※重力位能與零位面

例 1.質量為 m 的人造衛星距地面的高度為 h，設地球半徑為 R，質量為 M，今取地面為零位能面，g 為地表的重力場強度，則：

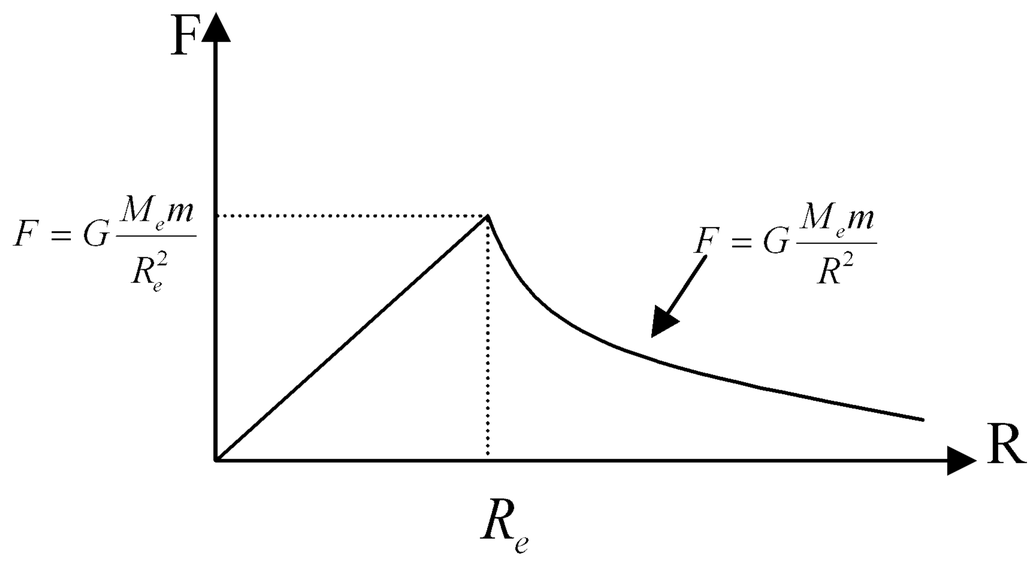
(1)人造衛星之位能為何？答：$-\dfrac{GMm}{R+h}+\dfrac{GMm}{R}$

(2)若 h<<R，則位能可表為？答：mgh

類 1.若已知物與地球間萬有引力 F 與物體距地心之距離 R 之關係如右圖，則

(a)以∞處爲零爲能處，求(1)地表處之位能爲何？ (2)地心處之位能爲何？

(b)以地心處爲零爲能處，求(1)地表處之位能爲何？ (2)∞處之位能爲何？



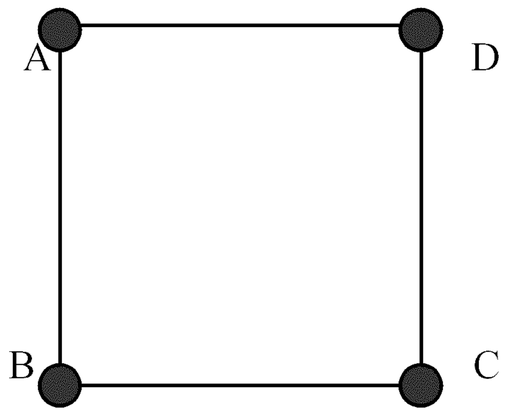
答：(a)(1)$-\dfrac{GMm}{R_e}$；(2)$-\dfrac{3GMm}{2R_e}$；(b)(1)$\dfrac{GMm}{2R_e}$；(2)$\dfrac{3GMm}{2R_e}$

類 2.若設距地表 2R(R 爲地球半徑)爲零位能之處，則地表上重量 mg 物體其重力位能爲 (A)$\dfrac{2}{3}mgR$ (B)$-\dfrac{1}{2}mgR$ (C)$-\dfrac{2}{3}mgR$ (D)$-\dfrac{5}{3}mgR$ (E)$\dfrac{5}{3}mgR$。答：(C)

類 3.地球半徑爲 R，地表重力加速度量值爲 g，如選定物體在地表時重力位能爲零，則當某質量 m 的物體在距地表高 h 處時(不限於 h<<R)，該物體與地球系統的重力位能值應爲 mgh 的幾倍？答：$\dfrac{R}{R+h}$

※系統的重力位能

例 2.如右圖示，在邊長為 a 之正方形四頂點上置有質量均為 m 之四質點，求

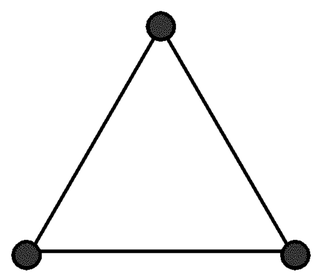


(1)系統之重力位能？答：$-\dfrac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a}$

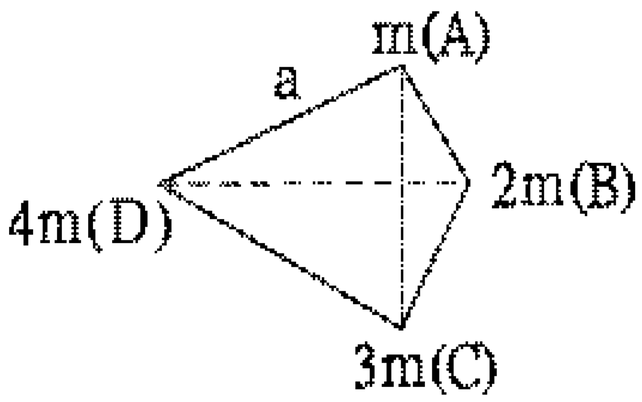
(2)欲將此系統拆散，分別推移四質點至無窮遠處至少需作功若干？答：$\dfrac{(4+\sqrt{2})Gm^2}{a}$

(3)欲將其中一質點移至無窮遠處至少需作功若干？答：$\dfrac{(2\sqrt{2}+\sqrt{2})Gm^2}{2a}$

類 1.外太空有質量爲 m 的三顆星，位於邊長爲 L 的三頂點，由靜止釋放，任其在相互間之萬有引力作用下，互相接近到邊長爲 $\dfrac{L}{2}$ 時，系統的總動能爲何？答：$\dfrac{3Gm^2}{L}$



類 2.如圖，邊長爲 a 的正四面體頂點各置質量 m、2m、3m 及 4m 的質點，若以無窮遠爲零位面，則此系統的重力位能 U_G=_____。答：$\dfrac{-35Gm^2}{a}$

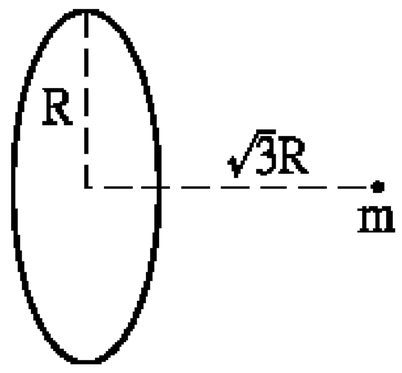


類 3.質量分別爲 M、9M 之兩星球相距 d，則質量 m 之火箭分置於 (1)兩星球之質心位置；(2)兩星球間無重力場處時　之脫離動能爲何？答：(1) $\dfrac{820GMm}{9d}$ (2) $\dfrac{16GMm}{d}$

_____月_____日　完成

※力學能守恆

例 3.有一均質圓環半徑為 R，質量為 M，在環的中心軸上，距環心 $\sqrt{3}$R 處有一質量 m 的質點，由靜止射向環心，當質點到達環心處時，其速率為_____。答：$\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$



類 1.在外太空(設沒有其他星體引力)有質量 m_1 與 m_2 兩物體相距 d，由靜止釋放，當兩物相距 $\dfrac{d}{2}$ 時，求：(a) m_1 與 m_2 之動量比？ (2) m_1 與 m_2 之動能比？ (3) m_1 之動能？(4) v_1 = ？ v_2 = ？答：(1)1 ： 1 ；(2) m_2 ： m_1 ；(3) $\dfrac{Gm_1m_2^2}{d(m_1+m_2)}$ ；(4) $v_1 = m_2\sqrt{\dfrac{2G}{r(m_1+m_2)}}$ ，$v_2 = m_1\sqrt{\dfrac{2G}{r(m_1+m_2)}}$

類 2.若不計空氣阻力，且地球半徑爲 R，質量爲 M，則質量 m 之物體自離地面 R 處靜止自由落下至離地面 $\dfrac{R}{2}$ 處，其動能爲若干？答：$\dfrac{GMm}{6R}$

類 3.設地球半徑爲 R，地球表面之重力場強度爲 g，一個質量爲 m 之物體自靜止由無限遠處，因地心引力作用加速移至地面之速率爲何？答：$\sqrt{2gR}$

※人造衛星之位能、動能、力學能

例 4.設地球質量 M，人造衛星質量 m，起初軌道半徑 r，後來因空氣阻力而逐漸減小軌道半徑為 $\frac{r}{2}$，則：(a)總力學能減少若干？ (b)摩擦力作功若干？ (c)動能增加多少？ (d)重力做功多少？答：(a) $\frac{GMm}{2r}$ ；(b) $-\frac{GMm}{2r}$ ；(c) $\frac{GMm}{2r}$ ；(d) $\frac{GMm}{r}$

類 1.一衛星在距地心為 R 處以動能 E_k 繞地作圓運動，今欲使該衛星在軌道半徑為 nR 處（n＞1）繞地運動，需再供給能量 xE_k，則 x 為： (A) $\frac{n}{n+1}$ (B) $\frac{n}{n-1}$ (C) $\frac{n+1}{n}$ (D) $\frac{n-1}{n}$ (E) $\frac{1}{n}$ 。答：(D)

類 2.人造衛星質量 m，在地表發射，已知地表重力場強度 g，地球半徑 r，則欲發射至高於地表 3r 處運行(作圓周運動)所需能量為若干？答： $\frac{7}{8}mgr$

類 3.一質量為 m 的人造衛星繞地心作圓周運動，軌道半徑為地球半徑 R 的 4 倍，假設地球質量 M，若衛星的力學能損失 $\frac{GMm}{12R}$ ，則衛星的軌道半徑必須變為多少？(A)1.2R (B)2.4R (C)3.6R (D)2R 。答：(B)

※束縛能、脫離動能、脫離速度

例 5.人造衛星以速率 v 繞地球作等速率圓周運動，今人造衛星欲脫離地球重力場的束縛，則其速率應變為？答：$\sqrt{2}v$

類 1.自地面發射一人造衛星，使其進入繞地球運行之軌道運行，若軌道半徑欲愈大，則： (A)發射時所需的能量愈大 (B)在軌道上束縛能愈小 (C)在軌道上運行動能愈小 (D)在軌道上之位能愈大 (E)在軌道上總能量愈大。答：全

類 2.已知某人造衛星繞地球作半徑為 r 的圓周運動，則下列敘述何者正確？(地球質量 M，衛星質量 m) (A)衛星與地球之間的重力位能為 $-\frac{GMm}{r}$ (B)衛星繞地球之動能為 $\frac{GMm}{2r}$ (C)欲使衛星脫離地球重力場的束縛需供給 $\frac{GMm}{2r}$ 的能量 (D)衛星動能加倍，半徑亦加倍 (E)衛星的速率與其質量成平方根正比。答：(A)(B)(C)

類 3.將一衛星自地面以初速 v_o 發射恰可脫離地球引力範圍，則欲其在貼近地面之軌道繞地球運轉，其所須之發射速率為(A) $4v_o$ (B) $2v_o$ (C) $\frac{v_o}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{v_o}{2}$ (E) $\frac{v_o}{4}$。答：(C)

※束縛能、脫離動能、脫離速度

例 6.地表重力場 g，地球半徑 R，今發射質量 m 之人造衛星，使其繞 2R 之軌道半徑運轉，則：(1)需供給若干能量？(2)衛星在軌道運轉之速率為何？(3)衛星之束縛能若干？ (4)欲使其軌道增為 3R，需再供給多少能量？答：(1) $\frac{3}{4}mgR$；(2) $\sqrt{\frac{gR}{2}}$；(3) $\frac{1}{4}mgR$；(4) $\frac{1}{12}mgR$

類 1.一火箭獲得燃料所作之功 W 後，已由地面上升至距離地心爲 d 之高空，而停止運動。若此火箭欲脫離地球吸引力束縛，尚需能量 W/9，則 d 爲地球半徑之多少倍？答：10

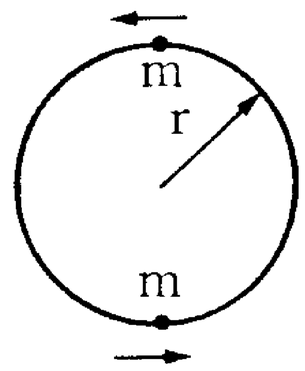
類 2.假定一質點自地球表面拋出而脫離地球重力場，其時脫離速度爲 V_o，若將此質點先送至離地球中心距離爲地球半徑 2 倍之高處靜止，則此時此質點之脫開速度爲： (A)$2V_o$ (B) $\sqrt{2}V_o$ (C) $\frac{V_o}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{V_o}{2}$ (E)$4V_o$ 答：(C)。

類 3.(a)在完成登月任務後,登月艇自月球表面升空與母船與登月艇會合後一起繞月球作圓周運動,其速率爲 v。母船與登月艇的質量均爲 m，月球的質量爲 M，重力常數爲 G，求母船與登月艇繞月球軌道運動的：(1)週期。(2)軌道半徑。答：(a) (1) $\frac{2\pi GM}{v^3}$ (2) $\frac{GM}{v^2}$

(b)同上題，在啓動歸程時，船上火箭作一短時間的噴射(噴出廢氣的質量及動量均可忽略)，在登月艇與母船分離，且分離方向與速度方向平行。若分離後母船恰能完任脫離月球的引力，求：(1)在剛分離後登月艇的速率。(2)母船與登月艇在火箭噴射的過程中共獲得的力學能。(所有答案以 G、M、m 與 v 表示之) 【88 日大】答： (b) (1)$(2-\sqrt{2})v$ (2)$(3-2\sqrt{2})mv^2$

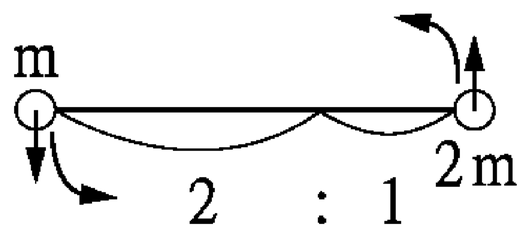
※雙星

例 7.設有二星球相距 2r，其質量均為 m，在相互吸引之重力作用下，同時以半徑 r 對此兩星球之質量中心作圓週運動，如圖所示，則至少需多少能量，才能將此二星球拆散成相距無窮遠？

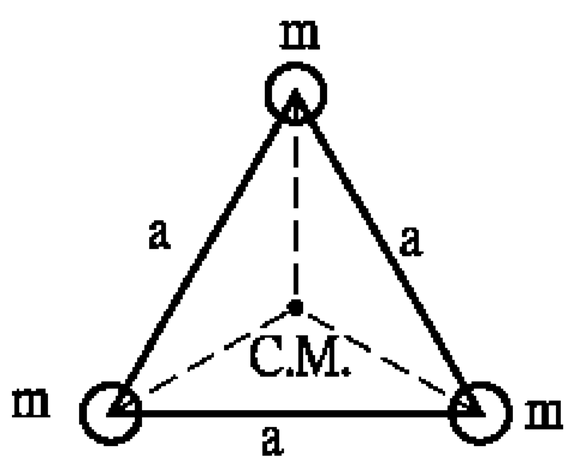


(A)$\frac{2Gm^2}{r}$ (B)$\frac{Gm^2}{r}$ (C)$\frac{Gm^2}{2r}$ (D)$\frac{Gm^2}{4r}$ (E)$\frac{Gm^2}{8r}$。【84 日大】答：(D)

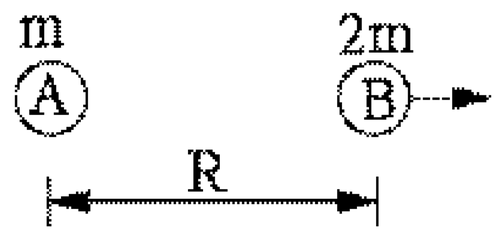
類 1.於外太空，質量分別為 m 和 2m 的雙星相距 d，受萬有引力繞共同質心做圓周運動，則：(A)m 和 2m 週期相同 (B)m 和 2m 之速率比為 1：2 (C)m 和 2m 對質心之角動量相同 (D)m 的動能為$\frac{2Gm^2}{3d}$ (E)使二者相距∞，至少須作功$\frac{Gm^2}{d}$。答：(A)(D)(E)



類 2.如圖為 3 顆質量均為 m 的小行星，各自繞質心運行，若小行星均相距為 a，則欲拆散此一系統必須給予的能量至少為_____。答：$\frac{3Gm^2}{2a}$



類 3.如圖所示，A、B 兩小球質量分別為 m 與 2 m，當兩球相距 R 時，A 靜止而 B 以速度 v 沿兩球連線方向離去，若兩球只受彼此間萬有引力吸引，則 v 值至少為何，方不致被吸回？

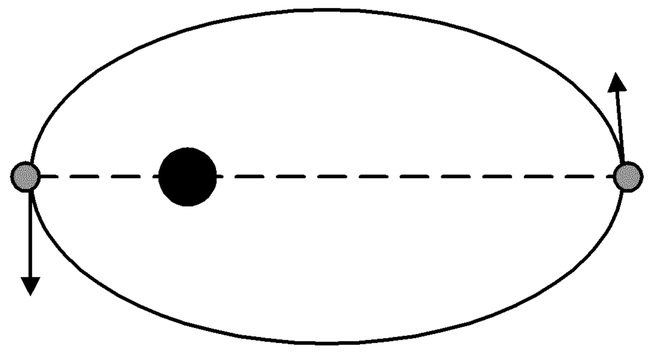


(A)$\sqrt{\frac{6Gm}{R}}$ (B)$\sqrt{\frac{4Gm}{R}}$ (C)$\sqrt{\frac{3Gm}{R}}$ (D)$\sqrt{\frac{2Gm}{R}}$ (E)$\sqrt{\frac{GM}{R}}$。答：(A)

※克卜勒定律與力學能守恆

【觀念&公式】$E_k=-\dfrac{U}{2}$ 只適用於圓形軌道上之衛星，不適用於橢圓軌道

例 8.一人造衛星質量為 m，以橢圓軌道繞地球運行;衛星離地球中心最近的距離為 R，離地心最遠的距離為 3R。設地球之質量為 M，重力常數為 G，試求(1)衛星在離地心最近和最遠處之動能比。(2)衛星在離地心最近和最遠處之動能差。【86 日大】答：(1)9：1；(2)$\dfrac{2GMm}{3R}$

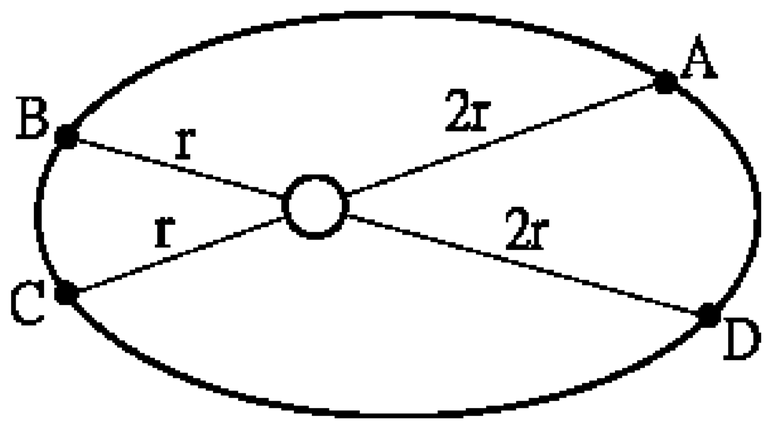


類 1.假設彗星在近日點及遠日點時與太陽距離各爲 r 及 3r，通過遠日點時動能爲 E_k，則

(1)此彗星繞日時系統之力學能 E 爲何？

(2)在近日點時之曲率半徑 R 爲何？答：(1)$E=-3E_k$；(2)$R_1=1.5r$

類 2.如圖，一人造衛星繞地球作橢圓軌道運轉時，若僅受重力作用，則下列敘述何者正確？(地球與衛星質量分別爲 M 與 m) (A)衛星在 A 處的位能較 B 處的位能小 (B)衛星在 B 處的動能爲 $\dfrac{GMm}{2r}$ (C)衛星在 B，C 兩處的速率相等 (D)衛星在 A，B，C，D 處的力學能相等 (E)衛星由 A 處運行至 B 處時，重力對它作正功 $\dfrac{GMm}{2r}$。答：(C)(D)(E)



類 3.設太陽質量爲 M，某行星質量爲 m，在近日點之速率爲 v，與太陽之距離爲 r，試求此行星在遠日點之速率爲何？答：$v'=\dfrac{2GM-rv^2}{rv}$

※週期：

例 1.有一物連接於彈簧的一端而做週期為 T 的簡諧運動。若欲使其週期為原來的一半，則應： (A)將物的質量加倍 (B)把同樣彈簧四條加以串聯 (C)把同樣彈簧兩條加以並聯 (D)使振幅增大兩倍 (E)把同樣彈簧兩條加以並聯，並且使物的質量減半。【82 夜大改】答：(E)

類 1.一慣性天平之金屬盤中，盛有 $\frac{1}{5}$kg 物體時，其振動週期爲 $\frac{1}{10}$ 秒，如改盛 1kg 物體，則振動週期變爲 $\frac{1}{5}$ 秒，金屬盤的質量等於

(A) $\frac{1}{4}$kg (B) $\frac{1}{5}$kg (C) $\frac{2}{3}$kg (D) $\frac{1}{15}$kg (E) $\frac{1}{3}$kg。【76 夜大】答：(D)

類 2.一單擺，擺長爲 L，置於一個等加速度下降的電梯中，其加速度 a<g，g 爲地球表面處的重力加速度，則其振盪週期 T 爲

(A) $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}$ (B) $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}$ (C) $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ (D) $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{a}}$【84 夜大】答:(A)

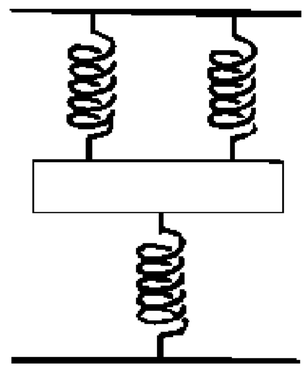
類 3.邊長 l 之正立方體木塊浮於水面，今壓下少許後放手，其振盪週期爲若干？(木塊之密度爲 φ)(以上單位爲 C.G.S.制) 答：$2\pi\sqrt{\frac{\varphi l}{g}}$

※R、V_o、a_o、T：

例 2.如施加 50n 的力於某一彈簧，此彈簧可被拉長 $5\times10^{-2}m$。今將此彈簧一端繫一質量為 0.4kg 的物體，使它在光滑的水平面上作振幅為 0.2m 的簡諧運動，求此簡諧運動的(1)週期(2)最大速率(3)最大加速度的量值。答：(1) $4\pi\times10^{-2}$ 秒 (2)10m/s(3)500m/s^2

類 1.地震時，如果地面運動的加速度太大，地面上的建築物會被破壞。某建築物可以承受的最大地面水平加速度爲 0.32g (g 爲重力加速度)。假設地震時，該建築物基地的運動可視爲水平簡諧運動，則角頻率爲 5.6 弧度／秒的地震發生時，此建築物可承受的最大地面水平振幅爲_____公分。【89 日大】答：10

類 2.力常數均爲 k，自然長度均爲 L_o 的三支相同的彈簧，如右圖連結質量 m 的物體；用手支持物體使三支彈簧均保持自然長度；急遽放手，試求物體的振動週期、振幅及最大加速度各爲若干？答：

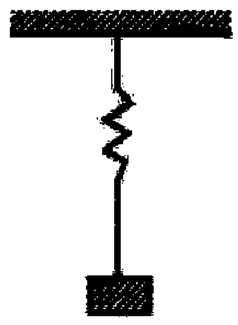


$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$；$R=\frac{mg}{3k}$；$a_o=g$

類 3.若一 S.H.M.其最大速率爲 4m/s 而最大加速度大小爲 $4\,m/\sec^2$，則此振盪之週期及振幅各若干？答：$T=4\pi$ 秒；R=4 公尺

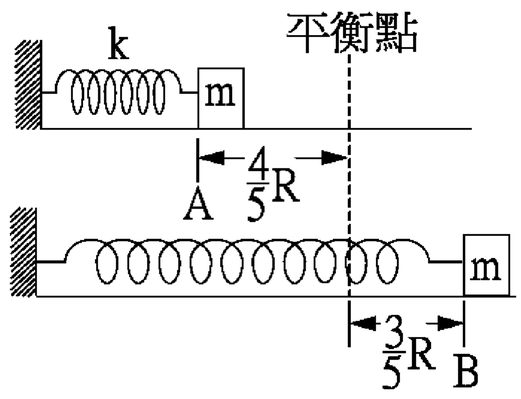
※x 與 v、a、△t：

例 3.一物掛在 k=3nt/m 之彈簧下，m=12kg，俟其平衡後拉下 5m 放手，求 (A)週期？ (B)最大速度，最大加速度？ (C)當距平衡點 4m 時之速度，加速度各若干？答：(A) 4π 秒 (B) $v_o = 2.5m/s^2$ ；$a_o = 1.25m/s^2$ (C)v=1.5m/s；a=1m/s^2



類 1.一作 S.H.M.之質點，當其距平衡點 8.0cm 時，其速度爲 6.0cm/sec，當其距平衡點 6.0cm 時，其速度爲 8.0cm/sec。試求：(A)週期？ (B)振幅？ (C)最大速率？最大加速率？ (D)距平衡點 5.0cm 時，其速率？加速度大小？答：(A) 2π 秒 (B)10cm (C) $v_o = 10cm/s$ ；$a_o = 10cm/s^2$ (D) $v = 5\sqrt{3}cm/s$ ；$a = 5cm/s^2$

類 2.如附圖所示，質量 m 的物體在光滑水平面上作 S.H.M.振幅爲 R，(1)則由圖中 A 點運動至 B 點歷時最少爲_____。（彈簧的彈力常數爲 k）(2)彈力對物體所作之功爲_____。答：(1) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ (2) $\frac{7}{50}kR^2$



類 3.一質點作 S.H.M.之週期爲 T，振幅爲 R，當此質點自距離平衡點 $-\frac{R}{2}$ 處移動至 $\frac{\sqrt{2}}{2}$R 處，所需之時間可能爲：(A) $\frac{5}{24}$T (B) $\frac{5}{12}$T (C) $\frac{11}{24}$T (D) $\frac{13}{24}$T (E) $\frac{19}{24}$T 。答：(A)(C)(D)(E)

_____月_____日　完成

※ $x = R\cos(wt+\theta_o)$ **或** $x = R\sin(wt+\theta_o)$

例 4.某物體作簡諧運動，若其速度與時間的關係為 $v = -\frac{8\pi}{5}\sin(\frac{\pi}{5}t+\frac{\pi}{6})$ cm/s，式中 t 以秒計，則 (A)振幅為 16 公分 (B)週期為 10 秒 (C)最大速率為 1.6π 公分/秒 (D)t=5 秒之加速度為 $\frac{4\sqrt{3}}{25}\pi^2\ cm/\sec^2$ 。【83 夜大改】答：(B)(C)

類 1.物體作簡諧運動，若其位置時間函數為 $x = 20\sin(\frac{\pi}{4}t+\frac{\pi}{3})$ 公分，t 以秒計，求：

(1)物體在一半振幅處之加速度大小？答：$-\frac{5}{8}\pi^2$ cm/s^2

(2)t=4.0 秒至 t=6.0 秒之位移為多少？答：$10-10\sqrt{3}$ cm

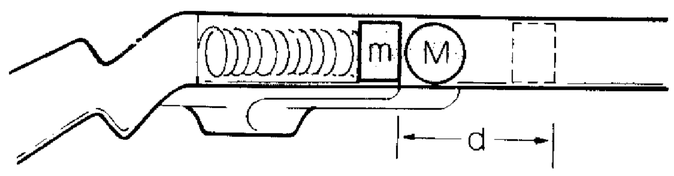
類 2.一質點做 S.H.M.，若振幅 R，週期 T，當 t=0 時質點在平衡點（x=0），則 t=t 時其 (A)位移 (B)速度 (C)加速度為若干？答：(A) $x = R\sin\frac{2\pi t}{T}$

(B) $v_x = \frac{2\pi R}{T}\cos\frac{2\pi t}{T}$ (C) $a_x = -\frac{4\pi^2 R}{T^2}\sin\frac{2\pi t}{T}$

類 3.作簡諧運動的物體其位置與時間的關係為 $x = 8\sin(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{6})$ (M.K.S.制)，則由運動開始(t＝0)至平衡點費時至少要多少秒？ (A)0.5 秒 (B)1 秒 (C)1.5 秒 (D)2.0 秒 (E)2.5 秒。答：(E)

※力學能守恆⇨水平 S.H.M.

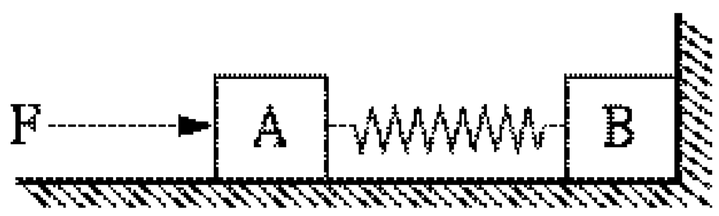
例 5.如右圖所示，一彈簧槍內有一質量 m 之活塞固定在力常數 k 的輕彈簧之頂端，子彈球的質量 M 將彈簧壓縮 d，當子彈裝妥時用扳機將它扣住，若不計摩擦，則：(1)子彈射出時的速率為多少？ (2)從扣扳機至子彈離開活塞共歷時多久？ (3)彈簧將多少位能傳給彈丸？ (4)子彈射出後活塞作 S.H.M 之振幅為何？ (5)活塞作 S.H.M 之最大加速度為何？答：(1) $\sqrt{\frac{k}{m+M}}d$ (2) $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{(m+M)}{K}}$ (3) $\left(\frac{M}{m+M}\right)\times\frac{1}{2}kd^2$ (4) $\sqrt{\frac{m}{m+M}}d$ (5) $\frac{kd}{\sqrt{m(m+M)}}$



類 1.一彈簧橫置於一水平光滑平面上，一端固定，另一端連結一木塊作簡諧運動。當木塊離平衡點的位移爲最大位移的 2/3 時，其動能爲最大動能的幾倍？【83 日大】答：$\frac{5}{9}$倍

類 2.一條彈力常數爲 k 的彈簧平放在光滑平面上，一端固定在牆上，如有質量爲 m 的木塊以速率 v 撞向彈簧的另一端，則(1)此彈簧的最大壓縮長度爲何？(2)木塊與彈簧之接觸時間。【82 日大】答：(1) $v\sqrt{\frac{m}{k}}$ ；(2) $\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

類 3.質量都是 1 千克的物體 A、B 中間用一根輕彈簧連接，放在光滑的水平地面上。現使 B 物體靠在牆上，用力推物體 A 壓縮彈簧如圖所示，在這過程中外力做功 8 焦耳，待系統靜止後突然撤去外力到彈簧恢復到原長的過程中，牆對 B 物體的衝量的大小是__(1)__N-S，當 A、B 間距離最大時，B 物體的速度大小是__(2)__米／秒。答：(1)4；(2)2

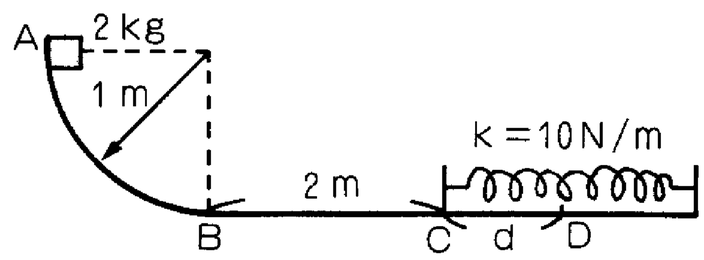


※力學能守恆⇨水平 S.H.M.

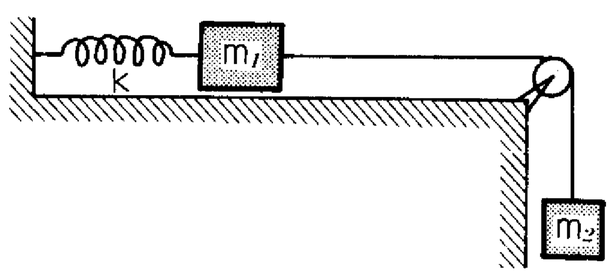
例 6.一質量可略去，彈力常數為 2 牛頓/公尺之彈簧，其兩端各繫有一質點(如右下圖)，設 m_1=2 公斤，m_2=4 公斤，彈簧原長 1 公尺。今將此彈簧壓縮至 0.5 公尺之長度，並將此系統之質心置於原點後，放開二質點令其在無摩擦之水平面上振盪。試計算下列各種量：(1)m_1 與 m_2 之速率比。(2)m_1 離開平衡點之最大距離。(3)m_1 之最大速度 v_m。(4)m_1 之振盪週期 T。

【73 日大】答：(1)2：1 (2)1/3m (3) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ m/s (4) $2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ s

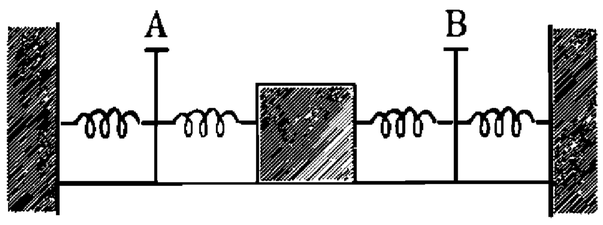
類 1.一物自 A 點釋放，已知 AB 為光滑圓弧，而水平部分之動摩擦係數則為 0.2，若物體可達到之最遠端為 D 點，求 d＝？答：1.2 m



類 2.右圖 m_1 置於粗糙平面上，m_2 以細線聯結，彈簧力常數為 k，滑輪無摩擦。將 m_2 自靜止釋放，此時彈簧無形變，若 m_2 可下落之最大距離為 h，求桌面之動摩擦係數。答 $\frac{2m_2g-kh}{2m_1g}$



類 3.如右圖，物體質量 m，各彈簧之力常數為 k，將物體右移 d 後放手(A 與 B 為釘子)，則當物在平衡點時將釘拔去後振幅為何？答：$\sqrt{2}d$



_____月_____日　完成

※力學能守恆⇨鉛直 S.H.M.

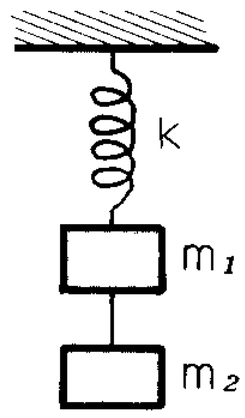
例 7.一優良線性彈簧懸掛一質量 m，上下作 S.H.M.，最高點與最低點分別是彈簧未掛質量時之下方 x_1、x_2 處，則 (A)振幅 $\frac{x_2-x_1}{2}$ (B)週期 $2\pi\sqrt{\frac{x_1+x_2}{2g}}$ (C)最大加速率 $\frac{x_2-x_1}{x_2+x_1}\cdot g$ (D)最大動能 $\frac{1}{2}mg(x_1+x_2)^2$。答：(A)(B)(C)

類 1.一自然長度為 12L 的彈簧，上端固定，下端掛一質量為 m 的物體，並使物體在鉛直方向做簡諧運動。設重力加速度為 g，運動過程中彈簧的長度最短時是 11L，最長時是 15L，則下列敘述何者為正確？(彈簧的質量不計) (A)彈簧的彈力常數是 $\frac{mg}{L}$ (B)當物體的速率最大時，彈簧的長度是 13L (C)物體的最大動能是 2mgL (D)當彈簧長度是 11L 及 15L 時，彈簧的彈性位能相同 (E)當彈簧長度是 12L 及 14L 時，物體的動能相同。【87 日大】答：(A)(B(C)(E)

類 2.一線性彈簧彈力常數為 k，上端固定於天花板上，下端懸一質量 m 的物體，使物體靜止於彈簧自然長度時之處，突然放手，使物體下墜，求物體振動時：(1)振幅？ (2)彈簧最大伸長量？ (3)最大動能？ (4)最大彈性位能？ (5)最大速率？【80 日大】

答：(1) $\frac{mg}{k}$；(2) $\frac{2mg}{k}$；(3) $\frac{m^2g^2}{2k}$；(4) $\frac{2m^2g^2}{k}$；(5) $g\sqrt{\frac{m}{k}}$

類 3.在彈力常數 k 的彈簧下面懸掛分別為 m_1 及 m_2 的物體，一開始時為靜止，若突然割斷 m_1 與 m_2 之間的連線，求：(1)m_1 作 SHM 的振幅。(2)m_1 所能達到的最大速度。答：(1) $\frac{m_2g}{k}$ (2) $\sqrt{\frac{m_2^2g^2}{m_1k}}$

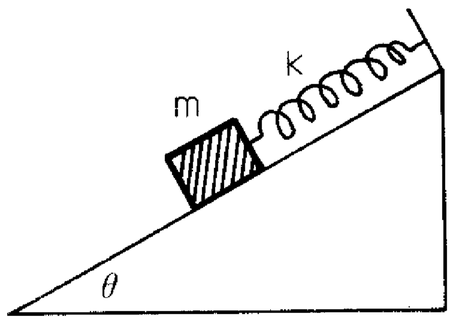


_____月_____日　完成

※力學能守恆⇨鉛直 S.H.M.

例 8.質量為 m 之物體懸掛於彈力常數為 k 之彈簧下端，當到達平衡時，將物體下拉 x 距離。試問：(1)此時彈簧之彈性位能若干？(2)吾人至少需作功若干？(3)如再下拉 x 距離，則至少需要作功多少？答：(1) $\frac{m^2g^2}{2k}+mgx+\frac{1}{2}kx^2$；(2) $\frac{1}{2}kx^2$；(3) $\frac{3}{2}kx^2$

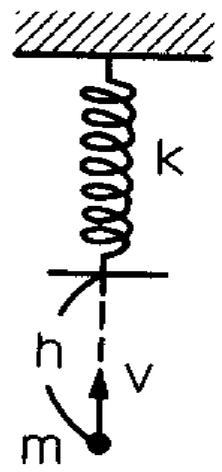
類 1.質量 2 公斤的木塊，與彈力常數 k=8N/m 的彈簧相連，木塊與斜面間的動摩擦係數 $\mu_k=\frac{1}{8}$，$\theta=37°$。設木塊在彈簧未伸長時由靜止開始運動，問：(1)當木塊沿斜面下滑 0.5 公尺時，其速率若干？(2)木塊沿斜面下滑若干距離時，瞬時速率爲 0？(g=10 公尺/秒 ^{2})



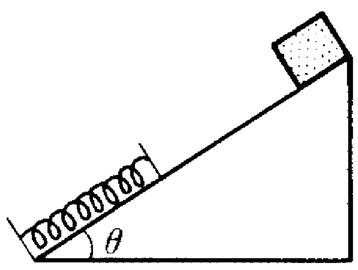
答：(1)2m/s　(2)2.5m

類 2.一彈簧掛在天花板下方，一球質量 m 自彈簧下端下方 h 處以初速 v 向上打來，若球可打到彈簧，則最大壓縮量爲多少？答：

$$-\frac{mg}{k}+\sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2+\frac{mv^2-2mgh}{k}}$$



類 3.有一理想的輕彈簧，其力常數爲 k。將此彈簧置於與水平成 θ 角之光滑斜面的底部（如右圖）。有質量 m 之物體在斜面頂端由靜止滑下，可將此彈簧壓縮 x 距離，g 爲重力加速度，則：(1)物體在靜止前滑行之距離爲多少？(2)若物體與彈簧碰到後即黏在彈簧上，則物體作 S.H.M 之振幅爲若干？(3)物體作 S.H.M 之最大速率爲多少？



答：(1) $\frac{kx^2}{2mg\sin\theta}$　(2) $x-\frac{mg\sin\theta}{k}$　(3) $\sqrt{\frac{k}{m}}\left(x-\frac{mg\sin\theta}{k}\right)$

※碰撞觀念

例 1.質量為 m_1 的甲物體，以初速度 v_0 朝+x 方向運動(v_0>0)，與質量為 m_2，原為靜止之乙物體產生一維碰撞。碰撞後甲物體之速度為 v_1；乙物體之速度為 v_2(朝+x 方向為正值)，則下列敘述，何者為正確？(A)如 $v_1 = 0$，$v_2 = v_0$，則 m_1 一定等於 m_2 (B)如 v_1>0，則 m_1 一定大於 m_2 (C)如 $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_0$，則此碰撞一定是彈性碰撞 (D)如 $v_2 - v_1 = v_0$，則此碰撞一定是彈性碰撞 (E)如 $v_1 = v_2$，則此碰撞一定是非彈性碰撞【89 日大】答：(A)(D)(E)

類 1.鋼球 1 公斤、鋁球 0.2 公斤，兩球發生正向碰撞，則下列敘述何者正確？ (A)鋁球受到撞擊力的量值是鋼球的五倍 (B)鋁球動量改變量的量值是鋼球的五倍 (C)鋁球速度改變量的量值是鋼球的五倍 (D)鋁球動能改變量的量值是鋼球的五倍【83 推甄】答：(C)

類 2.質量不相等的二物體作完全彈性碰撞。在此過程中，二物體的何種量量值必相等? (A)所受碰撞之力 (B)動量的變化量 (C)速度的變化量 (D)動能在碰撞前後的變化量 (E)所受衝量 。【72 夜大】答：(A)(B)(D)(E)

類 3.有一孤立系統，由兩物所構成，何者爲錯？ (A)整個系統的總能量必恆保持爲一常數 (B)兩物作完全彈性碰撞，系統之撞後總動能必等於撞前者 (C)兩物作完全彈性碰撞期間，兩物之總動能必保持不變 (D)兩物作非彈性碰撞後，總動能必有變化 (E)兩物作彈性碰撞後，運動方向不一定互相垂直。【72 夜大】答：(C)

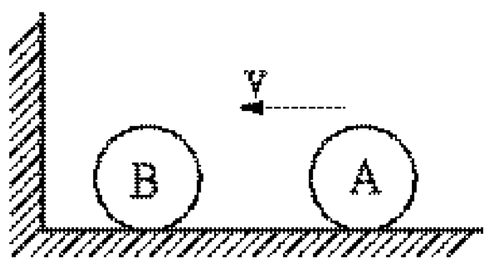
※彈性碰撞

【觀念&公式】

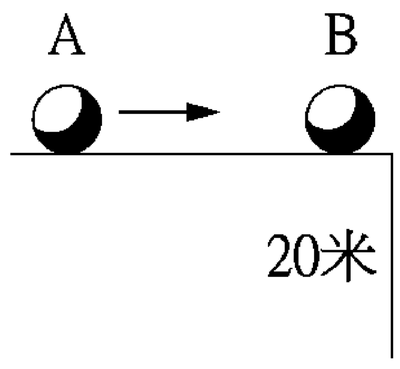
$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

例 2.質量為 m_1 的球體，以速度 v 運動，其正前方另有一質量為 m_2 的球體以速度 $\frac{v}{3}$(同方向)運動，二球體作同向彈性碰撞後，m_1 的速度減半($u_1=\frac{v}{2}$)，則二球體質量之比 m_1：m_2 為 (A)3：4 (B)5：3 (C)4：5 (D)3：5 (E)4：3。答：(B)

類 1.如圖所示，質量不等的小球 A 和 B，B 靜止在足夠長的光滑水平面上，水平面與鉛直牆相連，A 以某一速度向左運動，若所有碰撞都是彈性碰撞，要使 A、B 二球發生第二次碰撞，A 球質量的取值範圍應是： (A)$m_A>\frac{1}{5}m_B$ (B)$m_A>\frac{1}{4}m_B$ (C)$m_A>\frac{1}{3}m_B$ (D)$m_A>\frac{1}{2}m_B$ (E)$m_A>m_B$。答：(C)



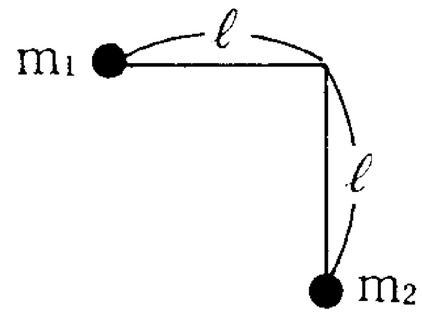
類 2.距地面 20 m 高的光滑高臺上有兩小球 A、B，質量各為 3 m 與 m，若 A 球以 8 m/s 的速率去撞靜止的 B 球，且作正向完全彈性碰撞，則撞後兩球著地時相距_____。(設 g＝10 m/s^2)答：16(m)



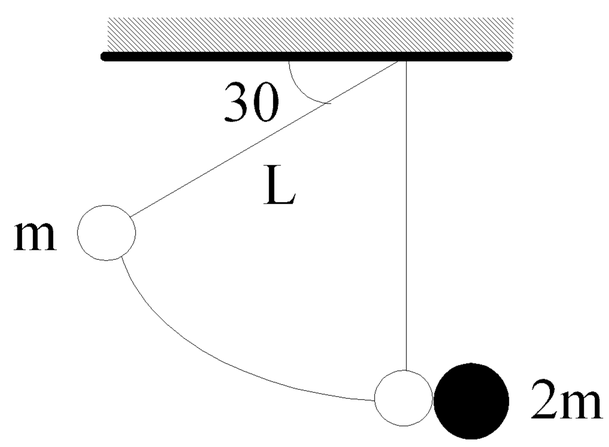
類 3.A 質點在高 20 m 處自由落下，同時將質量相等之 B 質點自地面以 30 m/s 速率向上拋出，二球在空中作正向彈性碰撞，不計空氣阻力，則兩球著地時間相差_____秒。(g＝10 m/s^2) 答：4

※彈性碰撞

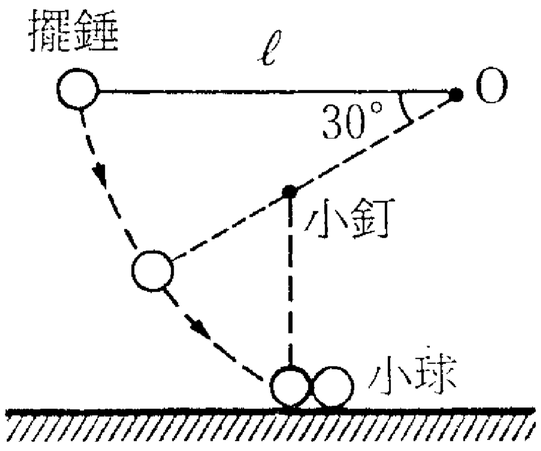
例 3.二單擺，擺長均為ℓ，其一擺錘質量為 m_1，另一擺錘質量為 m_2，今將 m_1 拉起至水平狀態後放開，使其與 m_2 產生彈性碰撞，m_1 反彈至原來一半之高度，則 m_1/m_2 之值介於下列那一範圍之中？
(A) $m_1/m_2 \le 0.1$ (B) $0.1 < m_1/m_2 \le 0.5$ (C) $0.5 < m_1/m_2 \le 1.5$
(D) $1.5 < m_1/m_2 \le 2.0$ (E) $2.0 < m_1/m_2$。【75 日大】答：(B)



類 1.一單擺長 L，擺錘質量 m。今將 m 拉至擺線在水平之下 30°俯角之位置(如右圖)放開。當 m 擺至最低點時，與質量為 2m 的另一靜止小球發生正向碰撞： (1)若 m 與 2m 為彈性碰撞，則碰撞後 m 可反彈多高？(2)若 m 與 2m 碰撞後，合為一體，則碰撞後的一瞬間，擺線的張力為多少？【79 日大】答：(1) $\frac{1}{18}\ell$；(2) $\frac{10}{3}$mg



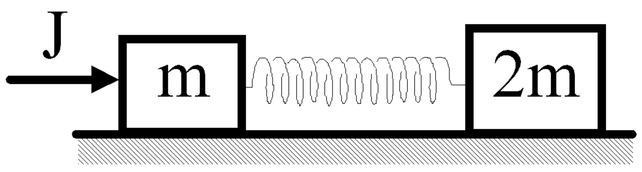
類 2.一擺長為 ℓ之單擺懸於 O 點，其擺錘質量為 m，被拉至水平後放開，當擺線與水平成 30°夾角時，擺線的中點被一小釘卡住，擺錘則繼續掉落，如右圖所示。當擺錘擺至最低點時，恰碰上一個靜止於光滑地面上，質量也是 m 的小球。假設擺錘與小球作一維之完全彈性碰撞，試問： (1)當擺線卡在小釘前一瞬間，擺錘的速率及擺線上的張力為何？(2)當擺線下落至最低點，且碰上小球的前一瞬間，擺錘的速率及擺線上的張力為何？(3)當擺錘碰上小球後，若擺錘不觸及地面，則擺線上的張力又為何？【77 日大】答：(1) $\sqrt{g\ell}$，$\frac{3}{2}$mg；(2) $\sqrt{\frac{3}{2}g\ell}$，T=4mg；(3)T=mg



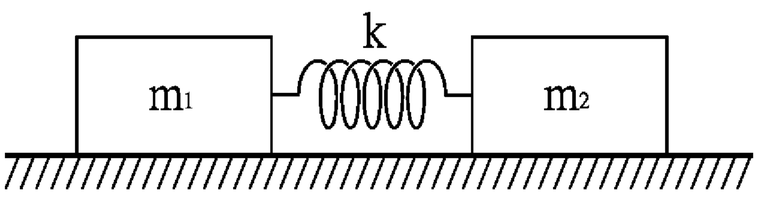
類 3.設有一中子與一靜止之鉛原子核(質量約為中子之 206 倍)作正面彈性碰撞，則碰撞後中子損失之動能約為原動能的 (A)0.20% (B)1.9% (C)25% (D)99% 。【71 大學】答：(B)

※最近距離(最大位能&最小動能)

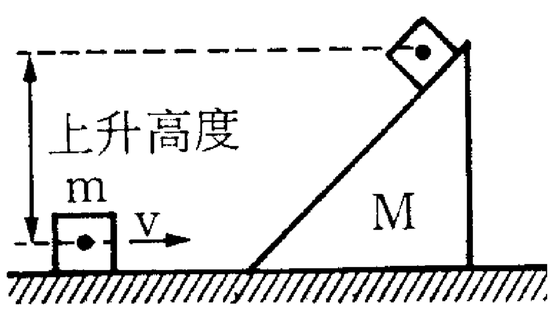
例 4.兩木塊質量分別為 m 及 2m，以力常數為 k 的彈簧相聯，靜置於光滑水平地面上。今以水平衝量 J 施於質量為 m 之木塊，使整個系統沿直線前進，如右圖所示，則下列敘述何者正確？(A)質量為 m 之木塊初速為 J/m (B)質量為 2m 之木塊初速為 J/2m (C)當兩木塊最靠近時，兩木塊速度都是 J/3m (D)當兩木塊最接近時，系統總動能為 $J^2/9m$ (E)當兩木塊最接近時，彈簧被壓縮 $\sqrt{2J^2/3mk}$ 。【81 日大】答：(A)(C)(E)



類 1.兩相同木塊(質量 $m_1=m_2=m$)，中間連以彈力常數爲 k 的彈簧(質量不計)，靜置於光滑的水平面上，如圖所示。假設左方木塊(m_1)瞬間由系統外獲得向右的速度 v，試求隨後整個木塊與彈簧系統的：(1)質心速度？(2)最大彈性位能？【85 日大】答：(1)$\frac{v}{2}$；(2)$\frac{1}{4}mv^2$

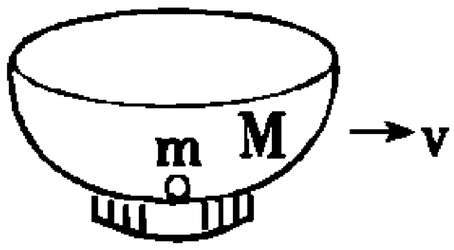


類 2.一斜面質量爲 M，一物體質量爲 m，同置於一光滑水平面上。物體以 v 的初速朝靜止的斜面運動。若斜面與物體間無摩擦，則物體沿斜面上升的最大高度爲【81 日大】答：$\frac{Mv^2}{2(M+m)g}$



類 3.如圖，一質量 M 之碗以 v 的速度在光滑水平面上運動，若將質量 m 的小球放入碗底使其在放入瞬間對地速度爲 0，則小球會爬升一高度，設碗壁光滑，求：
(1)小球爬升的最大高度？(2)當小球滑回碗底時，碗與小球之速度各爲若干？

答：(1)$\frac{Mv^2}{2(M+m)g}$；(2)$v_{碗}=\frac{M-m}{M+m}v$；$v_{球}=\frac{2M}{M+m}v$



※非彈性碰撞

例 5.在光滑水平面上有 A、B 兩個小球，A 球質量為 0.2kg，速度為 5m/s；B 球質量為 0.5kg，原來靜止在水平面上，現兩個小球發生碰撞，碰撞後 A、B 兩球均沿同一條直線運動，若碰後第 1 秒內兩球相距 3.4 米，則碰後 A 球的速度大小為__(1)__m/s，方向與 A 球原速度方向相__(2)__（填「同」或「反」）；B 球的速度大小為__(3)__m/s。答：(1)1；(2)反；(3)2.4

類 1.一木塊質量為 M，用彈力常數為 k 的輕彈簧吊著，使其靜止平衡，此時彈簧總長為 l。今以一質量為 m 的子彈，從木塊正下方鉛垂向上打入木塊後留在其中。設子彈打中木塊時的初速為 v，子彈進入木塊後，木塊上下振盪。問：

(1)當子彈射入木塊後，此系統(木塊、彈簧及子彈)的總力學能為若干？(假設當彈簧總長為 l 時，木塊的重力位能為零)。答：$\dfrac{m^2v^2}{2(M+m)}+\dfrac{M^2g^2}{2k}$

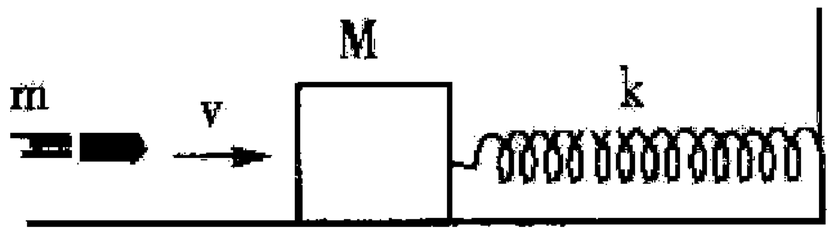
(2)經長時間振盪，最後木塊靜止時，彈簧總長度為若干？【80 年大學】答：$l+\dfrac{mg}{k}$

類 2.一質量為 0.1 公斤的木塊在光滑地板上以 0.1 公尺/秒的速度作等速度運動，此時有一子彈迎面射來而嵌入木塊中，設子彈質量為 1 克，速率為 1 公里/秒，則子彈射入木塊之後木塊之速率為 (A)0.92 公尺/秒 (B)1.96 公尺/秒 (C)4.9 公尺/秒 (D)9.8 公尺/秒 (E)19.6 公尺/秒。【66 日大】答：(D)

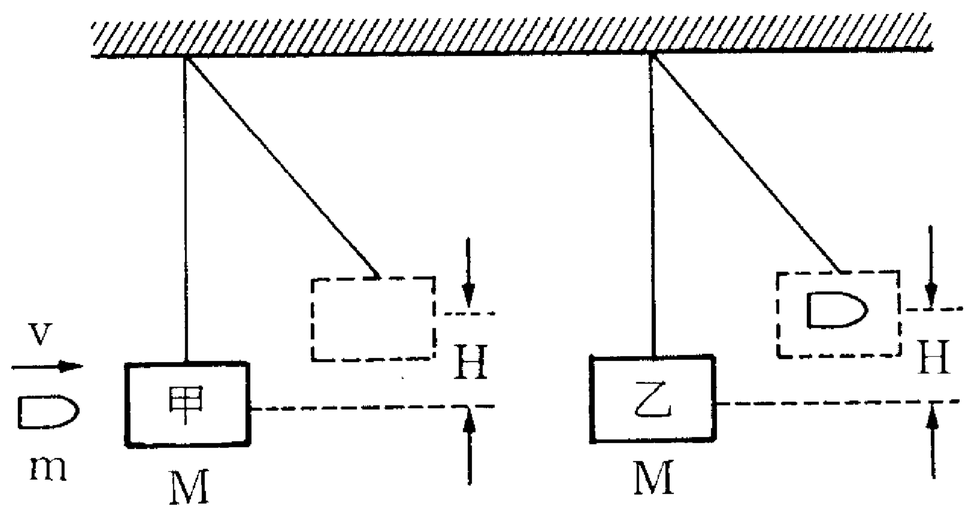
類 3.有一質量 M 公斤的木塊停在粗糙的平面上，木塊和平面間的動摩擦係數為 μ，當 m 公斤的子彈打入木塊時，子彈埋入木塊中，且木塊滑走 S 公尺才靜止，則子彈打入木塊瞬間的速度為 (A) $(2\dfrac{M+m}{m}\cdot S\mu g)^{1/2}$ (B) $\dfrac{M+m}{m}(2S\mu g)^{1/2}$ (C) $\dfrac{m}{M}(2S\mu g)^{1/2}$ (D) $(2\dfrac{m}{M}S\mu g)^{1/2}$ (E) $(\dfrac{m}{M}S\mu g)^{1/2}$ 公尺/秒。【69 夜大】答：(B)

※非彈性碰撞

例 6.如圖所示，質量 m 的子彈以速度 v 射入質量 M 的木塊內，合體與力常數 k 的輕彈簧作 S.H.M.，求其振動週期 T 與振幅 R？(地面光滑水平) 答：$T=2\pi\sqrt{\dfrac{M+m}{k}}$ ；$R=\dfrac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}$



類 1.甲乙兩木塊質量均為 M，以繩懸掛如圖，繩的質量可忽略。今有一質量為 m 之子彈(m<<M)，以速度 v 沿水平方向射向木塊，先穿透甲木塊，再射入乙木塊而嵌入其中。設兩木塊上升之高度均為 H。下列敘述何者正確？ (A)子彈射出甲木塊時之速度約為 v/2 (B)子彈與兩木塊內摩擦產生之熱能大約相等 (C)子彈的動能大部份轉變成木塊的力學能 (D)子彈的初速度 $v=\dfrac{M}{m}\sqrt{2gH}$ (E)子彈與甲木塊之碰撞為彈性碰撞，與乙木塊之碰撞為完全非彈性碰撞。【83 日大】答：(A)



類 2.下列有關「雙質點一維非彈性碰撞」的敘述，何者正確？ (A)碰撞前後總動量不守恆 (B)碰撞前後總動能不守恆 (C)碰撞前後質心動能守恆 (D)撞後合為一體者，稱為「完全非彈性碰撞」 (E)恢復係數 e＝0。答：BCD

類 3.質量 m 的子彈，以 v 初速射穿一厚為 d 的木塊 M 後，速率減半，若

(1)木塊固定子彈所受阻力若干？

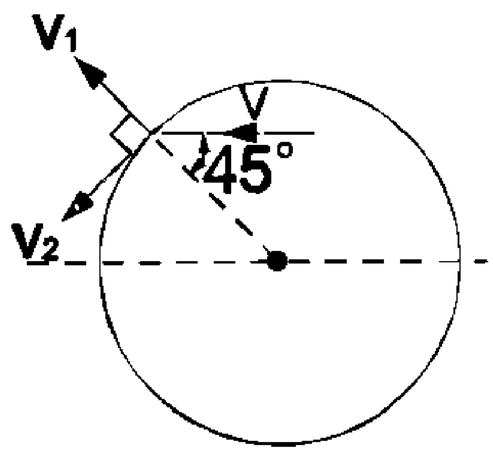
(2)木塊可自由移動，子彈所受阻力若干？答：(1) $f=\dfrac{3mv^2}{8d}$ ；(2) $\dfrac{3mv^2}{8d}-\dfrac{m^2v^2}{8Md}$

※二維彈性碰撞

例 7.一動量為 P，質量為 m 的甲質點，與一質量為 M，靜止的乙質點作彈性碰撞。碰撞後甲質點的動量變成 P'(P＜P')，且與原來的入射方向成 90° 角射出。此時乙質點速度大小為： (A)$\frac{P+P'}{M}$ (B)$\frac{P-P'}{M}$ (C)$\frac{\sqrt{P^2+P'^2}}{M}$ (D)$\frac{\sqrt{P^2-P'^2}}{M}$ (E)$\frac{\sqrt{P^2-P'^2}}{m}$ 。【72 日大】答：(C)

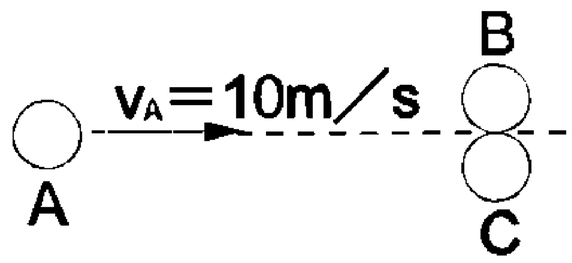
類 1.A、B 二小球質量均為 m，設 A 球以 v 之初速與靜止之 B 球作非正面之彈性碰撞，碰撞後 A 球運動方向與原射入方向之交角為+30°。則 B 球碰撞後射出之方向與原入射方向之夾角為_____，其速率為_____(以 v 表示)。【78 日大】答：-60°；$\frac{1}{2}v$

類 2.完全彈性之環與球，質量相等，環的半徑為 R 靜置於一平面上，全部系統中均無摩擦力，即碰撞力均條與接觸面垂直，球按圖中箭頭所示方向以速率 v 在 I 處撞擊圓環，則 (A)碰撞後環與球速率相同 (B)同(A)兩者運動方向垂直 (C)同(A)球動能損失 50% (D)第二次再碰撞時與 I 位置相隔逆時方向 1/4 圓周處 (E)同(D)發生時刻第一次碰撞相隔時間 $\frac{\sqrt{2}R}{v}$ 。



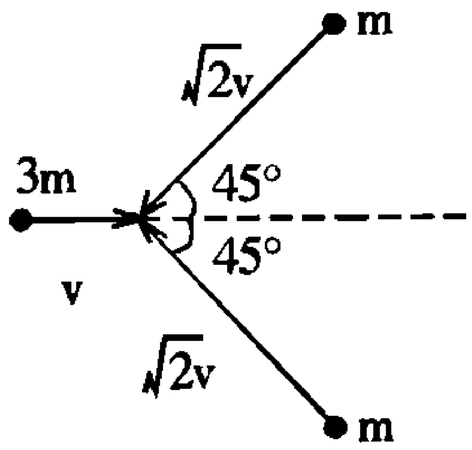
答：(A)(B)(C)(D)(E)

類 3.如圖所示 A，B，C 三個球完全相同，球 A 以 10m/s 以圖示之方向與球 B 及 C 作兩度空間之彈性碰撞，則碰撞後三球之速率各為何？答：$v'_A = 2m/s$；$v'_B = v'_C = 4\sqrt{3}m/s$

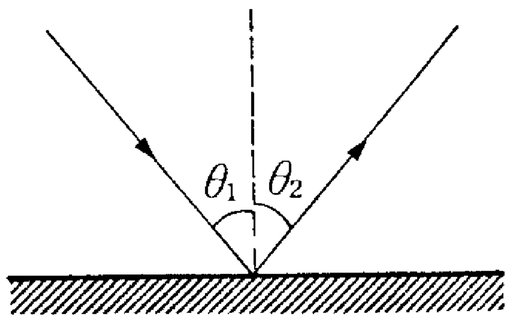


※二維非彈性碰撞

例 8.三質點在原點發生碰撞而結合為一體，其質量及速度分別如右圖所示，則在此碰撞過程中，損失的動能與碰撞前的總動能之比值為_____。【80 日大】答：$\frac{34}{35}$



類 1.一小球被擲向光滑之地面後反彈跳起。在碰撞發生前後，其入射速度及反彈速度分別與鉛垂線成夾角θ_1及θ_2(如圖所示)。若反彈過程爲非彈性碰撞，小球剛反跳時的動能降爲碰撞前瞬間動能的$\frac{1}{C}$倍，其中 C＞1，則$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$之值爲



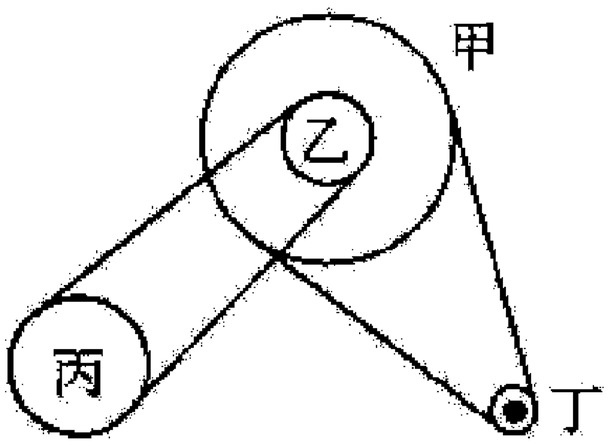
(A)$\frac{1}{C}$ (B)$\frac{1}{\sqrt{C}}$ (C)$\sqrt{C}$ (D)C (E)1 。【85 日大】答：(C)

類 2.兩質量均爲 2 公斤的小球，分別以 3 公尺/秒向北與 4 公尺/秒向東運動，恰抵同一位置而碰撞，視兩小球爲一系統，且不受外力的作用，則 (A)碰撞前質心速率爲 5 公尺/秒 (B)碰撞後質心速率爲 5 公尺/秒 (C)碰撞前的總動量大小爲 10 公斤-公尺/秒 (D)碰撞後的總動量大小爲 10 公斤-公尺/秒 (E)碰撞前後質心加速度均爲零。答：(C)(D)(E)

類 3.質量均爲 2 kg 的 A、B 兩球，碰撞前$\vec{v}_A = 5\vec{i} + 20\vec{j}$、$\vec{v}_B = -10\vec{i} + 5\vec{j}$碰撞後$\vec{v}_A = -5\vec{i} + 20\vec{j}$（M.K.S.制），則碰撞後系能量損失爲： (A)100 J (B)200 J (C)300 J (D)400 J (E)500 J。答：A

※轉動&移動 $v=r\omega$ 、 $a_t=r\alpha$ 、 $a_n=r\omega^2$

例 1.右圖表示一飛輪傳動系統，各輪的轉軸均固定且相互平行。甲、乙兩輪同軸且無相對轉動。已知甲、乙、丙、丁四輪的半徑比為 5：2：3：1，若傳動帶在各輪轉動中不打滑，則丙及丁輪角速度之比值為_____。【80 年大學】答：$\frac{2}{15}$



類 1.一對齒輪契合，半徑比爲 3：2，求在變速旋轉時 (1)角速度之比 (2)輪緣上之點的切線速度比 (3)輪緣上之點法線加速度比 (4)輪緣上之點切線加速度比。答：(1)2：3；(2)1：1；(3)2：3；(4)1：1

類 2.一飛輪保持 8π 弧度/秒之等角速度轉動，試求：(a)半小時內共轉若干轉？ (b)設飛輪之半徑爲 40 厘米，則其邊緣上一點之切線速度及加速度爲若干？答：(1)7200 轉；(2)v=1005cm/s；$a_t=0$；$a_n=2.52\times10^4 cm/s^2$

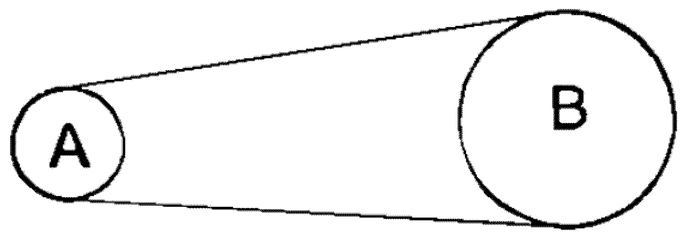
類 3.腳踏車前後兩齒輪分別爲 60 齒及 20 齒，以鏈條連接，若後車輪輪緣距軸心 0.5 m，且和地面間沒有滑動現象，腳踩一圈，車子前進_____m。答：3π

※等角加速度運動：

例 2.有一物體作等角加速度轉動。若該物體的角速度在 t=1 秒及 t=6 秒時，分別為 5 弧度/秒及 10 弧度/秒，則下列敘述何者正確： (A)此物體轉動的角加速度為 2.0rad/sec^2 (B)此物體在 t=4 秒時的角速度為 11rad/sec (C)此物體在 t=2 秒時的角速度為 4rad/sec (D)此物體在 t=1 至 t=3 秒間的角位移為 12rad。【79 年三專】答：(D)

類 1.一圓輪在做等角加速度運動。經過 25 轉之後，角速度由 100 轉/秒增至 150 轉/秒；其角加速度爲_____。【86 日大】答：250 轉/秒^2

類 2.如右圖，A、B 兩輪半徑爲 10cm 與 25cm，A 輪由靜止加速，角加速度$\alpha_A = \frac{\pi}{2} rad/s^2$，帶動 B 輪(設皮帶不滑動)，使 B 輪轉速達 10 轉/秒，需時幾秒？答：100 秒



類 3.某物體作等角加速度運動，於第 4 秒內之角位移爲 22rad，於第 8 秒內之角位移爲 38rad，則：(1)初角速度若干？ (2)角加速度若干？答：(1)8rad/sec ; (2)4rad/sec^2

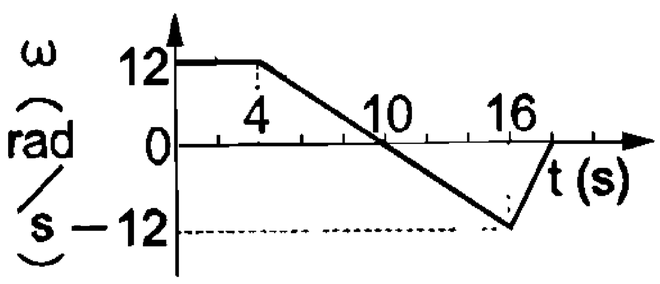
類 4.一圓盤作等角加速度，由初角速度ω_o加速至末角速度ω時，共轉過 n 圈，則轉過$\frac{1}{2}$n 圈時，角速度爲_____。答：$\sqrt{\frac{\omega_o^2+\omega^2}{2}}$

_____月_____日　完成

※等角加速度運動：

例 3.甲、乙兩人沿圓軌道同向賽跑，甲沿著半徑為 r_1 的外跑道跑，乙則沿著半徑為 r_2 的內跑道跑，設甲以 v 的速率經過乙時，乙開始起跑。此後甲始終以 v 的速率跑。而乙則以等角加速度追甲，則在乙追及甲時，乙的速率為？(A) $2v\times\frac{r_1}{r_2}$ (B) $v\times\frac{r_1}{r_2}$ (C) v (D) $2v\times\frac{r_2}{r_1}$ (E) $v\times\frac{r_2}{r_1}$【88 日大】答：(D)

類 1.右圖表示一轉動剛體之 $\omega-t$ 圖，t=0 時剛體係在角位置爲零處，則：(1)最後之角位置爲何？(2)全程平均角速度爲何？(3)全程平均角加速度爲多少？答：(1)36rad；(2)2rad/s；(3) $-\frac{2}{3}$ rad/s^2

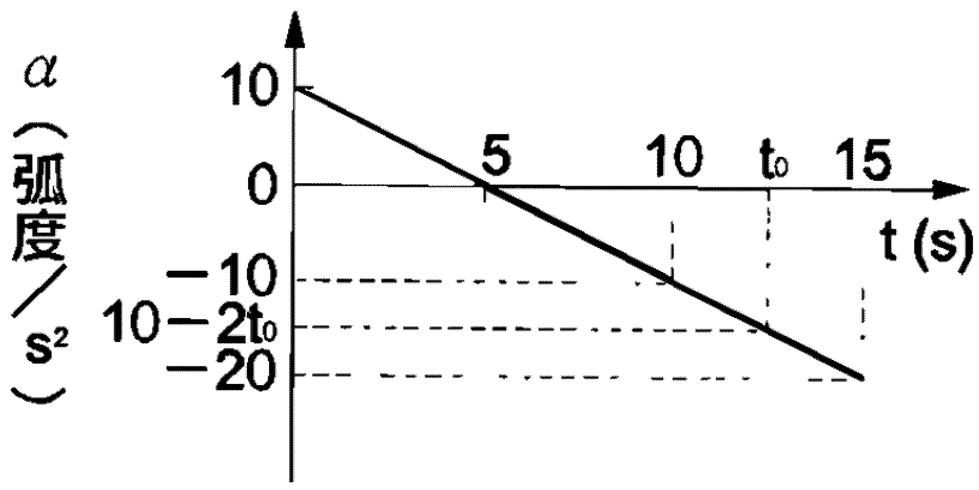


類 2.右圖爲一剛體轉動時之 $\alpha-t$ 圖，設 t=0 時，剛體之角速度爲 10 弧度/秒，求：

(1)最大之正向角速度？答：35rad/s

(2)何時角位移最大？答：$5+\sqrt{35}$ 秒

(3)第 5 秒末至第 15 秒末之平均角加速度？答：$-10rad/s^2$



類 3.一剛體繞一定點分三階段運動，第一階段由靜止開始以 $+\alpha$ 角加速度旋轉達 ω 之角速度後，接著第二階段以等角速度 ω 運轉，第三階段施以 $-\alpha$ 角加速度而後停止，若此三階段之角位移均相等，則全程：(1)歷時若干？(2)角位移如何？答：(1) $\frac{5\omega}{2\alpha}$；(2) $\frac{3\omega^2}{2\alpha}$

_____月_____日　完成

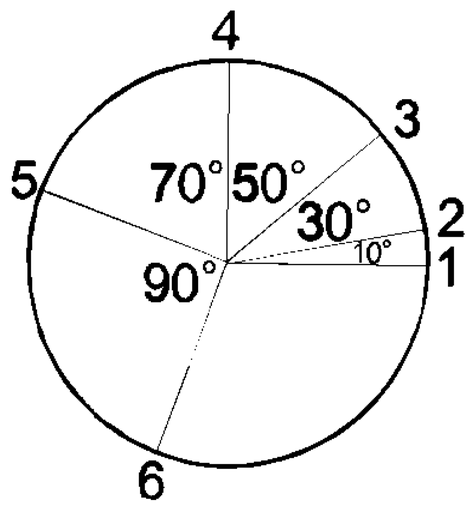
※切線加速度&法線加速度 $a_t = r\alpha$　$a_n = r\omega^2$

例 4.一物體對一固定軸以等角加速度由靜止開始轉動，當其加速度和法線加速度成 $60°$ 角時，此物體轉過多少角位移？答：$\frac{\sqrt{3}}{6}$ rad

類 1.一輪由靜止開始繞對稱軸作等角加速度轉動，則對輪緣上一點而言，其在切線方向的加速度分量 a_T 與法線方向的加速度分量 a_N，分別與計時 t 成何種關係？

(A) $a_T \propto t$；$a_N \propto t^2$ (B) $a_T \propto t^2$；$a_N \propto t$ (C) $a_T \propto t$；a_N 與 t 無關 (D) a_T 與 t 無關；$a_N \propto t$ (E) a_T 與 t 無關；$a_N \propto t^2$。答：E

類 2.某生用每秒閃光 10 次(Δt=0.1 秒)之同步閃光燈，拍攝在水平面上轉動的小球。經 0.5 秒後，共得 6 個影像。已知小球從位置 1 開始沿逆時針方向轉動，距軸心 20 公分，則小球的角加速度是多少弧度/秒 ^{2}？(A)0 (B) $\frac{100\pi}{9}$ (C) $\frac{200\pi}{3}$ (D) $\frac{25\pi}{18}$ (E) $\frac{25\pi}{9}$。答：(B)



類 3.剛體中一點 P 距固定轉軸爲 0.5m，P 點做等角加速度運動，其角位移 θ(rad)與時間 t(sec)之關係 $\theta = 2t^2 - 3t$，求(a)角加速度？ (b)第 2 秒末之角速度？切線速度？向心加速度？答：(a)4rad/s^2；(b)5rad/s；2.5m/s；12.5m/s^2

※角動量

例 5.質量為 m 和 2m 的雙子星，其間的距離 d，若重力常數為 G，則雙子星對其質心的總角動量大小為_____。答：$2\sqrt{\frac{1}{3}Gdm^3}$

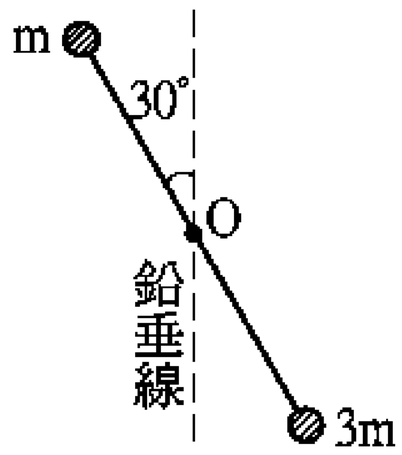
類 1.質量爲 2kg 的質點以 25m/s 之初速度，拋射仰角爲 53° 斜向拋出，求當達最大高度時，該質點對拋出原點之角動量爲多少 $kg\cdot m^2/s$ (g=10 m/s^2) (A)100 (B)150 (C)300 (D)450 (E)600。答：(E)

類 2.某行星之質量爲 M，其繞太陽之角動量爲 L，則此行星與太陽之連線在單位時間內所掃過之面積爲_____。答：$\frac{L}{2M}$

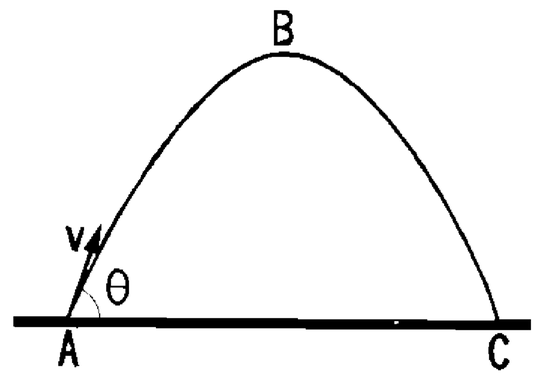
類 3.對於「角動量」的敘述，下列何者正確？ (A)等速度運動的質點對任一轉軸皆具有不隨時間改變之角動量 (B)對於某定點，具有線動量的質點必具有角動量 (C)改變剛體轉軸的位置會改變剛體角動量 (D)質點的角動量必與線動量垂直 (E)作等速率圓周運動的質點其角動量爲定值。答：ACDE

※力矩 $\tau = I\alpha$

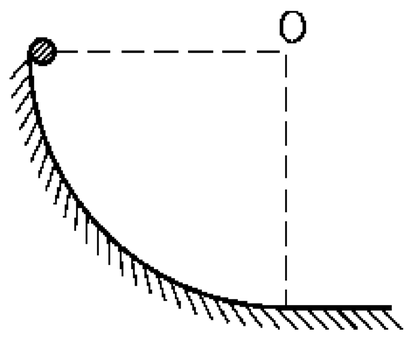
例 6.一長度為 L 的細桿，以通過細桿中心 O 點且垂直於細桿為轉軸，兩端各有質量 m 與 3m 的質點，若桿與鉛直夾 30° 角處靜止釋放，則(1)重力對 O 點所產生的力矩之量值為_____。(2)釋放瞬間的角加速度為_____。答：(1) $\frac{1}{2}mgL$ ；(2) $\frac{g}{2L}$



類 1.如右圖，某砲彈由 A 點以 v 之初速度、θ 之仰角($0^o < \theta < 90^o$)射出，經最高點 B 後掉回與 A 同一水平面的 C 點，不計空氣阻力。則砲彈由 A→B→C 之過程中相對於 A 點之角動量大小之敘述以下何者正確？ (A)先增加後減少 (B)先減少後增加 (C)一直增加 (D)始終爲 0 (E)爲一定值，但不爲 0。答：(C)



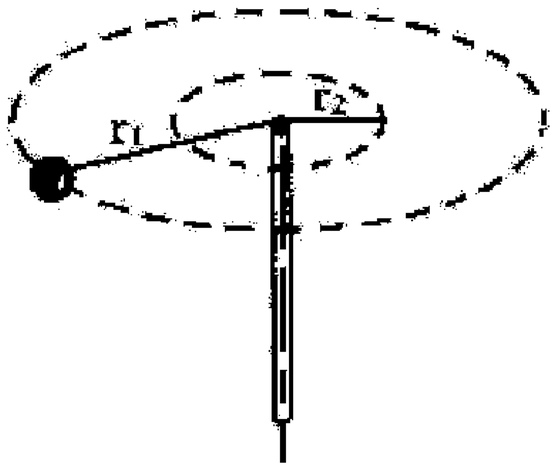
類 2.如圖，有一光滑圓弧軌道，小鋼珠由頂部靜止下滑至底部的過程中，小鋼珠對圓心 O 的物理量量值何者變大？ (A)角速度 (B)角加速度 (C)轉動慣量 (D)所受的力矩 (E)角動量。答：AE



類 3.兩個飛輪之角動量值比爲 4：3，施加量值相同之力矩使之剎車，則所需時間之比爲： (A)2：$\sqrt{3}$ (B)4：3 (C)3：4 (D) $\sqrt{3}$ ：2 (E)16：9 。答：B

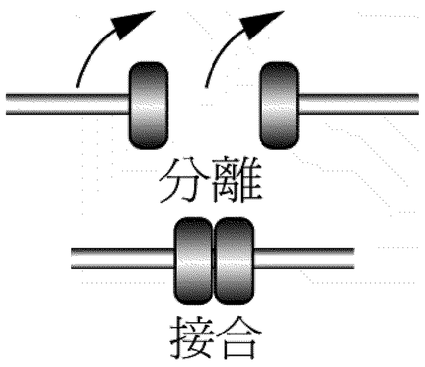
※角動量守恆

例 7.如圖所示，一質量 m 的小物體由一輕繩連接，穿過一中空管；此管由一手握著而轉動，另一端則由另一手拉著。當以半徑 r_1 旋轉時速率為 v_1，繩被拉下使轉動半徑變為 r_2 時，試求 (1)新轉動的切線速率 v_2 及新角速度 ω_2；(2)拉力作功 W 若干？答：(1) $v_2=\dfrac{v_1r_1}{r_2}$；$\omega_2=\dfrac{r_1v_1}{r_2^2}$；(2) $\dfrac{mv_1^2(r_1^2-r_2^2)}{2r_2^2}$



類 1.一質量爲 m 的小星球，在離太陽無窮遠處的速率爲 v，位能爲零。假設小星球不考慮太陽引力之影響，而沿直線運動，則與太陽的質心最近距離爲 b。在太陽的引力作用下，小星球的軌道是一條以太陽爲焦點的雙曲線。設太陽質量爲 M，位置固定；小星球離太陽的質心最短距離爲 d(d 大於太陽之半徑)，重力常數爲 G。則下列有關小星球之敘述，何者爲正確？ (A)對太陽質心的角動量之量值爲 mvb (B)總力學能爲 $\frac{1}{2}mv^2$ (C)在離太陽最近處之加速度量值爲 $\frac{GM}{d^2}$ (D)對太陽的最大速率爲 v (E) $d=\sqrt{(\frac{GM}{v^2})^2+b^2}-\frac{GM}{v^2}$ 【89 日大】答：(A)(B)(C)(E)

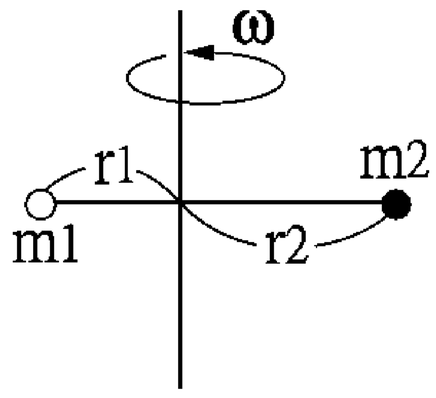
類 2.汽車之離合器是以引擎側的圓盤與變速箱側的圓盤或接合，或分離，來控制動力的傳輸。今有一汽車在離合器分離時，引擎側圓盤的轉動慣量爲 10kg · m^2，初角速度 120rad/s；而變速箱側的圓盤轉動慣量爲 2 kg · m^2，初角速度 300rad/s。則當兩輪接合在一起時之角速度大小爲_____。答：150rad/s。



類 3.宇宙中有一獨立雙星系統，以 ω 的角速度繞其質心旋轉，若不受外力的情形下，雙星距離變爲原來的 $\frac{1}{3}$，則繞轉的角速度變爲_____。答：9ω

※轉動動能：

例 8.兩小球質量分別為 m_1 與 m_2，由一長為 L 的細桿相連（質量不計），以通過兩球質量中心，且垂直於細桿的軸作等角速度 ω 轉動，則兩球的轉動動能總和為_____。答：$\frac{1}{2}L^2\omega^2\cdot\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$

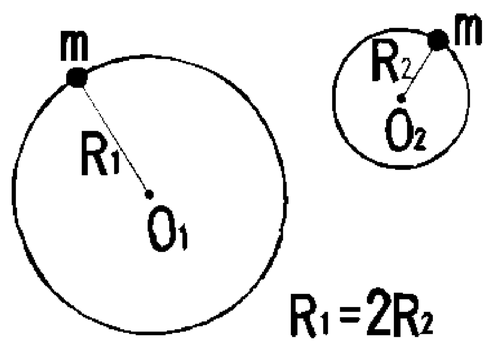


類 1.質量 m 的人造衛星，正以角動量 L 在赤道上繞地軸作半徑 r 的等速率圓周運動，求人造衛星的：(1)動能 E_k；(2)重力位能 U；(3)力學能 E。

答：(1) $\frac{L^2}{2mr^2}$；(2) $-\frac{L^2}{mr^2}$；(3) $-\frac{L^2}{2mr^2}$

類 2.兩小球質量分別爲 m_1 及 m_2，由一長度爲 l 之細桿(質量可忽略)相連，並以通過兩球質量中心且垂直於細桿的軸，做等角速度 ω 的轉動，則下列敘述何者正確？(A)旋轉軸與 m_1 的距離爲 $\frac{m_2l}{m_1+m_2}$ (B)兩球均作速率爲 $l\omega$ 的等速圓周運動 (C)兩球的動量量值相等 (D)兩球的角動量量值相等 (E)兩球的動能和爲 $\frac{(m_1+m_2)l^2\omega^2}{2}$【80 日大】答：(A)(C)

類 3.兩條長度分別爲 R_1 及 R_2 的細繩，各有一端固定在一光滑水平面上的 O_1 及 O_2 點，細繩之另一端則分別繫有質量同爲 m 的小物體，並使小物體在水平面上作等速圓周運動，如圖所示。已知 $R_1=2R_2$，下列有關兩細繩的張力 F_1 及 F_2 之比值的敘述，何者爲正確？



(A)如兩物體之角速度比爲 $\frac{\omega_1}{\omega_2}=2$，則 $\frac{F_1}{F_2}=8$ (B)如兩物體之速率比爲 $\frac{v_1}{v_2}=2$，則 $\frac{F_1}{F_2}=4$ (C)如兩物體之圓周運動週期比爲 $\frac{T_1}{T_2}=2$，則 $\frac{F_1}{F_2}=2$ (D)如兩物體之動能比爲 $\frac{E_{k1}}{E_{k2}}=2$，則 $\frac{F_1}{F_2}=1$ (E)如兩物體之角動量比爲 $\frac{L_1}{L_2}=2$，則 $\frac{F_1}{F_2}=\frac{1}{2}$。【88.日大】答：(A)(D)(E)

PHYSICS

複習講義

單元9 重力位能的一般式
單元10 簡諧運動
單元11 碰撞
單元12 轉動

_____年 _____班 _____號

姓名：_____