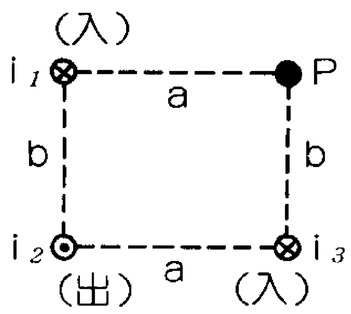


(1)x 軸上任意點 P 的磁場 $\vec{B}$。答：$B=\dfrac{\mu_0 Ia}{\pi(a^2+x^2)}$

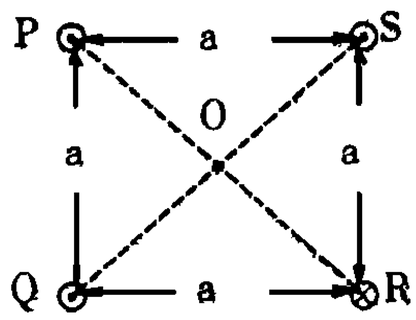
(2)求 x 是何值時 B 最大？

(3)假設兩線中的電流皆為穿入紙面的方向，則結果為何？

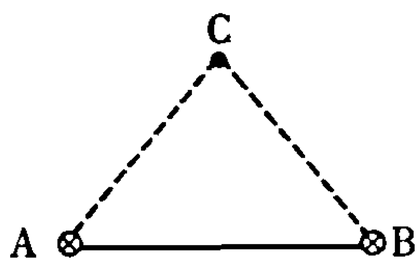
類 1.若實驗中，有三條長直導線均互相平行且垂直紙面，導線上所通電流方向分別如圖所示。如果 $i_1=16$ 安培，$i_2=25$ 安培，$i_3=18$ 安培，a=0.4 公分，b=0.3 公分，則 P 點處磁場的量值及方向為何？【84 夜大】答：6×10^{-4} T，方向向右



類 2.四條長銅線互相平行，且排成邊長 2cm 的正方形，P、Q、S 通過 20A 的電流，電流方向如圖所示，R 流入 40A，求正方形中心處的磁場大小和方向？答：$6\sqrt{2}\times10^{-4}$ T，OS 方向

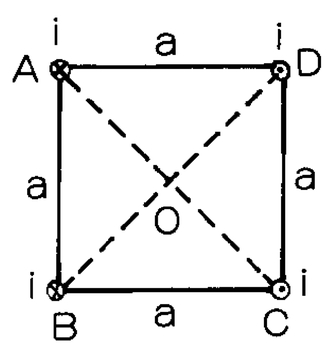


類 3.如圖 ABC 為等邊三角形，邊長 1cm，若 A、B 各有電流 1A，則 C 點之磁場強度若干？(電流流入紙面)答：$2\sqrt{3}\times10^{-5}$ T

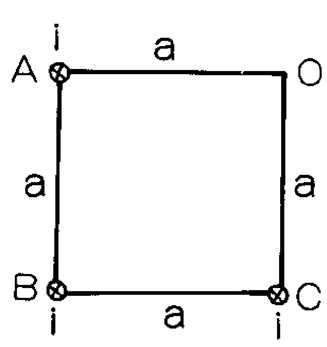


類 4.求下列三圖中 O 點之磁場量值，已知正方形及三角形之邊長均為 a。(其中 O 為三角形之重心，導線電流均為 i) 答：(1)$\dfrac{2\mu_o i}{\pi a}$ (2)$(\sqrt{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}})\dfrac{\mu_o i}{2\pi a}$ (3)$\dfrac{\sqrt{3}\mu_o i}{\pi a}$

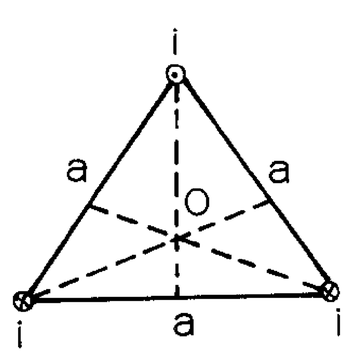
(1)



(2)



(3)



吳錫玠物理

※厄司特的實驗&安培右手定則

【觀念&公式】

長直導線的磁場 B= $\frac{\mu_o}{2\pi}\cdot\frac{i}{r}=2\times10^{-7}\frac{i}{r}$

圓線圈中心點 O 的磁場 B= $\frac{\mu_o i}{2a}$

例 6.有一長直導線南北方向水平放置，通以電流，一磁針置於導線上方距導線為 d 時，磁針偏轉 30°，則：

(1)欲使其偏轉 45°，應將磁針向導線移近若干？答：$(1-\frac{1}{\sqrt{3}})d$

(2)若電流增為原來之 3 倍時，磁針將偏轉若干度？答：60°

類 1.半徑為 8cm 的單匝圓線圈，其圈面鉛直立起且沿南北方向。今將其圓心處置小磁針。若欲使小磁針偏轉 45°，已知地磁之水平強度為 3×10^{-5} 特士拉，則單匝圓線圈上之電流應為多少安培？答：3.8A

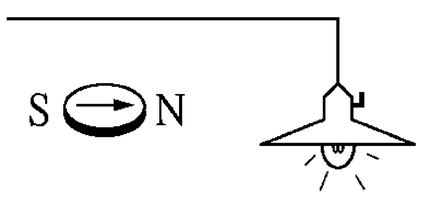
類 2.地磁強度為 0.3 高斯之地區，沿南北方向之長直導線下方，距導線為 10 公分處置一小磁針。若導線通電時見小磁針偏轉 45°角，則導線上電流為若干？答：15A

類 3.在磁北與地北相同處，有一方向向東的水平均勻磁場 B，恰與地球磁場的水平分量 B_e 垂直，如有一可在水平面上自由轉動之磁針，置於此磁場中，見磁針指向北偏東 30°，則 B：B_e=?答：1：$\sqrt{3}$

類 4.在地磁水平分量 Be 為 3×10^{-5} T 處水平放置一羅盤。羅盤正下方 10cm 處平行磁針方向置有一長直導線，當導線通以電流時，磁針將偏轉 60°，則電流為若干？答：$15\sqrt{3}$ A

類 5.已知某處之地磁量值為 3×10^{-5} T，在一磁針的正下方 10cm 處，平行磁針方向放置一長直導線。當導線通以直流電時，磁針偏轉了 53°，則導線上電流強度為多少安培？ (A)15 (B)20 (C)25 (D)30。答：(B)

類 6.如圖所示電線正下方之磁針(燈泡正亮著，電線南北向)N 極應偏向：(A)東 (B)西 (C)上 (D)下 (E)不偏。答：(E)



吳錫玠物理

※安培環場積定律

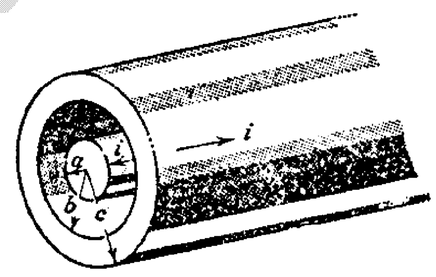
【觀念&公式】

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{L} = \mu_o i$

例 7.一圓柱長導線半徑為 R，若此導線載有均勻分布於導線載面上的電流 I_0 距中心 r 處(若 r＜R)之磁場為 (A)0 (B) $\mu_0 I_0 / 2\pi R$ (C) $\mu_0 I_0 / 2\pi r$ (D) $\mu_0 I_0 / 2\pi(R+r)$ (E) $\mu_0 I_{0r} / 2\pi R^2$。

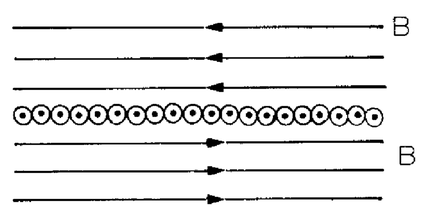
承上題，若 r＞R，則磁場為 (A)0 (B) $\mu_0 I_0 / 2\pi R$ (C) $\mu_0 I_0 / 2\pi r$ (D) $\mu_0 I_0 / 2\pi(R+r)$ (E) $\mu_0 I_0 r / 2\pi R^2$。

類 1.如右下圖，同軸長電纜由二同心導體組成，導體上有相等而相反之電流 i。則：

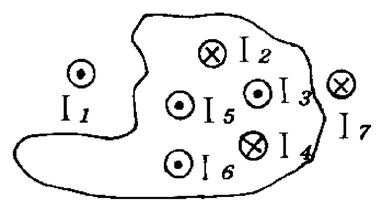


(1)求內導體中(r＜a)r 處之磁場 B。
(2)求二導體間(a＜r＜b)之 B。
(3)求外導體中(b＜r＜c)之 B。
(4)求電纜外(r＞c)之 B。

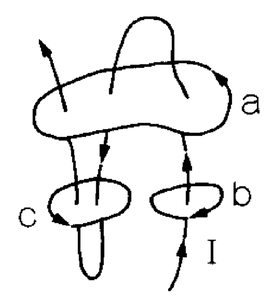
類 2.如右圖，一導體由無限多之直導線組成，各導線皆載有電流 i 且極接近，若 n 表導體中每單位長度內所含之導線數，求此導體周圍之磁場。答：$\frac{1}{2}\mu_o ni$



類 3.如右圖有一封閉迴路，其中 $I_1 = I_3 = I_5 = 2$ 安培，$I_2 = I_4 = I_6 = 3$ 安培，$I_7 = 4$ 安培，則磁場沿此一封閉曲線的環場積為若干？



類 4.如右圖，環路 a 的環場積為 _____；b 的環場積為 _____；c 的環場積為 _____。



類 5.長 10m 之金屬線電阻 5Ω，接上 10 伏特之電池，則導線之磁場環場積為 (A) μ_0 (B)2 μ_0 (C)5 μ_0 (D) $\mu_0\pi$。

類 6.一載有電流 10Amp 之導線穿過每邊長 2cm 之正方形迴線，則此迴線之環場積為 (A)2×10^{-6}Nt/Amp (B)4 π ×10^{-6}。Nt/Amp^2 (C)4 ×10^{-6}Nt/Amp^2 (D)4 π ×10^{-6}Nt/Amp (E)1.3 ×10^{-5}Nt/Amp。

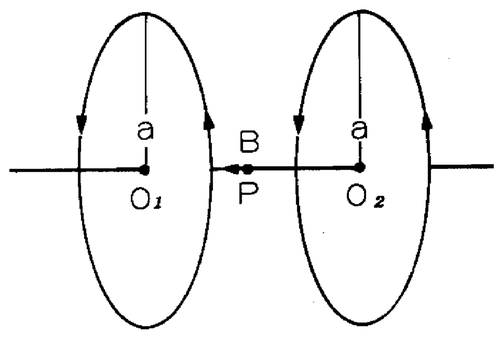
高錫玠物理

※圓環軸心上的磁場

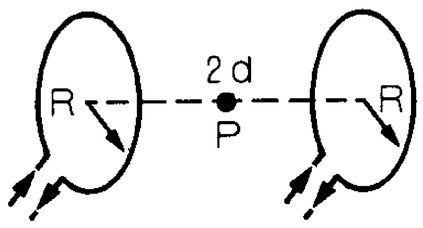
【觀念&公式】

$$B=\frac{\mu_o i a^2}{2(a^2+R^2)^{3/2}}$$

例 8.兩單匝圓形線圈，半徑皆為 a，電流皆為 I，且同軸並立，電流方向相同，圓心相距為 a，求在兩圓心中點之磁場。答：$\frac{8\mu_o I}{\sqrt{125}a}$ 向左



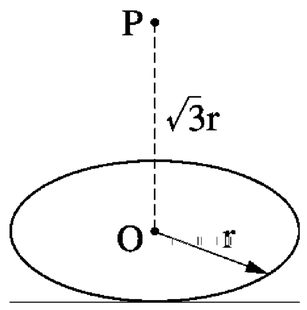
類 1.兩半徑相同(均為 R)的圓線圈，面對面平行放置，如右圖，兩圓心的距離為 2d。今如兩線圈中各通以電流 i，試求當 (1)兩電流的流向均相同，(2)兩電流的流向相反時，在連心線的中心點 P 處磁場的量值及方向。答：(1) $\vec{B}_p=\frac{\mu_o i R^2}{(R^2+d^2)^{3/2}}$ (2)0



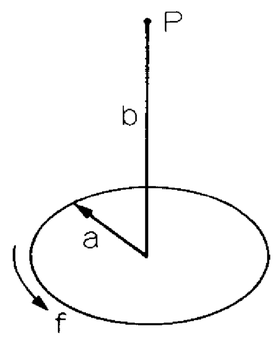
類 2.一單匝圓形線圈，電流為 10 安培，半徑為 0.10 公尺。試求： (1)圓線圈中心處，(2)在圓線圈軸上，距離圓心 10 公尺處的磁場。(3)若此圓形線圈增為 10 匝，緊密纏繞，則(1)和(2)之結果又將如何？答：(1)6.28×10^{-5} T，(2)6.28×10^{-11} T，(3)6.28×10^{-4} T，6.28×10^{-10} T

類 3.考慮一半徑為 R 之圓形迴路，問沿此迴路之軸上之磁場，在距中心之距離若干處，其磁場為迴路中心磁場的 1/10？答：1.91R

類 4.已知半徑 r 的正圓形載流線圈，圓心處之磁場大小為 B，則在此線圈之中垂線上，如圖，距圓心 $\sqrt{3}$ r 處之 P 點磁場大小為_____B。答：$\frac{1}{8}$



類 5.如右圖示，一半徑為 a 之圓導線，其單位長度的電量為 λ，若此圓以其中心軸旋轉，頻率為 f，求 P 點之磁場。答：$\frac{\pi\mu_o a^3\lambda f}{(a^2+b^2)^{3/2}}$



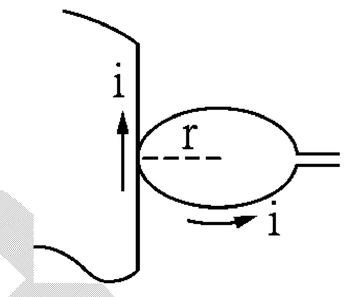
吳錫玠物理

※圓心的磁場

【觀念&公式】

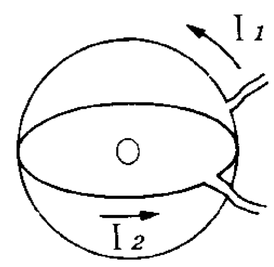
$B=\dfrac{\mu_0 i}{2a}$

例 9.如圖中，線環中心之磁場強度為何？(直導線垂直線圈面) (A) $\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}(1+\pi)$



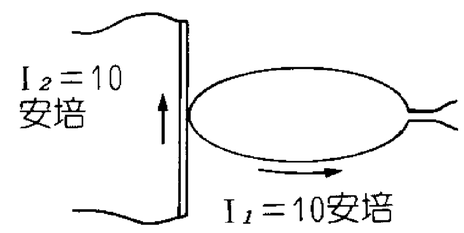
(B) $\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}(2+\pi)$ (C) $\dfrac{\mu_0 i}{\pi r}$ (D) $\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}\sqrt{1+\pi^2}$ (E) $\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}(1-\pi)$。答：(D)

類 1.有兩個單匝線圈，其半徑均爲 2π cm，兩者圓心重合，但圈面互相垂直，如圖所示。設，$I_1=3A$，$I_2=4A$，試求中心處之磁場之量值。答：5×10^{-5} T



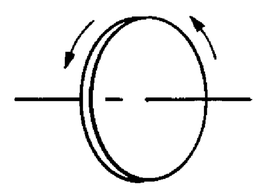
類 2.有一密繞之線圈計 10 匝，半徑爲 π cm，帶電流 2A，則線圈中心之磁場大小爲若干？答：4×10^{-5} T

類 3.右圖中單匝圓形線圈上通電流 10 安培，另有一長直導線與線圈之軸平行，並且通過圈上之某一點，此導線亦通電流 10 安培。則線圈之中心處的磁場爲何？(線圈之半徑爲 10cm) 答：6.6×10^{-5} T

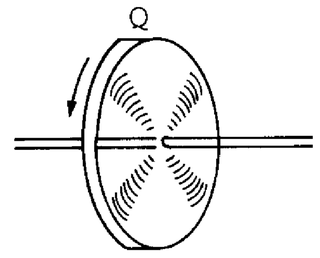


類 4.氫原子中，電子之軌道半徑爲 5.3×10^{-11} m，電子迴轉之頻率爲 6.8×10^{15} 次/秒，則
(1)由於電子之轉動，在其軌道中心處所造成之磁場強度爲若干？答：13 N/A-m
(2)若氫原子改爲重氫原子，而其他條件皆不變，則答案又爲何？答：13 N/A-m

類 5.如右圖，一<u>金屬圓環</u>，半徑爲 10cm，環上帶有 2×10^{-5} 庫侖之電荷，此環繞其中心軸每秒轉動 100 次，則環中心處之磁場強度爲若干？答：$4\pi\times10^{-9}$ N/A-m



類 6.<u>金屬薄圓盤</u>半徑 r，盤上有靜電 Q，當旋轉頻率 f 時，中心之磁場強度爲若干？答：$\dfrac{\mu fQ}{2r}$



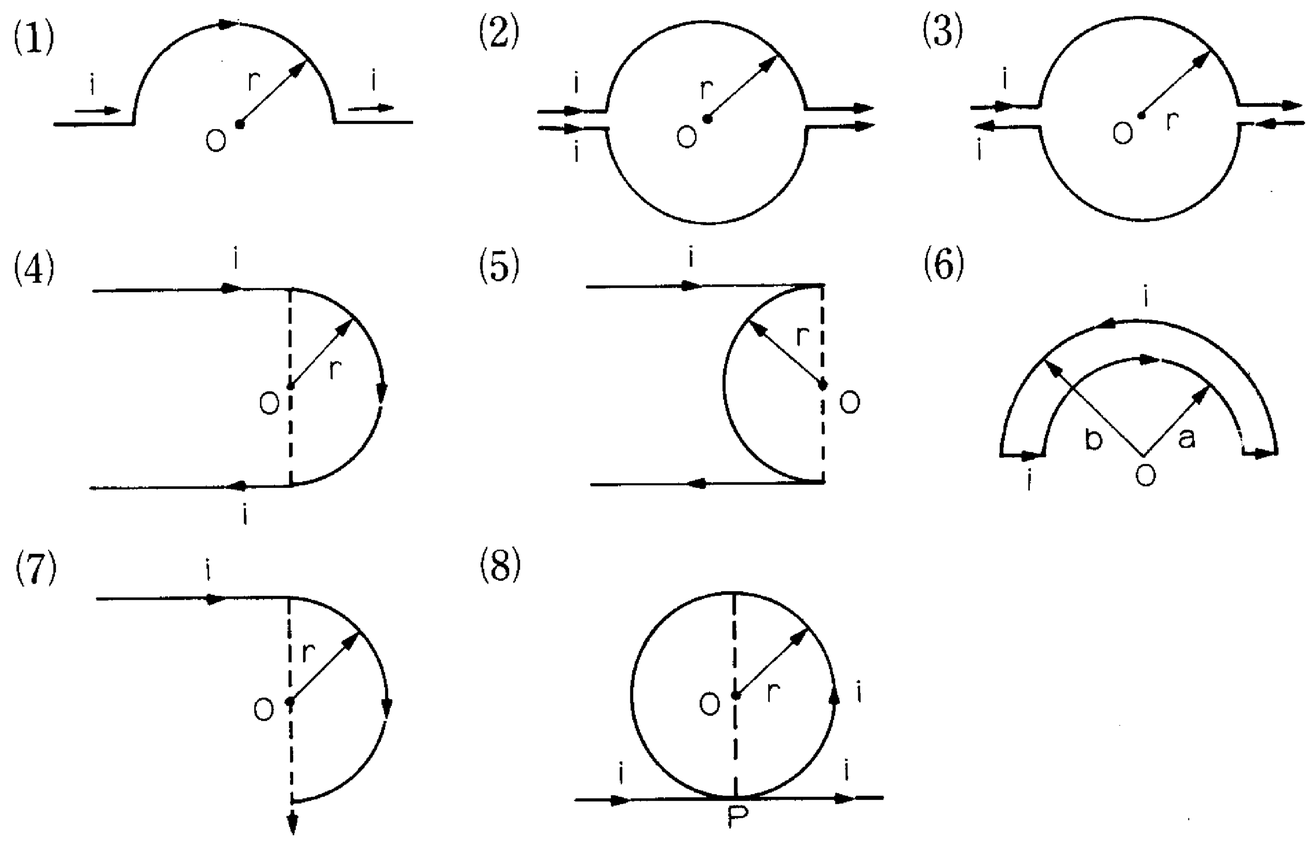
類 7.一均勻荷電量 Q 之<u>塑膠薄圓盤</u>，半徑爲 R，若此盤繞其中心軸以 f 之頻率旋轉，則於此盤中心處所生之磁場大小爲若干？

※圓心的磁場⇨圓弧產生的磁場

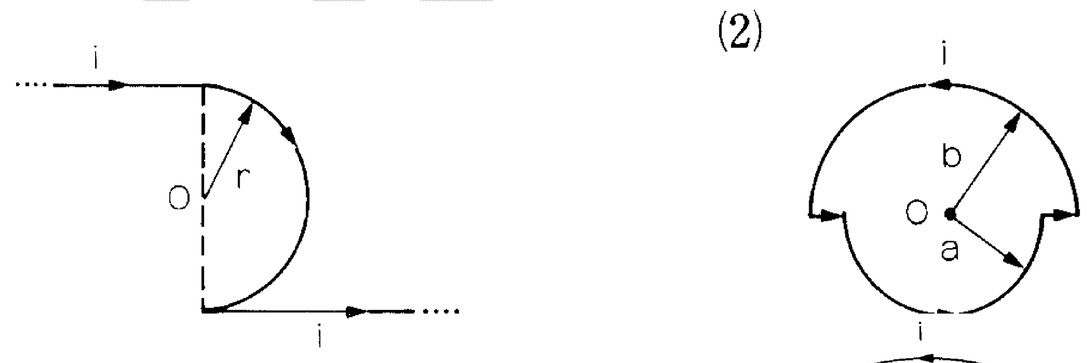
【觀念&公式】

$B=\frac{\mu_o i}{2a}\cdot\frac{\theta}{2\pi}$

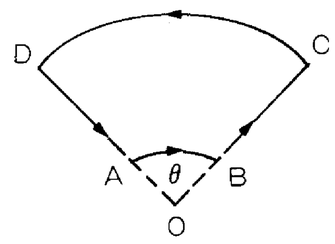
例 10.試求下列各圖中，環中心 O 點處的磁場 B 之大小：答：(1) $\frac{\mu_o i}{4r}$ (2)0 (3) $\frac{\mu_o i}{2r}$；(4) $(\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2})\frac{\mu_o i}{2r}$ (5) $(\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi})\frac{\mu_o i}{2r}$ (6) $\frac{\mu_o i(b-a)}{4ab}$；(7) $(1+\frac{1}{\pi})\frac{\mu_o i}{4r}$；(8) $(1+\frac{1}{\pi})\frac{\mu_o i}{2r}$



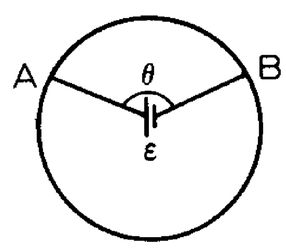
類 1.求右圖 O 點處磁場 B 之大小：答：(1) $\frac{\mu_o i}{4r}$ (2) $\frac{\mu_o i}{4}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$



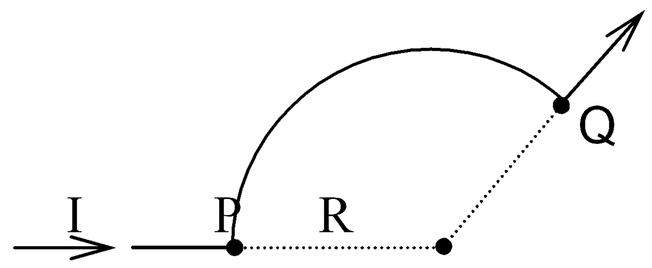
類 2.設電流 i 沿圖示圓弧方向：$A\to B\to C\to D\to A$，OA＝OB＝a，OC＝OD＝b，$\angle AOB=\theta$，求 O 點之磁場。答：$\frac{\mu_o i\theta}{4\pi}(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})$



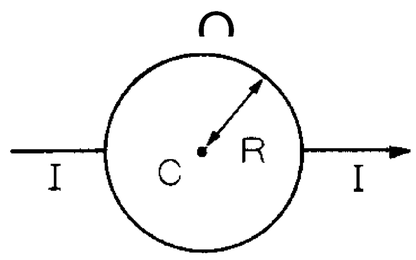
類 3.半徑 r 的圓電阻線，中心處有一電動勢 ε 的電池，用兩條導線分別接於 A、B 兩點，再分別接到電池兩極，則中心處磁場若干？答：0



類 4.右圖中一圓弧形導線 PQ 半徑 R，圓心 O，圓心角 ϕ，若載流 I 時 B_o＝？答：$\vec{B}_o=\frac{\mu_o i}{4\pi R^2}\times R\phi=\frac{\mu_o i\phi}{4\pi R}=\frac{\mu_o i}{2R}\times\frac{\phi}{2\pi}\otimes$



類 5.一直導線通以電流 I，如右圖所示，裂分為兩相同之半圓匝，其半徑 R，則：(1)下半圓匝在中央 C 處產生之磁場量值為何？(2)兩半圓匝在中央 C 處所產生之磁場量值又為何？答：(1) $\frac{\mu_o I}{8R}$ (2)0



※螺線管的磁場

【觀念&公式】
B＝μ_0 n i

例 11.兩個相同之長直螺線管，均為 N 圈，均具電阻 R，若分別接上電壓 V，則其管中磁場大小均為 B_O。

(1)若兩管串聯，使管增長為 2N 圈，後接上電壓 V，且使電流均為順時針方向，則管中磁場大小為 B_S，問 B_S 為 B_O 之若干倍？

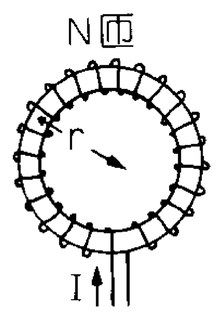
(2)若兩管粗細稍有不同，恰可互相套入，今互相套入而並聯之，後接至電壓 V，且使電流均為順時針方向，則管中磁場大小為 B_P，故 B_P 為 B_O 之若干倍？答：(1)1/2 (2)2

類 1.兩個螺線管的外形(斷面和管長等)一樣，且各用不同粗細(斷面半徑各爲 r_1、r_2)及不同匝數(N_1 及 N_2)、但同一質料(比電阻)的銅線繞成。爲了在管內產生同樣的磁場，加於各線圈的電功率 P_1 及 P_2 之比 $\frac{P_2}{P_1}$ 爲 (A)$\frac{r_1N_2}{r_2N_1}$ (B)$\frac{r_2N_2}{r_1N_1}$ (C)$\frac{r_1^2N_1}{r_2^2N_2}$ (D)$\frac{r_1^2N_2}{r_2^2N_1}$ (E)1。【大學聯考題】答：(C)

類 2.有 A、B 兩螺線管，均以緊密纏繞相同銅線而製成，且單位長度內所繞的匝數相同，已知兩螺線管的長度比爲 3：1，管截面直徑比爲 2：1，若分別在兩端加以相同電位差，則 A、B 兩管內磁場的量值比爲： (A)1：6 (B)1：3 (C)3：1 (D)2：3 (E)3：2。答：(A)

類 3.一 20m 長之細導線，以 $\frac{10}{\pi}$cm 爲半徑繞成管長 10cm 之螺線管，若通以電流 10A，則管中心處之磁場爲_____T。答：$4\pi\times10^{-3}$

類 4.半徑爲 r，總匝數爲 N 之環形螺線管通以 I 電流時，匝內之磁場強度爲 (A)$\frac{\mu_0NI}{2\pi r}$ (B)$\frac{\pi\mu_0NI}{2r}$ (C)$\frac{2\mu_0NI}{\pi r}$ (D)$\frac{2\pi\mu_0NI}{\pi r}$ 。



類 5.一螺線管每 20cm 有 100 匝之線圈，當通以 10 安培之電流時，則：

(1)螺線管內中心處之磁場強度爲若干？

(2)若其他條件不變，吾人將螺管半徑加倍，則管中磁場強度爲原來之 (A)2 倍 (B)$\sqrt{2}$ 倍 (C)4 倍 (D)不變 (E)以上皆非。答：(1) $2\pi\times10^{-3}$ T (2)(D)

20-3 載流導線在磁場中所受的力

一、載流直導線在磁場中所受的磁力：

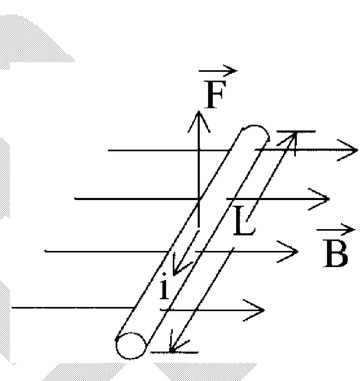
1.成因：載流導線本身所生之磁場與周圍磁場間的交互作用。

2.實驗：若有一載電流 **i**，長度為 **L** 之導線置於均勻磁場 $\vec{B}$ 中，與磁場之交角為 θ，如下圖所示。則由實驗可得下面的結論：

(1)作用於導線之磁力量值 **F** 與電流 **i** 及長度 **L** 均成正比。

(2)此磁力 **F** 與磁場在電流垂直方向之分量成正比，若以 $\mathbf{B}_\perp$ 表此垂直分量，則 $\mathbf{B}_\perp = \mathbf{B}\sin\theta$

(3)此磁力 $\vec{F}$ 之方向垂直於電流 **i** 和磁場 $\vec{B}$。



3.公式：綜合以上之實驗結果即可寫成

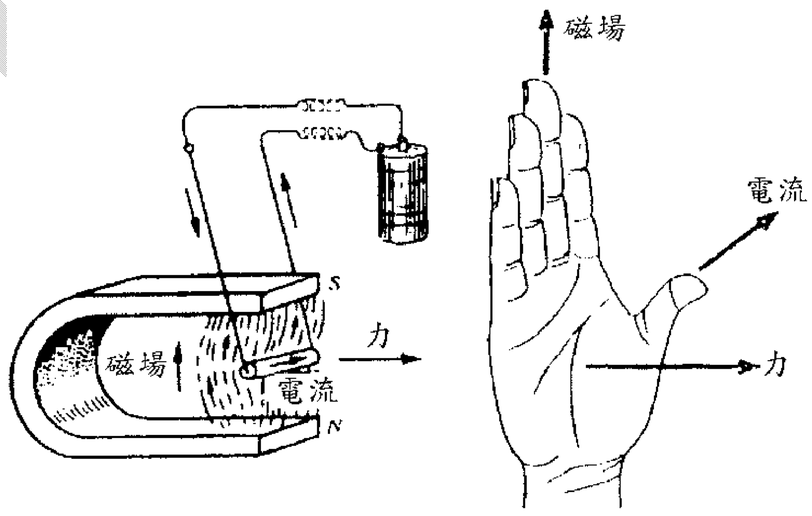
$$\vec{F} = \mathbf{i}\vec{L}\times\vec{B} = \mathbf{i}\times\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_x & L_y & L_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$ ～～安培定律

⇒量值：$\mathbf{F} = \mathbf{i}\,\mathbf{L}\,\mathbf{B}_\perp = \mathbf{i}\,\mathbf{L}\,\mathbf{B}\sin\theta$

方向：依右手掌定則或右手螺旋定則判定。

※右手掌定則：

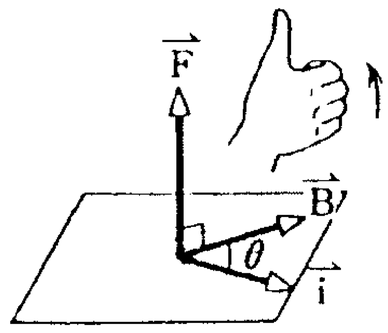
將右手掌張開，四指頭伸直(拇指除外)指示有效磁場($\mathbf{B}_\perp$)之方向，並轉動手掌使拇指指示電流(**i**)方向，則磁力($\vec{F}$)之方向係由手心向外～～即用手掌推物之方向，如右圖所示。



(一)

※右手螺旋定則：

以右手的四指(拇指除外)從 $\vec{L}$ 的方向(即電流 **i** 的方向)經較小夾角(即 θ)轉至 **B** 的方向，則拇指的方向即表示磁力 $\vec{F}$ 的方向，如右圖所示。



(二)

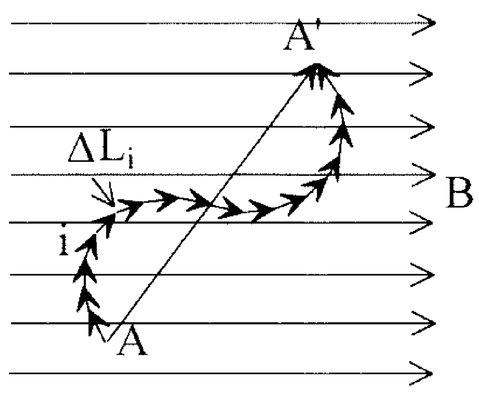
二、任意形狀的載流導線在均勻磁場 $\vec{B}$ 中所受的磁力：

1.如右圖示，將 **AA'** 導線分成甚多小段，某小段長 $\Delta\mathbf{L}$，受到的磁力為

$\Delta\vec{F} = \mathbf{i}\Delta\vec{L}\times\vec{B}$　($\Delta\vec{L}$ 與 **i** 同向)

則整個導線受到的總磁力為

$$\vec{F} = \Sigma\Delta\vec{F} = \Sigma\mathbf{i}\Delta\vec{L}\times\vec{B} = \mathbf{i}\Delta\overrightarrow{L_1}\times\vec{B} + \mathbf{i}\Delta\overrightarrow{L_2}\times\vec{B} + \cdots\cdots$$



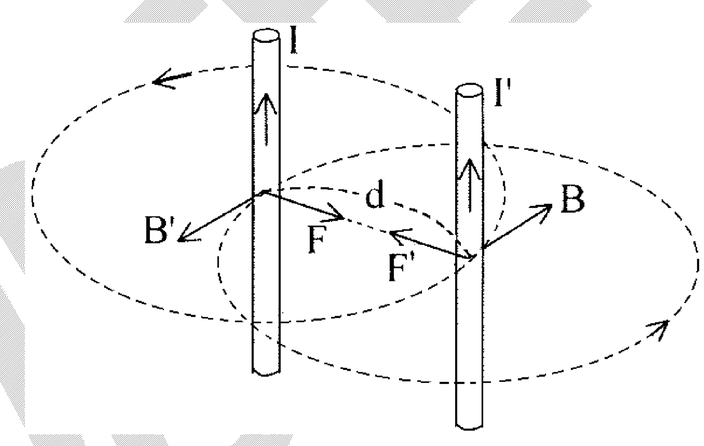
$$=\mathbf{i}\,(\triangle\overrightarrow{L_1}+\triangle\overrightarrow{L_2}+\cdots\cdots\times\vec{B})=\mathbf{i}\,(\Sigma\triangle\overrightarrow{L_k})\times\vec{B}\qquad \mathbf{k=1，2，3，\cdots\cdots\cdots}$$

2.由圖知 $\Sigma\triangle\overrightarrow{L_k}=\overrightarrow{AA'}$　　$\therefore\vec{F}=\mathbf{i}\ \overrightarrow{AA'}\times\vec{B}$

註：在均勻磁場中的導線若為封閉迴路，則 $\mathbf{A'=A\Rightarrow\overrightarrow{AA'}=0}$　$\therefore$所受合力$=\mathbf{0}$

三、兩平行載流導線之間的磁力：

1.公式：二截流導線相距 **d**，電流各為 **I**、**I'**，長度均為 **L (L>>d)**，則二導線間互相作用的磁力量值為 $\mathbf{F}=\dfrac{\mu_o}{2\pi}\cdot\dfrac{I\,I'L}{d}$



※推導：如圖所示，先假設電流 **I** 與 **I'**方向相同，則 **I** 在 **I'**處所建立的磁場 **B** 之量值為

$$\mathbf{B}=\frac{\mu_o}{2\pi}\cdot\frac{I}{d}$$

其方向按安培右手定則判斷如圖所示。

而 **I'**在磁場 **B** 中所受的磁力 $\vec{F'}$，其方向由右手掌定則判定，如圖所示。其量值(設兩導線長皆為 **L**)為：

$$\mathbf{F'=I'LBsin90^o=I'L}\frac{\mu_o}{2\pi}\cdot\frac{I}{d}=\frac{\mu_o}{2\pi}\cdot\frac{I\,I'L}{d}$$

同理可求出，載流 **I** 的導線所受磁力 $\vec{F}$ 之量值

亦為 $\mathbf{F}=\dfrac{\mu_o}{2\pi}\cdot\dfrac{I\,I'L}{d}$，方向如圖所示。

故　可知兩導線之間的磁力為量值相等，方向相反的吸力。

註：**1.**二導線間單位長度的作用力為 $\dfrac{F'}{L}=\dfrac{F}{L}=\dfrac{\mu_o}{2\pi}\cdot\dfrac{I\,I'}{d}$

2.假定兩電流 **I**、**I'** 方向相反，則同理可推導，兩導線間的磁力量值亦同為 $\mathbf{F}=\dfrac{\mu_o}{2\pi}\cdot\dfrac{I\,I'}{d}$，但方向相反的斥力。

四、安培的定義：

若兩載相同電流的無限長細直導線，互相平行排列，其在真空中相距一公尺，而導線上每公尺的作用力為 $\mathbf{2\times10^{-7}}$ 牛頓，則導線上的電流的值稱為一安培。

※導線在均勻磁場中受力

【觀念&公式】

$F = iLB\sin\theta$

例 12.有一 1.0m 長之直導線載有電流 10A，。如將其置於一均勻磁場 B=1.5T 中，磁場與導線成 30° 角，試求導線所受的力。答：7.5N

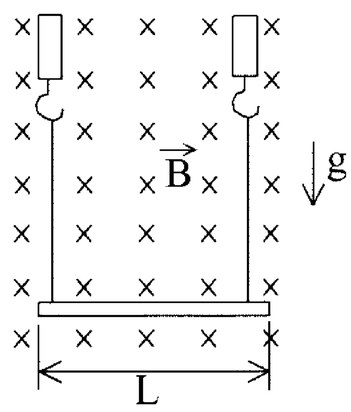
類 1.一導線長 0.020m，質量 0.0060Kg，通以 100A 的電流，若置放於與導線垂直的均勻磁場中，磁場 B＝0.30T，則導線所受磁力及加速度為何？答：0.6N，100m/s^2

類 2.重量為 0.25 公斤重/公尺之導線東西向置於有效強度 2.0N/A-m，向北之磁場中，則其電流大小及方向為何方可使導線"失重"？ (A)0.2A 向西 (B)0.5A 向東 (C)1.0A 向西 (D)1.225A 向東 (E)2.25A 向西。

類 3.(1)一載有 5 安培電流之直導線，在均勻磁場中，垂直磁場方向放置時，發覺不受外力作用，已知導線之重量為 0.lkgw/m，則磁場強度之大小為 (A)1.96 (B)0.196 (C)19.6 (D)0.98 (E)9.8 N/A-m。

(2)若導線與磁場方向成 30°角，則磁場強度為 (A)1.96 (B)0.196 (C)0.98 (D)0.392 (E)0.49 N/A-m。

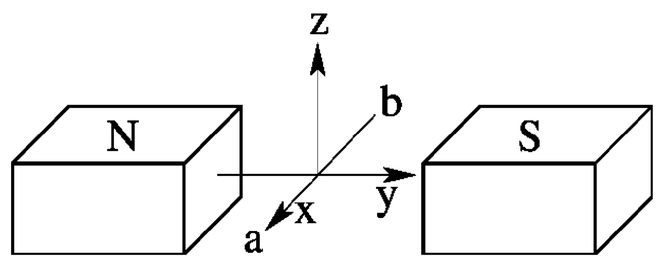
類 4.如圖，在重力場 g 中，一粗線長 L、質量 m，以一對細線懸掛於均勻磁場 $\vec{B}$ 中(指向紙內)。設每條細線可承受張力 T，則通過導線的電流應為何，才恰可使細線斷開？答：$\dfrac{2T-mg}{LB}$ 向左



類 5.在赤道處東西向置一根直線導線，若導線中電子的系統速度為自東向西時，則此導線所受的磁力方向為： (A)向東 (B)向北 (C)向下 (D)向上 (E)向南。答：(D)

類 6.將一導線置於由南向北之磁場中，若導線上之電流由東向西，則導線所受的磁力方向為何？ (A)向上 (B)向下 (C)向南 (D)向北 (E)向東。答：(B)

類 7.如圖所示，一條導線沿水平 x 軸放置，今通以 a 流向 b 的電流，則導線所受之磁力方向為何？ (A)向上 (B)向下 (C)向左 (D)向右。答：(B)

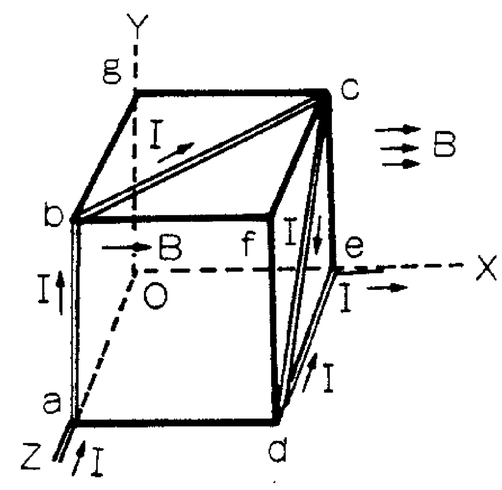


※導線在均勻磁場中受力→空間向量

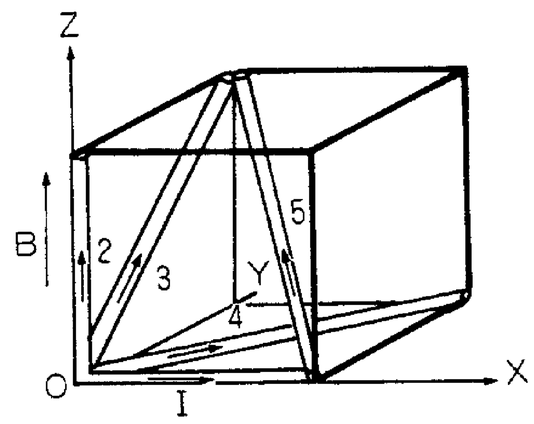
【觀念&公式】

$$\vec{F}=i\vec{L}\times\vec{B}=i\cdot\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ L_x & L_y & L_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

例 13.如圖中之正立方體木塊，每邊長 0.50m，置於磁場強度 B＝0.60T 向正 X 軸方向之均勻磁場中，有導線安置於其上，導線中通以 i ＝4.0A 電流沿 a、b、c、d、e 方向流動，求 $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$ 三線段所受之磁力。(各導線間之作用力與地磁不計) 答：(1)1.2N 方向為向負 Z 軸 (2)1.2N 方向為向負 Y 軸 (3)$1.2\sqrt{2}$ N 方向為 $\overrightarrow{ef}$ 。

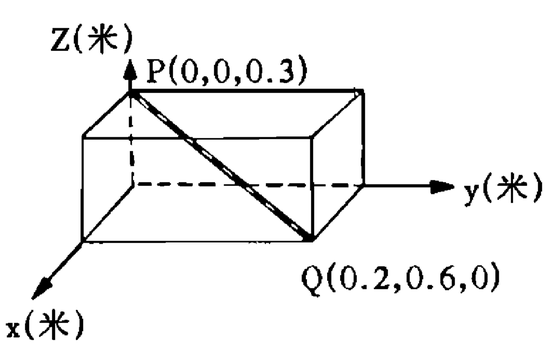


類 1.右圖中，均勻磁場沿 $\overrightarrow{OZ}$ 方向滿布空間，強度為 1.5 牛頓／安培-公尺。1、2、3、4、5 各段導線中均有電流 2.0 安培，並不互相聯接。電流流入及流出各段導線的接頭在圖中未繪出，略去各導線間彼此之作用力。試分別求各段導線所受之磁力。立方體每邊之長為 0.10 公尺。



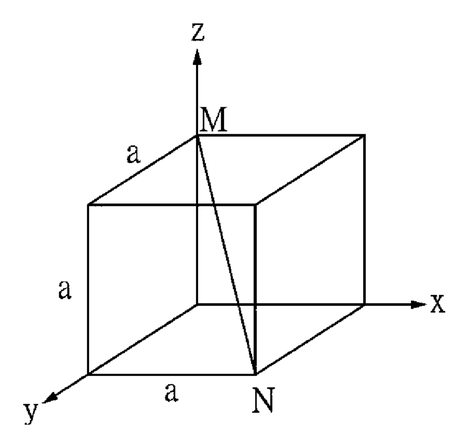
類 2.一導線長 0.5m，在沿 y 軸的方向帶有 10A 的電流，在此時之均勻磁場 $\vec{B}=0.3\vec{i}-1.2\vec{j}+0.4\vec{k}$ (T)，求作用在導線上之力的量值。

類 3.如右圖所示，PQ 為一段不變形的直導線，長為 0.7 公尺，通有 10 安培之電流，自 P(0，0，0.3)向 Q(0.2，0.6，0)。該段導線位於一量值為 1 特士拉，指向"+x"方向之均勻磁場中。則導線所受磁力之量值為_____牛頓。答：6.7



類 4.MN 為一段不變形的直導線，通有 M 流向 N 的電流 i，此導線位於指向＋x 軸方向的均勻磁場 B 中，則導線所受磁力之量值為多少？

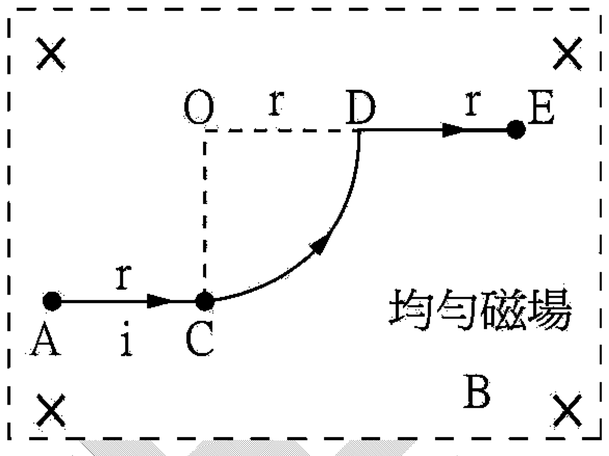
(A)iaB (B)$\sqrt{2}$ iaB (C)$\sqrt{3}$ iaB (D)2iaB。答：(B)



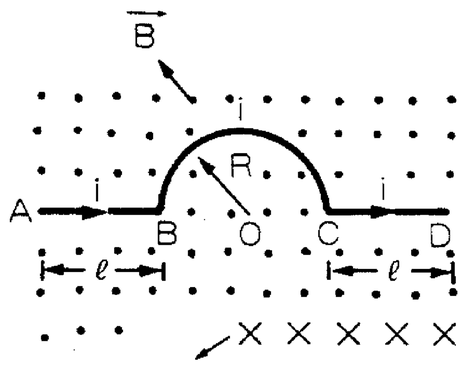
※任意形狀導線在均勻磁場中受力

【觀念&公式】
取首尾之直線長度，再代入導線在均勻磁場中受力的公式。

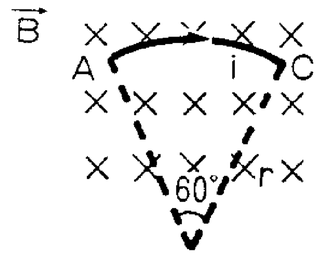
例 14.導線 ACDE 置於垂直紙面的均勻磁場 B 中，導線上通有電流 i，$\overline{AC}$、$\overline{DE}$ 為直導線，$\overset{\frown}{CD}$ 為 $\frac{1}{4}$ 圓弧，$\overline{AC}=\overline{DE}=r$，圓弧半徑亦為 r，如圖所示，則導線 ACDE 所受之磁力量值為 _____。答案：$\sqrt{10}$ irB



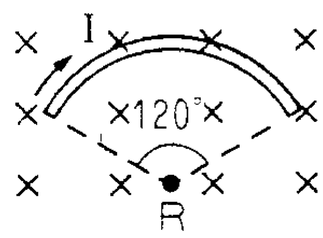
類 1.有一導線彎成如右圖所示，將其置於垂直射出紙面的磁場 $\vec{B}$ 中，若導線中之電流為 i，則此導線所受的磁力為何？答：$2i(l+R)B$



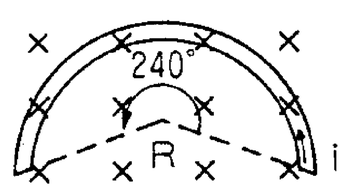
類 2.如右圖所示，一半徑為 50 公分，弧長所對圓心角為 60°之導線。此導線通以電流 I=10 安培，且放置在與磁場 $\vec{B}$ 相垂直的平面內。若磁場大小 B=0.20 牛頓／安培-公尺，則此段弧形導線所受之磁力大小為若干？



類 3.如右圖，一段導線載有 I 之電流，所受磁力為 (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$IRB (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$IRB (C) $\sqrt{3}$ IRB (D)2IRB (E) $\frac{2\pi}{3}$IRB 。



類 4.如右圖，在強度為 B 的均勻磁場中，受磁力為 _____。

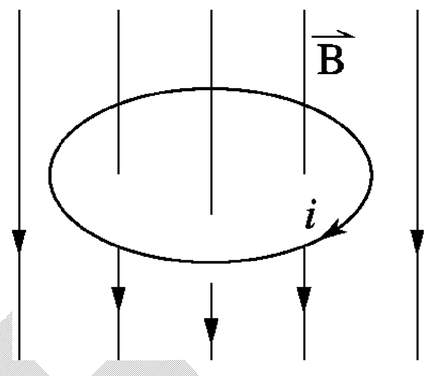


類 5.禮拜一晚上上課阿！老師就問所有的學生：「你最後一次看到彩虹，是什麼時候。」
老師只是想讓我們勾起一些回憶同時，這時小助助答：「昨天晚上！」
（哇哩咧～此彩虹，非彼彩虹(彩虹頻道)）

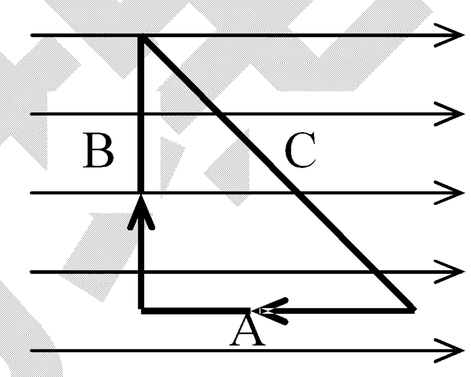
※迴線圈在均勻磁場中受力

【觀念&公式】
任意形狀封閉線圈在均勻磁場中所受合力為零。

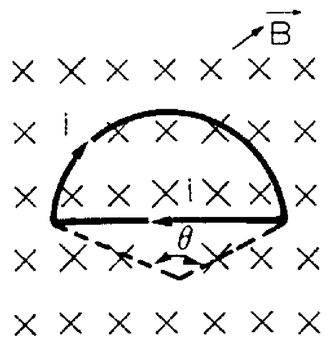
例 15.如圖，一半徑為 R，通有電流 i 的水平圓形細導線，靜置於鉛直均勻磁場 B 中，則導線上的張力大小為_____。答：iRB



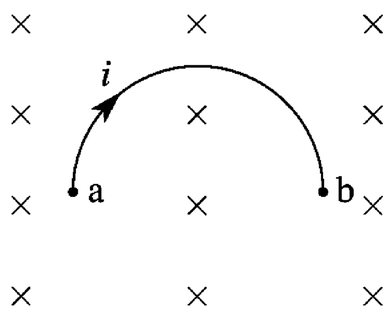
類 1.一等腰直角三角形電路，直角邊長 $1m$，迴路中電流爲 $10A$，置於 $0.2T$ 的均勻磁場中，試求 (1)各直段導線所受之磁力。 (2)整個電路所受之淨力。答：(1)A 段 0N、B 段 2N⊗、C 段 2N⊙ (2)0N



類 2.求右圖所示之載流封閉導線在磁場 $\vec{B}$ 內所受之磁力。



類 3.一半圓形導線 ab，半徑爲 r，載有電流 i，如圖。今將其置於一均勻磁場 B 中，磁場與半圓面垂直，則 ab 所受之磁力量值爲_____。答：2irB



類 4.有個食人族長和他兒子到外尋找食物，他們躲藏在厚草叢裡，等待獵物到來。

不久後有一位瘦小子經過，族長的兒子問爸爸：『爸爸，這個如何？』

族長答道：『不，這小子太瘦，吃起來沒味道！』

不久後有一位胖子經過，族長的兒子問爸爸：『爸爸，這胖子又如何？』

族長答道：『不，這個太肥，吃了膽固醇會升高！』

不久後有一位窈窕青春美女經過，族長的兒子問爸爸：『爸爸，這美女又如何？』

族長答道：『哇塞！好極了，我們把這美女捉回家，然後把你媽媽煮來吃！』

吳錫玠物理

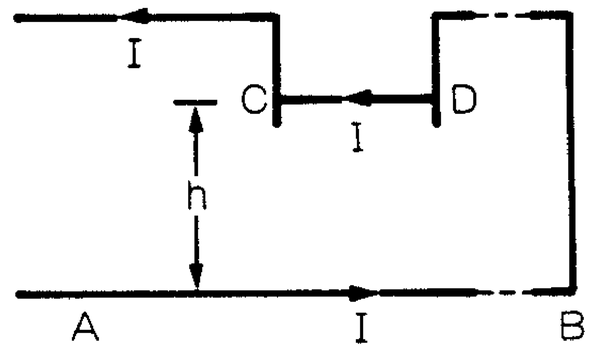
※平行導線間的磁力

【觀念&公式】

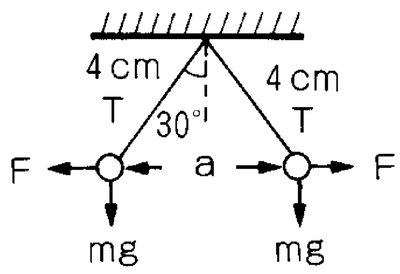
1.先求磁場，再求磁力。

2. 兩條長直平行導線間之磁力 $F=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I\,I'L}{d}$

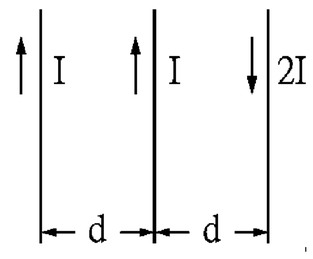
例 16.(1)導線 AB 與 CD 平行，CD 段長 ℓ，通電流 I，當 CD 距 AB 高 h ($h \ll \ell$)時恰可平衡，CD 之質量為何？　(2)平衡時，將 CD 下移 x (且 $x \ll h$)，後放手，若所有接觸面都是光滑，則導線 CD 將做何種運動？答：(1)質量 $m=\frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi g h}$　(2)S.H.M.



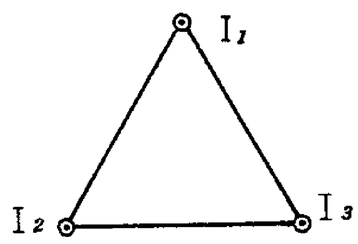
類 1.有兩長平行導線，以 4cm 長之線從一共同軸下懸。兩導線之質量為 50g/m，帶同量而反向之電流，如果懸線與垂線成 30°角，則電流為若干？　(A)238 (B)23 (C)38 (D)328 (E)823　安培。



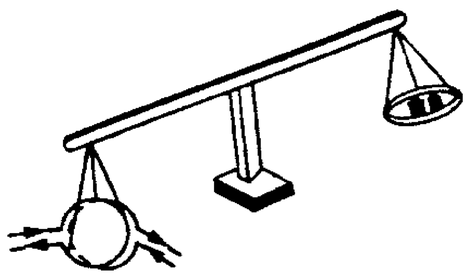
類 2.三條長直平行導線在同一平面上，其電流及導線距離如圖所示；導線甲單位長度之受力為_____。答：0



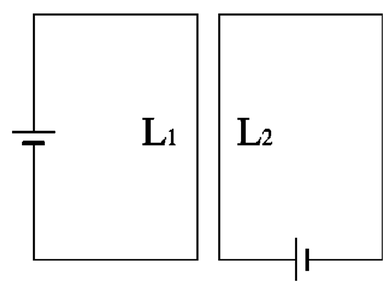
類 3.如圖 I_1 及 I_2、I_3 形成等邊△之三導線，間隔均為 d，通過之電流均為 I 流出紙面，I_1 長為 L，I_2、I_3 均為長直導線，則 I_1 導線受力為若干？答：$\frac{\sqrt{3}\mu_0 I^2 L}{2\pi d}$



類 4.如右圖為兩個半徑 R=20 為公分之圓形線圈，彼此相隔 d=0.50 公分，下圈固定不動，上圈則懸於一等臂天平的一端。因 d 遠較 R 為小，故一線圈在另一線圈處所生之磁場，實驗上與兩線圈好像是長直導線時所生者相同。若每一線圈通有電流 20 安培，則(1)二線圈相互之吸引力為若干？(2)若欲保持兩線圈間之間隔為 0.50 公分，天平之另一端需加砝碼之質量為若干？



類 5.如圖所示，兩長直導線 L_1、L_2 之間的距離將會變大_____。(填大或小)
答：大

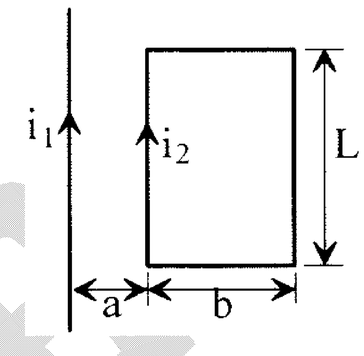


類 6.有二無限長之平行細導線，相距 0.10m。兩導線均載有電流 1.0A 則導線上單位長度所受之磁力為何？答：$2.0\times10^{-6}N/m$

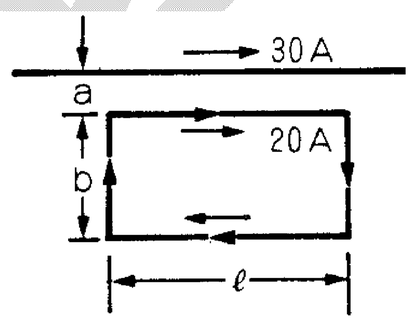
※迴線圈與長直導線間的磁力

【觀念&公式】
1.磁場為不均勻磁場。
2.分別算出每條導線的受力。

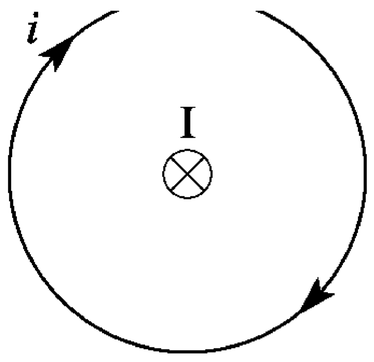
例 17.右圖表示一載流 i_1 的長直導線與一載流 i_2 之長方形線圈的長邊平行，則長直導線施以線圈之淨磁力大小為何？答：$\frac{\mu_0}{2\pi} i_1 i_2 \ell \frac{b}{a(a+b)}$



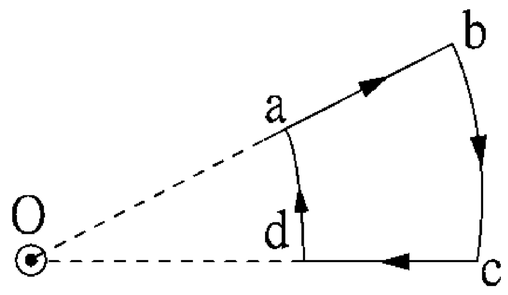
類 1.右圖所示，長直導線有 30 安培之電流，長方形迴路載有 20 安培電流，若 a=1 厘米，b=8 厘米，ℓ=30 厘米，求作用於迴路之合力。



類 2.如圖所示，一圓形線圈置於平面上，載有順時針方向電流 i，線圈中心有一垂直於平面的長直導線，載有穿入平面的電流 I，則下列敘述何者正確？ (A)直導線各部份皆不受磁力的作用 (B)直導線在平面兩側的部分，所受的磁力方向相反 (C)線圈之各部分，皆不受磁力的作用 (D)線圈之各部分，皆受向心力作用 (E)若將線圈中電流方向改變，則線圈的各部分皆受離心力作用。答：(A)(C)



類 3.一攜帶電流的長直導線，與紙面垂直（O 為導線與紙面的交點）；電流從下往上，穿出紙面。紙面上有一封閉線圈 abcda，其 bc 與 da 邊是以 O 為圓心的同心圓弧，ba 及 cd 邊的延長線交於 O 點。封閉線圈攜帶有順時針方向的電流，如圖所示。若不考慮重力作用，則下列敘述何者為正確？ (A)線圈將受到直導線的排斥，遠離 O 點而移動 (B)線圈將受到直導線的吸引，趨向 O 點而移動 (C)線圈將以直導線為軸，在紙面上依反時針方向轉動 (D)直導線對 ab 邊的施力方向為穿出紙面，垂直向上 (E)直導線對 bc 邊的施力方向為穿入紙面，垂直向下。答：(D)



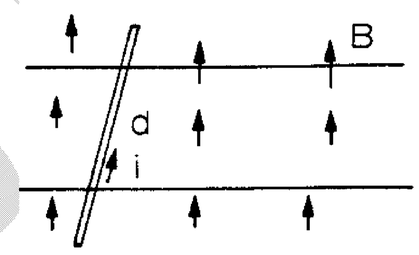
類 4.一位男子到圖書館借書，他問圖書館的女職員：「請問『婚姻的幸福生活』這本書放在那裡？」
女職員：「是幻想小說，到右邊第三排櫃子去找。」
男子：「那麼『夫妻的相處之道』這本書又放在那裡？」
女職員：「是武俠小說，到左邊第一排櫃子找吧！」

※滑軌

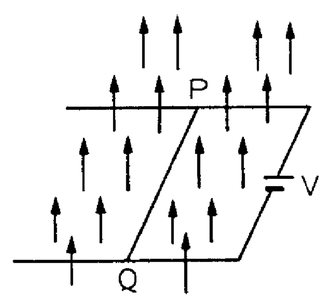
【觀念&公式】
1. $F = iLB\sin\theta$
2.注意磁場及磁力的方向。

例 18.有一銅棒質量 1.0 kg，長 1.0m，南北向，靜置於某平面上，空間有一均勻磁場，垂直地面向上，如果界面之靜摩擦係數是 0.60，當通過銅棒之電流增為 5A 向北時，銅棒開始滑動，則磁場強度為何？答：1.18T

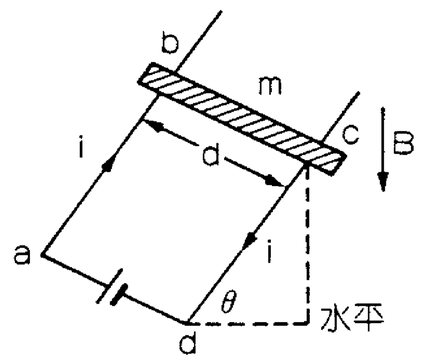
類 1.質量 mkg 之金屬線橫跨於水平面上之兩線相距 d 公尺，若強度為 B 特士拉之磁場垂直向上，依如圖方向流入 i 安培之電流，則不計摩擦力時，由靜止起第 t 秒的速度為若干 m/s？　(A)$iBdt^2/m$ 向左 (B)idBt/m 向右 (C)idt/mB 向左 (D)idt/mB 向右。



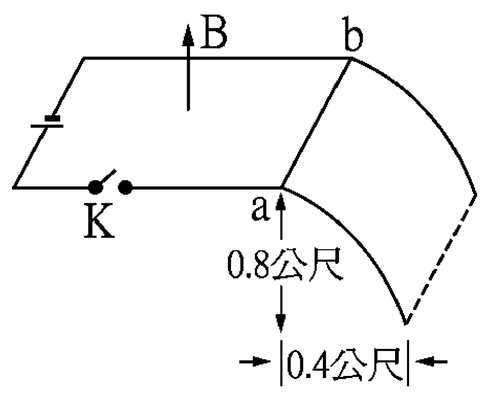
類 2.如右圖，相距 1m 且無電阻的水平軌條與電源 V 串接，電阻 1Ω、質量 1 kg的金屬線段 $\overline{PQ}$ 恰橫跨於軌條上，其間靜摩擦係數為 0.6，整個結構處於鉛直向上、大小為 0.12T 的均勻磁場中，則電源電壓至少應超過多少伏特，$\overline{PQ}$ 才會開始滑動？(g=10m/s^2)



類 3.右圖中 ab、cd 為平行導線相距 d，與水平夾角 θ，bc 段質量 m，可自由滑動，問靜止時鉛直向下之磁場 B 之強度為何？



類 4.在距離地面高 0.8 公尺處的水平軌道，在靠近軌道邊緣處，置一金屬直導線 $\overline{ab}$ 構成閉合電路的一部份，直導線 $\overline{ab}$ 長度為 0.1 公尺，質量是 3 公克，有一垂直向上穿過軌道的均勻磁場，磁場強度是 0.5 特士拉。當電鍵 K 接通的瞬間，$\overline{ab}$ 受磁力的作用而沿水平方向飛離軌道，$\overline{ab}$ 落地時的水平位移是 0.4 公尺，則接通的瞬間有電量_____庫侖通過 $\overline{ab}$ 導線。（g=10 牛頓/公斤）答：0.06



※電流天秤

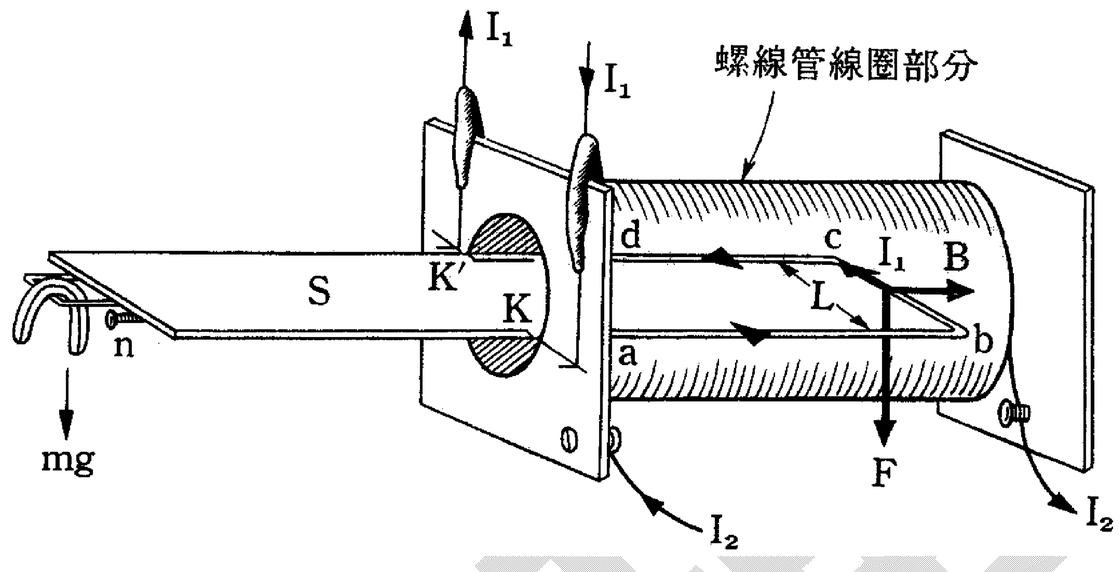
【觀念&公式】

$mg = I_1 LB$

例 19.如下圖，若已知螺線管中為均勻磁場 $B = 1.0\times10^{-2}$ N/A-m，電流 $I_1 = 1.0$A，bc 段長為 $2cm$，此裝置稱電流天平。則

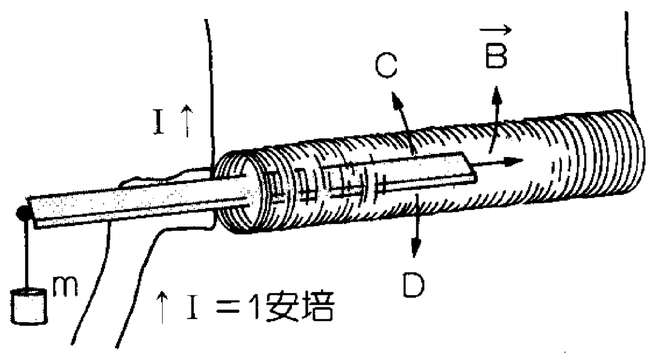
(1)此電流天平之 bc 端受力為若干 N？

(2)欲使電流天平平衡，則另端懸吊質量 m 應為若干kg？答：(1) $F = 2.0\times10^{-4}$N　(2) $m = 2.0\times10^{-5}$ kg



類 1.某生做「以基本單位量度磁場」的實驗時，發現只有一個安培計可用。因此他將電流天平，產生磁場的螺旋線管線圈，可變電阻和安培計串聯在一起，然後再接到電池上。結果電流達到 I 值時天平達到平衡。此時天平之砝碼重量 m，當電流增加到 3I 時，要使天平平衡，砝碼重應增加到 (A)2m (B)3m (C)4m (D)6m (E)9m。

類 2.一長螺線管內之磁場爲一均勻磁場，方向與其中心軸平行。則：



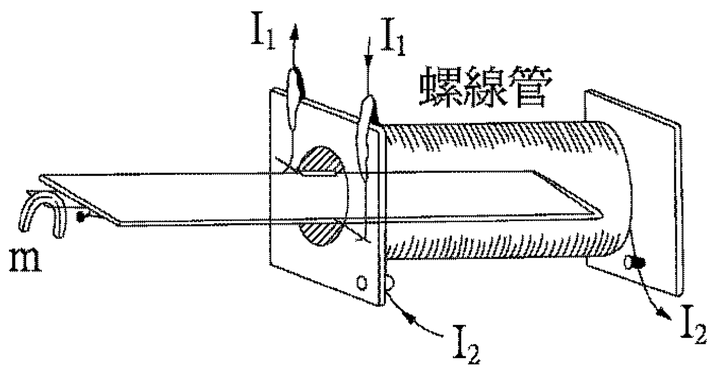
(1)今一載有電流之導線置於螺線管內，並與其中心軸平行。問作用於此導線之力爲若干？

(2)如導線中之電流爲 1.0 安培，螺旋管中磁場 $\vec{B}$ 爲 1.0×10^{-2} 牛頓/安培-公尺，CD 之長爲 2.0 公分，求右圖中導線所受之力？

(3)問欲使天平保持平衡，他端所加之質量應爲若干？

(4)說明如何利用圖中之裝置作爲一安培計使用。

類 3.在「電流的磁效應」實驗中，我們利用圖中之電流天平來量測一載電流之導線在磁場內所受到的力。在實驗中，當導線中電流 I_1 固定爲 2 安培，調節螺線管之電流 I_2，欲使左端掛一重物 m 之天平恢復成水平位置時，



(1)若發現增加 I_2 反而使天平愈來愈傾斜，應如何處置？

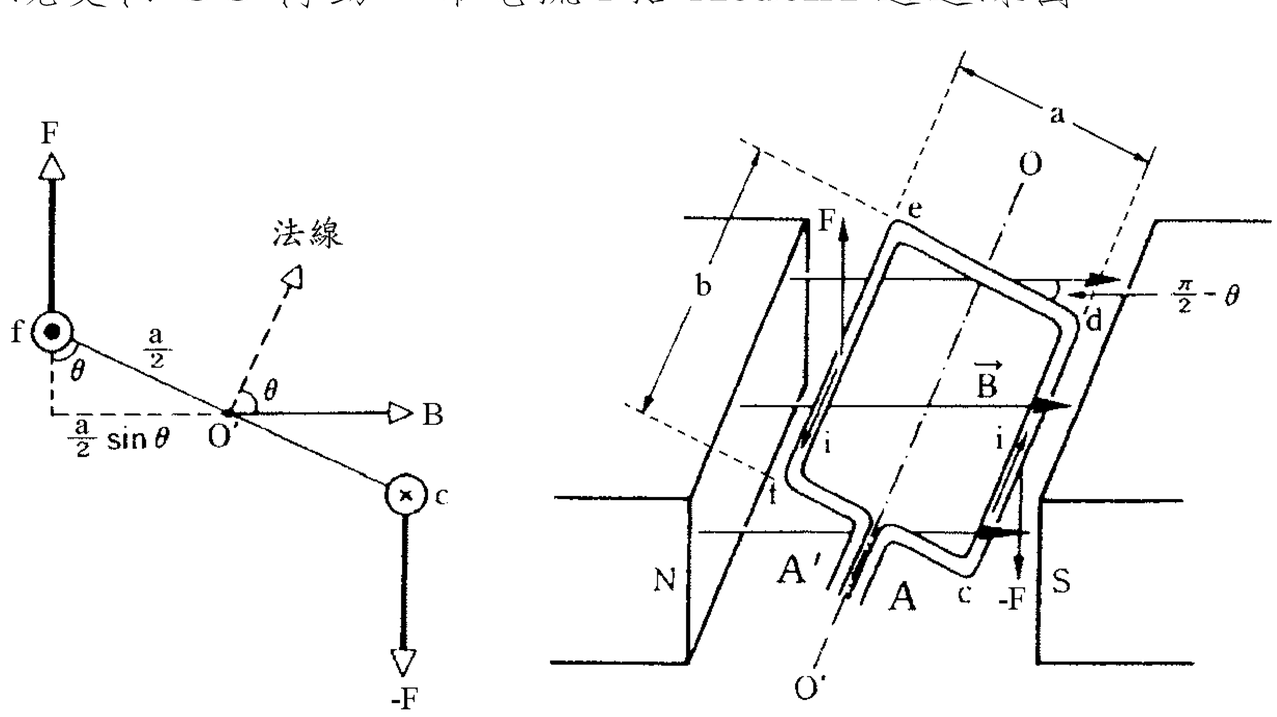
(2)若發現增加 I_2 會使天平趨向水平，但在 I_2 增加至儀器允許的最大電流時，仍無法使天平完全成水平位置，應如何處置？答：(1)減少電流 I_2 或增加重物質量 m 或改變電流 I 的流動方向；(2)增大導線中的電流 I_1 或減少重物質量 m。

20-4 載流線圈再磁場中所受的力矩

※導電線圈在磁場中所受的力及力矩：

1.載電流長方形線圈在磁場中所受的力及力矩：

如下圖所示一長方形線圈，長 **a**，寬 **b**。線圈平面的法線與磁場$\vec{B}$的夾角為θ，線圈可繞支軸 **OO'**轉動，而電流 **i** 沿 **AcdefA'**通過線圈。



(a)　　(b)

(1)de 與 **fc** 兩邊之導線所受的力其值皆為 **i B a sin(**$\frac{\pi}{2}-\theta$**)**，而按右手定則知兩邊受力方向為沿轉動軸 **OO'**的兩相反方向：

$\Rightarrow$合力 $\Sigma\vec{F}=\mathbf{0}$；合力矩(對轉軸 **OO'**) $\Sigma\vec{\tau}=\mathbf{0}$

(2)ef 及 **cd** 兩邊與磁場垂直，因電流所受磁力 **F** 的量值相等，其值均為：**F＝i B b**
而由右手定則知兩邊受力方向相反，如上圖**(a)**所示。

此二力，組成一力偶，其力矩$\vec{\tau}$之量值為：

$$\tau=\mathbf{2\,F}(\frac{a}{2}\sin\theta)=\mathbf{2\,(i\,B\,b)}(\frac{a}{2}\sin\theta)=\mathbf{i\,B\,a\,b}\sin\theta=\mathbf{i\,BA}\sin\theta$$

式中的 **A＝a b** 乃線圈所圍之面積

註：若線圈共繞有 **N** 匝，則每圈受有相同的力矩
$\Rightarrow$總力矩的量值為$\tau'=\mathbf{N}\tau=\mathbf{N\,i\,BA}\sin\theta$

2.力矩的向量式：

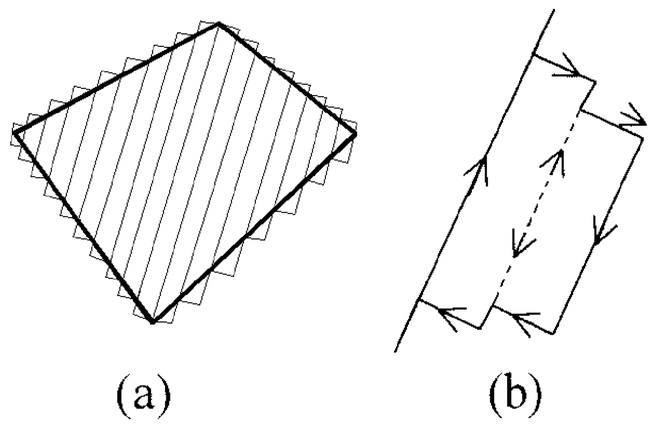
載有電流 **i** 的任意形狀的線圈，共有 **N** 匝，置於均勻磁場$\vec{B}$中，若線圈的截面積為 **A**，

則此線圈所受力矩為$\vec{\tau}=\mathbf{N\,i}\vec{A}\times\vec{B}$　　**(**$\vec{A}$的方向是線圈平面的法線方向**)**

$\Rightarrow$量值$\tau=\mathbf{N\,i\,AB}\sin\theta$　**(**θ：$\vec{A}$與$\vec{B}$之夾角**)**

3.載電流任意形狀之線圈在磁場中所受的力矩：

如右圖**(a)**所示一任意形狀的線圈，可視為許多細小的長方形構成，電流 **i** 可看成為許多細小長方形的導線圈組成，每相鄰兩小圈的共同邊內的電流，方向相反，效應互相抵消如右圖**(b)**所示，故所有的小線圈的總效應和原來的線圈相等。



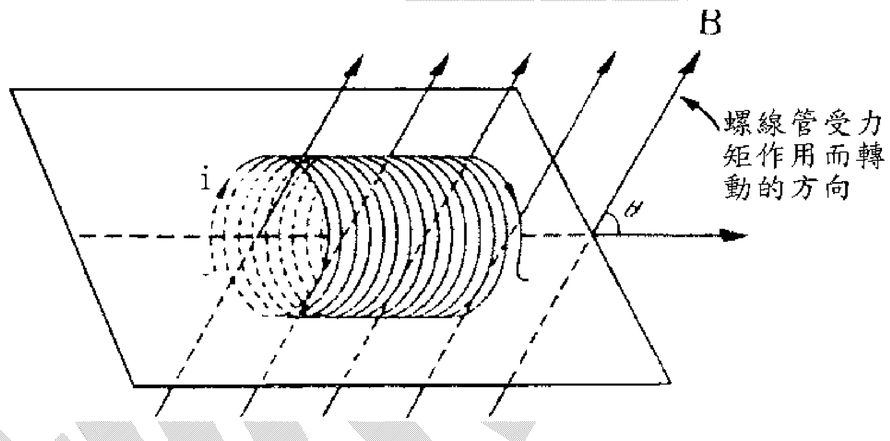
⇒整個線圈的力矩量值為 $\tau = \mathbf{i\,B\sin\theta\,(A_1+A_2+A_3+\cdots\cdots+A_n)}$

此 $\mathbf{A_1+A_2+A_3+\cdots\cdots+A_n}$ 乃各小長方形線圈的面的和＝整個線圈的面積 **A**⇒ $\tau = \mathbf{i\,BA\sin\theta}$

4.載電流螺線管在磁場中所受的力矩：

右圖所示為一螺線管，若線圈總距數為 **N**，管的截面積為 **A**，載有電流 **i**，則在均勻磁場 **B** 中所受的力矩量值 τ 為

$\tau = \mathbf{N\,i\,BA\sin\theta}$



式中之 θ 乃螺線管軸線與磁場 $\vec{B}$ 方向的夾角。

※直流電動機

一、意義：將電能轉換成力學能的裝置。

二、構造(如右圖所示)：

1.磁場鐵～～

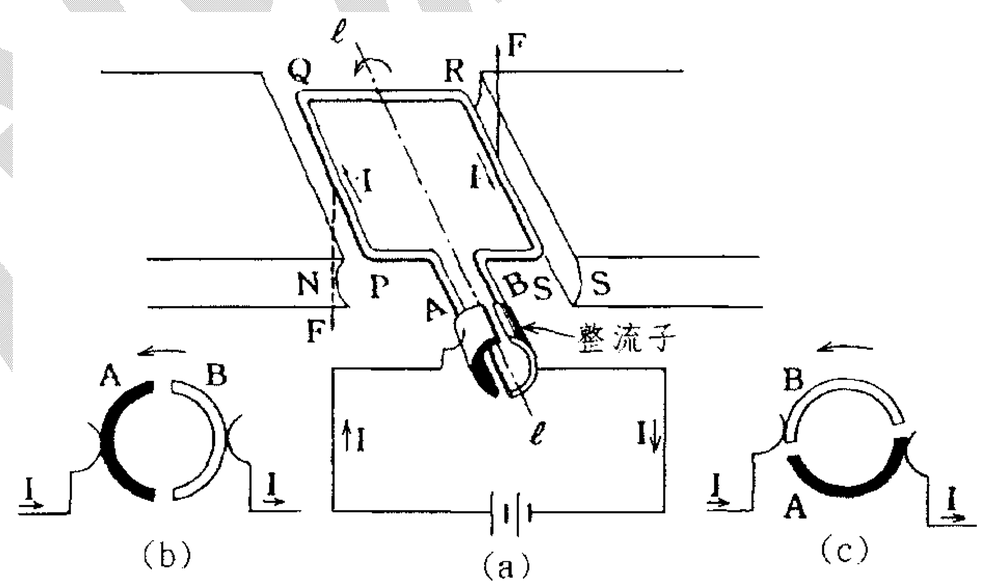
產生磁場的裝置。可用永久磁鐵，亦可用電磁鐵。

2.電樞～～

可轉動的線圈，係繞在圓柱形鐵心上。

3.整流子～～

使線圈轉動半周後電流方向自動反轉的裝置，為二半圓形金屬，當線圈轉動時，兩環隨之轉動，經由電刷交替與電源的正、負極連接。

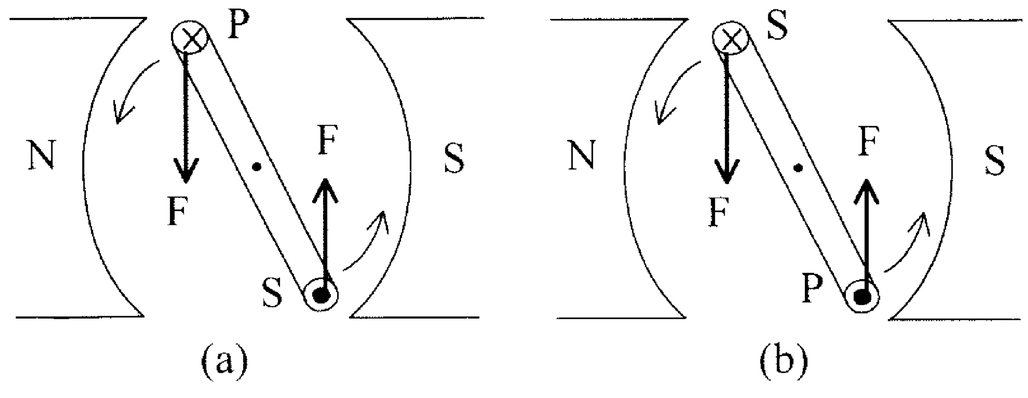


註：電動機俗稱馬達。

三、原理：利用電流的磁效應

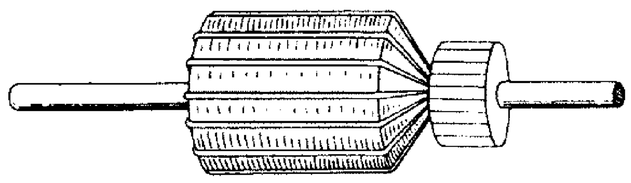
1.如上圖所示，假設電路剛接通時，線圈是在一水平位置，電流如圖中所指示的方向流動，應用右手掌定則知 **PQ** 一邊受到一向下之力 **F**，而 **RS** 一邊則受一向上之力 **F**，此兩力構成之力偶則使線圈繞 **LL'**軸依逆時針方向轉動，如下圖**(a)**所示，圖中的⊗表電流與紙面垂直，且進入紙面的方向。⊙則表電流由紙面垂直向外流出。

2.當線圈轉動 **90°**，即在垂直位置時，電刷與整流子之接觸中斷，而電流當然亦中斷，但線圈由於慣性關係繼續轉動。



3.當線圈轉 **180°** 角到上圖**(b)**之位置時，兩半圓環已經變換了正負極，使線圈中的電流方向反向，故⊗與⊙亦互換。此情形繼續維持線圈不停的轉動。

※實際之電動機線圈不祇一匝，而是圍繞在鐵心外的很多匝線圈(如右圖)，使其所產生的轉動效應平均而穩定。

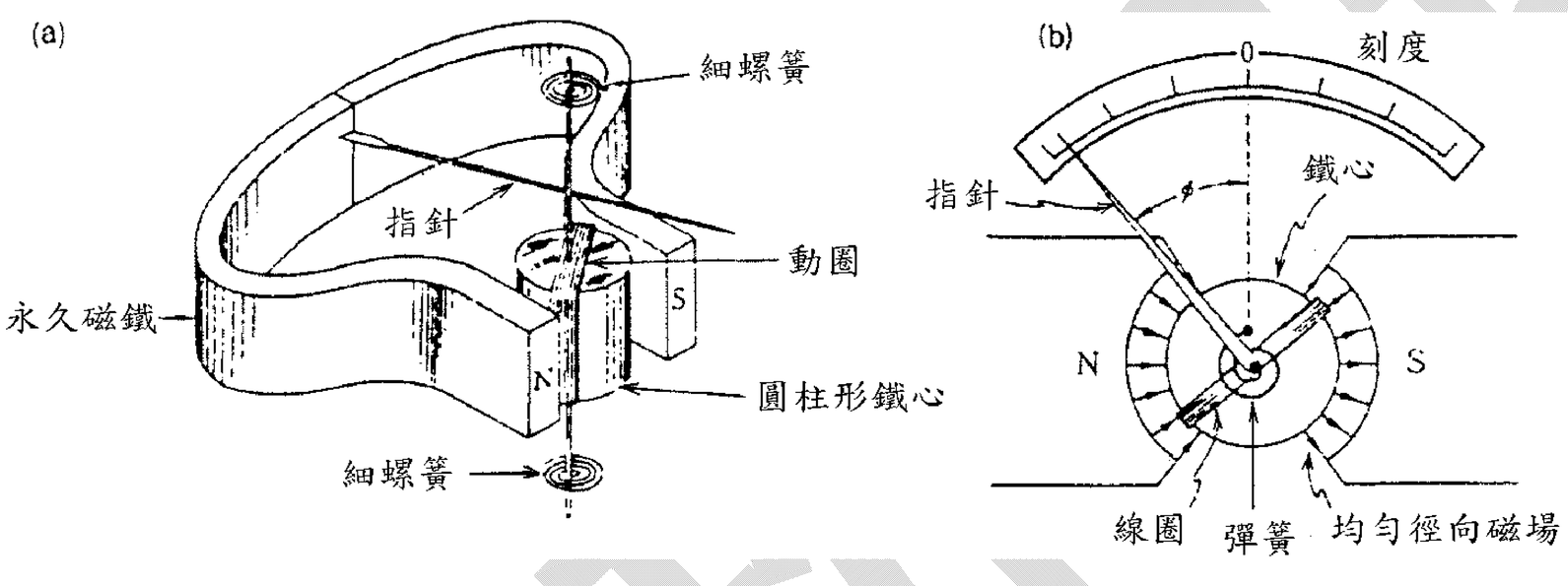


註：電動機分為交流電動機及直流電動機兩種，二者構造完全相同，唯交流電動機使用之電源為交流電源且整流子與電刷係固定接著而非交替改變接觸。

※電流計、安培計與伏特計的構造與原理

一、電流計的構造與基本原理

1.構造：如圖所示，當電流流入匝數甚多之長方形線圈時，線圈即繞一固定軸轉動。鐵心和外部永久磁鐵之空隙間有一輻射形磁場，在此種磁場中，各點之強度幾為均勻不變。

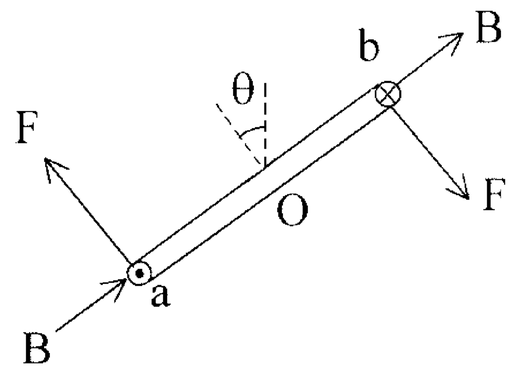


2.原理：

(1)由上節之內容知當 **N** 匝線圈有電流 **i** 通過時即會受到力矩作用，其量值 τ 為：

$\tau = \mathbf{N\,i\,BA}\sin\theta = \mathbf{N\,i\,BA}$

式中的 **B** 乃永久磁鐵的磁場，**A** 為線圈的截面積，θ 為線圈軸線與磁場 $\vec{B}$ 的方向的夾角，因 $\vec{B}$ 恆與線圈面的法線垂直，即 $\theta = \mathbf{90^o}$，故 $\sin\theta = \mathbf{1}$。



(2)由虎克定律知渦形彈簧被扭轉 ψ 角(單位為弧度)所產生的回復力矩 τ_r 為

$\tau_r = \kappa\,\psi$　　式中的 κ 乃渦形彈簧的扭轉常數

(3)當 $\vec{\tau}$ 與 $\vec{\tau_r}$ 大小相等且反向而相消時，線圈達到平衡位置，

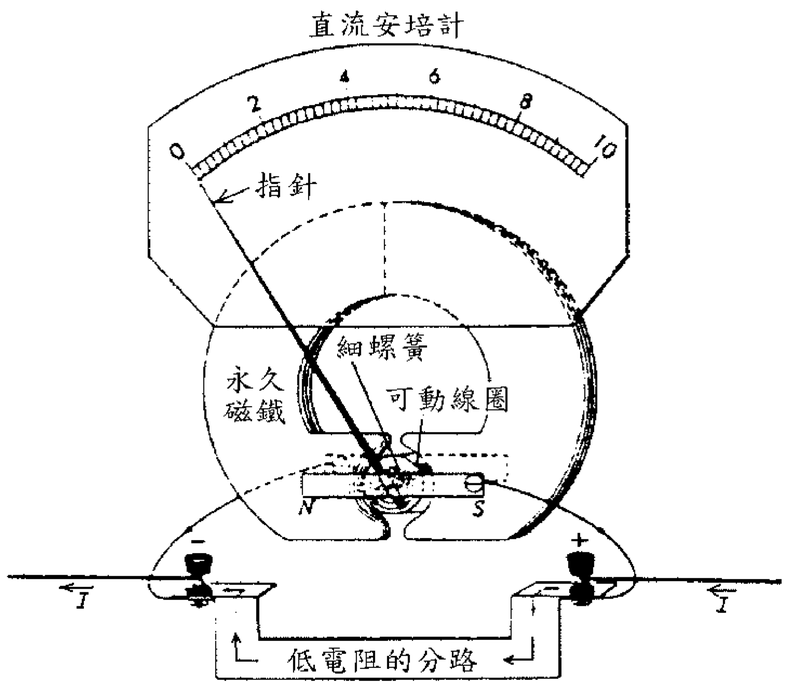
故由**(1)(2)**得　$\mathbf{N\,i\,BA} = \kappa\,\psi$

因此指針偏轉的角度 ψ 與線圈的電流 **i** 成正比，即圈轉式電流計的刻度間隔是均勻的。

二、安培計：將圈轉式電流計線圈並聯一低電阻即成。

1.原理：電流之磁效應。

2.使用：與待測電器串聯，以Ⓐ表示。



3.功用：測量電流量值。

4.讀數：比實際的電流小。

5.內電阻：甚小。

6.線圈並聯低電阻可使安培計之內電阻甚小，故可：

(1)使原電路的電流不因安培計串聯其間而改變太多，影響準確度。

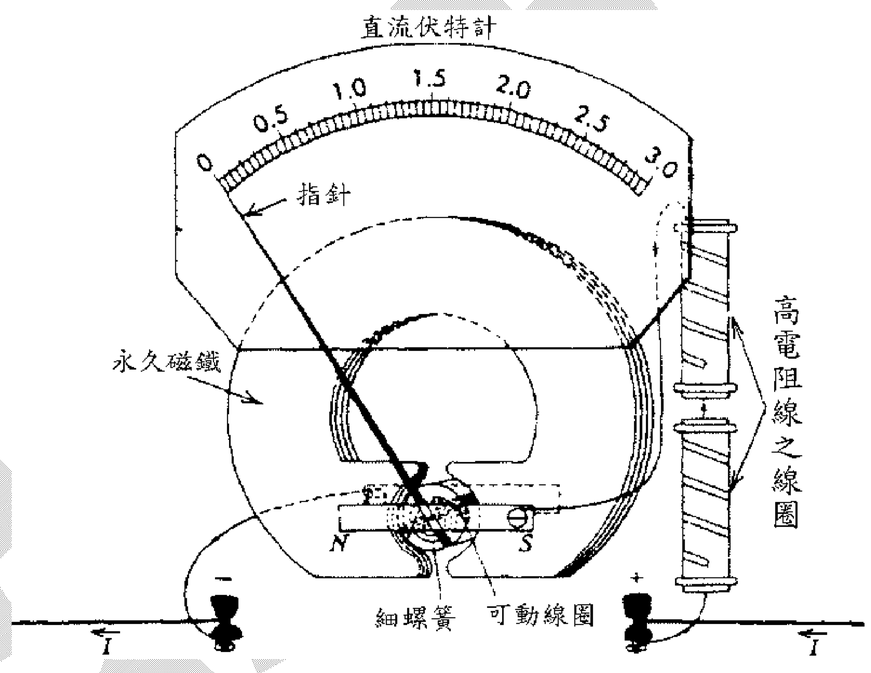
(2)保護線圈**(**電流大多由並聯之低電阻流過不致燒燬儀表**)**。

(3)增大量度範圍。

三、伏特計～～將圈轉式電流計線圈串聯一高電阻即成。

1.原理：與安培計同，均為電流之磁效應，只是刻度盤改以伏特為單位。

2.使用：與待測電器並聯，以Ⓥ表示。



3.功用：測量電位差。

4.讀數：比實際電位差小。

5.內電阻：甚大。

6.線圈串聯高電阻可使伏特計之內電阻極大，故可

(1)使原電路的電流不因伏特計的並聯而改變太大，影響準確度。

(2)保護線圈**(**大電流由電路流入時，因伏特計電阻甚大，故大部分電流自待測電壓之分路流過，不致燒燬儀表**)**。

(3)增大量度範圍。

◎比較：安培計和伏特計在用法和構造上的不同之處：

1.安培計：**(1)**與待測電器串聯；**(2)**內部電阻極小；

(3)加低電阻之電阻與可動線圈並聯。

2.伏特計：**(1)**與待測電器並聯；**(2)**內部電阻極大；

(3)加高電阻之電阻與可動線圈串聯。

3.小萍跟丫怡正在論避孕的事情**....**

小萍：我現在更加注意避孕的事了

丫怡：你老公不是已經結紮了嗎？？

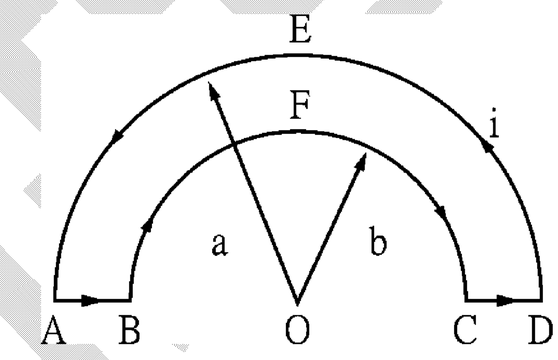
小萍：就是因為這樣，所以我要更加注意避孕的事啊**....**

吳錫玠

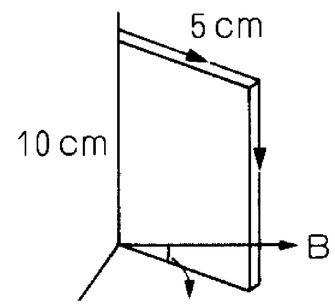
※載流線圈在磁場中所受的力矩

【觀念&公式】
$\tau = iNBA\sin\theta$

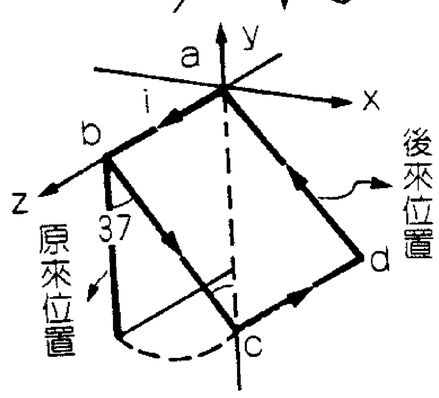
例 20.由二直線段和半徑為 a 及 b 的二同心半圓構成的導線，載電流為 i（如圖），下列敘述何者正確？(A)半圓 AED 與半圓 BFC 兩部分導線在圓心 O 點產生的磁場大小相同，方向相反 (B)由半圓 AED 部分導線在圓心 O 點產生的磁場量值為 $\frac{\mu_0 i}{4a}$ (C)AB 及 CD 部分導線在圓心 O 點產生的磁場為零 (D)當外加一垂直於紙面的均勻磁場 B_0 於此導線處，則此導線所受磁力之量值為 $2iB_0(a-b)$ (E)當外加一垂直於紙面的均勻磁場 B_0 於此導線處，則此導線所受力矩之量值為 $\frac{1}{2}\pi iB_0(a^2-b^2)$。答：(B)(C)



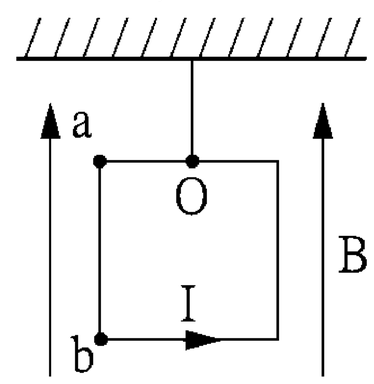
類 1.一長方形迴路，共有 20 匝，長 10cm，寬 5cm，載有 0.1 安培之電流栓住其一長邊，如圖，圈面與強度為 0.5 特士拉之磁場成 30°，求此迴路所受之力矩。



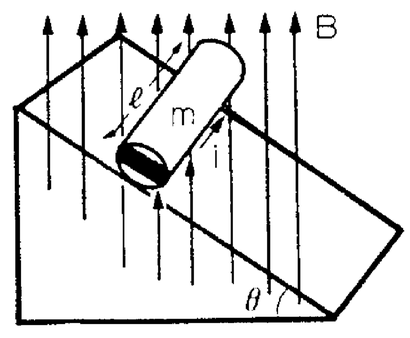
類 2.如圖長方形迴線中，ab＝6 cm，bc＝8 cm，線的質量是每長 1 厘米為 0.1 克，並以 ab 邊作一無摩擦的支樞，線中的電流是 10 安培，方向如圖所示。若欲使此迴線上擺至與 y－z 平面成 37°角停止，問應加一與 y 軸平行的磁場其量值如何？指向如何？



類 3.一邊長為 a 的正方形線圈，質量為 m，以細線懸其邊長中點而掛之，並置於鉛直向上之均勻磁場 B 中，如附圖所示，今通電流 I 於線圈中，受磁力後不變形。若平衡時線圈面與鉛直面夾θ角，則 tan＝_____。答：$\frac{2IB\ell}{mg}$



類 4.如圖所示為一質量 m、半徑 r、長度 L 的圓柱木頭，其上有 N 匝之線圈，將其放在斜角θ的斜面上，今將此裝置加以鉛直向上之均勻磁場 B，若此圓柱恰不轉動，則其上之電流大小 i 為_____。答：$\frac{mg}{2NLB}$



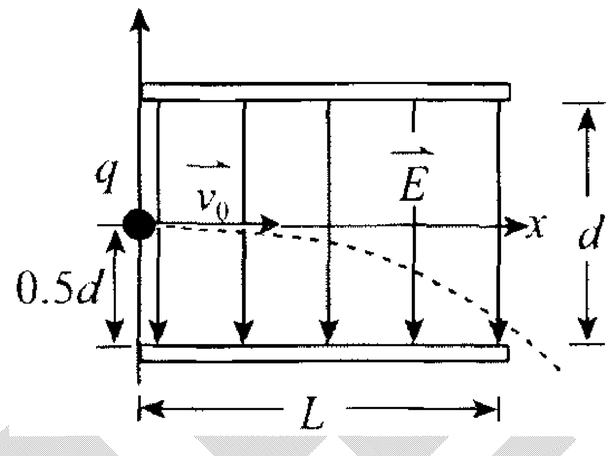
類 5.一條導線長 L，通電流 I，將其繞成任意匝數的圓形線圈，置於均勻磁場 B 中，則所受之最大磁力矩量值為_____。答：$\frac{IL^2B}{4\pi}$

20-5 帶電質點在磁場中所受的力

※帶電質點在電場中的運動

一、電荷水平射入均勻電場中

質量為 **m**、電量為＋**q (q＞0)**的點電荷，以初速度 $\mathbf{v_o}$ 水平射入均勻電場 **E** 中，如右圖所示。若不計重力作用，則點電荷在平行板間運動的過程中



1.點電荷受靜電力為：$\vec{F_e}=\mathbf{q}\vec{E}=-\mathbf{qE}\hat{j}$

2.點電荷的加速度為：$\vec{a}=\dfrac{\vec{F_e}}{m}=-\dfrac{qE}{m}\hat{j}$

3.點電荷的運動方程式：$\mathbf{x=v_o t}$ 、 $\mathbf{y}=\dfrac{1}{2}\mathbf{at^2}=-\dfrac{1}{2}(\dfrac{qE}{m})\mathbf{t^2}$

4.點電荷的軌跡方程式：$\mathbf{y}=-\dfrac{qE}{2mv_o}\mathbf{x^2}$　　此質點的軌跡為拋物線

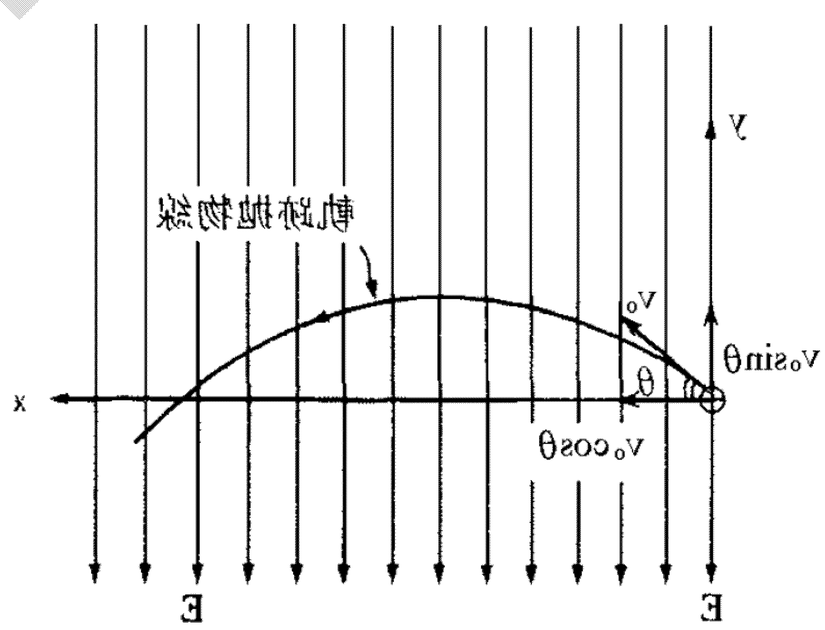
5.點電荷通過平行板的時間：$\mathbf{t}=\dfrac{L}{v_o}$

6.點電荷通過平行板的過程，靜電力於全程所做的功為：

$$\mathbf{W}=\vec{F_e}\cdot\Delta\vec{r}=(-\mathbf{qE}\hat{j})\cdot(\Delta\mathbf{x}\hat{i}+\Delta\mathbf{y}\hat{j})=-\mathbf{qE}\Delta\mathbf{y}\quad(\text{式中 }\mathbf{y<0})$$

二、帶電質點斜向射入均強電場中之軌跡：

今若 $\vec{E}$ 為均強電場，則所受力為定力，產生之加速度為定值，故做等加速度運動。若 $\vec{a}$ 與初速 $\vec{v_o}$ 同向(或反向)，則軌跡為直線；若 $\vec{a}$ 與 $\vec{v_o}$ 有夾角，則軌跡為拋物線(如同地表之水平拋射或斜向拋射)如圖。



1.受力 $\vec{F}=\mathbf{q}\vec{E}$ (向下)

2.加速度 $\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}=\dfrac{qE}{m}$　　(向下)

3.x 軸方向等速度，則位移為 $\mathbf{x=(v_o\cos\theta)t}$

4.y 軸方向等加速度，則位移為 $\mathbf{y=(v_o\cos\theta)t}-\dfrac{1}{2}(\dfrac{qE}{m})\mathbf{t^2}$

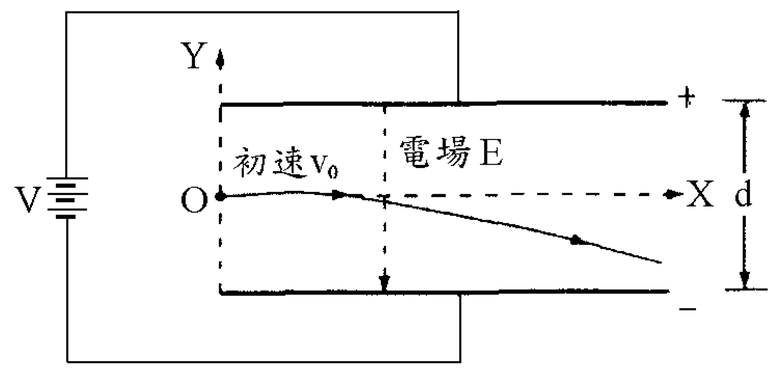
5.軌跡方程式：$\mathbf{y=x\tan\theta}-\dfrac{qE/m}{2v_o^2\cos^2\theta}\mathbf{x^2}$　～～為拋物線

吳錫玠物理

三、影響均強電場之因素：

上面所說之均強電場來源可利用接電池的兩平行金屬板，其間之電場可利用電池之電壓或兩板間之板距控制。

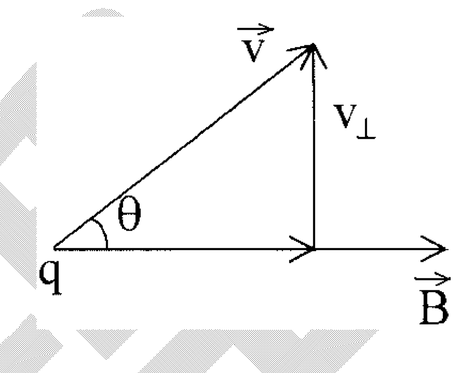
$$\mathbf{E}=\frac{\text{V(電池電壓)}}{\text{d(兩板間板距)}}$$



※帶電質點在磁場中的運動

一、帶電質點在均勻磁場中運動時所受之磁力：

1.實驗：若一帶電量 **q** 之質點以速度 $\vec{v}$ 在均勻磁場 B 中運動，且 $\vec{v}$ 與 $\vec{B}$ 之夾角為 θ，則由實驗可得下面的結論：



(1)作用於質點之磁力量值 **F** 與電量 **q** 及磁場量值 **B** 均成正比。

(2)此磁力量值 **F** 與速度在垂直磁場之分量 $\mathbf{v}_\perp=\mathbf{v}\sin\theta$ 成正比。

(3)雖然電量不為零，但只要速度為零，磁力亦為零。

(4)沿平行磁場方向**(**$\theta=\mathbf{0^o}$ 或 $\mathbf{180^o}$**)**運動時，雖然電量、速度都不為零，磁力仍然為零，而運動方向與磁場方向垂直**(**$\theta=\mathbf{90^o}$**)**時，所受磁力最大。

(5)不論電量多寡，不論速度量值，方向如何，只要受了磁力作用，則磁力方向必與速度方向垂直**(**$\vec{F}\perp\vec{v}$**)**。

2.公式：綜合以上之實驗結果即可寫成 $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}=q\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ v_x & v_y & v_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$

⇒量值：$\mathbf{F=qvB\sin}\theta$　方向：依右手掌定則或右手螺旋定則判定**(**此力 **F** 稱為洛仁茲力**)**

註：電力與磁力的不同是：

電力**(**$\vec{F}=q\vec{E}$**)**和電荷速度的量值及方向均無關，其方向總是和電場 $\vec{E}$ 的方向平行的；而磁力則和電荷速度的量值及方向都有關係，尤其是磁力作用的方向總是和磁場方向保持垂直，而絕不是平行的。

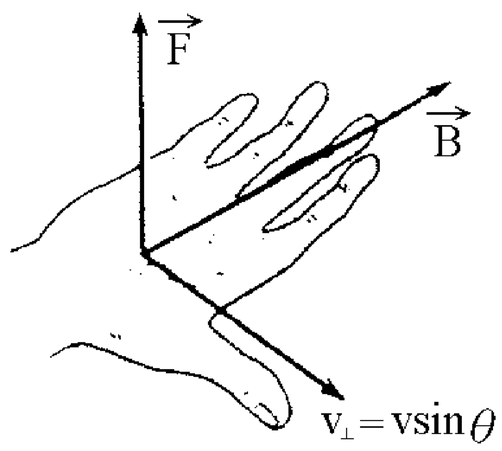
※討論：$\vec{F}$ 之方向垂直於 $\vec{B}$ 及 $\vec{v}$，故 $\vec{F}$ 僅能使質點的速度偏向而不能改變其速度的量值，因此質點的動能 $\mathbf{E_k}$ 不會改變。則由功能原理知功 **W**＝動能變化 $\Delta\mathbf{E_k}=\mathbf{0}$，即知磁力不能對質點作功。

◎右手掌定則：如右圖所示

※拇指：指正電荷運動方向**(**垂直於磁場之速度分量 $\mathbf{v}_\perp$**)**或負電荷運動之反方向。

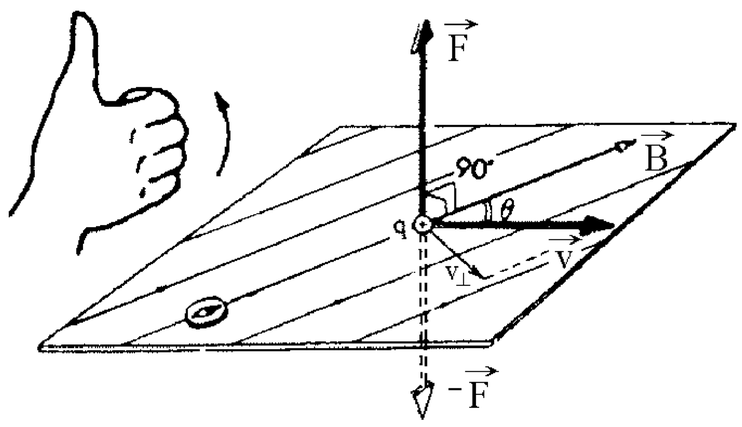
※其他四指并攏：指磁場 $\vec{B}$ 方向

※掌心向外：指磁力 $\vec{F}$ 的方向



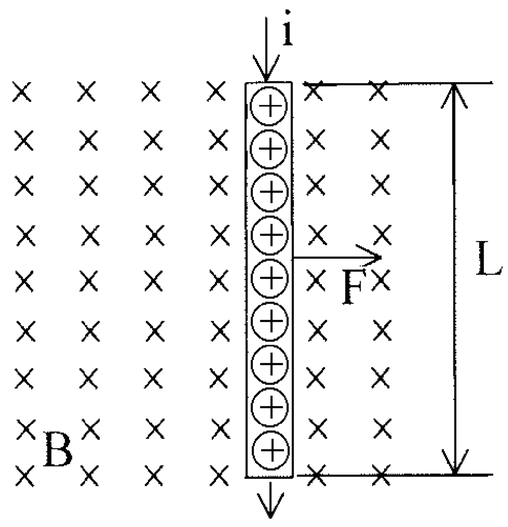
◎右手螺旋定則：如右圖所示

以右手的四指**(**拇指除外**)**從正電荷的運動方向 $\vec{v}$ **(**或負電荷運動的反方向**)**經較小夾角**(**即圖中 θ 角**)**轉至磁場 $\vec{B}$ 的方向，則拇指的方向，即表示磁力 $\vec{F}$ 的方向。



3.若將載流導線中的電流看作運動中的正電荷：

(1)導線所受之磁力可視為所有正電荷受電力之合效應，若此力為 **F'**，則 **F'＝i LB**



(2)設正電荷 **q** 以 **v** 之速率通過 **Δt** 秒，共通過 **n** 個，此時間內正電荷走 **L** 之距離(如圖)，

則 **F＝nqvB＝QvB**　**(Q** 為導線中全部電荷之電量**)**

$\because \mathbf{i}=\dfrac{Q}{\Delta t}$　　$\therefore \mathbf{F}=\mathbf{i}\ \Delta t\ \mathbf{v}\ \mathbf{B}$

又 **L＝v Δt**　　**∴F＝i LB**

二、帶電質點在均勻磁場中運動的軌跡：

1.質點之速度 $\vec{v}$ 與磁場 $\vec{B}$ 平行(即 $\vec{v}\,//\,\vec{B}$)：

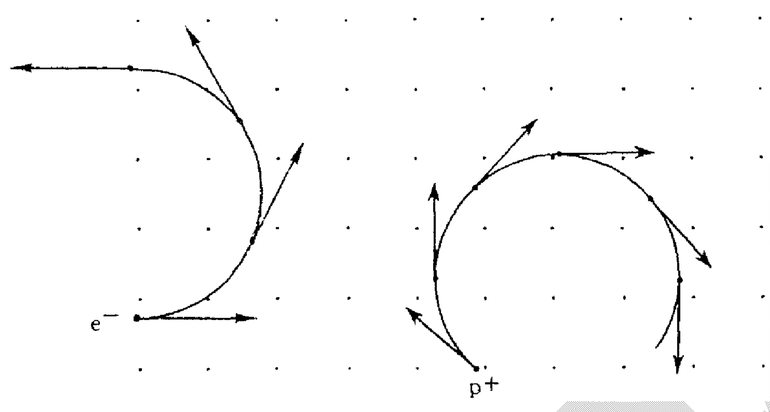
因 $\vec{v}$ 與 $\vec{B}$ 平行兩者夾角 $\theta=\mathbf{0^o}$ 或 $\mathbf{180^o}\sin\theta=\mathbf{0}$

故 $\vec{F}=\vec{v}\times\vec{B}=\mathbf{0}$ 即質點不受磁力作用⇒質點作等速直線運動

2.質點之速度 **v** 與磁場 **B** 垂直(即 $\vec{v}\perp\vec{B}$)：

若 $\vec{v}$ 與 $\vec{B}$ 垂直，則質點受量值為 **F＝qvB** 之磁力作用，

但此力 $\vec{F}$ 恆與 $\vec{v}$ 垂直⇒質點作等速圓周運動(如下圖所示，圖中半徑為 **r**)



(1)向心力：$\mathbf{F_c}$＝磁力 **qvB**

(2)動量：由 $\mathbf{F_c}=\mathbf{qvB}$ 且 $\mathbf{F_c}=\mathbf{m}\dfrac{v^2}{r}\Rightarrow\mathbf{qvB}=\mathbf{m}\dfrac{v^2}{r}\Rightarrow$ 動量的量值 **P＝mv＝qBr**

(3)動能：$\mathbf{E_k}=\dfrac{1}{2}\mathbf{mv^2}=\dfrac{(mv)^2}{2m}=\dfrac{P^2}{2m}=\dfrac{q^2B^2r^2}{2m}$

(4)角速度：$\omega=\dfrac{v}{r}=\dfrac{v}{mv/qB}=\dfrac{qB}{m}$

(5)週期：$\mathbf{T}=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{qB/m}=\dfrac{2\pi m}{qB}$　(或 $\mathbf{T}=\dfrac{2\pi r}{v}=\dfrac{2\pi(mv/qB)}{v}=\dfrac{2\pi m}{qB}$)

(6)頻率：$\mathbf{f}=\dfrac{1}{T}=\dfrac{qB}{2\pi m}$　⇒與速率 **v** 無關

註：ω、**T** 及 **n** 與半徑 **r** 及速率 **v** 均無關，僅與 $\dfrac{q}{m}$ 有關，故任何 $\dfrac{q}{m}$ 相同之質點射入磁場中，其運動的半徑雖不同，但其運動頻率相同，此頻率稱為迴轉頻率，為在迴轉加速器中應用之重要因素。

(7)半徑：由 $\mathbf{qvB}=\mathbf{m}\dfrac{v^2}{r}\Rightarrow$ 半徑 $\mathbf{r}=\dfrac{mv}{qB}=\dfrac{P}{qB}=\dfrac{\sqrt{2mE_k}}{qB}$

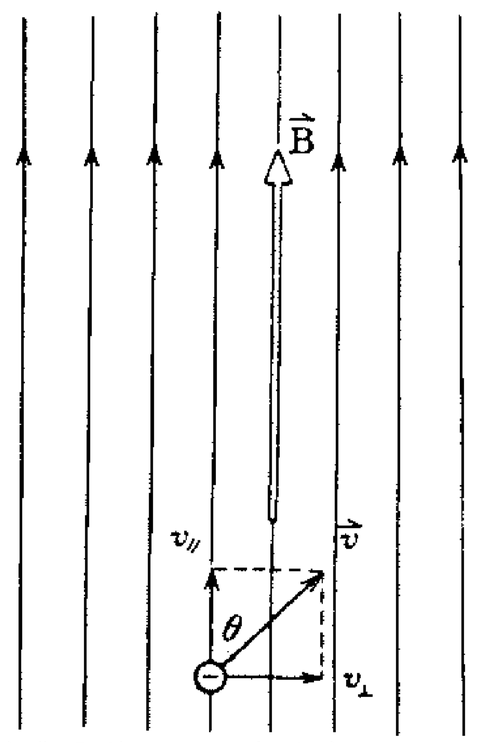
※若質點由靜止經電位差 **V** 加速後垂直射入 **B** 中，則 $\mathbf{E_k}=\mathbf{qV}$

吳錫玠物理

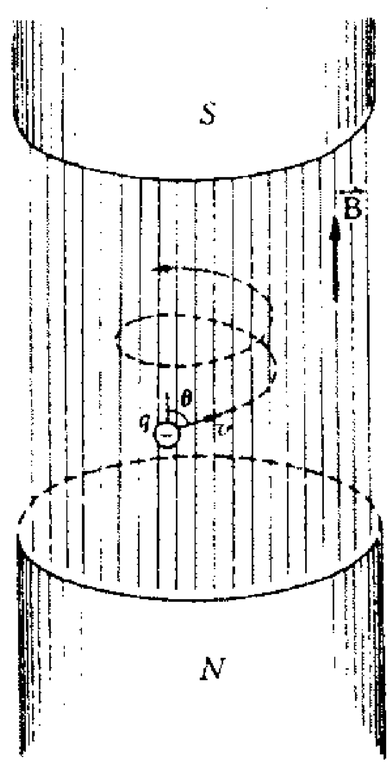
$$\Rightarrow \mathbf{r}=\frac{\sqrt{2mqV}}{qB}=\sqrt{\frac{2mV}{qB^2}}$$

3.質點之速度與磁場交一角度θ：

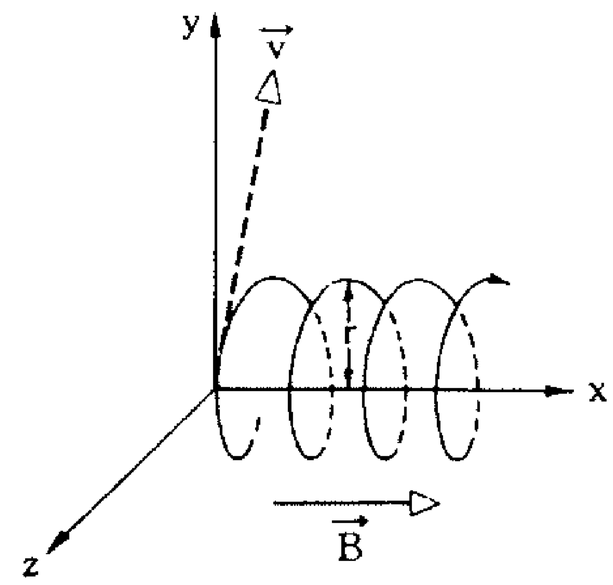
設質點的速度$\vec{v}$和均勻磁場$\vec{B}$成一角度θ，如下圖**(a)**所示，則我們可將分為與磁場平行及垂直之兩分量$\mathbf{v}_{//}=\mathbf{v}\cos\theta$及$\mathbf{v}_{\perp}=\mathbf{v}\sin\theta$。



(a)帶電質點以任意速度進入磁場時，可以把速度分解為垂直和平行於磁場之兩分量，分別討論再綜合之。



(b)帶電質點在磁場中運動的軌跡。



(c)帶電質點的速度不與磁場垂直時，其軌跡為一螺線。

(1)平行磁場方向：

$\mathbf{F}_{//}=\mathbf{q}\,\mathbf{v}_{//}\,\mathbf{B}\sin 0^{o}=\mathbf{0}$ 即質點不受磁力作用質點作等速直線運動

(2)垂直磁場方向：

$\mathbf{F}_{\perp}=\mathbf{q}\,\mathbf{v}_{\perp}\mathbf{B}\sin 90^{o}=\mathbf{q}\,(\mathbf{v}\sin\theta)\mathbf{B}=\mathbf{q}\,\mathbf{v}\,\mathbf{B}\sin\theta$　且磁力$\overrightarrow{F_{\perp}}\perp\overrightarrow{v_{\perp}}$

$\Rightarrow$質點作等速率圓周運動

(3)綜合**(1)(2)**$\Rightarrow$質點作一等速率螺線形的運動(如上圖**(b)**與**(c)**所示)

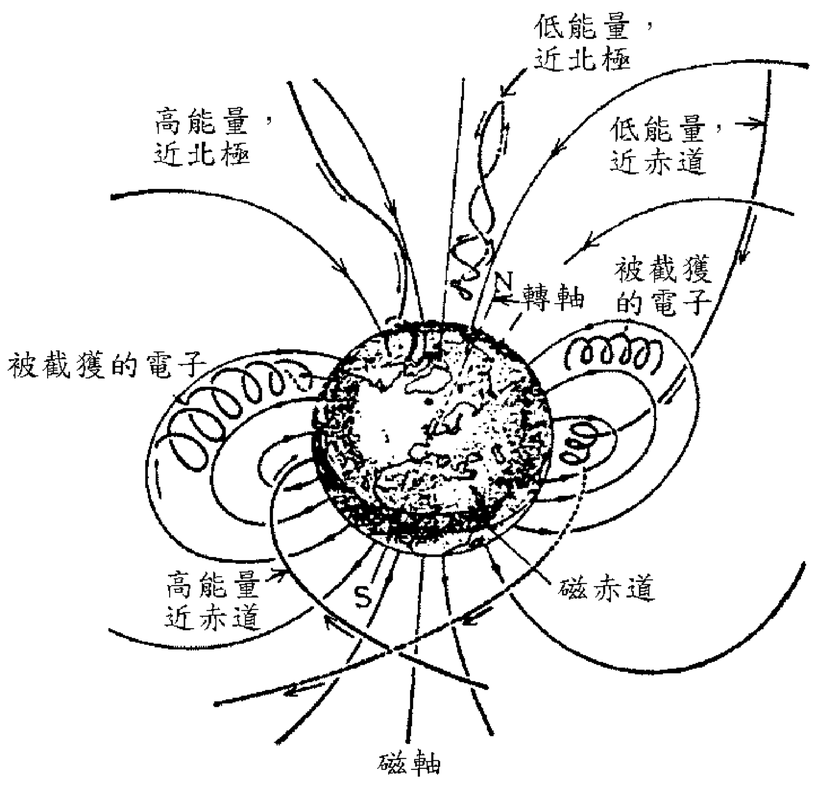
a.螺旋半徑：由 $\mathbf{q}\mathbf{v}_{\perp}\mathbf{B}=\mathbf{m}\frac{v_{\perp}^2}{r}\Rightarrow\mathbf{r}=\frac{mv_{\perp}}{qB}=\frac{mv\sin\theta}{qB}$

b.旋轉週期：$\mathbf{T}=\frac{2\pi r}{v_{\perp}}=\frac{2\pi(mv_{\perp}/qB)}{v_{\perp}}=\frac{2\pi m}{qB}$

c.旋轉頻率：$\mathbf{f}=\frac{1}{T}=\frac{qB}{2\pi m}$　　註：週期 **T** 及頻率 **n** 僅與$\frac{q}{m}$之值，磁場之量值 **B** 有關，而與速度之量值 **v** 及$\vec{v}$與$\vec{B}$之夾角θ均無關。

d.螺距(質點旋轉一週時，在平行磁場方向行進之距離)：

$$\mathbf{d}=\mathbf{v}_{//}\cdot\mathbf{T}=\mathbf{V}\cos\theta\cdot\frac{2\pi m}{qB}=\frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}=\mathbf{2}\pi\,\mathbf{r}\,\mathbf{cot}\,\theta$$



註：**1.**帶電質點在均勻磁場中的運動軌跡可能為直

線，圓，螺線。

2.帶電質點在均勻電場中的運動軌跡可能為直線，拋物線。

3.帶電質點在庫侖排斥力場中的運動軌跡可能為直線，雙曲線。

4.電質點在庫侖引力場中的運動軌跡可能為直線，圓，橢圓，雙曲線，拋物線。

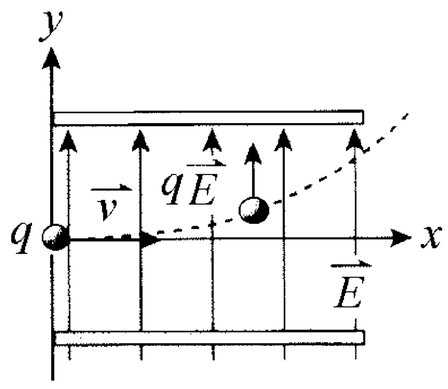
註：宇宙射線(荷電之快速微粒子)在地球磁場內之運動軌跡為類似螺旋線地球本身是一個磁體，當外太空有帶電質點如宇宙射線等投向地球時，受地球磁場的磁力作用，就使它發生旋繞轉進現象。

三、帶電質點在均勻力場中之運動狀況：

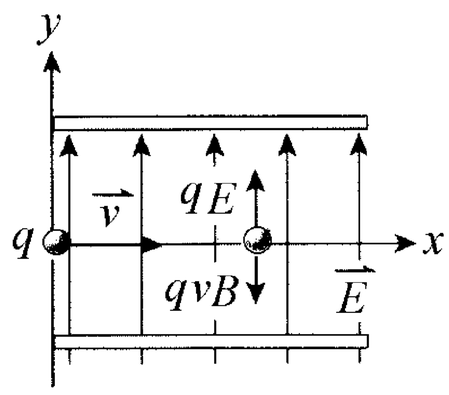
帶正電質點射入之情況	在均勻重力場中運動情形	在均勻電場中運動情形	在均勻磁場中運動情形
與場平行射入	受一定重力 $F_G=mg$ 作等加速度直線運動	作受一定電力 $F_e=qE$ 之等加速度直線運動。	因 $F_B=q\bar{v}\times\bar{B}=0$，故不受力為等速度直線運動。
與場垂直射入	作水平拋射運動	作等加速度運動，其軌跡為拋物線(如同水平拋體)。	$F_B=qvB$，故受力時與運動力向垂直，作等速率圓周運動。
與場斜向射入	作斜拋運動	仍然受定力 $F_e=qE$，作等加速度拋物線軌跡(如同在地表的斜向拋射)。	此速度可分為平行磁場與垂直磁場。平行磁場方向作等速度，垂直磁場方向作等速率圓運動，故軌跡為螺旋線。

※速率選擇器與質譜儀

一、速度選擇器：



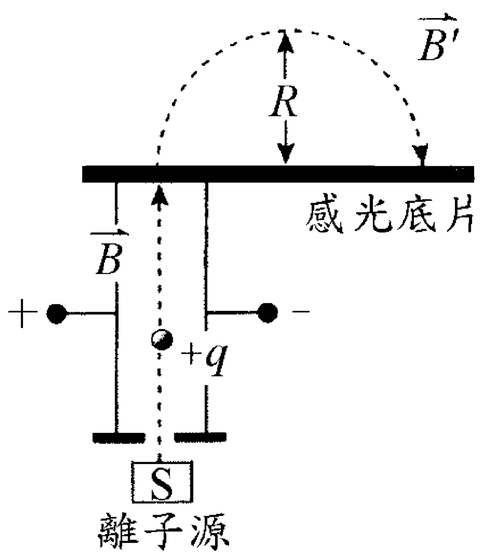
1.右圖中，當電量為 **q(q＞0)**的質點，以速度 **v** 水平射入均勻電場 $\vec{E}$ 中，如不計重力作用時，靜電力會使質點向上偏，如圖所示。



2.今在平行板間加入垂直離開紙面的均勻磁場 $\vec{B}$ 時，則帶電質點會同時受到靜磁力作用，當靜磁力與靜電力達成力平衡時，帶電質點將沿水平方向(即 **x** 軸)移動，如右圖所示，此時質點的速度 **v**、電場 **E** 與磁場 **B** 的關係為 **qvB＝qE**，得 $\mathbf{v}=\dfrac{E}{B}$

這樣的裝置可用於測量帶電粒子的速度，故稱為「速度選擇器」。

二、質譜儀：



1.質譜儀是近代物理實驗中，用以分析帶電粒子種類的儀器，右圖為該裝置的示意圖。當質量 **m**、電量 **q** 的質點，以速度 **v** 直線通過速度選擇器時　$\mathbf{v}=\dfrac{E}{B}$

2.此質點進入均勻磁場 $\vec{B'}$ 後，在磁場中作半徑 **R** 的等速率圓周運動，如右圖所示，則此圓周運動的半徑

吳錫玠

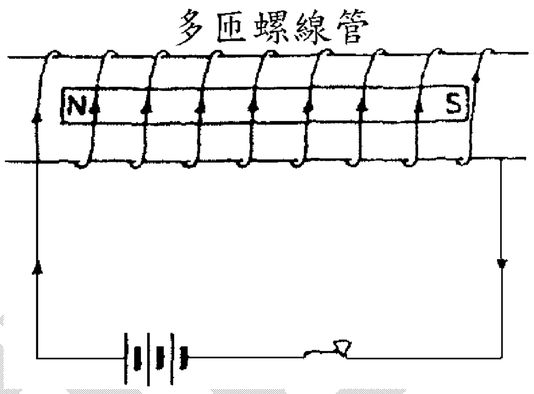
$$\mathbf{R}=\frac{mv}{qB'}=\frac{mE}{qB'B}\ \Rightarrow\ \mathbf{m}=(\frac{qB'B}{E})\mathbf{R}$$

利用上面這個式子，便可以算出帶電質點的質量。

※電磁鐵(參考，自行閱讀)

一、用通電方法磁化鋼棒

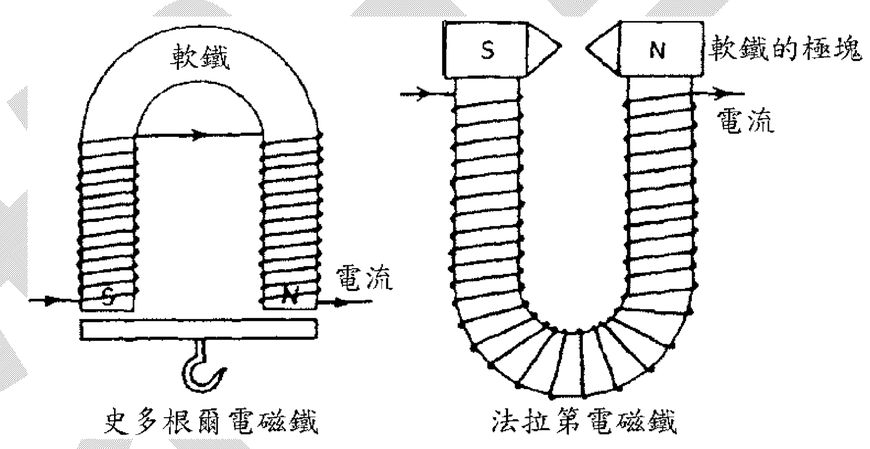
製造磁鐵最佳的方法是利用電流的磁效應。將一繞有約 **500** 匝絕緣銅線的管形線圈與 **6** 或 **12** 伏特的電池及開關串聯(如右圖，此種線圈稱為螺線管)。置棒於線圈中，並不時開關電流。之後，將棒移出，並關閉電流經試驗後發覺棒已被磁化。



註：磁鐵的磁極視電流方向而定，由右手螺旋定則可判定。

二、電磁鐵～～利用電流之磁效應

如一.所述，最初安培於 **1820** 年首先利用螺線管磁化鋼質方法製成磁針。五年後，**William** 史多根爾利用軟鋼代替鋼，發現只限於電流流經螺線管時軟鐵棒才暫時被磁化。史多根爾氏電磁鐵由一 **U** 形的軟鐵棒構成，兩臂外相反方向繞以絕緣銅線。在英國，法拉第，與美國的亨利製成類似的電磁鐵，而在極端加以軟鐵將磁力線集中放細小的空隙，如圖所示。



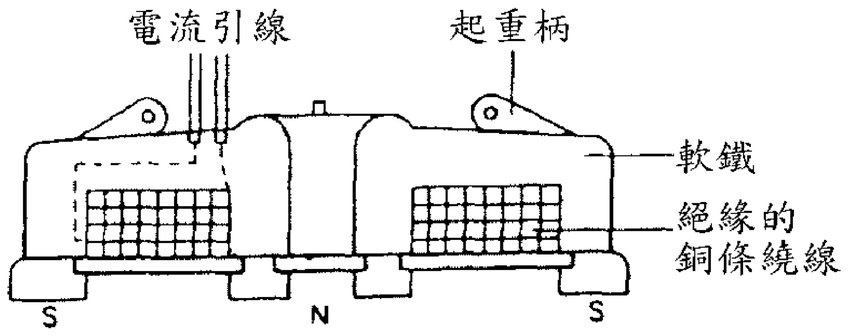
三、電磁鐵與永久磁鐵之不同點：

電磁鐵可由通過線圈的電流大小來控制軟鐵棒所產生的磁性大小，而永久磁鐵的磁性則不能隨意控制其大小。

註：電磁鐵是實驗室及應用上相當重要的裝置，例如，電動機、發電機、起重機及物理研究用的各種巨大磁場等均利用到電磁鐵。

四、起重用電磁鐵：

如右圖，該電磁鐵用一軟鐵組成，槽內藏一環形絕緣線圈。磁鐵外圍與內面的極性相反，因而增強其起重能力。



五、殘磁：

如電磁鐵經過電流磁化後把電流截斷，則並不能使軟鐵棒磁性完全消失。這種電流停止時，軟鐵棒仍保持部分磁性的現象稱為殘磁。

註：理論上，要完全消除殘磁，我們可以使電流不僅由原來的數值降至零，而且再續通以反方向的電流直至完全消除殘存的磁性為止。

※帶電質點在磁場中的運動軌跡

【觀念&公式】
1.地磁由南向北
2.使用右手開掌定則判斷受力方向

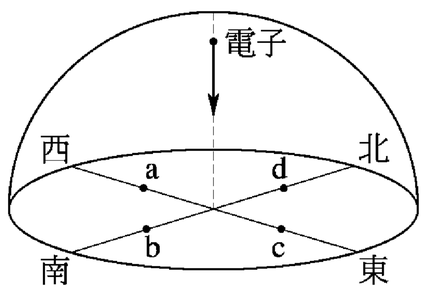
例 21.一帶電粒子在磁場中運動，下列何者正確？
(A)若運動方向與磁場方向平行，不受磁力作用。
(B)若運動方向與磁場方向垂直，不受磁力作用。
(C)若受磁力作用，則磁力僅能使運動方向改變，不能使速率增加。
(D)同(C)，磁力對帶電粒子作功。
(E)同(C)，磁力對帶電粒子有衝量作用。答：(A)(C)(E)

類 1.將一帶電質點以任意方向射入均勻磁場中(射入方向不與磁場方向平行)，則： (A)此質點必作圓周運動 (B)此質點必作等速率運動 (C)磁力不對此質點作功 (D)此質點必受衝量作用 (E)此質點角動量必守恆。答：(B)(C)(D)

類 2.下列敘述何者正確？ (A)在均勻磁場中，帶電質點的運動軌跡必為圓 (B)在均勻磁場中，載流線圈所受之磁力必為零 (C)在均勻磁場中，載流線圈所受之力矩不一定為零 (D)帶電質點在均勻磁場中運動，磁力對質點恆不作功 (E)帶電質點在空間中作等速度運動時，磁場恆為零。答：(B)(C)(D)

類 3.若地球無磁場存在，則有某宇宙射線粒子將沿垂直方向射向地球赤道，但在有地球磁場存在時，此粒子將： (A)向東方射入地球 (B)向西方射入地球 (C)增加數量 (D)較緩慢射入地球 (E)減少數量。答：(A)

類 4.如圖所示，在赤道的正上方有一電子垂直地面入射，若赤道的地球磁場是呈水平；則此電子因受到地磁作用而發生偏轉時，其落點應該接近何處？ (A)a (B)b (C)c (D)d。答：(A)



類 5.一帶電的質點，在固定不變的均勻磁場 B 中，作半徑為 r 的等速率圓周運動，若不計重力之作用，則： (A)運動的平面必與磁場 B 垂直 (B)圓周運動的週期與半徑成正比 (C)磁場 B 對質點所作之功，在任何路段均為零 (D)質點繞圓心的角動量大小與圓面積成正比 (E)質點的動能與圓面積成正比。答：(A)(C)(D)(E)

類 6.載流導線或運動之帶電粒子於磁場中受磁力作用時，下列哪幾對向量未必垂直？ (A)導線與磁力 (B)磁場與磁力 (C)速度與磁力 (D)磁場與導線 (E)磁場與速度。答：(D)(E)

※帶電質點在磁場中的受力

【觀念&公式】

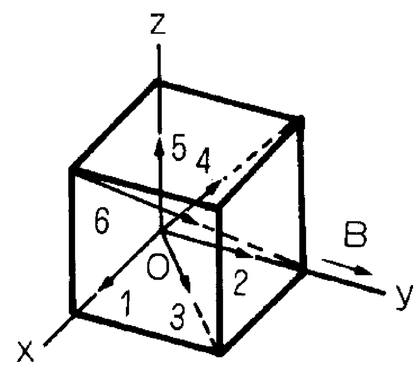
$$\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}=q\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ v_x & v_y & v_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}=qvB\sin\theta$$

例 22.(1)一電子以10^5 m/s 之速度垂直磁場方向，入射至一強度為 2N/A-m 之磁場中，電子所受之磁力大小為 (A)2×10^5 (B)3.2×10^{-14} (C)1.6×10^{-14} (D)3.2×10^{-15} (E)1.6×10^{-15} 牛頓。

(2)承上題，若電子之入射方向與磁場方向成 30°角，則所受磁力為 (A)1×10^5 牛頓 (B) 8×10^{-15} 牛頓 (C) 1.6×10^{-14} 牛頓 (D)(1.6×10^{-15})$\times\sqrt{3}$ 牛頓 (E)以上皆非。

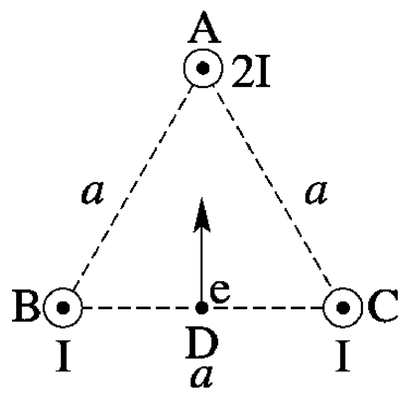
(3)承第 1 題，若電子入射之方向與磁場方向平行，則電子所受之磁力為 (A)1.6×10^{-15} 牛頓 (B) 3.2×10^{-15} 牛頓 (C) 8.0×10^{-14} 牛頓 (D) 2×10^5 牛頓 (E)0 。

類 1.一個均勻的磁場 B 指向＋y 方向如右圖所示。若有一質點帶電量 q 以 v 速度自 O 點沿圖中"1"的方向運動，求所受之磁力的量值和方向。若沿 2，3，4，5，6 路線，分別求其所受磁力。



類 2.若一電子以$\vec{v}=2.0\times10^6\hat{i}+3.0\times10^6\hat{j}$，進入一磁場$\vec{B}=0.03\hat{i}-0.15\hat{j}$內，(1)求出作用在此電子上的力和方向？(2)若對質子以相同速度射入磁場，求其所受作用力和方向爲何？答：(1)$6.2\times10^{-14}\hat{k}$；(2)$-6.2\times10^{-14}\hat{k}$

類 3.三條載流長直導線 A、B、C，均垂直紙面，分別通有電流強度爲 2I、I、I，三導線形成邊長爲 a 的正三角形，如圖所示，若電量爲 e 的電子；以速度 v 平行於紙面掠過$\overline{BC}$中點 D 且與$\overline{BC}$垂直，則此時電子所成之磁力量值爲_____。答：$\dfrac{2\mu_o Iev}{\sqrt{3}\pi a}$



類 4.一長直導線載有穩定電流 I，一點電荷＋q 在距導線 a 處，以速率 v 沿垂直導線方向運動，則點電荷 (A)垂直趨近導線　(B)遠離導線行進時所受磁力爲何？

答：(A) $qv\dfrac{\mu_o I}{2\pi a}$與電流方向相反；(B) $qv\dfrac{\mu_o I}{2\pi a}$與電流方向相同

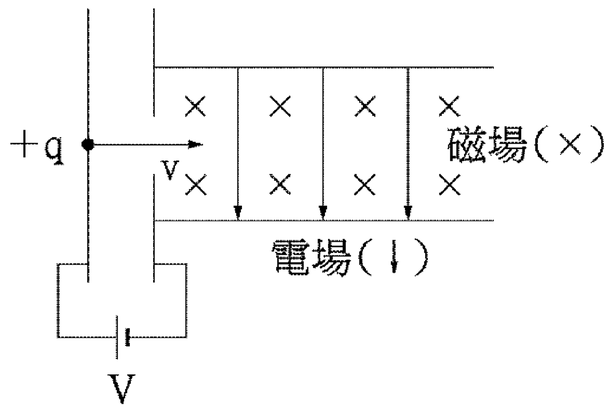
※速度選擇器

【觀念&公式】
1.電場與磁場互相垂直
2.$q\vec{E}=q\vec{v}\times\vec{B}$

例 24.一粒子質量為 m，帶電荷 q，以速度 v 進入一均勻磁場 B 和均勻電場 E 的交叉區內，同時受到電力與磁力的作用而保持等速度運動，則下列敘述何者為正確？ (A)v 與 B 必定相互垂直 (B)E 與 B 必定相互垂直 (C)如將電荷加倍，其他不變，則粒子仍能維持等速度運動 (D)如將電場及磁場同時加倍，其他不變，則粒子仍能維持等速度運動 (E)如粒子由交叉區另一端，以 −v 的速度進入，其他不變，則粒子也能維持等速運動。答：(B)(C)(D)

類 1. 1500 伏特/公尺之電場與 4×10^3 高斯之磁場同時作用於一運動電子而不產生力時，電子之速率(以公尺/秒表示)爲 (A)3.8×10^3 (B)3.8×10^4 (C)3.8×10^5 (D)2.7×10^3 (E)2.7×10^4。答：(A)

類 2.如圖所示，一束帶電荷 +q 的正離子受到電位差 V 加速後，進入一相互垂直的電場及磁場中，電場爲均勻向下，磁場則爲均勻射入紙面。如正離子通過電磁場後有點向下偏斜，欲使正離子沿水平方向筆直通過電磁場，則下列作法何者爲正確？ (A)適當的減小磁場的量值 (B)適當的減小電場的量值 (C)適當的增大加速電壓 V 的量值 (D)適當增強電場同時減小加速電壓 V 的的量值 (E)適當的將電場及磁場的量值等比例增大。答：(B)(C)



類 3.下列敘述何者正確？ (A)一電子通過空間某區域而未偏轉，則此區域可能存在一組互相垂直的電場和磁場 (B)電子朝你飛來，因磁場而偏向你的右方，則此磁場的方向是鉛直向下的 (C)一定長度的載流導線做成任意形狀的圈面時，以圓形圈面所受之磁力矩最大 (D)質子在均勻磁場中作等速率圓周運動時，其週期和半徑成正比 (E)質子在均勻運動場中作螺旋運動時，其動能漸增。答：(A)(C)

類 4.質量 m，電量 e 的電子垂直射入均勻磁場 B 中，作半徑爲 r 的等速率圓周運動，今加入一均勻電場後，恰使電子保持直線運動則電場的大小爲_____。答：$\dfrac{eB^2r}{m}$

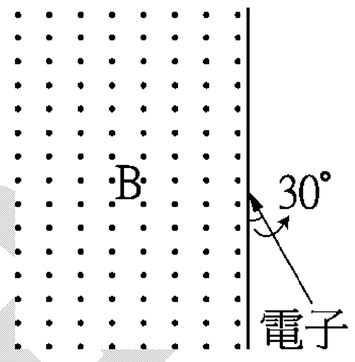
類 5.有一互相垂直之電磁場，當電子以 5×10^5 m/s 之速度通過時，恰不受力作用，此時之電場強度爲 5 伏特/公尺，則磁場強度爲 (A)1×10^5 (B)1×10^{-5} (C)2×10^{-6} (D)2×10^{-5} (E)5×10^{-6} 牛頓/安培-公尺。答：(B)

※帶電質點在磁場中的運動週期

【觀念&公式】

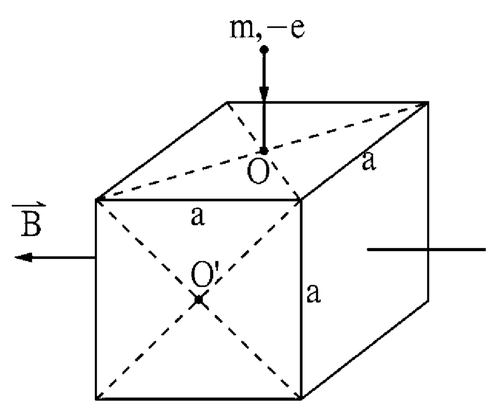
$$T=\frac{2\pi m}{qB}$$

例 23.設有一垂直指出紙面的均勻磁場 B，如有一質量 m 的電子在紙面上以與均勻磁場邊緣夾 30° 角的方向進入磁場，如圖所示，則該電子在磁場中逗留的時間應為：(A)$\frac{\pi m}{3eB}$ (B)$\frac{2\pi m}{3eB}$ (C)$\frac{4\pi m}{3eB}$ (D)$\frac{5\pi m}{3eB}$ (E)題目中沒有給電子的速度，故無法得知電子在磁場中的時間。答：(D)

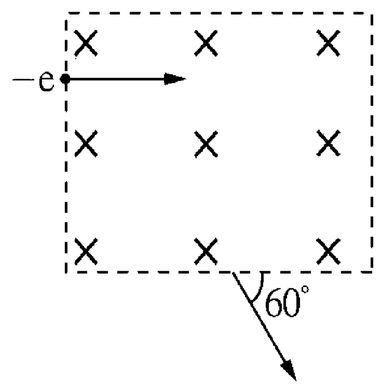


類 1.求電子在磁場 B＝0.300T 中之旋轉頻率為若干？答：8.39×10^{9}Hz

類 2.有一長寬高皆為 a 的均勻磁場區域，強度為 B，有一質量 m，帶電量－e 的電子，由 O 點垂直磁場射入，由 O'點垂直磁場射出，如附圖。若不考慮重力及地磁的作用，則電子穿越此磁區歷時_____。答：$\frac{\pi m}{2eB}$

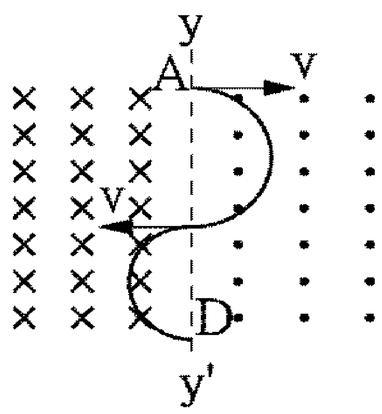


類 3.一個質量 m、電量－e 的電子，進入一個均勻磁場 B 中，恰好離開磁場時，運動方向與磁場邊緣夾 60° 角，如附圖所示，則電子穿越此均勻磁場的時間為多少？(A)$\frac{2\pi m}{eB}$ (B)$\frac{\pi m}{3eB}$ (C)$\frac{2\pi m}{3eB}$ (D)$\frac{\pi m}{2eB}$。答：(B)



類 4.以 v 之速率將一帶電粒子垂直射入一均勻磁場內。其所作圓周運動之週期為 T_1，若將入射速率增為 2v，則其運動週期 T_2 與 T_1 之比值為：(A)$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B)$\frac{1}{2}$ (C)1 (D)$\sqrt{2}$ (E)2。答：(C)

類 5.如圖，在 yy′的兩側有強度為 2B 及 4B 的二個均勻磁場，質量 M、電量 Q 之帶電微粒，自二磁場交界線上的 A 點以速度 v 垂直 yy′進入右方磁場，迴轉半週後進入左方磁場，再迴轉半週時恰通過 D 點，則質點從 A 至 D 歷時：(A)3πM/QB (B)3πM/2QB (C)3πM/4QB (D)4πM/3QB (E)5πM/2QB。答：(C)

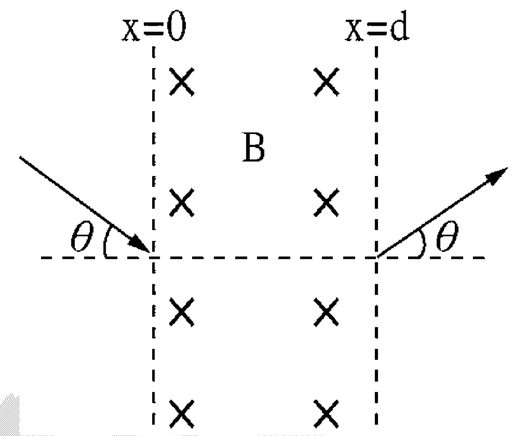


吳錫玠物理

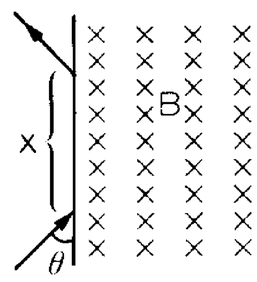
※帶電質點在磁場中的運動⇨圓弧長

【觀念&公式】
求軌跡所對應之圓心角。

例 27.在 x＝0 至 x＝d 之間有均勻磁場 B 朝向 y 方向(垂直進入紙面)，一質量為 m 的粒子，帶電荷 Q，以速度 v 由左方進入磁場區。此粒子剛進入磁場區時，運動方向與 x 軸夾角為θ，當粒子穿過磁場區後，其運動方向與 x 軸的角角也是θ（如圖所示），則 sinθ＝_____。(以 m、Q、B、d 及 v 表示之）答：$\frac{QBd}{2mv}$



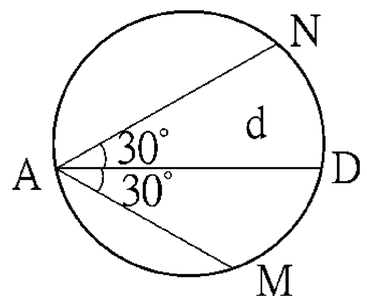
類 1.設有一垂直指向紙內之均勻磁場 B 如有一動量為 p 之質子平行紙面以θ之角度進入此磁場，如圖所示。而質子的電量 q，求離開磁場位置及進入磁場位置兩點間的距離。答：$\frac{2p}{qB}\sin\theta$



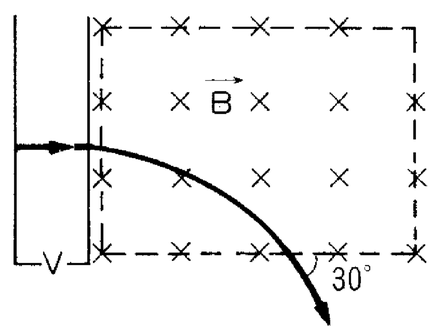
類 2.如圖示，在直徑為 d 的圓形區域內有均勻磁場 $\vec{B}$，其方向垂直紙面，今有一質量為 m、電量為 q 的正電粒子，以初速 v_0 從 A 點沿 AD 射入均勻磁場，若不計重力，則欲使帶電粒子

(1)打在 M 點上，$\vec{B}$ 之量值與方向應為何？

(2)打在 MN 弧上，B 應滿足什麼條件？答：(1)B＝$\frac{2\sqrt{3}mv_0}{3qd}$；(2)B≤$\frac{2\sqrt{3}mv_0}{3qd}$ 垂直於紙面



類 3.電量為 q 的電荷自靜止經電位差 V 加速後，垂直射入均勻的水平磁場 B 中，在射出磁場時，其運動方向與入射方向夾 30°，如圖示，測出其軌道半徑為 R。 (1)求此電荷的質量。(2)求此電荷在磁場中運動所經歷的時間。 (3)在磁場所在的區域，另加一均勻電場，使電荷進入後作直線運動，求此電場強度的大小及方向各如何？答:(1)$\frac{qB^2R^2}{2V}$ (2)$\frac{\pi BR^2}{12V}$ (3)$\frac{2V}{R}\downarrow$



類 4.一電子槍將電子（質量為 m，電量為－e）加速至動能為 K 後，垂直射向一面積無限大的絕緣平板，槍口與絕緣平板之距離為 d。如果想避免電子打到絕緣平板，可在電子經過區域加一均勻磁場，則此磁場量值最小應為_____。答：$\frac{\sqrt{2mK}}{ed}$

吳錫玠物理

※質譜儀⇨相同速度、相同動量

【觀念&公式】

$$r=\frac{mv}{qB}=\frac{P}{qB}$$

例 25.一個質子在磁場中以與磁場垂直的方向作圓周運動，磁場量值為 0.5T，半徑為 0.05m，則質子的 (A)速率 (B)動能 (C)轉動週期為何？答：(A) $2.4\times10^{6}m/s$ (B) 4.8×10^{-15}J (C) 1.3×10^{-7}s

類 1.將電子以 10^{6}m/s 之速率打入強度若干之磁場中可作半徑 0.10m 之圓周運動？答：5.68×10^{-5} T

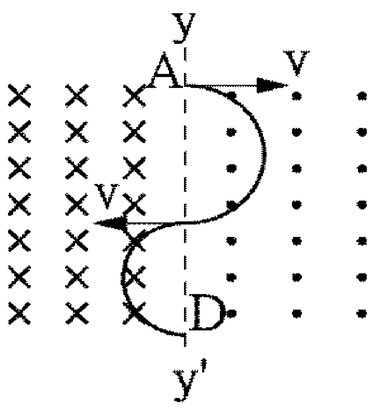
類 2.原靜止在均勻磁場 B 中的碳原子核 ${}^{12}_{6}C$ 忽然分裂成兩個原子核，其一為氦原子核，以半徑 R 垂直於磁場方向作等速率圓周運動，試求： (1)另一原子核所作圓周運動半徑為何？(2)氦原子核與另一原子核在磁場中迴轉的頻率比為何？(3)設碳原子核質量為 m，e 表一個基本電荷的電量，則分裂時有若干能量轉變成動能？

類 3.一質子與一電子在同一均勻磁場內，垂直於磁場方向作半徑相等之圓周運動，則二者動量大小之比值為： (A)$\frac{1}{1840^2}$ (B)$\frac{1}{1840}$ (C)1 (D)1840 (E)1840^2。答：(C)

類 4.當一帶電質點以某一速度垂直進入磁場，則此質點進入磁場後，何者維持不變？ (A)動能 (B)動量 (C)速度 (D)加速度 (E)對圓心之角動量。答：(A)(E)

類 5.在同一空間中，有水平均勻磁場 $\vec{B}$ 及鉛直向下之均勻電場 $\vec{E}$ 與重力場 $\vec{g}$，若一帶電量 $-q$ 之質點，恰能在此區域中鉛直面上做半徑為 r 的等速圓周運動，則此質點之質量為_____，速率為_____。答：qE/g ，Brg/E

類 6.如圖，在 yy′ 的兩側有強度為 2B 及 4B 的二個均勻磁場，質量 M、電量 Q 之帶電微粒，自二磁場交界線上的 A 點以速度 v 垂直 yy′ 進入右方磁場，迴轉半週後進入左方磁場，再迴轉半週時恰通過 D 點，則 A、D 二點間的距離為：(A)2Mv/QB (B)3Mv/2QB (C)Mv/4QB (D)3Mv/QB (E)5Mv/2QB。答：(B)



吳錫玠物理

※質譜儀⇨相同電壓、相同動能

【觀念&公式】

$$r=\frac{\sqrt{2mE_k}}{qB}=\frac{\sqrt{2mqV}}{qB}=\sqrt{\frac{2mV}{qB^2}}$$

例 26.將質子與α粒子經相同電壓加速後垂直射入磁場中，求：(1)動能比(2)動量比(3)速度比(4)旋轉半徑比(5)旋轉週期比各為若干？答：(1)1：2 (2)1:$\sqrt{8}$ (3)$\sqrt{2}$:1 (4)1:$\sqrt{2}$ (5)1：2

類 1.將相同動能之質子與電子，分別垂直射入同一均勻磁場中，使其作圓周運動，則： (A)兩者動量大小之比爲$\sqrt{1836}$：1 (B)兩者所受磁力大小之比爲 1：$\sqrt{1836}$ (C)兩者速率之比爲$\sqrt{1836}$：1 (D)兩者圓周半徑之比爲 1：$\sqrt{1836}$ (E)兩者週期之比爲 1836：1。答：(A)(B)(E)

類 2.兩粒子的電荷相等，但質量相差一倍，較輕的粒子動能爲 5000 電子伏特，另一粒子動能爲 400 電子伏特，今兩粒子分別在相同的均勻磁場中做圓周運動，較輕粒子的軌道半徑與較重粒子的軌道半徑之比值約爲 (A)2.5 (B)3.5 (C)5.0 (D)6.3 (E)12.5。【86 日大】答：(A)

類 3.一束帶電質點，經 320 伏特之電位差而加速，然後射入與運動方向垂直之均勻磁場中，此磁場強度爲 B=6.0×10^{-4} 牛頓/安培-公尺，經測量，如此帶電質點在磁場沿半徑爲 10.0 公分之圓周運動，則：

(1)此質點之質量與其電量比值爲 (A)5.6×10^{-12} (B)4.8×10^{-12} (C)3.6×10^{-12} (D)6.5×10^{-12} (E)7.2×10^{-12} kg/coul。答：(A)

(2)由此推測此帶電質點爲 (A)質子 (B)中子 (C)電子 (D)氦游子 (E)鈉游子。答：(C)

類 4.一質子在與一磁場垂直之方向作圓周運動，半徑＝20cm，磁場 B＝0.30T， 試求質子之動能。答：2.76×10^{-14}J

類 5.真空中由電子槍經電壓 V 加速後，電子垂直射入大小一定之均勻磁場中，形成半徑 r 之圓軌跡，畫 logV 爲縱軸，log$r$ 爲橫軸之函數圖，則此圖形之斜率爲何？答：2

類 6.電子以某一動能在與其運動方向垂直之均勻磁場中，以頻率 f 作等速率圓周運動，若將電子的動能增爲原來的 4 倍，則運動頻率爲 (A)4f (B)2f (C)f (D)$\frac{f}{2}$。答：C

※斜向入射

【觀念&公式】

1.垂直磁場：$v_{\perp}=v\sin\theta$，$F=qvB\sin\theta$　　平行磁場：$v_{11}=v\cos\theta$，$F=0$

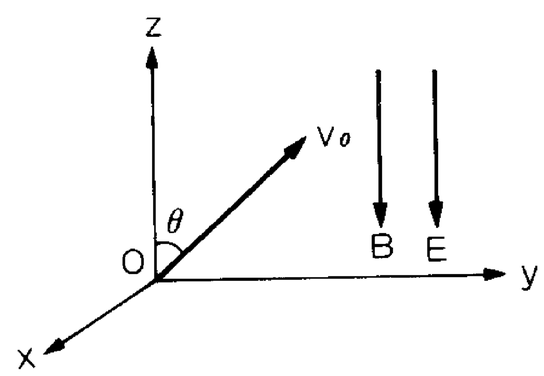
2.螺旋半徑 $r=\dfrac{mv\sin\theta}{qB}$；螺旋週期 $T=\dfrac{2\pi m}{qB}$；螺距 $d=v_{11}\cdot T=\dfrac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$

例 28.質量為 m，荷電量為 e 之電子以 p 之動量進入均勻磁場 B 內，其速度與 B 成 53°時路徑將為螺旋線，若軸在 B 之方向，則(1)螺旋線半徑 r；(2)螺旋線之螺距；(3)t 秒內電子所經路徑長。答：(1) $\dfrac{4p}{5eB}$ (2) $\dfrac{6\pi p}{5eB}$ (3) $\dfrac{pt}{m}$

類 1.如右圖有一均勻磁場 B 及一均勻電場 E，其方向均指向-z 之方向，有一質點帶電量+q，由原點 O 以 v_0 之速度射出，方向與 z 軸成 θ 角 若此質點仍可通過原點，則其速度量值為

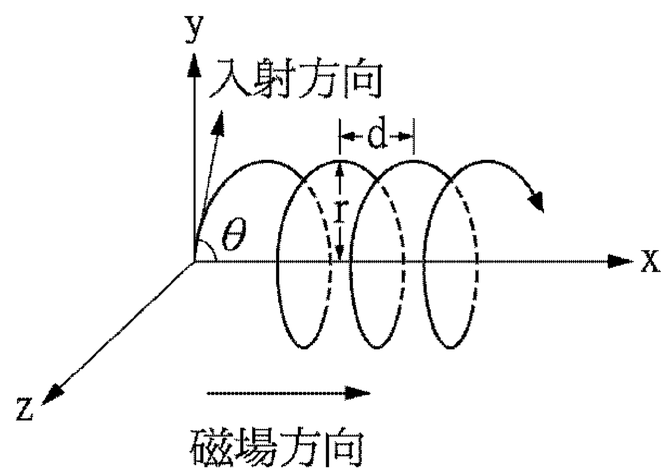
(A) $\dfrac{\pi E}{B\cos\theta}$ (B) $\dfrac{2\pi E}{B\cos\theta}$ (C) $\dfrac{3\pi E}{B\cos\theta}$ (D) $\dfrac{4\pi E}{B\cos\theta}$ (E) $\dfrac{\pi E}{B\cos\theta}$

答：全



類 2.一帶電質點由原點射入一平行於 x 軸的均勻磁場中，入射方向在 xy 平面，並與 x 軸夾 θ 角，質點軌跡為一螺旋線(如圖)。如 θ 為 60°，則螺旋線之半徑 r 與螺距 d 之比 $\dfrac{r}{d}$ 為：

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$ (B) $\dfrac{1}{\pi}$ (C) $\dfrac{2}{\sqrt{3}\pi}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}$ (E) $\dfrac{4}{\sqrt{3}\pi}$。答：(A)



類 3.質子與 α 粒子以相同速率射入同一均勻磁場，如果質子入射方向與磁場成 30°角，α 粒子入射方向與磁場成 60°角，求兩者在磁場中： (1)迴轉半徑之比；(2)每旋轉一週前進距離比。答：(1)1：$2\sqrt{3}$ (2)$\sqrt{3}$：2

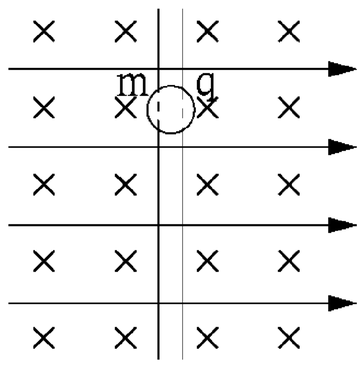
類 4.一個質子在磁場中以與磁場成 30° 角的方向運動，速率為 1.0×10^{7} 米/秒，磁場量值為 2.0 特士拉，求 (A)沿螺旋紋投影圓運動的半徑。 (B)每轉一周前進的距離(螺距)。 (C)轉動頻率。答：(A) 0.026m (B) 0.28m (C) 3.1×10^{7} Hz

類 5.一帶電質點在一均勻磁場中突然以某一速度開始運動起來，發現作半徑 4 公分，螺距為 8 公分的等速率螺旋運動，若速度與磁場方向的夾角為 θ，則 tan θ 值為_____。答：π

吳錫玠物理

※應用

例 29.如圖所示，一長直的絕緣細棒，沿鉛直方向固定放置，在一質量為 m，帶正電荷 q 的小球的直徑上穿孔，使其可以套在棒上滑動；整個系統置於均勻、不變、沿水平方向的電磁場中，電場 $\vec{E}$ 向右，磁場 $\vec{B}$ 垂直進入紙面。假設小球與細棒的動摩擦係數為 μ，且電場的量值、靜摩擦係數及 μ 皆夠小，可以讓小球沿細棒由靜止起向下滑。



(1)畫出所有施於小球的力（包括量值及方向）。

(2)求小球最大加速度。

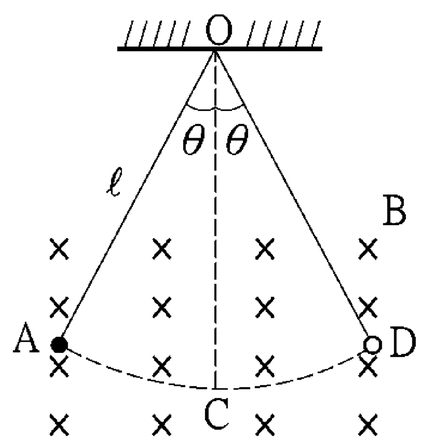
(3)求小球的最大速度。答：(1)(a)重力 $\vec{F}_g = mg\downarrow$ (b)電力 $\vec{F}_e = qE\rightarrow$ (c)磁力 $\vec{F}_m = qvB\rightarrow$ (d)正向力 $\vec{N} = q(E+vB)\leftarrow$ (e)摩擦力 $\vec{f}_k = \mu N\uparrow$；(2)$a_{max} = g - \dfrac{\mu qE}{m}$；(3)$v_{max} = \dfrac{mg-\mu qE}{\mu qB}$

類 1.電視機的映像管是以管外兩組線圈代替管內偏向板的一種陰極射線管，線圈所產生之磁場可使電子束偏向。若發現電視畫面比正常時縮小一些，這種故障的可能原因是：

(A)電子鎗的加速電壓增加，電子束的速率增大。

(B)通過偏向用線圈的電流減少。

(C)偏向線圈與電子鎗間的距離減少。

(D)偏向線圈斷線。答：(A)(B)

類 2.如圖所示，帶有正電荷 Q 的小質點，質量 m，以長 ℓ 的細線，鉛直懸吊於 O 點，此空間有一水平的均勻磁場 B(方向如圖所示)，今小質點從 A 點由靜止自由擺下，則： (A)在 A 點時，細線張力 T＝mg (B)達 C 點時，質點的速率 $V=\sqrt{2g\ell(1-\cos\theta)}$ (C)若由 A 擺至 C 點時，細線張力 T_1；若由 D 擺至 C 點時，細線張力 T_2，則 $T_1=T_2$ (D)若擺幅 θ 甚小，則擺動的週期為 $2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$ (E)由 A 擺至 C 點的擺動過程，僅重力對質點作功。答：(B)(D)(E)